

控制系統 HW4

106010006 電機 21 黃詩瑜

1.

首先自訂了 matrix A 和 B 的值，將題目要求的 3 種 matrix C 設為 C1/C2/C3，matrix D 則為 0。

```
A = 4x4
    0    1.0000    0    0
    0    0    -0.0490    0
    0    0    0    1.0000
    0    0    19.6000    0

B = 4x1
    0
    0.5000
    0
   -1.0000

C1 = 1x4
    0    0    1    0

C2 = 1x4
    0    0    1    1

C3 = 1x4
    0    1    1    1

D = 0
```

A/B/C/D 4 個 matrix 為 time domain state space equation，經過 ss2tf 函數得到 num 和 den，再轉換成 s domain 的 transfer function

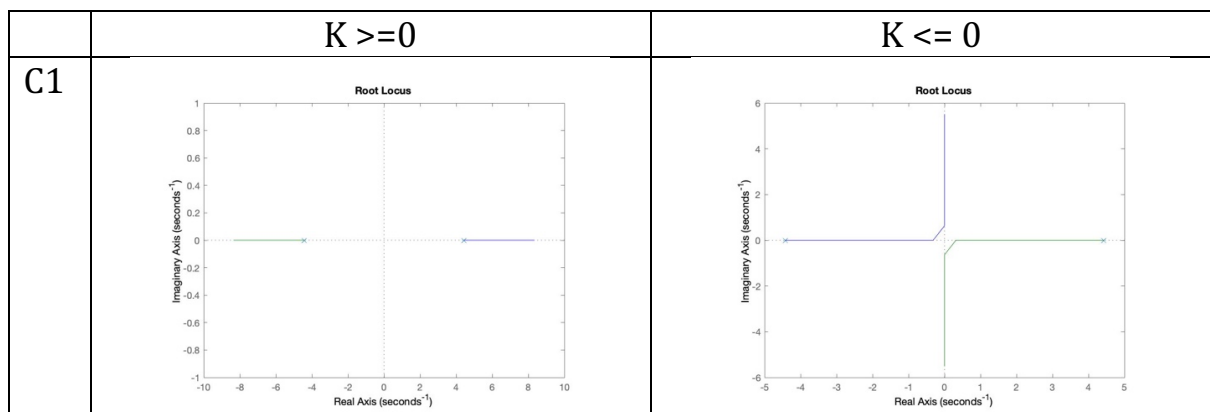
```
sys_g1 =
          -s^2
      -----
      s^4 - 19.6 s^2

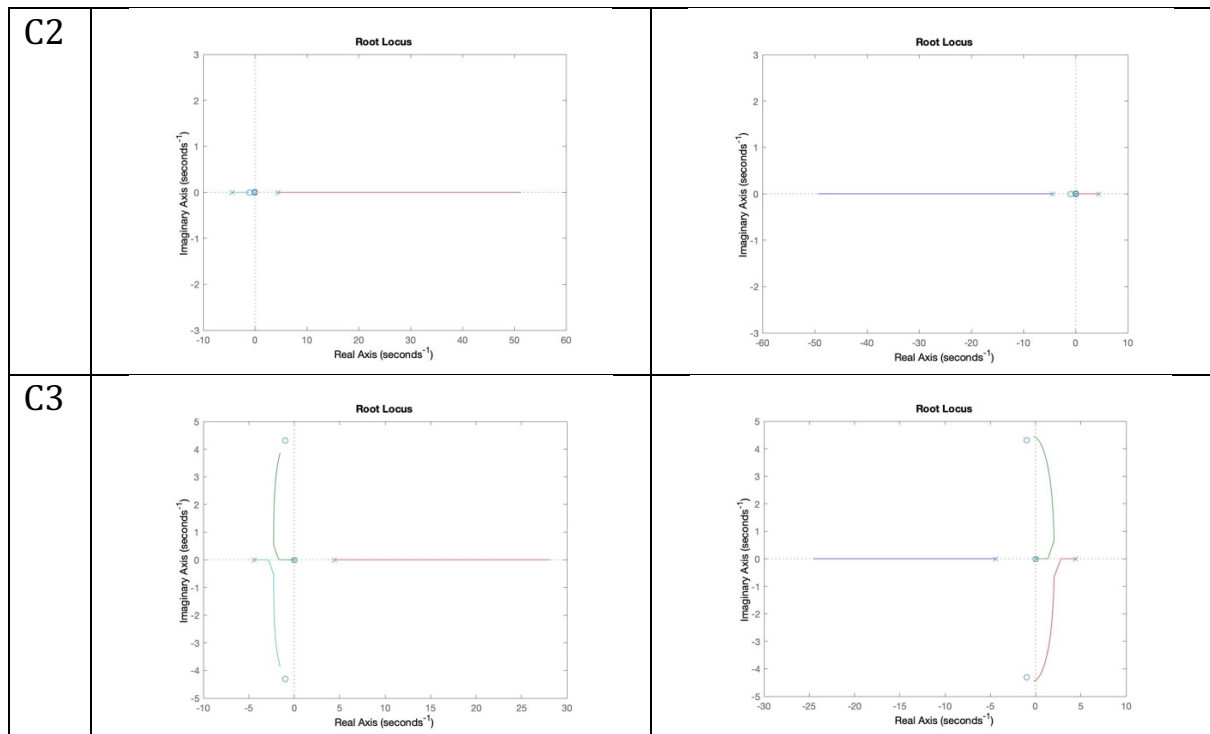
num1 = 1x5
    0    0    -1.0000    0    0
den1 = 1x5
    1.0000    0    -19.6000    0    0
Continuous-time transfer function.
sys_g2 =
      -s^3 - s^2 - 4.041e-16 s - 3.929e-16
      -----
      s^4 - 19.6 s^2

num2 = 1x5
    0    -1.0000    -1.0000    -0.0000    -0.0000
den2 = 1x5
    1.0000    0    -19.6000    0    0
Continuous-time transfer function.
sys_g3 =
      -0.5 s^3 - s^2 - 9.751 s - 2.767e-18
      -----
      s^4 - 19.6 s^2

num3 = 1x5
    0    -0.5000    -1.0000    -9.751    -0.0000
den3 = 1x5
    1.0000    0    -19.6000    0    0
```

