

1.  
(a)

$$C_{in} = 3.78 \times 10^{-15} (F)$$

$$F = GBH$$

$$G = 1, B = 1, H = \frac{10 \times 10^{-12}}{3.78 \times 10^{-15}} = 2645.5 = F$$

$$\log_4 F = \log_4 2645.5 \cong 5.7$$

$$D = NF^{\frac{1}{N}} + P$$

$$N = 5, D = 5 \times (2645.5)^{\frac{1}{5}} + 5 = 29.18$$

$$N = 7, D = 7 \times (2645.5)^{\frac{1}{7}} + 7 = 28.57$$

$$N = 9, D = 9 \times (2645.5)^{\frac{1}{9}} + 9 = 30.60$$

取 N=7, delay 最小, 為了讓整體 delay 減少, 每一級所要推的負擔要差不多

$$\hat{f} = F^{\frac{1}{7}} = 3.0826$$

7<sup>th</sup> inverter

$$C_{in} = \frac{10p}{3.0826} = 3.244 \times 10^{-12}, \frac{3.244 \times 10^{-12}}{3.78 \times 10^{-15}} = 0.8582 \times 10^3 \Rightarrow m = 858$$

6<sup>th</sup> inverter

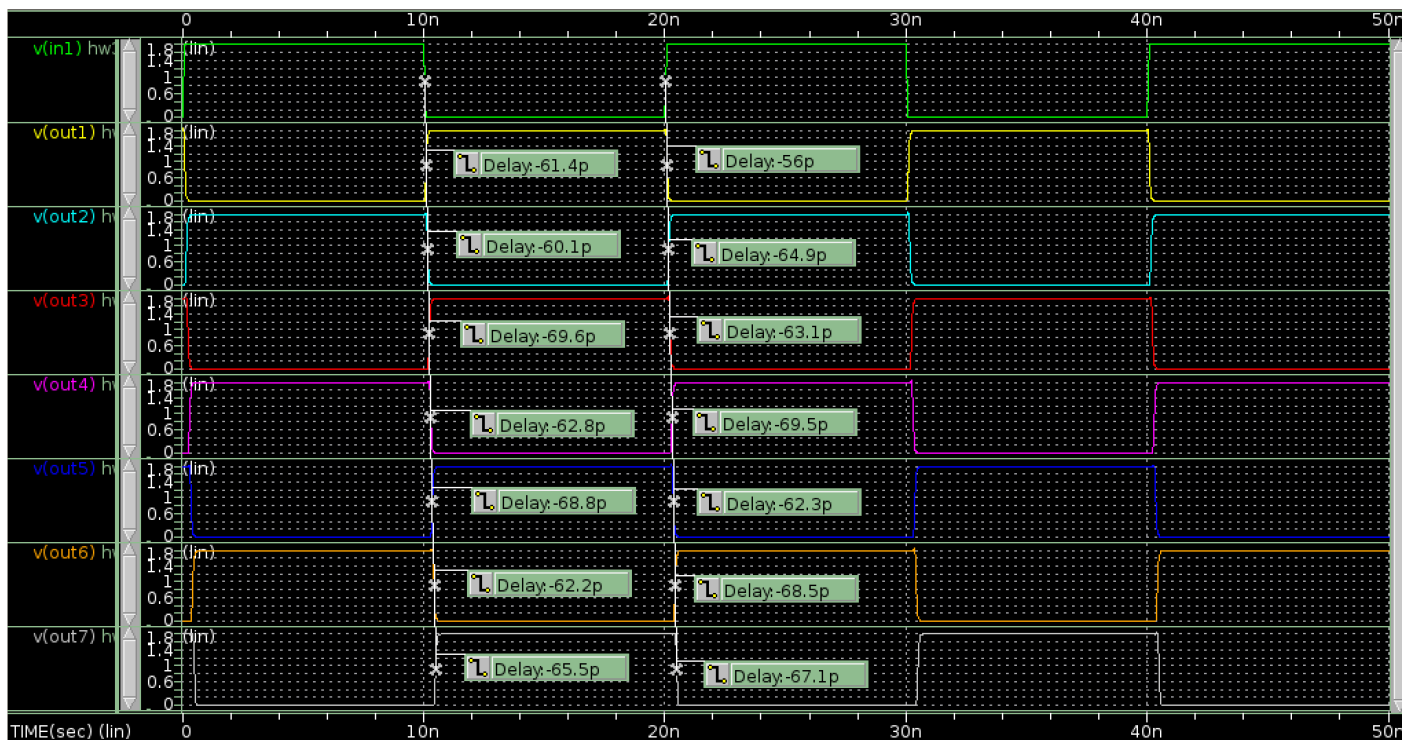
$$C_{in} = \frac{3.244 \times 10^{-12}}{3.0826} = 1.0523 \times 10^{-12}, \frac{1.0523 \times 10^{-12}}{3.78 \times 10^{-15}} = 0.2783 \times 10^3 \Rightarrow m = 278$$

