

附件 1：报告文档模板

一、 程序优化性说明

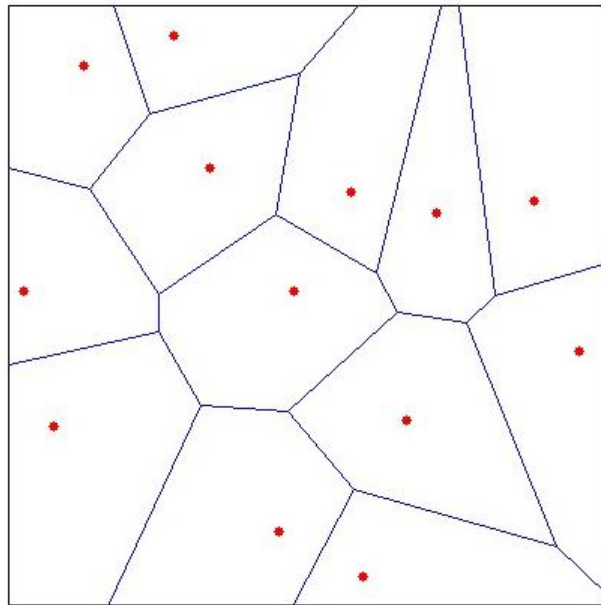
1. 用户交互界面说明（建议 200 字以内，给出主要用户交互界面图）
2. 程序运行过程说明（建议 200 字以内，给出程序运行过程截图）
3. 程序运行结果（给出程序运行结果）

二、 程序规范性说明

1. 程序功能与结构设计说明（建议 500 字以内）
2. 核心算法源码（给出主要算法的源码）

试题：泰森多边形计算与绘制

泰森（Thiessen）多边形，也称维诺图（Voronoi）,狄利克雷镶嵌（Dirichlet tessellation），由两邻点连线的垂直平分线组成的连续多边形构成。是一种基于点集的空间划分方法，广泛应用于地理信息系统、计算机图形学和计算几何等领域。给定一组点（种子点），泰森多边形将平面划分为多个区域，每个区域包含一个种子点，并且该区域内的所有点到该种子点的距离小于到其他种子点的距离。Delaunay 三角剖分是生成泰森多边形的基础，它通过最大化三角形的最小角来优化三角网的形状。



一、数据及格式

1. 数据输入

输入文件：考生需从一个 `data.txt` 文本文件中读取点集数据，文件格式如下：

```
X 坐标 Y 坐标
x1 y1
x2 y2
...
xn yn
```

其中，`x` 和 `y` 是点的坐标，以空格分隔。文件名为 `data.txt`，考生需要通过图形界面（如 Tkinter）弹出文件选择对话框选择该文件。

示例输入文件内容：

500.1 300.2

150.3 100.4

36.5 99.6

111.7 56.8

...