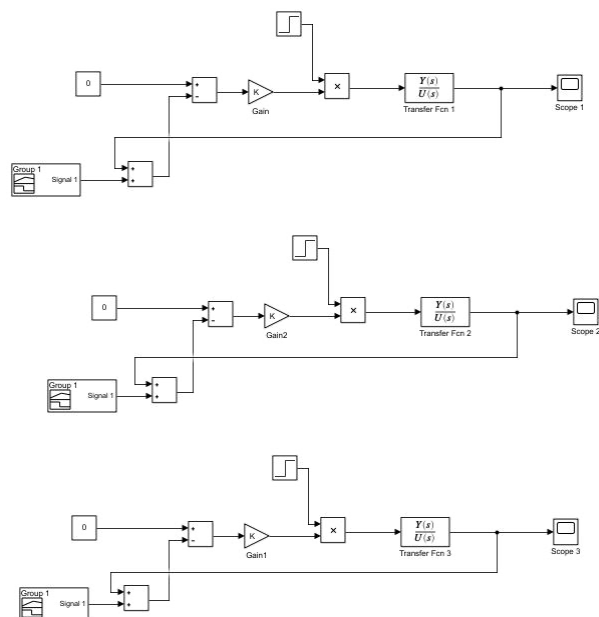
要選擇 K 值使 system 為 stable，我利用 rlocus fun.畫出 K 為負值與正值的區間內的 root locus 圖