剩下的一樣的推導方式

$$5^{\text{th}} m=90, 4^{\text{th}} m=29, 3^{\text{th}} m=9, 2^{\text{th}} m=3$$

每一級大約都推 3 倍的自己, 整體 delay 最小

(b)



X 軸：time(sec) Y 軸：每一級 inverter 的 output(V)

(c)

$$P = CV^2f = 1.8^2 \times 50M \times \{[(1 + 3 + 9 + 29 + 90 + 278 + 858) \times 3.78 \times 10^{-15}] + 10^{-11}\} \\ = 2.396 \times 10^{-3} (W)$$

(d)

```
***** transient analysis tnom= 25.000 temp= 25.000 *****
pow= 3.3749m from= 1.0000n to= 21.0000n
```

量測的 power =  $3.3749 \times 10^{-3} W$ ，比手算結果還大，原因是手算沒有算到充放電的過程中可能會產生的一些導線寄生電容等，也只有計算到 dynamic power，沒有加上 static power，當 input 改變的過程中，會有 pmos 和 nmos 同時開通的情況，會有電流從 Vdd 流到 ground，因此手算出來的值比較小。

2.

(a)

$$F = GBH$$

$$G = 1, B = 1, H = \frac{200 \times 10^{-12}}{3.78 \times 10^{-15}} = 52910.05 = F$$

N=1

$$P = (3.78 \times 10^{-15} + 200p) \times 1.8^2 \times 50M = 3.24 \times 10^{-2} (W)$$

N=2

2<sup>th</sup> inverter

$$C_{in} = \frac{200p}{52910.05^{\frac{1}{2}}} = 8.694 \times 10^{-13} , \frac{8.694 \times 10^{-13}}{3.78 \times 10^{-15}} = 230.02 \Rightarrow m = 230$$

$$P = 1.8^2 \times 50MX[(1 + 230) \times 3.78 \times 10^{-15} + 200p] = 3.254 \times 10^{-2}(W)$$

N=3

$$\hat{f} = F^{\frac{1}{3}} = 37.541$$

3<sup>th</sup> inverter

$$C_{in} = \frac{200p}{37.541} = 5.3274 \times 10^{-12} , \frac{8.694 \times 10^{-12}}{3.78 \times 10^{-15}} = 1409.371 \Rightarrow m = 1408$$

2<sup>th</sup> inverter

$$C_{in} = \frac{5.3274 \times 10^{-12}}{37.541} = 1.419 \times 10^{-13} , \frac{1.419 \times 10^{-13}}{3.78 \times 10^{-15}} = 37.53 \Rightarrow m = 38$$

$$P = 1.8^2 \times 50MX[(1 + 38 + 1408) \times 3.78 \times 10^{-15} + 200p] = 3.328 \times 10^{-2}(W)$$

N=4

$$\hat{f} = F^{\frac{1}{4}} = 15.1664$$

4<sup>th</sup> inverter

$$C_{in} = \frac{200p}{15.1664} = 13.187 \times 10^{-12} , \frac{13.187 \times 10^{-12}}{3.78 \times 10^{-15}} = 3488.6 \Rightarrow m = 3488$$

3<sup>th</sup> inverter

$$C_{in} = \frac{13.187 \times 10^{-12}}{15.1664} = 0.86948 \times 10^{-12} , \frac{0.86948 \times 10^{-12}}{3.78 \times 10^{-15}} = 230 \Rightarrow m = 230$$

