

一 GCD : 辗转相除法

没难度，主要是理解，后面你们可能会遇到稍难的题目，就是考察原理：

设 $\gcd(a+mb, b) = k$

$b = n_2 * k$

$a+mb = n_1 * k$

$a = (n_1 - m * n_2) * k$

接下来只需证明 n_2 和 $(n_1 - m * n_2)$ 没有公因子

假设有公因子 r

$n_2 = \text{num}_2 * r$

$(n_1 - m * n_2) = \text{num}_1 * r$

$n_1 - m * \text{num}_2 * r = \text{num}_1 * r$

$n_1 = (\text{num}_1 + m * \text{num}_2) * r$

n_1 和 n_2 有公因子, 与上面 $\gcd(a+mb, b) = k$ 矛盾, 所以 n_2 和 $(n_1 - m * n_2)$ 没有公因子.

综上: $\gcd(a+mb, b) = \gcd(a, b)$

```
1. int gcd(int a, int b)
2. {
3.     return b ? gcd(b, a % b) : a;
4. }
```

二 素数筛法：

做这类题目提前预估复杂度，看清数据范围；

普通求解素数时间复杂度： \sqrt{n}

```
for(int i = 2; i <= sqrt(n); i++) {
    if(n % i == 0) return false;
}
return true; //是素数
```

最简单的素筛证明就是，拿笔走一遍，很快你就发现就是利用小的数筛大的数；

//打表预处理，降低时间复杂度

//Max 最大 = $1e7$ 左右

`memset(a, 0, sizeof(a));`

`a[0] = a[1] = 1;` //真值非素数

```
for(int i=2; i * i <= max; i++) {
    if(!a[i]){
        for(int j = i + i; j <= max; j += i) //是 i 的倍数便不是素数
            a[j]=1;
    }
}
```

其他方法也可自学；

三 快速幂：

网上有很多证明过程，关键就是二分思想：

$\text{If}(b \% 2 == 0) a^b = [a^{(b/2)}]^2;$

$\text{If}(b \% 2 == 1) a^b = a * [a^{(b/2)}]^2;$ //由于 b 是奇数， $5/2 = 2;$

理解了这个，套进模板手动画画就应该理解了

//mod 是取模值，这里是同余定理的应用

```
LL q_mod(LL a, LL b, LL mod) {
    LL ans = 1;
    while(b) {
        if(b&1) ans = ans * a % mod; //表示指数是奇数
        a = ((a % mod) * (a % mod)) % mod; //有可能 a * a 爆掉 long long
        b >>= 1; //b /= 2;
    }
    return ans;
}
```

四 同余定理：

$(a * c) \% b = ((a \% b) * (c \% b)) \% b;$

$(a + c) \% b = ((a \% b) + (c \% b)) \% b;$

$(a - c) \% b = ((a \% b) - (c \% b) + b) \% b;$ //思考为什么 $+b$

除法不适用；

以上是模板及原理，不足的地方你们可以学习其他的，切记理解学习；