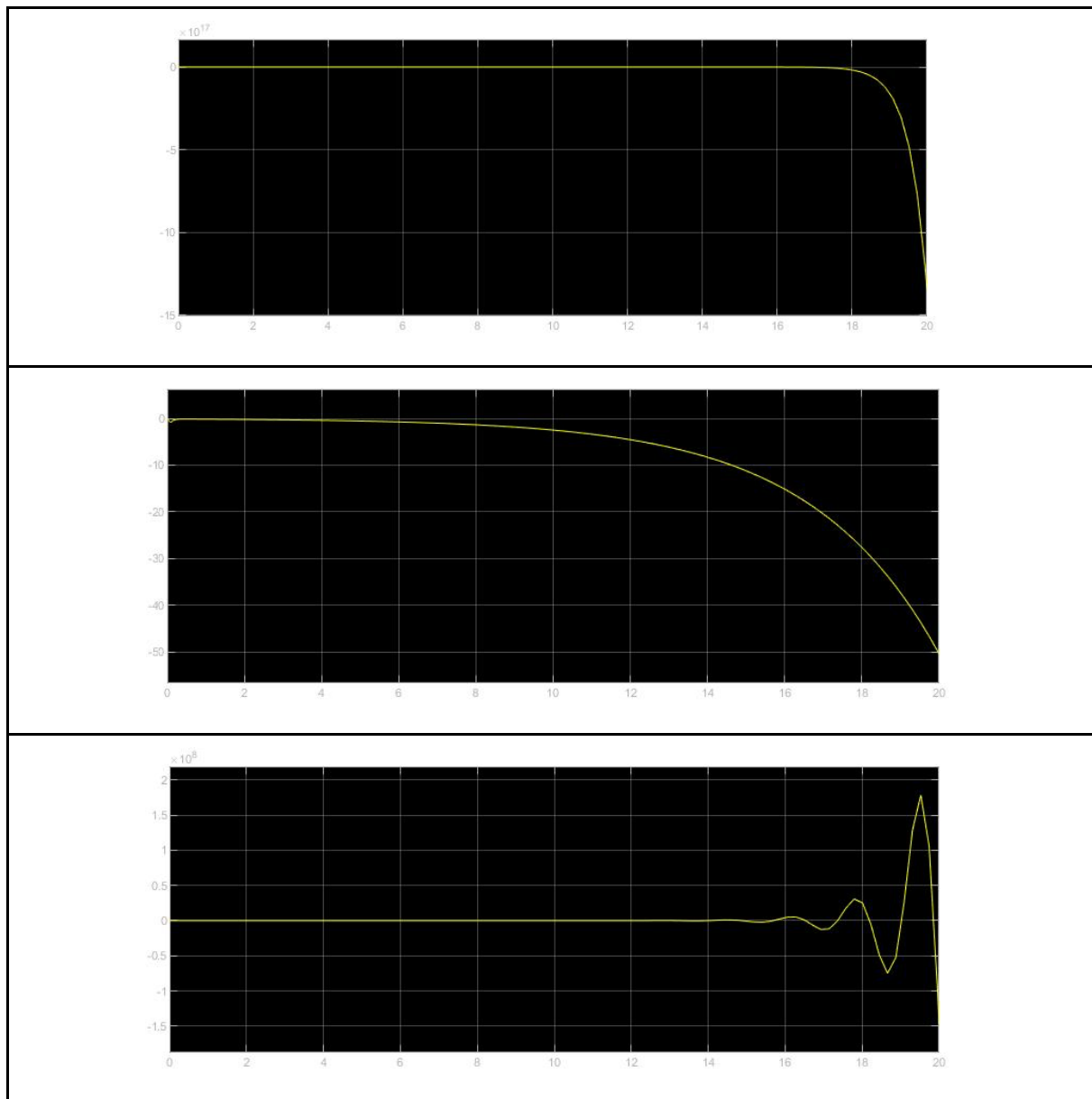
發現對於 c_1 ，roots 會出現在虛數軸上或是右半平面，所以只有 not stable 與 marginally stable，而 c_2/c_3 可以有 roots 都在左半平面的情況，也就是 stable。

當 $K < -20$ ， c_1 可以為 marginally stable， c_2 為 stable，而對於 c_3 當 $K < -40$ 可以為 stable，因此我選擇了 3 種 K 值，分別為 -15/-30/-50 去做接下來的分析，首先是 simulink



以下為 K 值為 -15，經過 simulink 後的 output waveform:

$K = -15$



可看出對應 3 種 C，output 波形都發散，皆為 not stable，因此我分析整個 system 的 pole 位置，若有 pole 在右半平面則 system 為 not stable。

