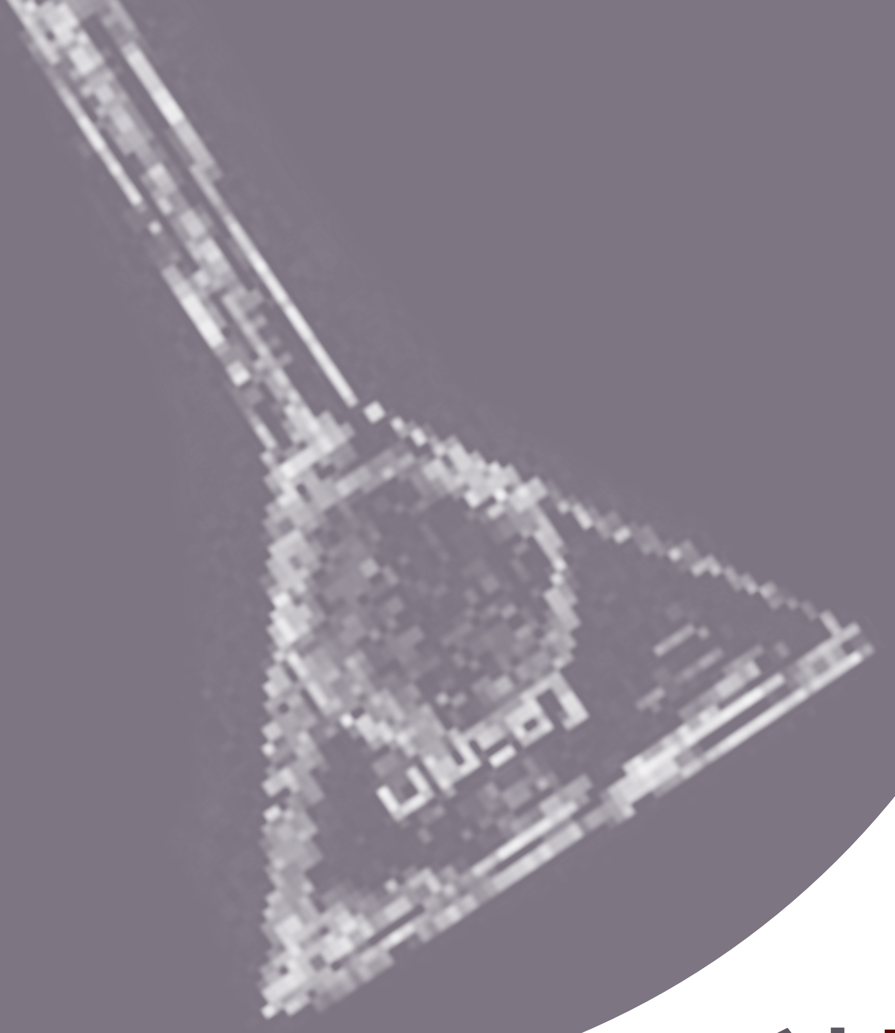
本次报告纲要

- 题目回顾
- 定量实验
- 定性分析
- 精细模拟
- 差异分析

第一部分

题目回顾

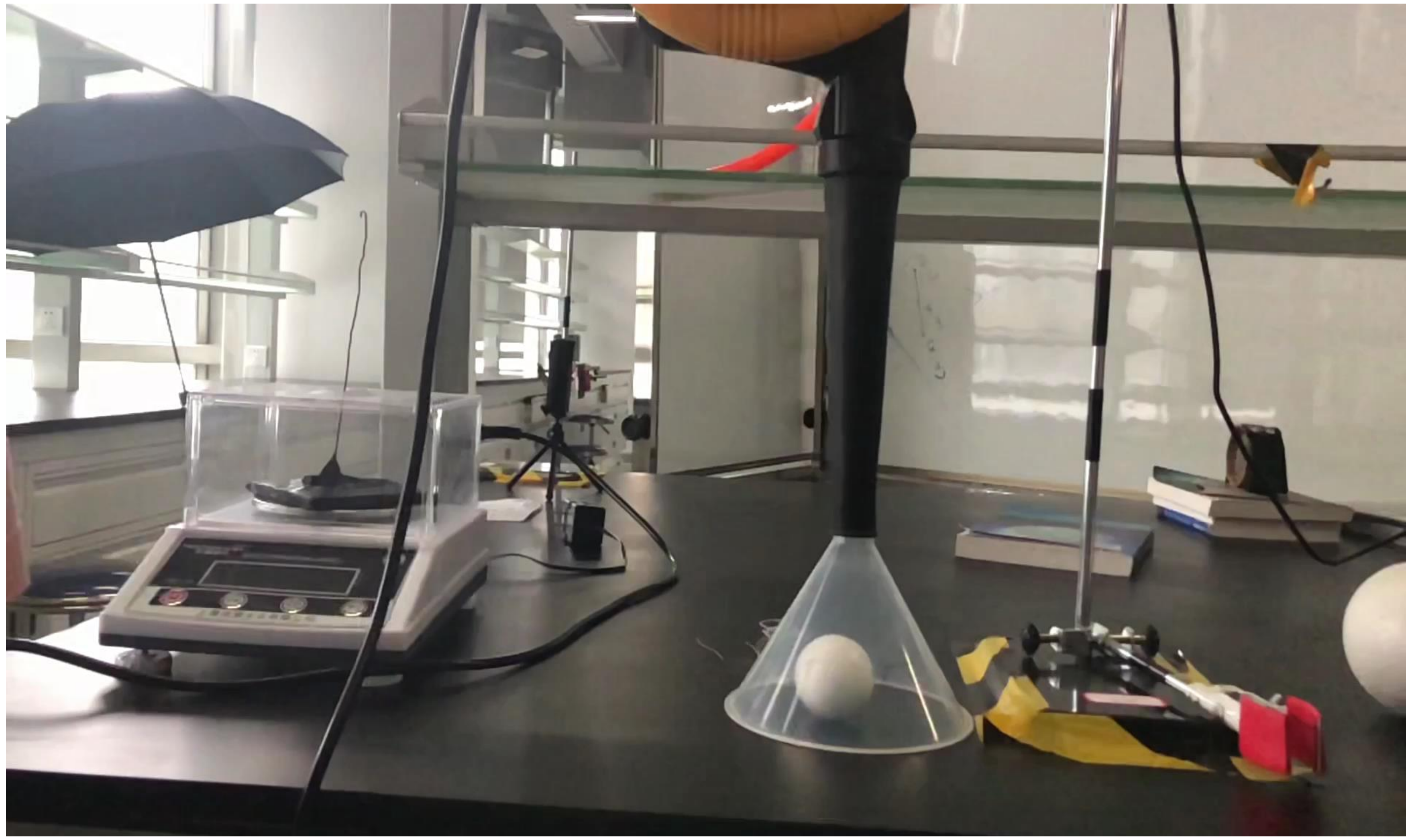


Problem No. 4 Funnel and ball

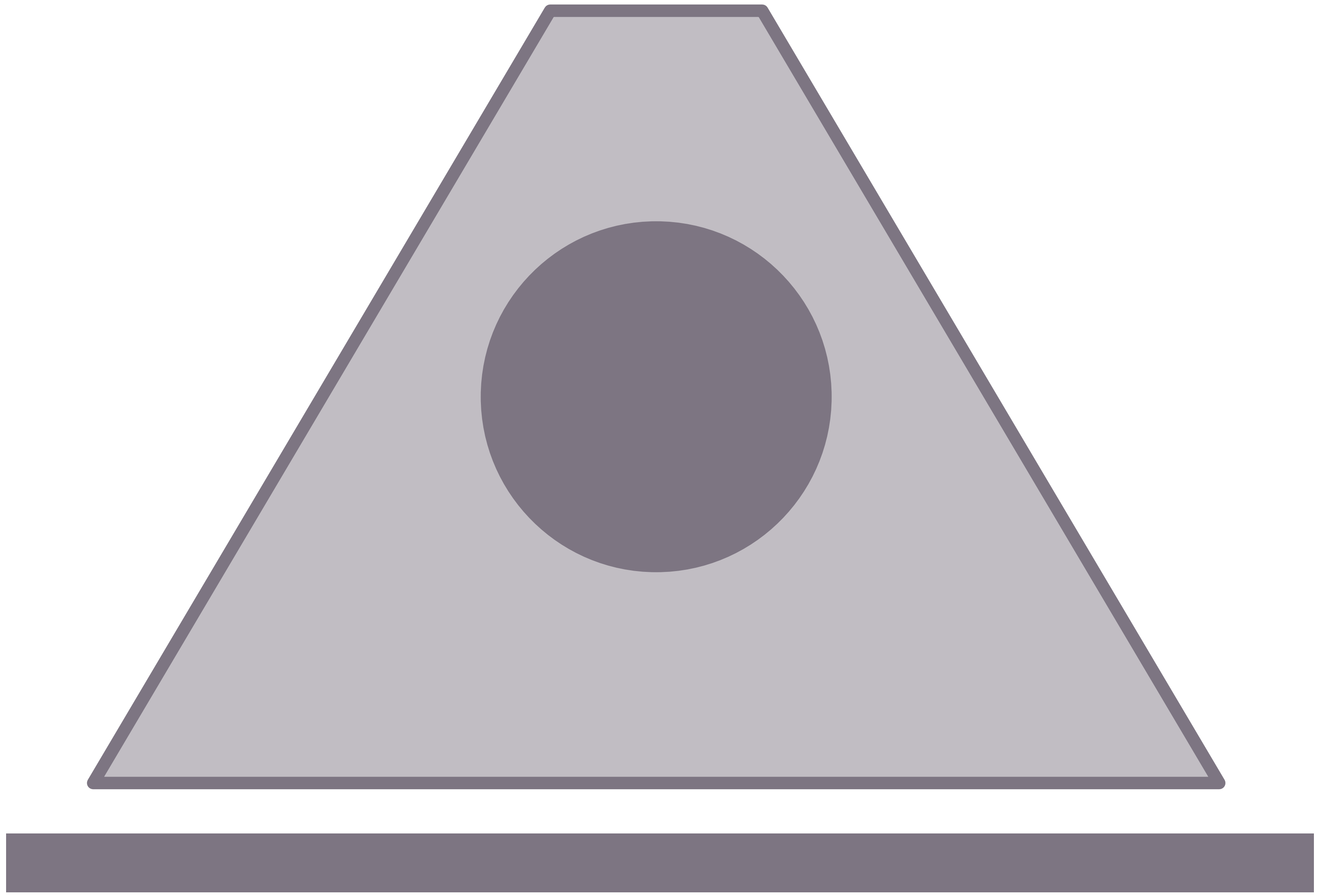
朝一个**漏斗**中吹气，一个**轻质小球**（例如乒乓球）会被**拾起**。解释这个现象并研究相关参量的影响。

A **light ball** (e.g. ping-pong ball) can be **picked up** with a funnel by **blowing air through** it. Explain the phenomenon and investigate the relevant parameters.