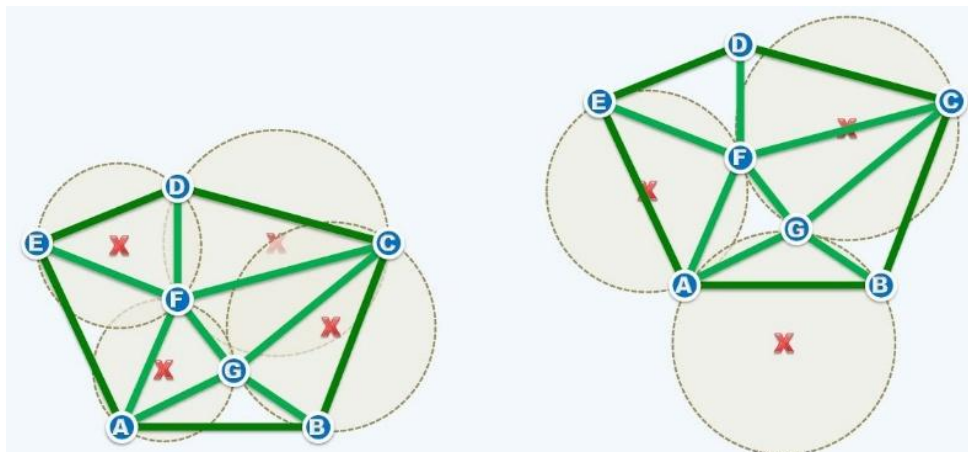
二、算法实现

（一）Delaunay 三角剖分

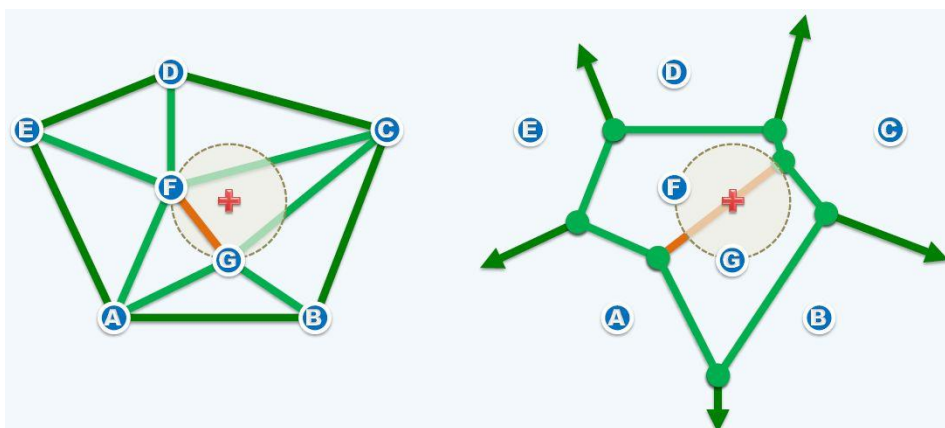
1. Delaunay 三角剖分定义和性质

给定一个平面点集 P ，Delaunay 三角剖分是一种将这些点连接成三角形的划分方式，满足以下性质：

（1）空圆性质：对于剖分中的每一个三角形，其外接圆的内部不包含点集 P 中的任何其他点。即每个三角形的外接圆中不包含除三角形顶点之外的其他点。

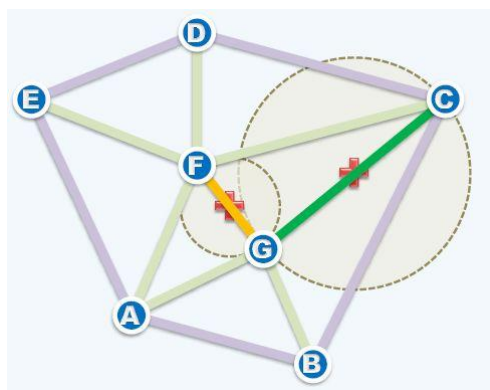


在 Delaunay 三角剖分中，每一条边都存在一个空圆以它为弦。



（2）最近邻性：任何一条连接于最近邻之间的边都会被 Delaunay 剖分采用(是 Delaunay

边), 因为存在一个以该边为直径的空圆, 如下图所示。



(3) **唯一性**: 若不存在四点共圆、共线的情况。不论从区域何处开始构建, 则 Delaunay 三角剖分是唯一的。

(4) **最大化最小角**: 在所有可能的三角剖分中, 即每个三角形的最小角在所有可能的三角剖分中是最大的。这意味着 Delaunay 三角剖分倾向于生成更接近等边三角形的三角形, 避免产生过于细长的三角形。

(5) **区域性**: 新增、删除、移动某一个顶点时只会影响临近的三角形。

(6) **凸包性质**: 三角网最外层的边界形成一个凸多边形的外壳, 简称凸包多边形。

2. 相关概念

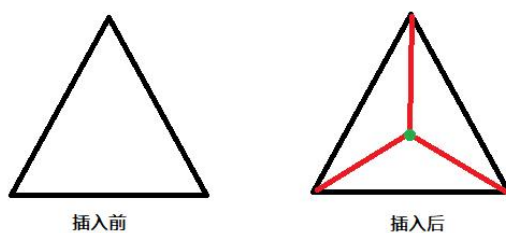
Delaunay 边: 如果两个点 p 和 q 之间存在一条边, 且存在一个圆通过 p 和 q , 并且该圆的内部不包含点集 P 中的其他点, 则称 p 和 q 之间的边为 Delaunay 边。