當 K 為-15 且 C 為 C1 時，system 的 transfer fun.為 sys_total1，經過 minreal fun.抵銷相近的 pole 和 zero 後，transfer fun.為 sys_total11

```

sys_total1 =
      15 s^2
      -----
      s^4 - 4.6 s^2

Continuous-time transfer function.
sys_total11 =
      15
      -----
      s^2 - 4.441e-16 s - 4.6

Continuous-time transfer function.
root1 = 2x1
      2.1448
     -2.1448

```

查詢此時的 pole，發現有 1 個 pole 在右半平面，因此 fun.為 not stable，波型發散。

當 K 為-15 且 C 為 C2 時，system 的 tranfer fun.為 sys_total2，經過 minreal fun.抵銷相近的 pole 和 zero 後，transfer fun.為 sys_total21

```

sys_total2 =
      15 s^3 + 15 s^2 + 6.062e-15 s + 5.894e-15
      -----
      s^4 + 15 s^3 - 4.6 s^2 + 6.062e-15 s + 5.894e-15

Continuous-time transfer function.
sys_total21 =
      15 s^3 + 15 s^2 + 6.062e-15 s + 5.894e-15
      -----
      s^4 + 15 s^3 - 4.6 s^2 + 6.062e-15 s + 5.894e-15

Continuous-time transfer function.
root2 = 4x1
     -15.3006
      0.3006
     -0.0000
      0.0000

```

查詢此時的 pole，發現有 1 個 pole 在右半平面，因此 fun.為 not stable，波型發散。

當 K 為-15 且 C 為 C3 時，system 的 tranfer fun.為 sys_total3，經過 minreal fun.抵銷相近的 pole 和 zero 後，transfer fun.為 sys_total31

```

sys_total3 =
      7.5 s^3 + 15 s^2 + 146.3 s + 4.151e-17
      -----
      s^4 + 7.5 s^3 - 4.6 s^2 + 146.3 s + 4.151e-17

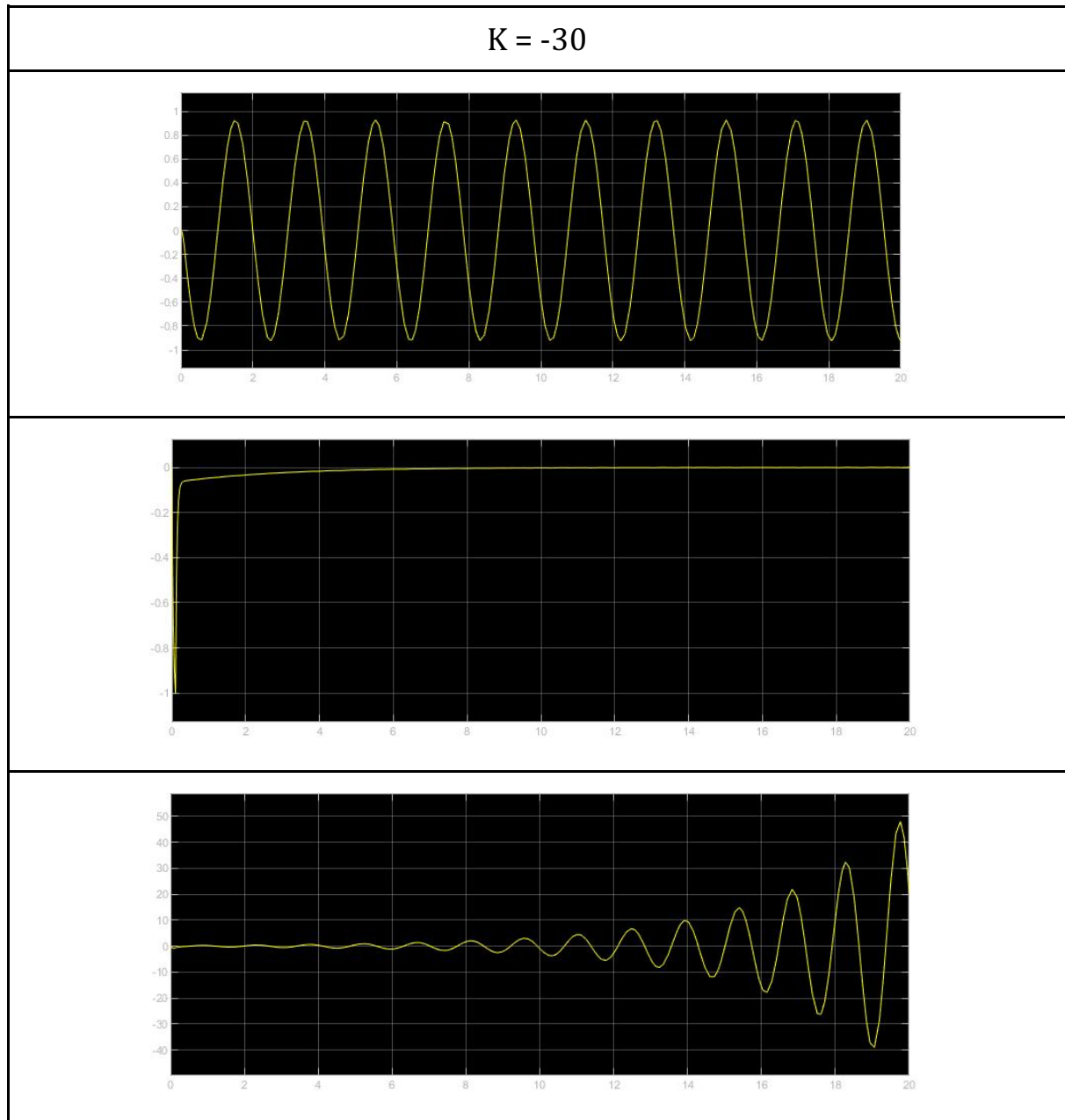
Continuous-time transfer function.
sys_total31 =
      7.5 s^2 + 15 s + 146.3
      -----
      s^3 + 7.5 s^2 - 4.6 s + 146.3

Continuous-time transfer function.
root3 = 3x1 complex
     -9.5756 + 0.0000i
      1.0378 + 3.7680i
      1.0378 - 3.7680i