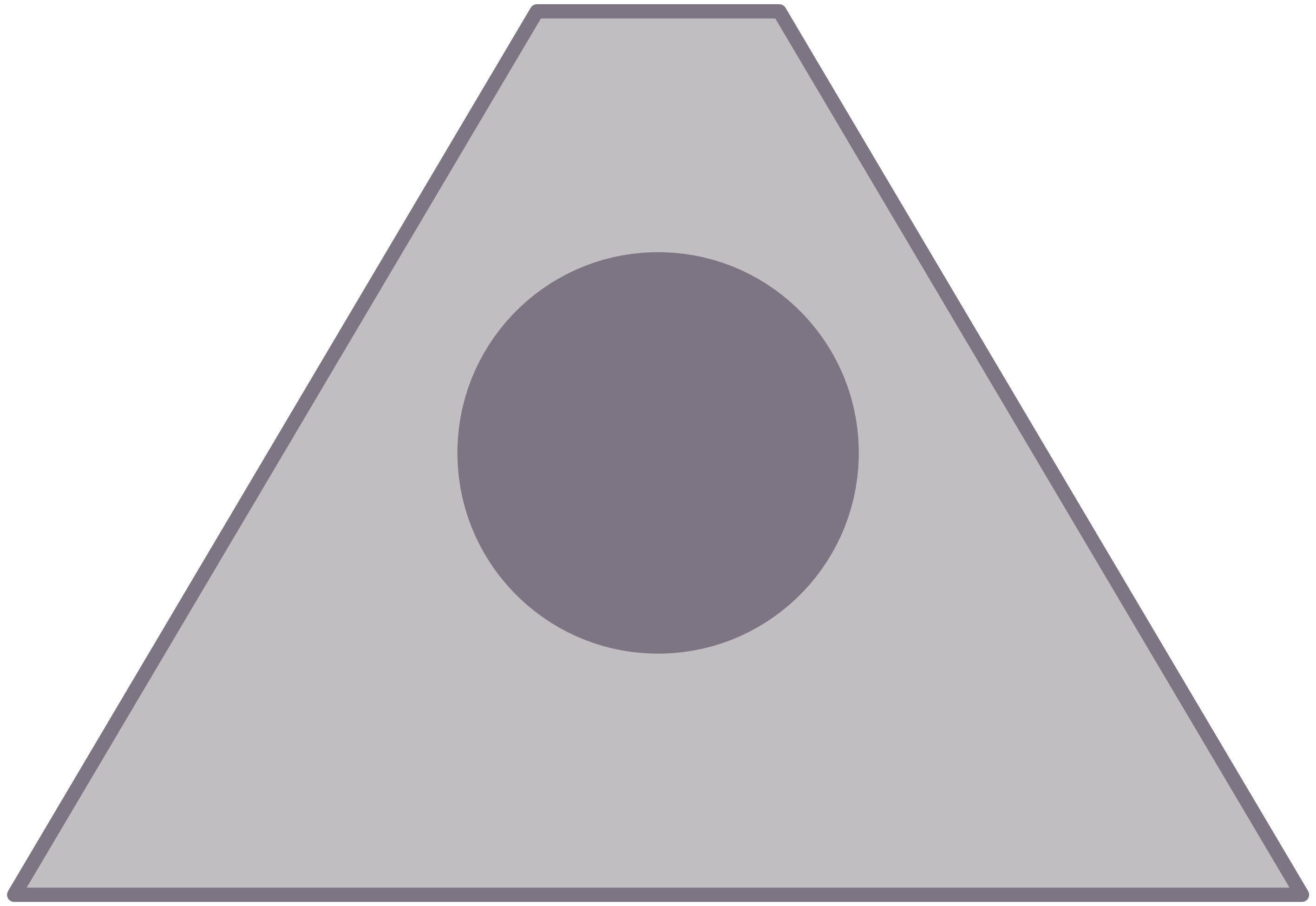
实验现象



实验现象



存在边界

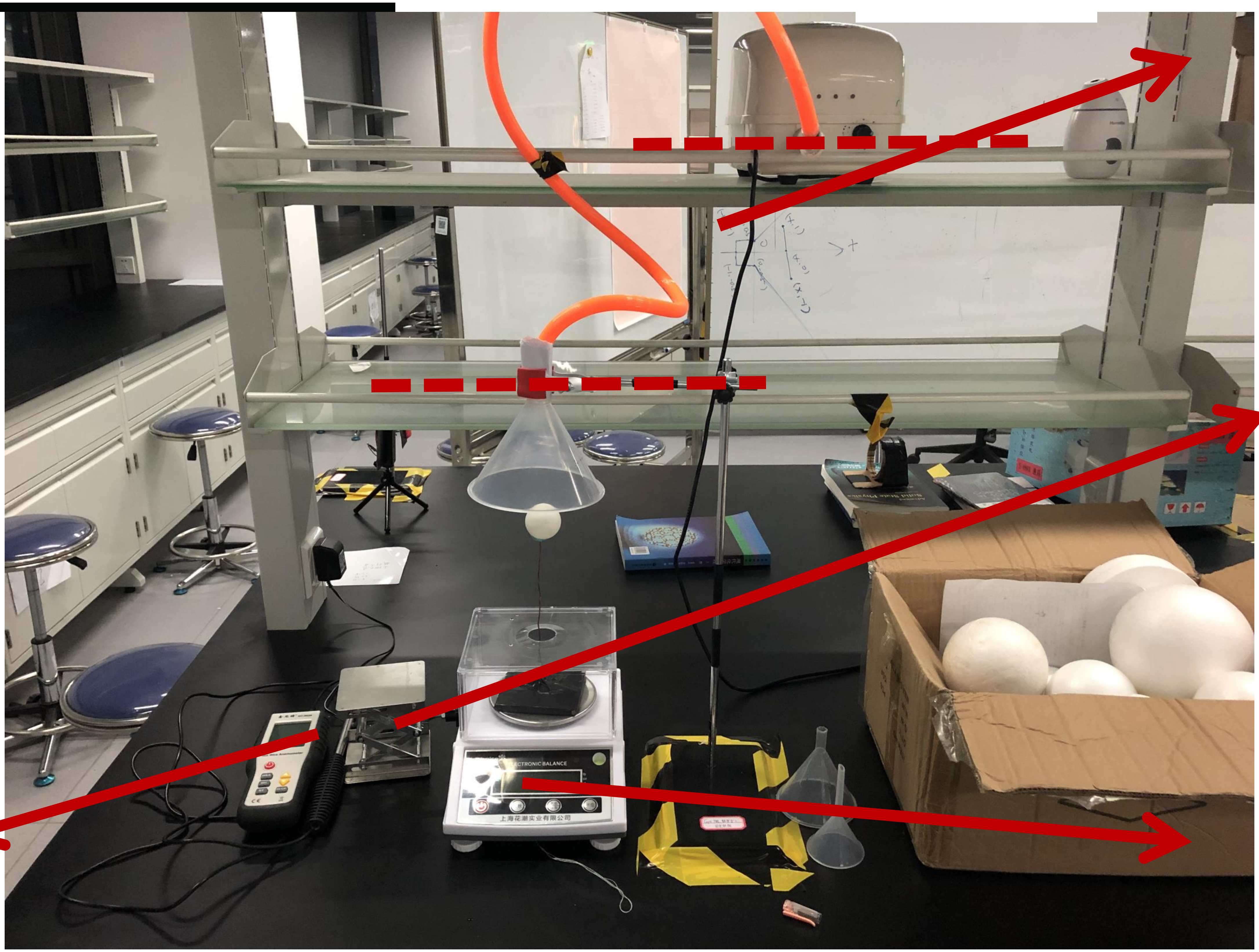


无边界约束出流

