

## Reducción y simplificación de quebrados

### Convertir un mixto en quebrado

Se multiplica el entero por el denominador, al producto se añade el numerador y esta suma se divide entre el denominador.

#### Ejemplo: Convertir en quebrados

$$5 \frac{2}{3} = 5 \cdot \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5 \times 3 + 2}{3} = \frac{17}{3}$$

$$20 \frac{3}{19} = 20 \cdot \frac{19}{19} + \frac{3}{19} = \frac{20 \times 19 + 3}{19} = \frac{383}{19}$$

$$12 \frac{3}{11} = 12 \cdot \frac{11}{11} + \frac{3}{11} = \frac{12 \times 11 + 3}{11} = \frac{135}{11}$$

$$60 \frac{7}{80} = 60 \cdot \frac{80}{80} + \frac{7}{80} = \frac{60 \times 80 + 7}{80} = \frac{4807}{80}$$

$$31 \frac{5}{31} = 31 \cdot \frac{31}{31} + \frac{5}{31} = \frac{31 \times 31 + 5}{31} = \frac{966}{31}$$

$$17 \frac{5}{18} = 17 \cdot \frac{18}{18} + \frac{5}{18} = \frac{17 \times 18 + 5}{18} = \frac{311}{18}$$

$$42 \frac{7}{25} = 42 \cdot \frac{25}{25} + \frac{7}{25} = \frac{42 \times 25 + 7}{25} = \frac{1057}{25}$$

## Hallar los enteros contenidos en un quebrado impropio

Ejemplo: Hallar los enteros contenidos en un quebrado impropio

$$\frac{335}{228} = \frac{228 + 107}{228} = \frac{228}{228} + \frac{107}{228} = 1 \cdot \frac{107}{228}$$

$$\frac{115}{35} = \frac{3(35) + 10}{35} = \frac{105}{35} + \frac{10}{35} = 3 \cdot \frac{10}{35}$$

$$\frac{563}{54} = \frac{10(54) + 23}{54} = \frac{540}{54} + \frac{23}{54} = 10 \cdot \frac{23}{54}$$

$$\frac{4200}{954} = \frac{4(954) + 384}{954} = \frac{3816}{954} + \frac{384}{954} = 4 \cdot \frac{384}{954}$$

$$\frac{2134}{289} = \frac{7(289) + 111}{289} = \frac{2023}{289} + \frac{111}{289} = 7 \cdot \frac{111}{289}$$

$$\frac{743}{165} = \frac{4(165) + 83}{165} = \frac{660}{165} + \frac{83}{165} = 4 \cdot \frac{83}{165}$$

$$\frac{1001}{184} = \frac{5(184) + 81}{184} = \frac{920}{184} + \frac{81}{184} = 5 \cdot \frac{81}{184}$$

$$\frac{9732}{2164} = \frac{4(2164) + 1076}{2164} = \frac{8656}{2164} + \frac{1076}{2164} = 4 \cdot \frac{1076}{2164}$$

$$\frac{815}{237} = \frac{3(237) + 104}{237} = \frac{711}{237} + \frac{104}{237} = 3 \cdot \frac{104}{237}$$

$$\frac{401}{83} = \frac{4(83) + 69}{83} = \frac{332}{83} + \frac{69}{83} = 4 \cdot \frac{69}{83}$$

## Reducir un entero a quebrado de denominador dado

Se multiplica el entero por el denominador y el producto se divide entre el denominador.

### Ejemplo: Reducir

Reducir 6 a séptimos

$$6 = \frac{6(7)}{7} = \frac{42}{7}$$

Reducir 4 a tercios

$$4 = \frac{4(3)}{3} = \frac{12}{3}$$

Reducir 17 a novenos

$$17 = \frac{17(9)}{9} = \frac{153}{9}$$

Reducir 13 a onceavos

$$13 = \frac{13(11)}{11} = \frac{143}{11}$$

Reducir 5 a doceavos

$$5 = \frac{5(12)}{12} = \frac{60}{12}$$

Reducir 25 a quintos

$$25 = \frac{25(5)}{5} = \frac{125}{5}$$

Reducir 6 a treceavos

$$6 = \frac{6(13)}{13} = \frac{78}{13}$$

Reducir 18 a séptimos

$$18 = \frac{18(7)}{7} = \frac{126}{7}$$

Reducir 7 a medios

$$7 = \frac{7(2)}{2} = \frac{14}{2}$$

Reducir 36 a tercios

$$36 = \frac{36(3)}{3} = \frac{108}{3}$$

## Reducir una fracción a términos menores o mayores:

El denominador de la nueva fracción será el dado. Para hallar el numerador se multiplica el numerador del quebrado por el cociente que resulta de dividir los dos denominadores.