3. Bowyer-Watson 算法流程

Bowyer-Watson 算法是一种主流的 delaunay 剖分方法, 是逐点插入算法, 流程如下:

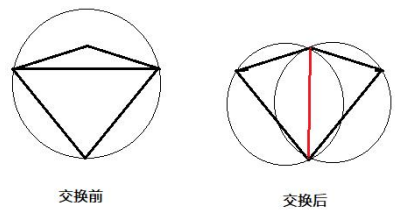
输入: 点集 V , 输出: Delaunay 三角剖分

- (1) 初始化一个包含所有点的矩形和一条对角线作为初始三角网络(在最后删除)。
- (2) 从点集 V 中选择点插入, 并分割插入点所在的三角形。



- (3) 检查相邻三角形是否满足 Delaunay 三角网格条件, 如果不满足则通过交换四边形

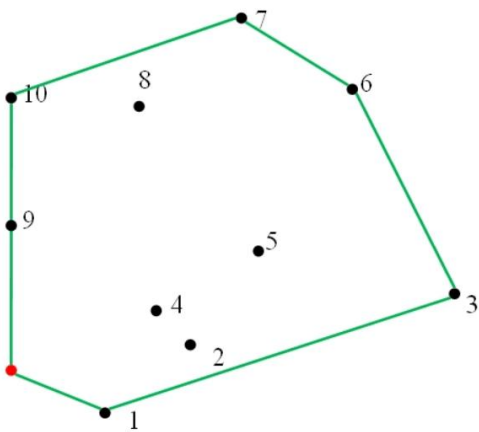
对角线完成插入。



- (4) 重复 2.3 直至点集 V 所有点插入，然后删除初始化矩形网格。
- (5) 计算基于输入点集合生成的三角网中的每个三角形的面积，并按照升序排序输出，并在表格填写，结果保留 3 位小数。

(二) 凸包计算 (Andrew's Monotone Chain 算法)

凸包 (Convex Hull) 是一个计算几何 (图形学) 中的概念。在一个实数向量空间 V 中，对于给定集合 X ，所有包含 X 的凸集的交集 S 被称为 X 的凸包。 X 的凸包可以用 X 内所有点 (X_1, \dots, X_n) 的凸组合来构造。



- 凸包计算流程如下：
- (1) 去重并排序
- 对输入点集去重，并按 x 坐标、 y 坐标升序排序。
- (2) 构建下凸包
- 初始化一个栈 **lower**，用于存储下凸包的点。
- 遍历排序后的点集，对于每个点 P ：
- a. 如果栈中至少有两个点，并且当前点 P 与栈顶的两个点构成“右转”（即叉积小于等于 0），则弹出栈顶点，直到当前点 P 与栈顶的两个点构成“左转”。
 - b. 将当前点 P 压入栈。
- (3) 构建上凸包

初始化一个栈 **upper**，用于存储上凸包的点。

从排序后的点集末尾开始，逆序遍历点集，对于每个点 **P**：

a. 如果栈中至少有两个点，并且当前点 **P** 与栈顶的两个点构成“右转”（即叉积小于等于 0），则弹出栈顶点，直到当前点 **P** 与栈顶的两个点构成“左转”。

b. 将当前点 **P** 压入栈。

（4）合并上下凸包

将 **lower** 和 **upper** 栈中的点合并，去掉重复的起始点和终点，得到完整的凸包。

（5）返回凸包点集

获得逆时针顺序的凸包点集。

（6）计算凸包面积并输出，并在表格填写，结果保留 3 位小数。

（三）泰森多边形（Voronoi 图）

Voronoi 图：Delaunay 三角剖分与 Voronoi 图是互为对偶的。Voronoi 图是将平面划分为若干个区域，每个区域包含点集 **P** 中的一个点，且该区域内的所有点到该点的距离小于到其他点的距离。Delaunay 三角剖分的顶点是 Voronoi 图的顶点，Delaunay 三角剖分的边与 Voronoi 图的边垂直相交。Voronoi 图构建流程如下：