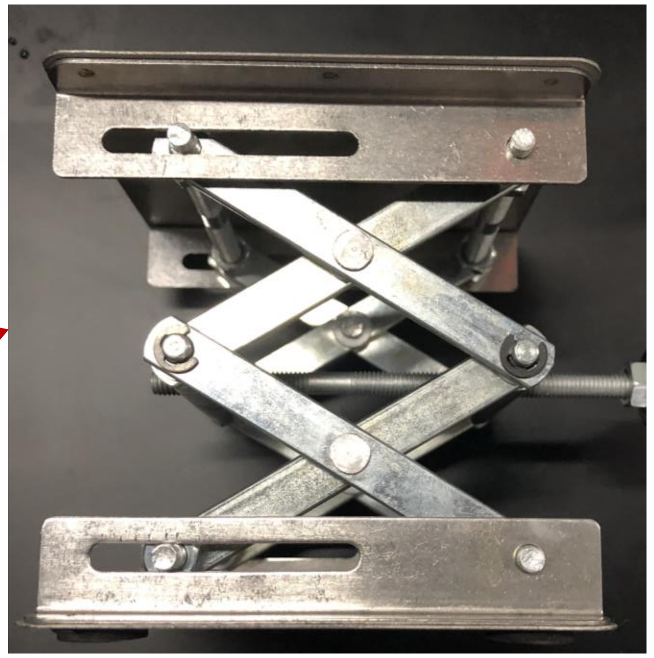
第二部分

定量实验

实验装置



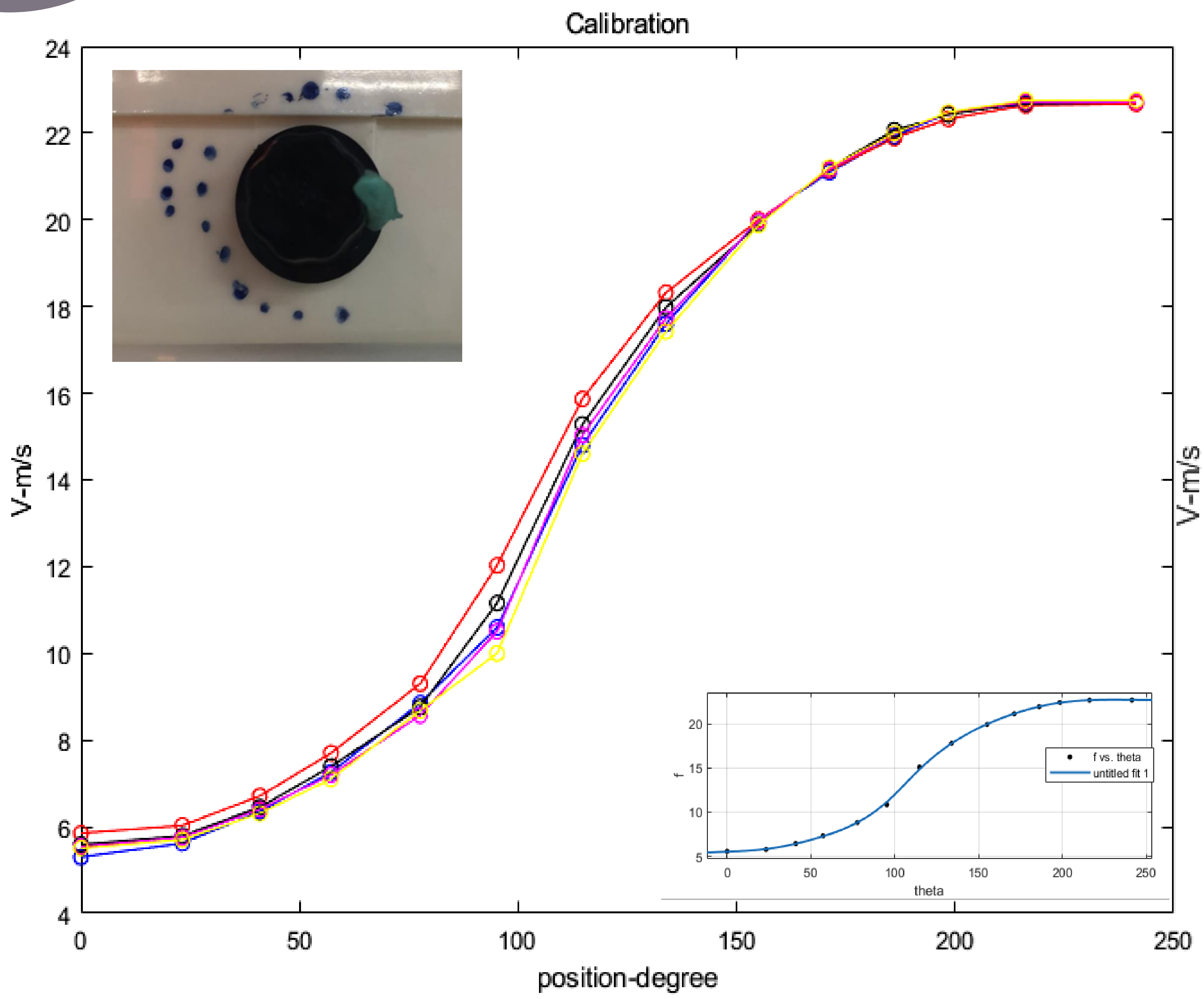
固定高度差