```

查詢此時的 pole，發現有 2 個 pole 在右半平面，因此 fun.為 not stable，波型發散。

以下為 K 值為-30 的 simulink output:



當 K 為-30 且 C 為 C1 時，system 的 transfer fun.為 sys_total1，經過 minreal fun.抵銷相近的 pole 和 zero 後，transfer fun.為 sys_total11

```

sys_total1 =

      30 s^2
      -----
      s^4 + 10.4 s^2

Continuous-time transfer function.
sys_total11 =

      30
      -----
      s^2 + 10.4

Continuous-time transfer function.
root1 = 2x1 complex
      0.0000 + 3.2249i
      0.0000 - 3.2249i

```

查詢此時的 pole，發現有 1 對 pole 在虛數軸上，為 marginally stable。

當 K 為-30 且 C 為 C2 時，system 的 tranfer fun.為 sys_total2，經過 minreal fun.抵銷相近的 pole 和 zero 後，transfer fun.為 sys_total21

```

sys_total2 =

      30 s^3 + 30 s^2 + 1.212e-14 s + 1.179e-14
      -----
      s^4 + 30 s^3 + 10.4 s^2 + 1.212e-14 s + 1.179e-14

Continuous-time transfer function.
sys_total21 =

      30 s + 30
      -----
      s^2 + 30 s + 10.4

Continuous-time transfer function.
root2 = 2x1
      -29.6492
      -0.3508