### Ejemplo: Reducir la fracción a términos mayores

Convertir  $\frac{2}{7}$  a treinta y cincoavos

$$\frac{2}{7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{5} = \frac{10}{35}$$

Convertir  $\frac{11}{20}$  a cienavos

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{20} \cdot \frac{5}{5} = \frac{55}{100}$$

Convertir  $\frac{3}{4}$  a veinticuatroavos

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{6} = \frac{18}{24}$$

Convertir  $\frac{2}{9}$  a treinta y seisavos

$$\frac{2}{9} = \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{36}$$

Convertir  $\frac{1}{14}$  a cincuenta y seisavos

$$\frac{1}{14} = \frac{1}{14} \cdot \frac{4}{4} = \frac{4}{56}$$

Convertir  $\frac{2}{16}$  a cuarenta y ochoavos

$$\frac{2}{16} = \frac{2}{16} \cdot \frac{3}{3} = \frac{6}{48}$$

### Ejemplo: Reducir la fracción a términos menores

Convertir  $\frac{15}{24}$  a octavos

$$\frac{15}{24} = \frac{15}{24} \div \frac{3}{3} = \frac{5}{8}$$

Convertir  $\frac{13}{26}$  a medios

$$\frac{13}{26} = \frac{13}{26} \div \frac{13}{13} = \frac{1}{2}$$

Convertir  $\frac{49}{91}$  a treceavos

$$\frac{49}{91} = \frac{49}{91} \div \frac{7}{7} = \frac{7}{13}$$

Convertir  $\frac{8}{22}$  a onceavos

$$\frac{8}{22} = \frac{8}{22} \div \frac{2}{2} = \frac{4}{11}$$

Convertir  $\frac{16}{20}$  a quintos

$$\frac{16}{20} = \frac{16}{20} \div \frac{4}{4} = \frac{4}{5}$$

Convertir  $\frac{96}{126}$  a veintiunavos

$$\frac{96}{126} = \frac{96}{126} \div \frac{6}{6} = \frac{16}{21}$$

Convertir  $\frac{27}{36}$  a cuartos

$$\frac{27}{36} = \frac{27}{36} \div \frac{9}{9} = \frac{3}{4}$$

## Operaciones con fracciones. Suma

### Suma de quebrados de igual denominador

Se suman los numeradores y esta suma se divide entre el denominador común. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

**Ejemplo: Simplificar**

$$\frac{7}{9} + \frac{10}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7 + 10 + 4}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{7}{6} + \frac{11}{6} + \frac{13}{6} = \frac{1 + 7 + 11 + 13}{6} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{17} + \frac{8}{17} + \frac{11}{17} + \frac{23}{17} = \frac{3 + 8 + 11 + 23}{17} = \frac{45}{17} = 2 \frac{11}{17}$$

$$\frac{5}{21} + \frac{10}{21} + \frac{23}{21} + \frac{4}{21} = \frac{5 + 10 + 23 + 4}{21} = \frac{42}{21} = 2$$

$$\frac{5}{24} + \frac{7}{24} + \frac{11}{24} + \frac{13}{24} + \frac{17}{24} = \frac{5 + 7 + 11 + 13 + 17}{24} = \frac{53}{24} = 2 \frac{5}{24}$$

$$\frac{18}{53} + \frac{32}{53} + \frac{40}{53} + \frac{1}{53} + \frac{16}{53} = \frac{18 + 32 + 40 + 1 + 16}{53} = \frac{107}{53} = 2 \frac{1}{53}$$

## Suma de quebrados con distinto denominador

Se simplifican los quebrados dados si es posible. Después de ser irreducibles se reducen al mínimo común denominador y se procede como en el caso anterior.