2<sup>th</sup> inverter

$$C_{in} = \frac{0.86948 \times 10^{-12}}{15.1664} = 0.057329 \times 10^{-12} , \frac{0.057329 \times 10^{-12}}{3.78 \times 10^{-15}} = 15.1 \Rightarrow m = 15$$

$$P = 1.8^2 \times 50MX[(1 + 15 + 230 + 3488) \times 3.78 \times 10^{-15} + 200p] = 3.468 \times 10^{-2}(W)$$

剩下的一樣的推導方式

N=5

inverter	5 <sup>th</sup>	4 <sup>th</sup>	3th	2th
m	6009	682	77	8

$$P = 1.8^2 X 50MX[(1 + 8 + 77 + 682 + 6009)X3.78X10^{-15} + 200p] = 3.654X10^{-2}(W)$$

N=6

inverter	6 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	4 <sup>th</sup>	3th	2th
m	8635	1409	230	37	6

$$P = 1.8^2 X 50MX[(1 + 6 + 37 + 230 + 1409 + 8635)X3.78X10^{-15} + 200p] = 3.855X10^{-2}(W)$$

N=7

inverter	7 <sup>th</sup>	6 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	4 <sup>th</sup>	3th	2th
m	11187	2365	500	105	22	4

$$P = 1.8^2 X 50MX[(1 + 4 + 22 + 105 + 500 + 2365 + 11187)X3.78X10^{-15} + 200p] = 4.108X10^{-2}(W)$$

N=8

inverter	8 <sup>th</sup>	7 <sup>th</sup>	6 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	4 <sup>th</sup>	3th	2th
m	13586	3488	895	230	59	15	4

$$P = 1.8^2 X 50MX[(1 + 4 + 15 + 59 + 230 + 895 + 3488 + 13586)X3.78X10^{-15} + 200p] \\ = 4.359X10^{-2}(W)$$

N=9

inverter	9 <sup>th</sup>	8 <sup>th</sup>	7 <sup>th</sup>	6 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	4 <sup>th</sup>	3th	2th
m	15801	4719	1409	420	125	37	11	3

$$P = 1.8^2 X 50MX[(1 + 3 + 11 + 37 + 125 + 420 + 1409 + 4719 + 15801)X3.78X10^{-15} + 200p] \\ = 4.619X10^{-2}(W)$$

N=10

inverter	10 <sup>th</sup>	9 <sup>th</sup>	8 <sup>th</sup>	7 <sup>th</sup>	6 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	4 <sup>th</sup>	3th	2th
m	17831	6009	2025	682	230	77	26	8	3

$$P = 1.8^2 X 50MX[(1 + 3 + 8 + 26 + 77 + 230 + 682 + 2025 + 6009 + 17831)X3.78X10^{-15} + 200p] \\ = 4.888X10^{-2}(W)$$

(b)