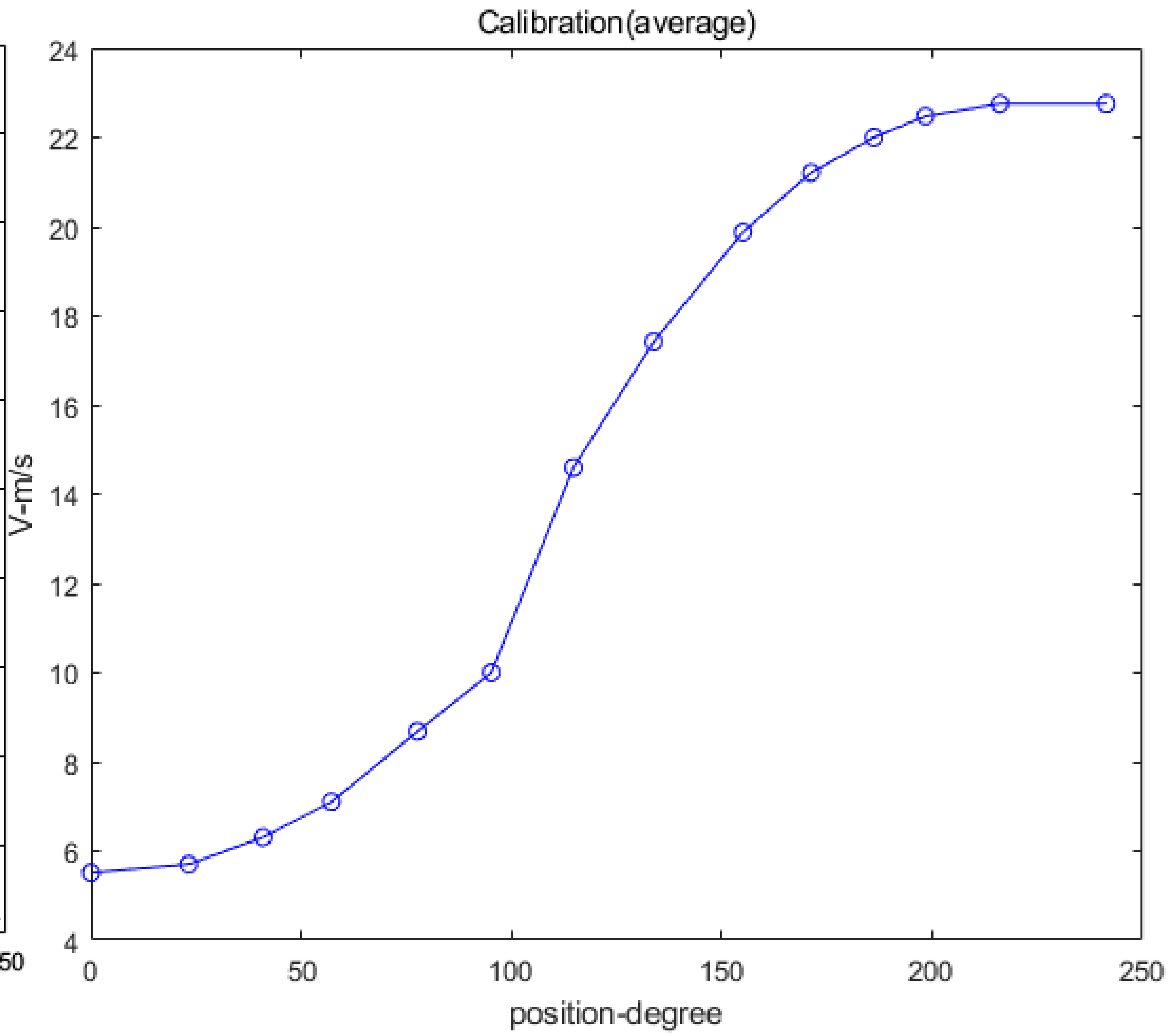
热敏测速仪

电子秤

风速定档

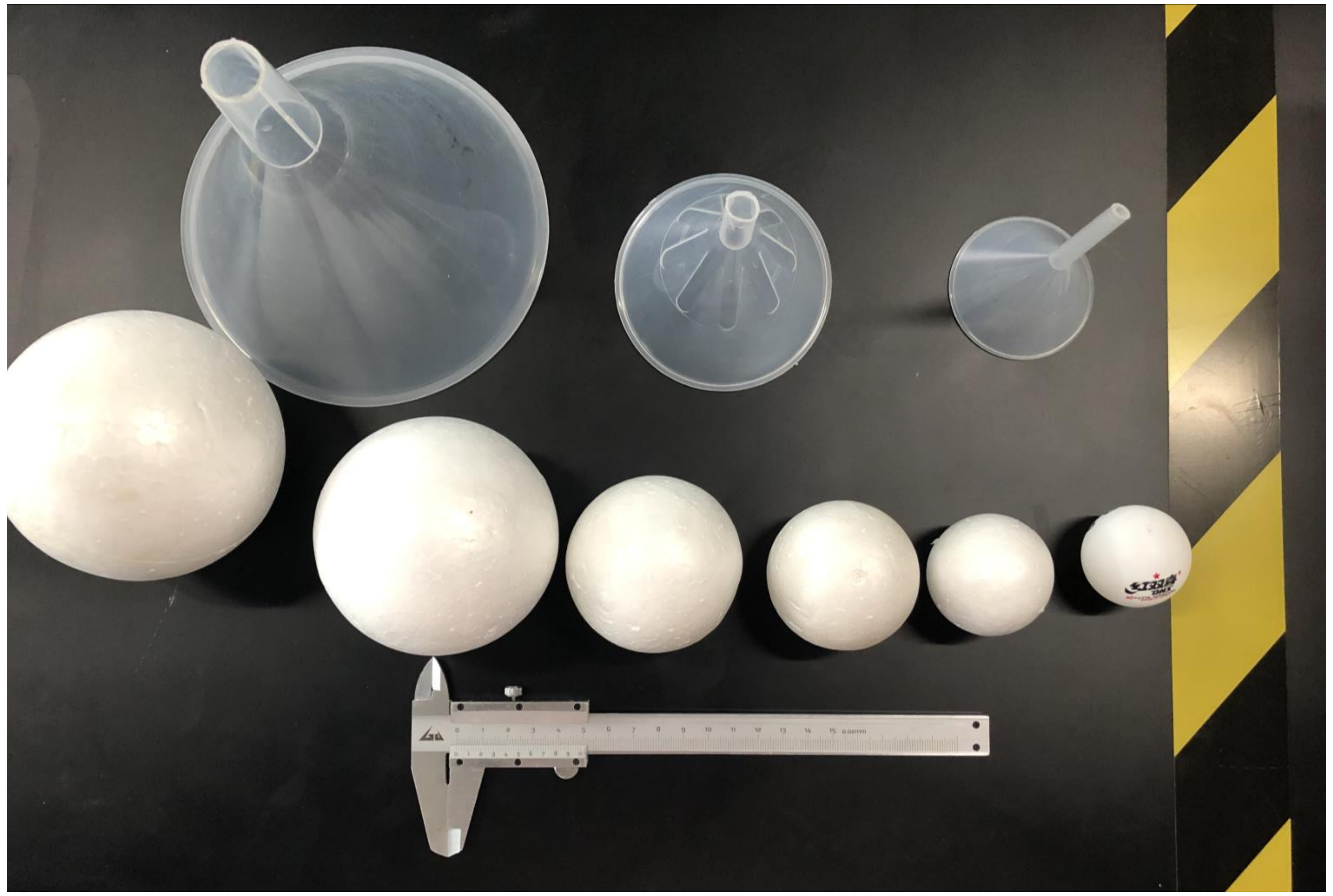


Calibration
V-m/s