**Ejemplo: Simplificar**

$$\frac{12}{48} + \frac{21}{49} + \frac{23}{60} = \frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{23}{60} = \dots$$

$$\text{m. c. d.}_{(4, 7, 60)} = 420$$

$$\left. \begin{array}{ccc|c} 4 & 7 & 60 & 2 \\ 2 & 7 & 30 & 2 \\ 1 & 7 & 15 & 3 \\ 0 & 7 & 05 & 5 \\ 0 & 7 & 01 & 7 \\ 0 & 01 & 01 & 7 \end{array} \right\} 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$$

$$\dots = \frac{105 + 180 + 161}{420} = \frac{446}{420} = \frac{223}{210} = 1 \frac{13}{210}$$

$$\frac{7}{24} + \frac{11}{30} = \dots$$

$$\text{m. c. d.}_{(24, 30)} = 120$$

$$\left. \begin{array}{cc|c} 24 & 30 & 2 \\ 12 & 15 & 2 \\ 6 & 15 & 2 \\ 3 & 15 & 3 \\ 01 & 05 & 5 \\ 02 & 01 & 3 \end{array} \right\} 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

$$\dots = \frac{35 + 44}{120} = \frac{79}{120}$$

$$\frac{8}{26} + \frac{15}{39} = \frac{4}{13} + \frac{5}{13} = \frac{4 + 5}{13} = \frac{9}{13}$$



$$\frac{9}{10} + \frac{8}{15} + \frac{13}{75} = \dots$$

$$\text{m. c. d.}_{(10, 15, 75)} = 150$$

$$\left. \begin{array}{ccc|c} 10 & 15 & 75 & 2 \\ 15 & 15 & 75 & 3 \\ 15 & 15 & 25 & 5 \\ 11 & 11 & 15 & 5 \\ 11 & 11 & 11 & 5 \end{array} \right\} 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150$$

$$\dots = \frac{135 + 80 + 26}{150} = \frac{241}{150} = 1 \frac{91}{150}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{4} + \frac{11}{6} = \dots$$

$$\text{m. c. d.}_{(5, 4, 6)} = 60$$

$$\left. \begin{array}{ccc|c} 15 & 14 & 16 & 2 \\ 15 & 12 & 13 & 2 \\ 15 & 11 & 13 & 3 \\ 15 & 11 & 11 & 5 \\ 11 & 11 & 11 & 5 \end{array} \right\} 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$\dots = \frac{36 + 105 + 110}{60} = \frac{251}{60} = 4 \frac{11}{60}$$

## Suma de números mixtos

Se suman separadamente los enteros y los quebrados. A la suma de los enteros se añade la suma de los quebrados, y el resultado de esta suma será la suma total ó se reducen los mixtos a quebrados y se suman estos quebrados.

**Ejemplo: Simplificar**

$$5 \frac{2}{3} + 6 \frac{4}{8} + 3 \frac{1}{6} = \frac{17}{3} + \frac{52}{8} + \frac{19}{6} = \dots$$

$$\text{m. c. d.}_{(3, 8, 6)} = 24$$

$$\left. \begin{array}{ccc|c} 13 & 18 & 76 & 2 \\ 13 & 14 & 73 & 2 \\ 13 & 12 & 73 & 2 \\ 13 & 11 & 73 & 3 \\ 11 & 11 & 11 & 3 \end{array} \right\} 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$\dots = \frac{136 + 156 + 76}{24} = \frac{368}{24} = \frac{92}{6} = \frac{46}{3} = 15 \frac{1}{3}$$

$$3 \frac{1}{4} + 5 \frac{3}{4} = \frac{13}{4} + \frac{23}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

$$1 \frac{1}{10} + 1 \frac{1}{100} = \frac{11}{10} + \frac{101}{100} = \frac{110 + 101}{100} = \frac{211}{100} = 2 \frac{11}{100}$$

$$12 \frac{5}{6} + 13 \frac{7}{9} = \frac{77}{6} + \frac{124}{9} = \dots$$

$$\text{m. c. d.}_{(6, 9)} = 18$$

$$\left. \begin{array}{ccc|c} 26 & 39 & 2 & 2 \\ 13 & 19 & 3 & 3 \\ 11 & 13 & 3 & 3 \\ 02 & 01 & 3 & 3 \end{array} \right\} 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$\dots = \frac{231 + 248}{18} = \frac{479}{18} = 26 \frac{11}{18}$$

$$8\frac{7}{20} + 5\frac{11}{25} = \frac{167}{20} + \frac{136}{25} = \dots$$

$$\text{m. c. d.}_{(20, 25)} = 100$$

$$\left. \begin{array}{cc|c} 20 & 25 & 2 \\ 10 & 25 & 2 \\ 5 & 25 & 5 \\ 1 & 25 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{array} \right\} 2^2 \cdot 5^2 = 100$$

$$\dots = \frac{835 + 544}{100} = \frac{1379}{100} = 13\frac{79}{100}$$

## Operaciones con fracciones. Resta

### Resta de quebrados de igual denominador

Se restan los numeradores y esta diferencia se divide entre el denominador común. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