（1）计算外接圆心：

对于每个 Delaunay 三角形，计算其外接圆心。外接圆心是三角形三个顶点的垂直平分线的交点。圆心坐标计算公式如下：

$$x_0 = \frac{D_x}{2A}, \quad y_0 = \frac{D_y}{2A}$$

其中 **A** 是三角形的面积：

$$A = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

D_x，**D_y** 分量分别是：

$$D_x = (x_1^2 + y_1^2)(y_2 - y_3) + (x_2^2 + y_2^2)(y_3 - y_1) + (x_3^2 + y_3^2)(y_1 - y_2)$$

$$D_y = (x_1^2 + y_1^2)(x_3 - x_2) + (x_2^2 + y_2^2)(x_1 - x_3) + (x_3^2 + y_3^2)(x_2 - x_1)$$

（2）构建泰森多边形：

对于每个种子点，找到与该点相关的所有 Delaunay 三角形，这些三角形的外接圆心构成该种子点的泰森多边形的顶点。

（3）排序顶点：

顶点初始顺序通常是随机的，因为它们是根据三角形的外接圆心直接生成的。为了正确绘制泰森多边形，需要确保这些顶点是按照一定的顺序排列的，通常是按照顺时针或逆时针方向，此处采用极角排序的方法：

极角是指从一个参考点（通常是多边形的中心点或某个固定点）出发，到每个顶点的向量与参考方向（通常是 x 轴正方向）之间的夹角。例如，对于点 (x,y)，其极角 θ 可以通过 $\theta = \arctan2(y,x)$ 计算得到。

将泰森多边形的顶点按照极角排序，以确保多边形的顶点顺序正确。

将所有顶点按照它们的极角从小到大排序。这样可以确保顶点是按照顺时针或逆时针方向排列的。如果极角相同，则可以按照距离参考点的远近进行排序，以确保唯一性。

(4) 统计内部封闭泰森多边形面积

前面计算凸包的作用是判断哪些点的 Voronoi 多边形是“封闭”的。位于凸包上的点，其 Voronoi 多边形在无边界情况下是开放的（无限大），不参与面积统计，只统计内部点的封闭泰森多边形面积，并将这些内部封闭泰森多边形面积升序排列输出，并填写在表格，结果保留 3 位小数。

三、人机交互界面设计与实现要求

- (1) 包括菜单、工具栏、数据等功能；
- (2) 要求功能正确、可正常运行，布局合理、直观美观、人性化。

四、计算报告的显示与保存

要求：

- (1) 将三角网、泰森多边形绘制结果在**用户界面中显示**；
- (2) 保存为 **“result.txt”**，结果保留 3 位小数；
- (3) 计算结果报告

根据读取的数据文件，编程完成相关算法，按照格式要求输出结果，结果保留 3 位小数，如下表所示。并将计算结果填写到“**考生客户端**”对应的“**程序正确性**”表格中。（已经填写的数据仅供参考）

序号	输出格式要求	说明
1	111.123	外包多边形（凸包）面积
2	111.123	Delaunay 三角形面积升序排列（1）

3	111.123	Delaunay 三角形面积升序排列 (2)
*
*	111.123	封闭泰森多边形面积升序排列 (1)
*	111.123	封闭泰森多边形面积升序排列 (2)
*	111.123	...

将上表结果，编程保存在“**result.txt**”文件中。文件格式如下：

外包多边形（凸包）面积：

111.123

Delaunay 三角形面积（升序）：

111.123

112.123...

封闭泰森多边形面积（升序）：

111.123

112.123

...