```

查詢此時的 pole，發現 pole 皆小於 0，為 stable。

當 K 為-30 且 C 為 C3 時，system 的 tranfer fun.為 sys_total3，經過 minreal fun.抵銷相近的 pole 和 zero 後，transfer fun.為 sys_total31

```

sys_total3 =

      15 s^3 + 30 s^2 + 292.5 s + 8.302e-17
      -----
      s^4 + 15 s^3 + 10.4 s^2 + 292.5 s + 8.302e-17

Continuous-time transfer function.
sys_total31 =

      15 s^2 + 30 s + 292.5
      -----
      s^3 + 15 s^2 + 10.4 s + 292.5

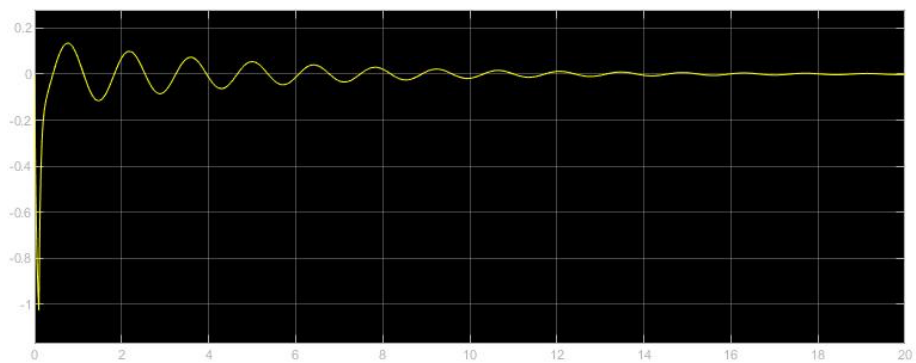
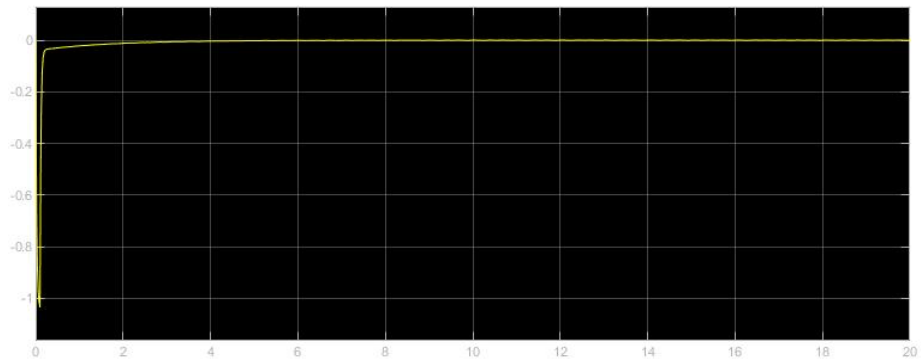
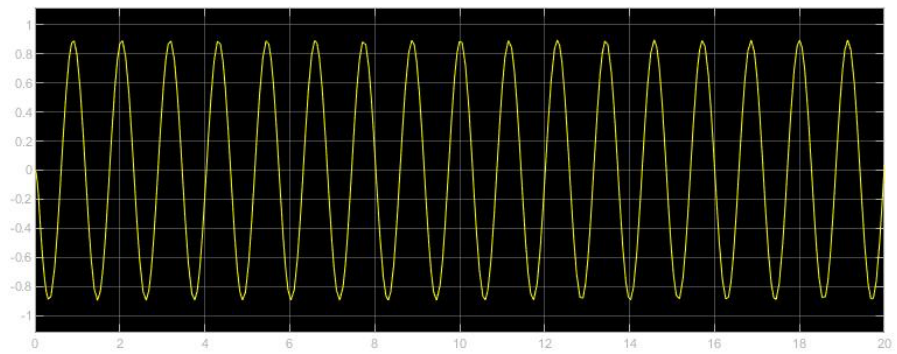
Continuous-time transfer function.
root3 = 3x1 complex
      -15.5419 + 0.0000i
      0.2709 + 4.3300i
      0.2709 - 4.3300i

```

查詢此時的 pole，發現有 2 個 pole 在右半平面，因此 fun.為 not stable，波型發散。

以下為 K 值為-50 的 simulink output:

$K = -50$



當 K 為-50 且 C 為 $C1$ 時，system 的 transfer fun.為 sys_total1 ，經過 minreal fun.抵銷相近的 pole 和 zero 後，transfer fun.為 $sys_total11$

```

sys_total1 =

      50 s^2
      -----
      s^4 + 30.4 s^2

Continuous-time transfer function.
sys_total11 =

      50
      -----
      s^2 + 30.4

Continuous-time transfer function.
root1 = 2x1 complex
      0.0000 + 5.5136i
      0.0000 - 5.5136i