$$N = 1 \text{ , } D = 52910.05 + 1 = 52911.05$$

$$N = 2 \text{ , } D = 2X(52910.05)^{\frac{1}{2}} + 2 = 462.044$$

$$N = 3 \text{ , } D = 3X(52910.05)^{\frac{1}{3}} + 3 = 115.625$$

$$N = 4 \text{ , } D = 4X(52910.05)^{\frac{1}{4}} + 4 = 64.666$$

$$N = 5 \text{ , } D = 5X(52910.05)^{\frac{1}{5}} + 5 = 49.023$$

$$N = 6 \text{ , } D = 6X(52910.05)^{\frac{1}{6}} + 6 = 42.763$$

$$N = 7 \text{ , } D = 7X(52910.05)^{\frac{1}{7}} + 7 = 40.105$$

$$N = 8 \text{ , } D = 8X(52910.05)^{\frac{1}{8}} + 8 = 39.15532$$

$$N = 9 \text{ , } D = 9X(52910.05)^{\frac{1}{9}} + 9 = 39.13561$$

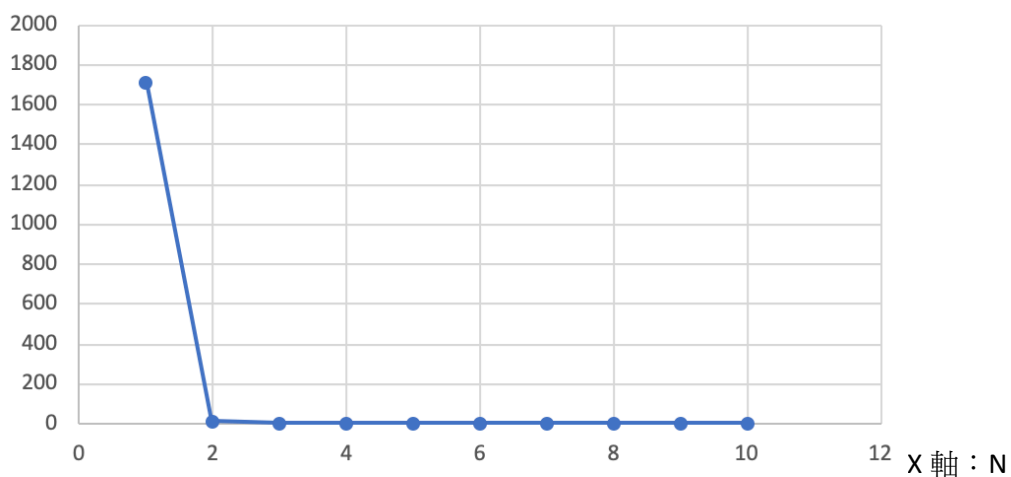
$$N = 10 \text{ , } D = 10X(52910.05)^{\frac{1}{10}} + 10 = 39.67247$$

(c)

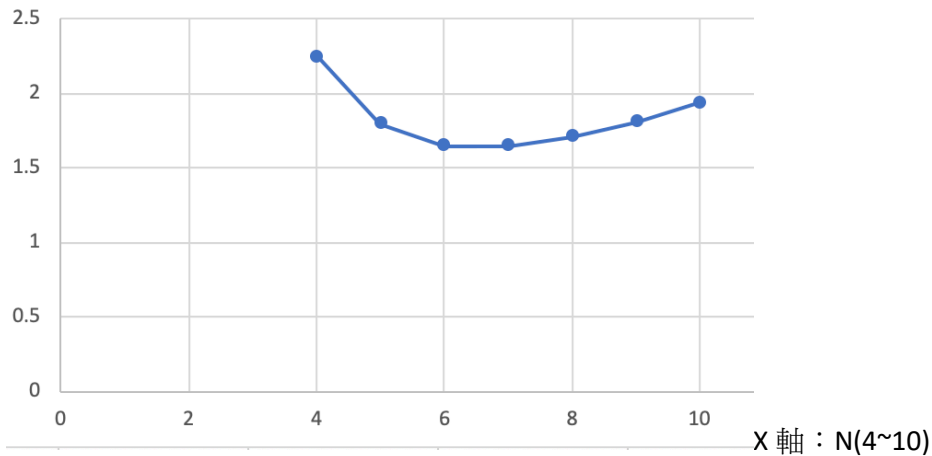
N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Power(w)	0.0324	0.03254	0.03328	0.03468	0.03654	0.03855	0.04108	0.04359	0.04619	0.04888
delay	52911.05	462.044	115.625	64.666	49.023	42.763	40.105	39.15532	39.13561	39.67247

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
power * delay	1714.318	15.0349	3.8479	2.2426	1.7912	1.6485	1.6475	1.7067	1.8076	1.9391