position-degree
f vs. theta
untitled fit 1
theta
f



Calibration(average)
V-m/s
position-degree

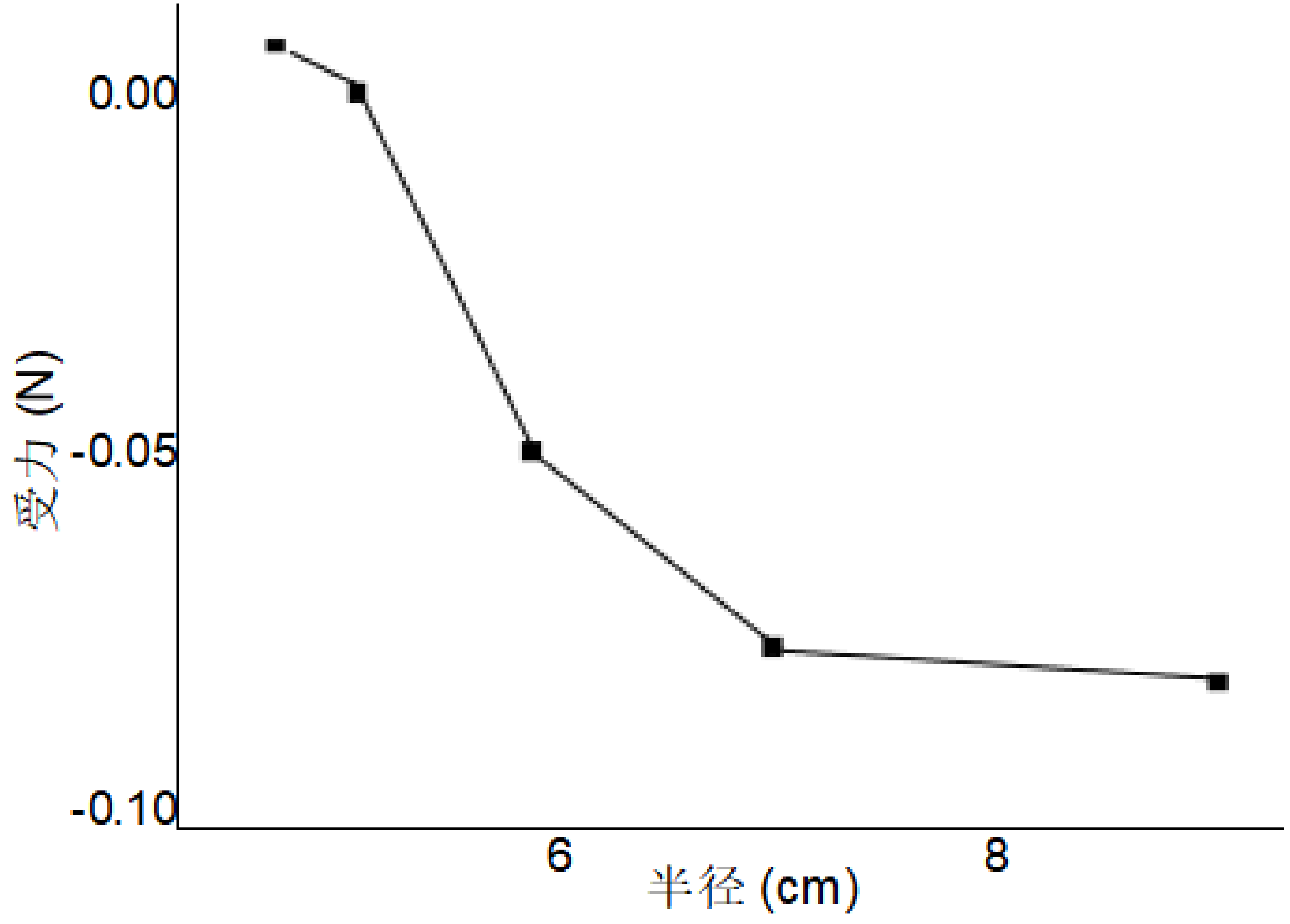
球的性质



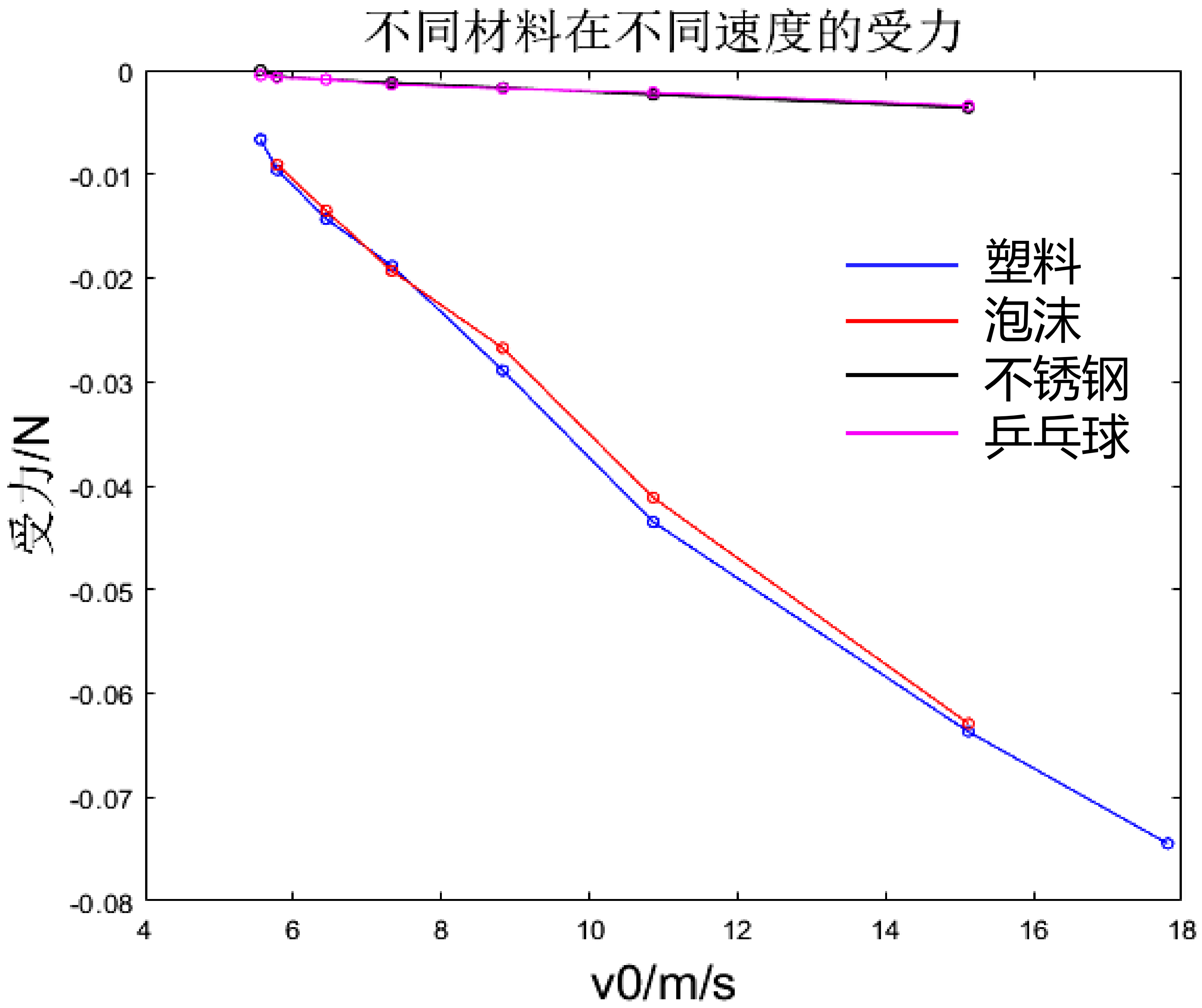
半径/cm		
4.000	4.600	6.666
7.786	8.600	8.998