```

查詢此時的 pole，發現有 1 對 pole 在虛數軸上，為 marginally stable。

當 K 為-50 且 C 為 C2 時，system 的 tranfer fun.為 sys_total2，經過 minreal fun.抵銷相近的 pole 和 zero 後，transfer fun.為 sys_total21

```

sys_total2 =

      50 s^3 + 50 s^2 + 2.021e-14 s + 1.965e-14
      -----
      s^4 + 50 s^3 + 30.4 s^2 + 2.021e-14 s + 1.965e-14

Continuous-time transfer function.
sys_total21 =

      50 s + 50
      -----
      s^2 + 50 s + 30.4

Continuous-time transfer function.
root2 = 2x1
      -49.3844
      -0.6156

```

查詢此時的 pole，發現 pole 皆小於 0，為 stable。

當 K 為-50 且 C 為 C3 時，system 的 tranfer fun.為 sys_total3，經過 minreal fun.抵銷相近的 pole 和 zero 後，transfer fun.為 sys_total31

```

sys_total3 =

      25 s^3 + 50 s^2 + 487.6 s + 1.384e-16
      -----
      s^4 + 25 s^3 + 30.4 s^2 + 487.6 s + 1.384e-16

Continuous-time transfer function.
sys_total31 =

      25 s^2 + 50 s + 487.6
      -----
      s^3 + 25 s^2 + 30.4 s + 487.6

Continuous-time transfer function.
root3 = 3x1 complex
      -24.5703 + 0.0000i
      -0.2148 + 4.4494i
      -0.2148 - 4.4494i

```

查詢此時的 pole，發現 pole 皆小於 0，因此 fun.為 stable。

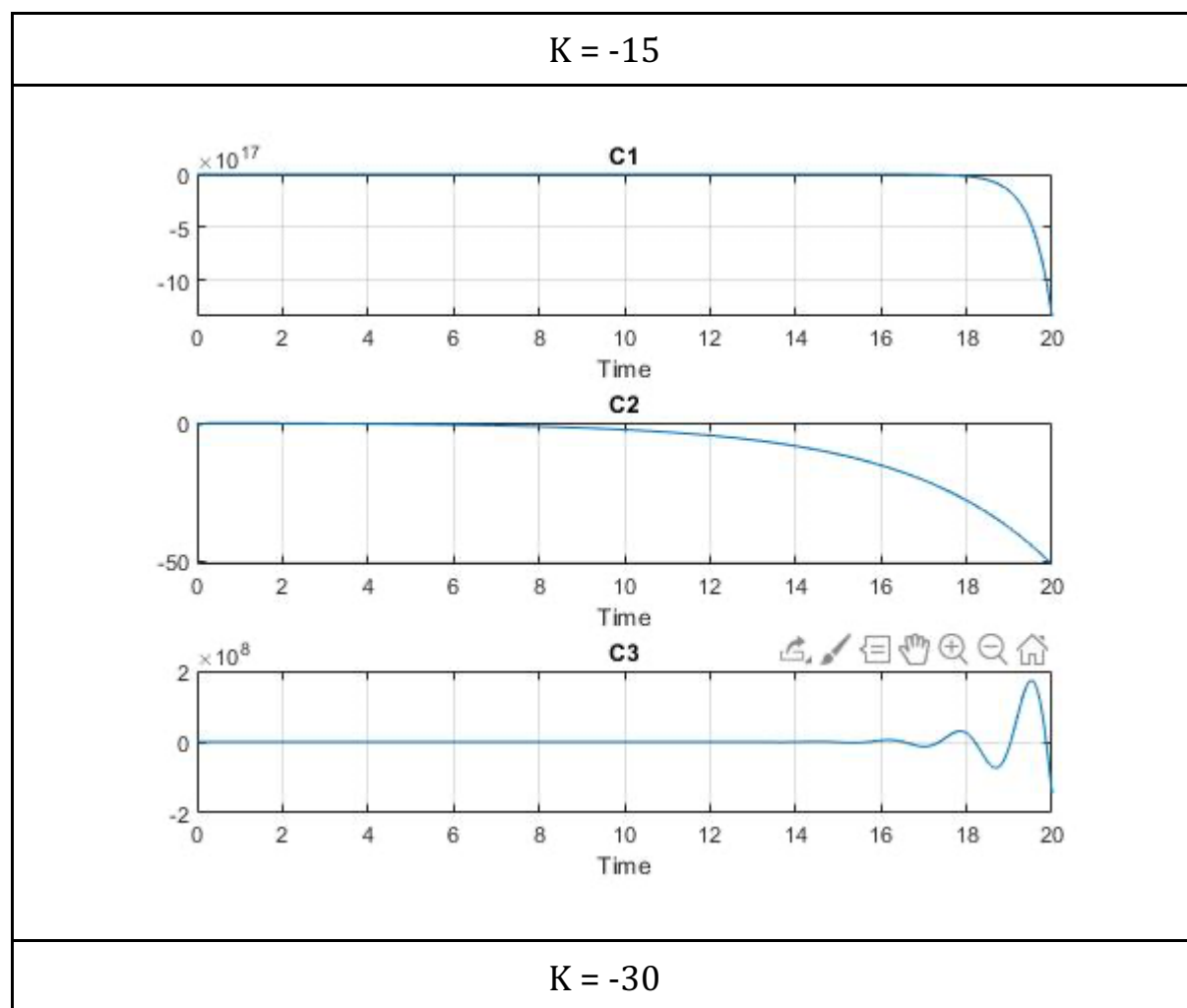
2.