**Ejemplo: Simplificar**

$$\frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{19}{42} - \frac{12}{42} = \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{35}{84} - \frac{19}{84} - \frac{8}{84} = \frac{35 - 19 - 8}{84} = \frac{8}{84} = \frac{2}{21}$$

$$\frac{13}{8} - \frac{3}{8} - \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{13 - 3 - 5 - 1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{19}{21} - \frac{2}{21} - \frac{4}{21} - \frac{6}{21} = \frac{19 - 2 - 4 - 6}{21} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

## Resta de quebrados de distinto denominador

Se simplifican los quebrados si es posible. Una vez irreducibles, se reducen al mínimo común denominador y se restan como en el caso anterior.

**Ejemplo: Simplificar**

$$\frac{5}{40} - \frac{4}{320} = \frac{1}{8} - \frac{1}{80} = \frac{10 - 1}{80} = \frac{9}{80}$$

$$\frac{11}{8} - \frac{7}{24} = \frac{33 - 7}{24} = \frac{26}{24} = \frac{13}{12} = 1 \frac{1}{12}$$

$$\frac{3}{7} - \frac{2}{49} = \frac{21 - 2}{49} = \frac{19}{49}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{121} - \frac{5}{11} = \dots$$

$$\text{MCD}_{(2, 121, 11)} = 242$$

$$\left. \begin{array}{ccc|c} 2 & 121 & 11 & 2 \\ 11 & 121 & 11 & 11 \\ 11 & 111 & 11 & 11 \\ & 111 & 5 & \end{array} \right\} 2 \cdot 11^2 = 242$$

$$\dots = \frac{363 - 4 - 110}{242} = \frac{249}{242} = 1 \frac{7}{242}$$

$$\frac{19}{36} - \frac{7}{80} - \frac{11}{90} = \dots$$

$$\text{MCD}_{(36, 80, 90)} = 720$$

36	80	90		2	} $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$
18	40	45		2	
9	20	45		2	
9	10	45		2	
9	5	45		3	
3	5	15		3	
1	5	5		5	
1	1	1		5	

$$\dots = \frac{380 - 63 - 88}{720} = \frac{229}{720}$$

## Resta de entero y quebrado

Se quita una unidad al entero, que se pone en forma de quebrado de igual denominador que el quebrado dado, y se restan ambos quebrados.

**Ejemplo: Simplificar**

$$75 - \frac{11}{126} = \frac{9450}{126} - \frac{11}{126} = \frac{9439}{126} = 74 \frac{115}{126}$$

$$15 - \frac{3}{8} = \frac{120}{8} - \frac{3}{8} = \frac{117}{8} = 14 \frac{5}{8}$$

$$75 - \frac{11}{126} = \frac{9450}{126} - \frac{11}{126} = \frac{9439}{126} = 74 \frac{115}{26}$$

$$15 - \frac{3}{8} = \frac{120}{8} - \frac{3}{8} = \frac{117}{8} = 14 \frac{5}{8}$$

$$93 - \frac{45}{83} = \frac{7719}{83} - \frac{45}{83} = \frac{7674}{83} = 92 \frac{38}{83}$$

$$30 - \frac{7}{24} = \frac{720}{24} - \frac{7}{24} = \frac{713}{24} = 29 \frac{17}{24}$$

## Resta de números mixtos

Se restan separadamente los enteros y los quebrados y a la resta de los enteros se añade la resta de los quebrados ó se reducen los mixtos a quebrados y se restan como quebrados.

**Ejemplo: Simplificar**

$$15 \frac{5}{8} - 10 \frac{7}{12} = \frac{125}{8} - \frac{127}{12} = \dots$$

$$\text{MCD}_{(8, 12)} = 24$$

$$\left. \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \\ 02 & 3 \end{array} \right\} 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$\dots = \frac{375 - 254}{24} = \frac{121}{24} = 5 \frac{1}{24}$$

$$9 \frac{2}{7} - 5 \frac{3}{4} = \frac{65}{7} - \frac{23}{4} = \dots$$

$$\text{MCD}_{(7, 4)} = 28$$

$$\left. \begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ 7 & 2 \\ 7 & 7 \\ 11 & 3 \end{array} \right\} 2^2 \cdot 7 = 28$$