Y 軸：power consumption \* propagation delay

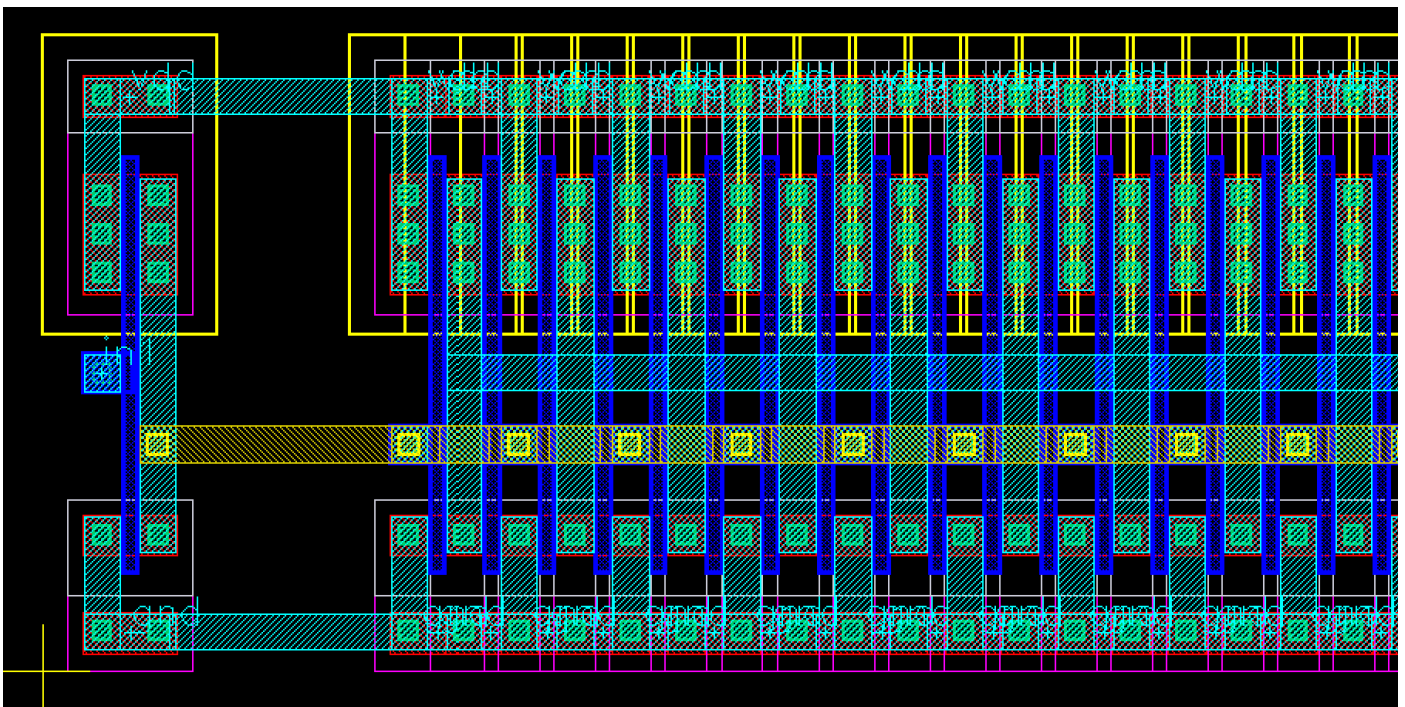
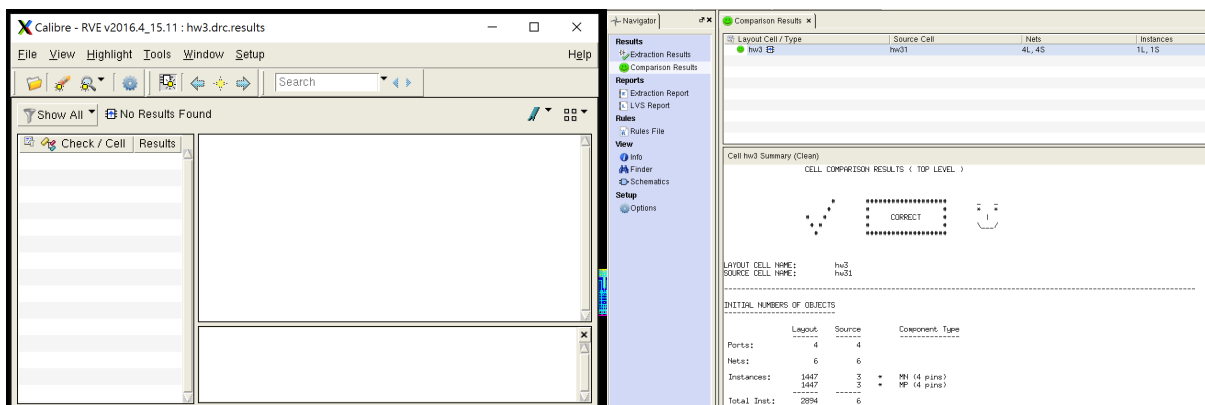