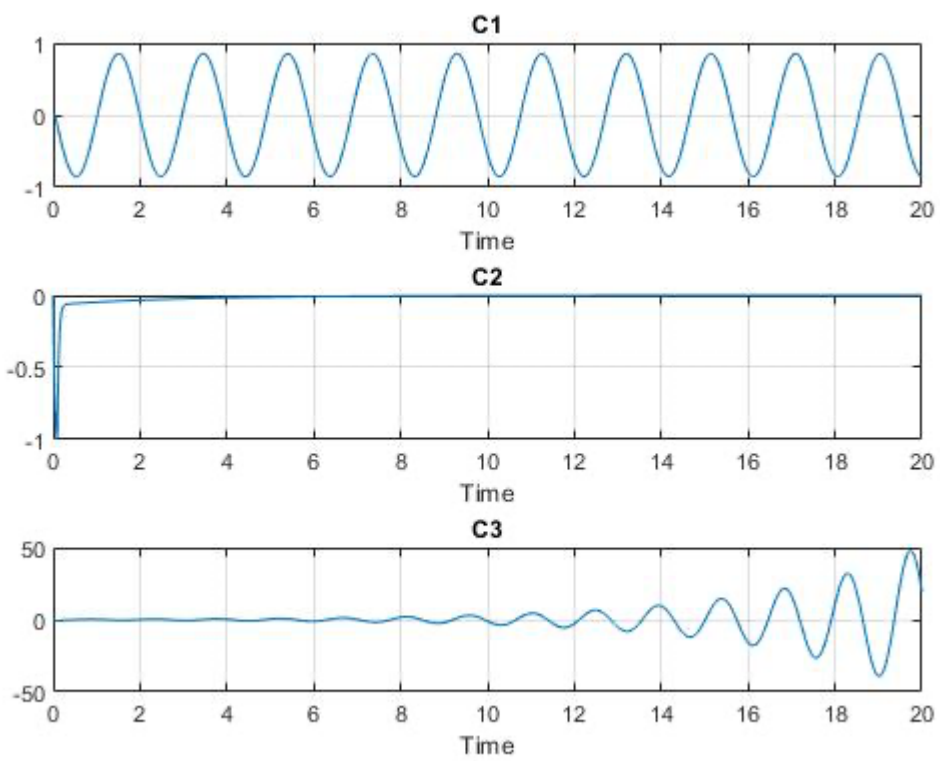
利用 ode45 繪製 output，根據 matlab 解釋

$[t,y] = \text{ode45}(\text{odefun}, \text{tspan}, y_0)$, where $\text{tspan} = [t_0 \text{ } t_f]$, integrates the system of differential equations $y' = f(t,y)$ from t_0 to t_f with initial conditions y_0 .

Each row in the solution array y corresponds to a value returned in column vector t .

為了配合第一小題， tspan 設為 $0 \sim 20$ ，畫出的 waveform 皆與第一小題一致。





$K = -50$