$$\dots = \frac{260 - 161}{28} = \frac{99}{28} = 3 \frac{15}{28}$$



$$5 \frac{1}{6} - 3 \frac{1}{8} = \frac{31}{6} - \frac{25}{8} = \dots$$

$$\text{MCD}_{(6, 8)} = 24$$

$$\left. \begin{array}{r|l} 26 & 18 \\ 13 & 14 \\ 13 & 12 \\ 03 & 01 \\ 01 & 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 26 \\ 13 \\ 13 \\ 03 \\ 01 \end{array}} \right\} 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$\dots = \frac{124 - 75}{24} = \frac{49}{24} = 2 \frac{1}{24}$$

$$12 \frac{2}{3} - 7 \frac{1}{11} = \frac{38}{3} - \frac{78}{11} = \dots$$

$$\text{MCD}_{(3, 11)} = 33$$

$$\left. \begin{array}{r|l} 23 & 11 \\ 11 & 11 \\ 02 & 01 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \\ 11 \\ 3 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 23 \\ 11 \\ 02 \end{array}} \right\} 3 \cdot 11 = 33$$

$$\dots = \frac{418 - 234}{33} = \frac{184}{33} = 5 \frac{19}{33}$$

## Suma y resta combinada de quebrados

Se simplifican los quebrados dados si es posible. Se reducen al mínimo común denominador y se efectúan operaciones.

**Ejemplo: Simplificar**

$$\frac{14}{60} - \frac{1}{8} - \frac{16}{64} + \frac{15}{36} = \frac{7}{30} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \dots$$

$$\text{MCD}_{(30, 8, 4, 12)} = 120$$

$$\begin{array}{cccc|c} 30 & 28 & 24 & 12 & 2 \\ 15 & 24 & 12 & 16 & 2 \\ 15 & 22 & 31 & 13 & 2 \\ 15 & 21 & 31 & 13 & 3 \\ 15 & 21 & 31 & 11 & 5 \\ 1 & 3 & & & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cccc|c} 30 & 28 & 24 & 12 & 2 \\ 15 & 24 & 12 & 16 & 2 \\ 15 & 22 & 31 & 13 & 2 \\ 15 & 21 & 31 & 13 & 3 \\ 15 & 21 & 31 & 11 & 5 \\ 1 & 3 & & & \end{array}} \right\} 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

$$\dots = \frac{28 - 15 - 30 + 50}{120} = \frac{33}{120} = \frac{11}{40}$$

$$\frac{7}{12} + \frac{5}{9} - \frac{4}{24} = \frac{7}{12} + \frac{5}{9} - \frac{1}{6} = \dots$$

$$\text{MCD}_{(12, 9, 6)} = 108$$

$$\begin{array}{ccc|c} 12 & 49 & 6 & 2 \\ 16 & 49 & 3 & 2 \\ 13 & 49 & 3 & 3 \\ 11 & 49 & 1 & 3 \\ 11 & 43 & 1 & 3 \\ 11 & 41 & 1 & 3 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc|c} 12 & 49 & 6 & 2 \\ 16 & 49 & 3 & 2 \\ 13 & 49 & 3 & 3 \\ 11 & 49 & 1 & 3 \\ 11 & 43 & 1 & 3 \\ 11 & 41 & 1 & 3 \end{array}} \right\} 2^2 \cdot 3^3 = 108$$

$$\dots = \frac{63 + 60 - 18}{108} = \frac{105}{108} = \frac{35}{36}$$

$$\frac{11}{15} - \frac{7}{30} + \frac{3}{10} = \dots$$

$$\text{MCD}_{(15, 30, 10)} = 30$$

$$\left. \begin{array}{ccc|c} 15 & 30 & 10 & 2 \\ 15 & 15 & 15 & 3 \\ 15 & 15 & 15 & 5 \\ 11 & 11 & 11 & 5 \end{array} \right\} 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$\dots = \frac{22 - 7 + 9}{30} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{90} + \frac{4}{7} = \dots$$

$$\text{MCD}_{(6, 90, 7)} = 630$$

$$\left. \begin{array}{ccc|c} 6 & 90 & 7 & 2 \\ 3 & 45 & 7 & 3 \\ 1 & 15 & 7 & 3 \\ 11 & 15 & 7 & 5 \\ 11 & 11 & 7 & 7 \\ 11 & 11 & 1 & 7 \end{array} \right\} 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 630$$

$$\dots = \frac{525 - 7 + 360}{630} = \frac{878}{630} = \frac{439}{315} = 1 \frac{124}{315}$$