Y 軸：power consumption \* propagation delay



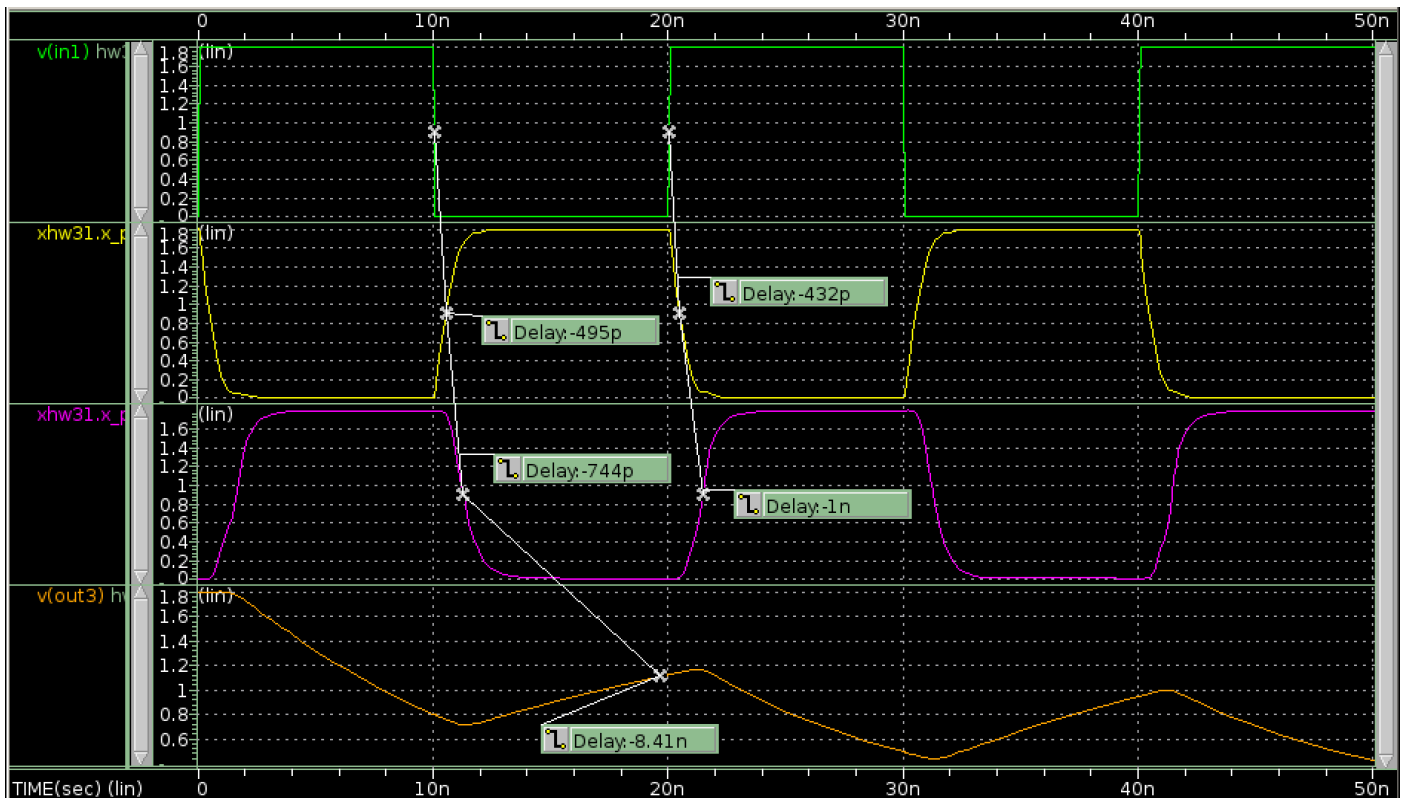
當 N 為 7 時，power-delay product 是最小的，比 the number of stages for the shortest propagation delay 的 N=9 還要小。若只考慮 propagation delay，N 為 9 時，有最小的 delay，但是最理想的 inverter 數量的附近的 delay 值其實都是差不多的，可以從數據看出當 N=6~10，delay 的差距在 10% 以內，若考慮到 power consumption 時，N 越大 power 越大，所以 power-delay product 最小的數量 N 會比較小，值是 7。

(d)



