

Tabla de números primos. Para obtener los primeros n números primos de los números naturales se puede utilizar la criba de Eratóstenes, la cual consiste en hacer una tabla con los números del 1 hasta n .

El procedimiento es señalar con un paréntesis los números que sean primos y tachar los que no lo sean. Se empieza por tachar el 1 y escribir entre paréntesis el 2, a continuación se tachan los múltiplos de 2, posteriormente se busca el primer número no tachado, en este caso (3), se pone entre paréntesis y se tachan todos sus múltiplos. El procedimiento se sigue hasta tener marcados todos los números.

Criba de Eratóstenes

1	(2)	(3)	4	(5)	6	(7)	8	9	10
(11)	12	(13)	14	15	16	(17)	18	(19)	20
21	22	(23)	24	25	26	27	28	(29)	30
(31)	32	33	34	35	36	(37)	38	39	40
(41)	42	(43)	44	45	46	(47)	48	49	50
51	52	(53)	54	55	56	57	58	(59)	60
(61)	62	63	64	65	66	(67)	68	69	70
(71)	72	(73)	74	75	76	77	78	(79)	80
81	82	(83)	84	85	86	87	88	(89)	90
91	92	93	94	95	96	(97)	98	99	100

Por tanto, los números primos entre 1 y 100 son:

{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97}

Descomposición de un número en sus factores primos

La descomposición de un número en sus factores primos es su expresión como el producto de sus factores primos. Para obtenerlo, se divide el número entre el menor divisor primo posible, el cociente que se obtiene se vuelve a dividir entre el menor divisor primo posible, y así hasta que el último cociente sea 1, este procedimiento también se conoce como factorización completa de un número.

EJEMPLOS

- 1 ●● Expresa 144 como el producto de sus factores primos.

Solución

Se divide 144 entre 2, el cociente 72, se vuelve a dividir entre 2, y así sucesivamente.

$$\begin{array}{rcl}
 144 \div 2 = 72 & 144 & | 2 \\
 72 \div 2 = 36 & 72 & | 2 \\
 36 \div 2 = 18 & 36 & | 2 \\
 18 \div 2 = 9 & 18 & | 2 \\
 9 \div 3 = 3 & 9 & | 3 \\
 3 \div 3 = 1 & 3 & | 3 \\
 & 1 & |
 \end{array}$$

Por tanto, $144 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

2 ●● Expresa 105 como el producto de sus factores primos.

Solución

105 se divide entre 3 y se continúa con el procedimiento.

$$\begin{array}{rcl} 105 \div 3 & = & 35 \\ 35 \div 5 & = & 7 \\ 7 \div 7 & = & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 105 & 3 \\ \hline 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Por consiguiente, $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

3 ●● Encuentra la factorización completa de 294.

Solución

294 se divide entre 2 y se continúa con el procedimiento.

$$\begin{array}{rcl} 294 \div 2 & = & 147 \\ 147 \div 3 & = & 49 \\ 49 \div 7 & = & 7 \\ 7 \div 7 & = & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 294 & 2 \\ \hline 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Entonces, la factorización completa de 294 es $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$

EJERCICIO 21

Realiza la descomposición en sus factores primos de los siguientes números:

- | | | | | |
|--------|--------|----------|------------|------------|
| 1. 72 | 4. 576 | 7. 840 | 10. 2 376 | 13. 30 240 |
| 2. 96 | 5. 945 | 8. 2 310 | 11. 7 020 | 14. 16 200 |
| 3. 225 | 6. 210 | 9. 3 675 | 12. 29 400 | 15. 30 030 |

➤ Verifica tus resultados en la sección de soluciones correspondiente

Máximo común divisor (MCD)

Es el mayor de los divisores en común de 2 o más números.

Ejemplo

Los divisores de 18 y 24 son:

Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9 y 18

Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

Los divisores comunes son: 1, 2, 3 y 6, el mayor de los divisores en común es el 6

Por tanto, el máximo común divisor de 18 y 24 es 6

Para calcular el MCD de varios números se descomponen simultáneamente en sus factores primos, hasta que ya no tengan un divisor primo en común. Cuando los números sólo tienen a la unidad como común divisor, los números reciben el nombre de “primos relativos”.

EJEMPLOS

- 1 ●● Encuentra el máximo común divisor de 48, 36 y 60.

Solución

Se descomponen simultáneamente en factores primos.

48	36	60	2
24	18	30	2
12	9	15	3
4	3	5	

4, 3 y 5, no tienen divisores primos en común, los números primos obtenidos se multiplican y el producto es el resultado.

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Por consiguiente, el máximo común divisor de 48, 36 y 60 es 12.

- 2 ●● Determina el MCD(72,180).

Solución

Se realiza la descomposición de 72 y 180, en sus factores primos.

72	180	2
36	90	2
18	45	3
6	15	3
2	5	

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

Por tanto, el MCD(72,180) = 36

- 3 ●● Calcula el MCD(11,23).

Solución

Los números sólo tienen a la unidad como común divisor, lo cual quiere decir que 11 y 23 son primos relativos.

Por consiguiente, el MCD(11,23) = 1

- 4 ●● Encuentra el máximo común divisor de 234, 390 y 546.

Solución

Se descomponen simultáneamente en factores primos.

234	390	546	2
117	195	273	3
39	65	91	13
3	5	7	

$$2 \cdot 3 \cdot 13 = 78$$

Por consiguiente, el máximo común divisor de 234, 390 y 546 es 78