為了讓整體 delay 減少，每一級所要推的負擔要差不多，經過計算後，第二級要併聯 38 個 inverter，第三級

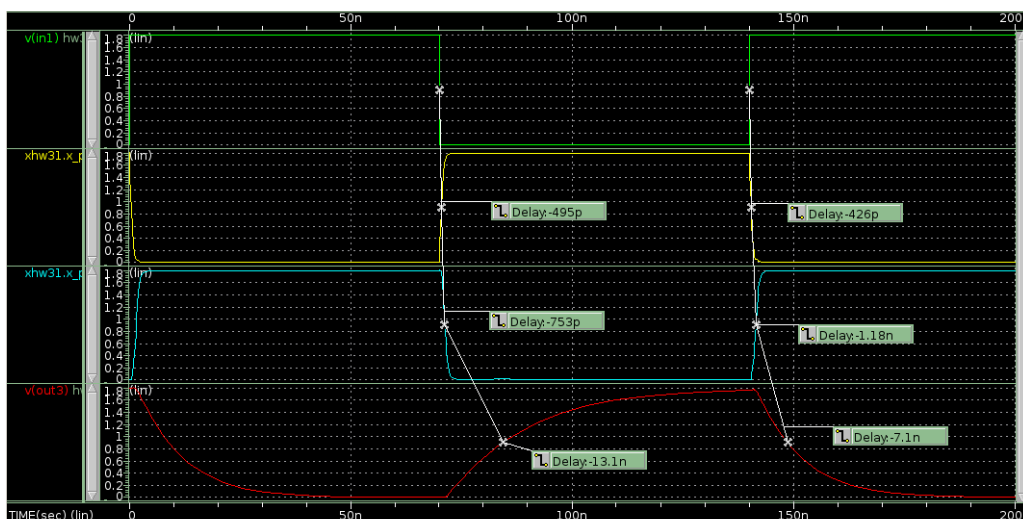
要併聯 1408 個 inverter。在 layout 的部分，先製作一個 unit 的 inverter，複製一份後相反過來把兩個 unit inverter 相疊，這樣可以共用 drain 的部分，能夠使寄生電容減少。在要打 contact 的地方，我盡量把 contact 打多一些，這樣能夠降低電阻，形成 low resistance connections，每一級之間的距離，我盡量拉近，以減少 wire 產生的電容與電阻。



```
***** transient analysis tnom= 25.000 temp= 25.000 *****
pow= 20.5636m from= 100.0000p to= 20.1000n
```

當頻率為 50MHz，手算的 delay 是 1.821n，power 是 0.03328W，模擬出來的 delay 是 9.649n，power 是 0.0205636W，模擬比手算的 delay 還要大很多，但是 power 卻比手算的還要小，原因是最後一級的 inverter 有 1408 倍，layout 很龐大 wire 很複雜，電阻與電容的影響讓最後一級的 output 的電容沒有充電到達 Vdd 就要降下來，也沒有放電到達 0 就要充電，所以量測出來的 power 比手算的還要小。

若將 input 頻率降低到 7MHz 左右，讓最後一級 output 的電容能夠完整的充放電，波形圖會長這樣，



手算的 power 為  $P = 1.8^2 X \frac{1}{140X10^{-9}} X [(1 + 38 + 1408)X3.78X10^{-15} + 200p] = 4.755X10^{-3}(W)$ ，量測

到的 power 為  $5.1452 \times 10^{-3}(W)$ ，符合模擬出的 power 應該要比手算還要大。

```
***** transient analysis tnom= 25.000 temp= 25.000 *****  
pow= 5.1452m from= 100.0000p to= 140.1000n
```

因為手算的部分只有估算 inverter 從 output 看進去的電容所產生的 power，沒有計算到 wire 的產生的 power，delay 的部分也是忽略了 wire 的電阻所產生的 delay，有許多的 delay 和 power 是手算沒有計算到的，像是 layout 裡，我有用到 2 層 layer，在不同層之間的 wire 會產生寄生電容，相臨的 wire 也有寄生電容，增加了 delay 和 power，且在 signal 傳遞的過程中，有可能會影響鄰近的 wire 的 signal，產生干擾的話也會造成 delay，wire 的寬度走線的連接都會影響 delay，poly 高阻值的這種也會影響 delay，在打 Vdd 和 gnd 的 pin 的位置也會影響，若 Vdd pin 的位置離某個 pmos 較遠，wire 的電阻會降低 Vdd 導致速度變慢造成 delay，因此模擬出來的 delay 和 power 都會比手算得來的大。