材料	
塑料	不锈钢
泡沫	乒乓球

性质与受力

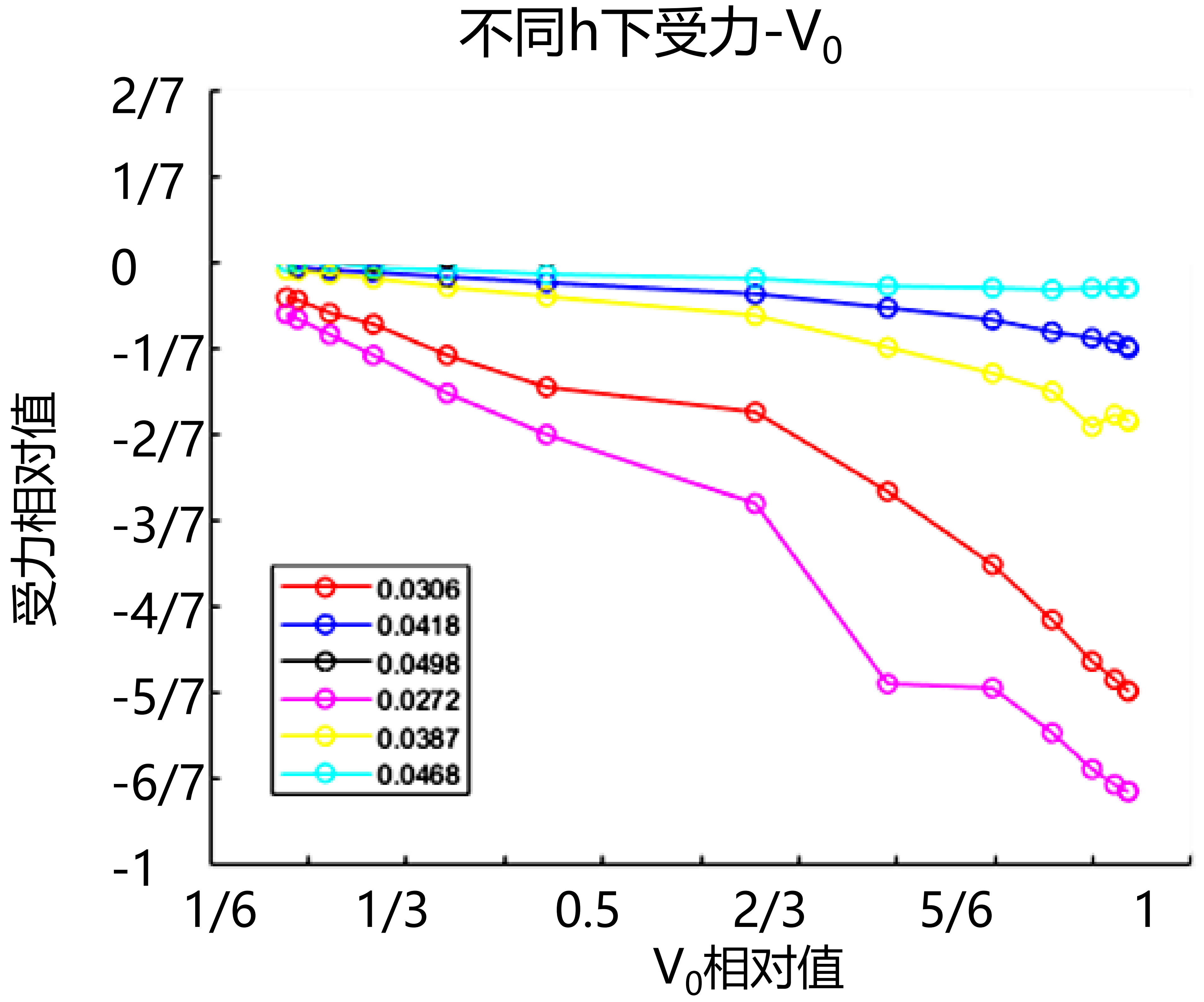


相同位置受力随着小球半径增大而增大



材料表面相对光滑影响不大

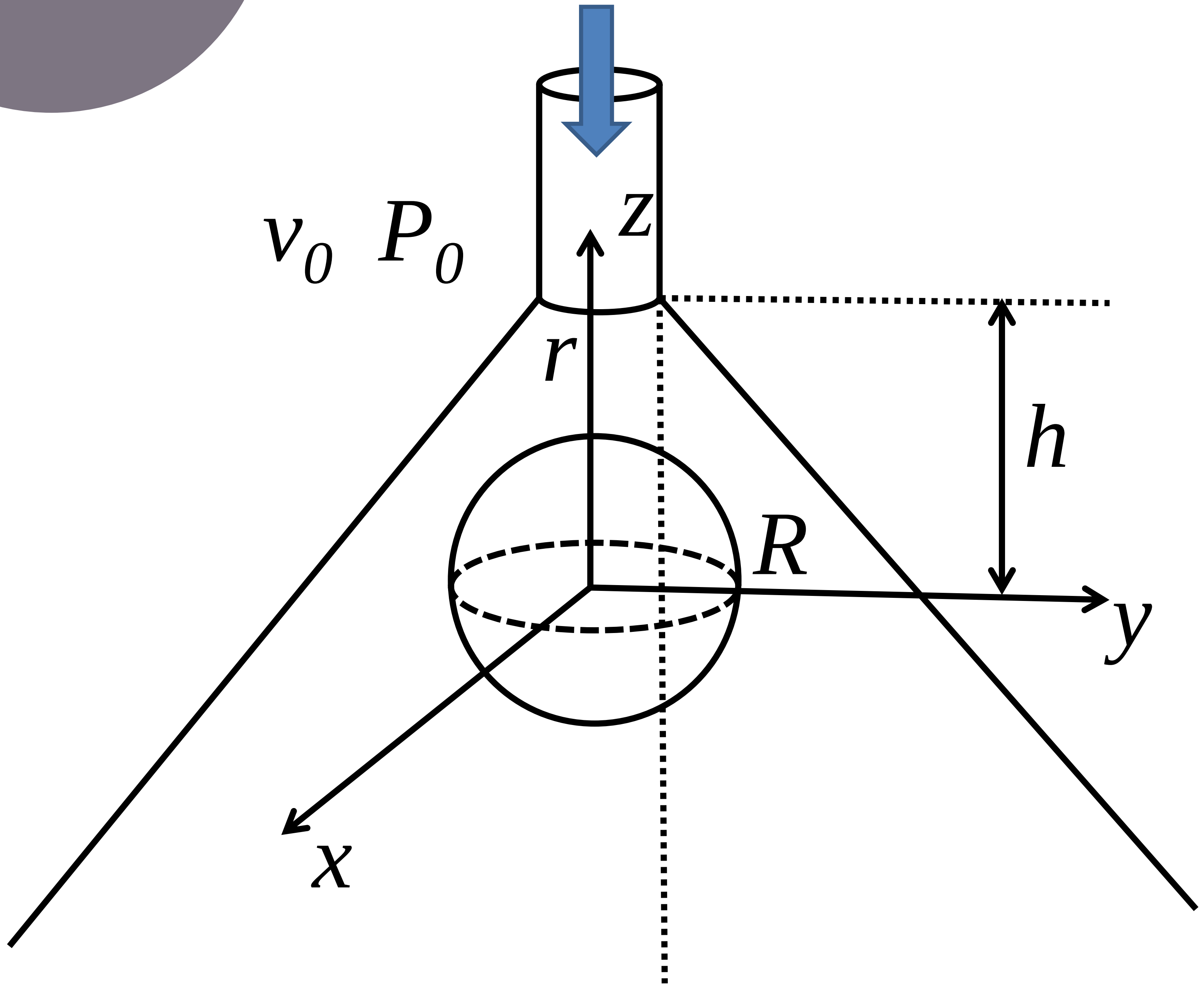
球心位置，进气速度与受力



第三部分

粗略分析

压强分布



几何关系:

$$S(z) = \pi[(h-z)\tan\theta + r]^2 - \pi(R^2 - z^2)$$

流量连续性:

$$v_0 \pi r^2 = v(z) S(z)$$

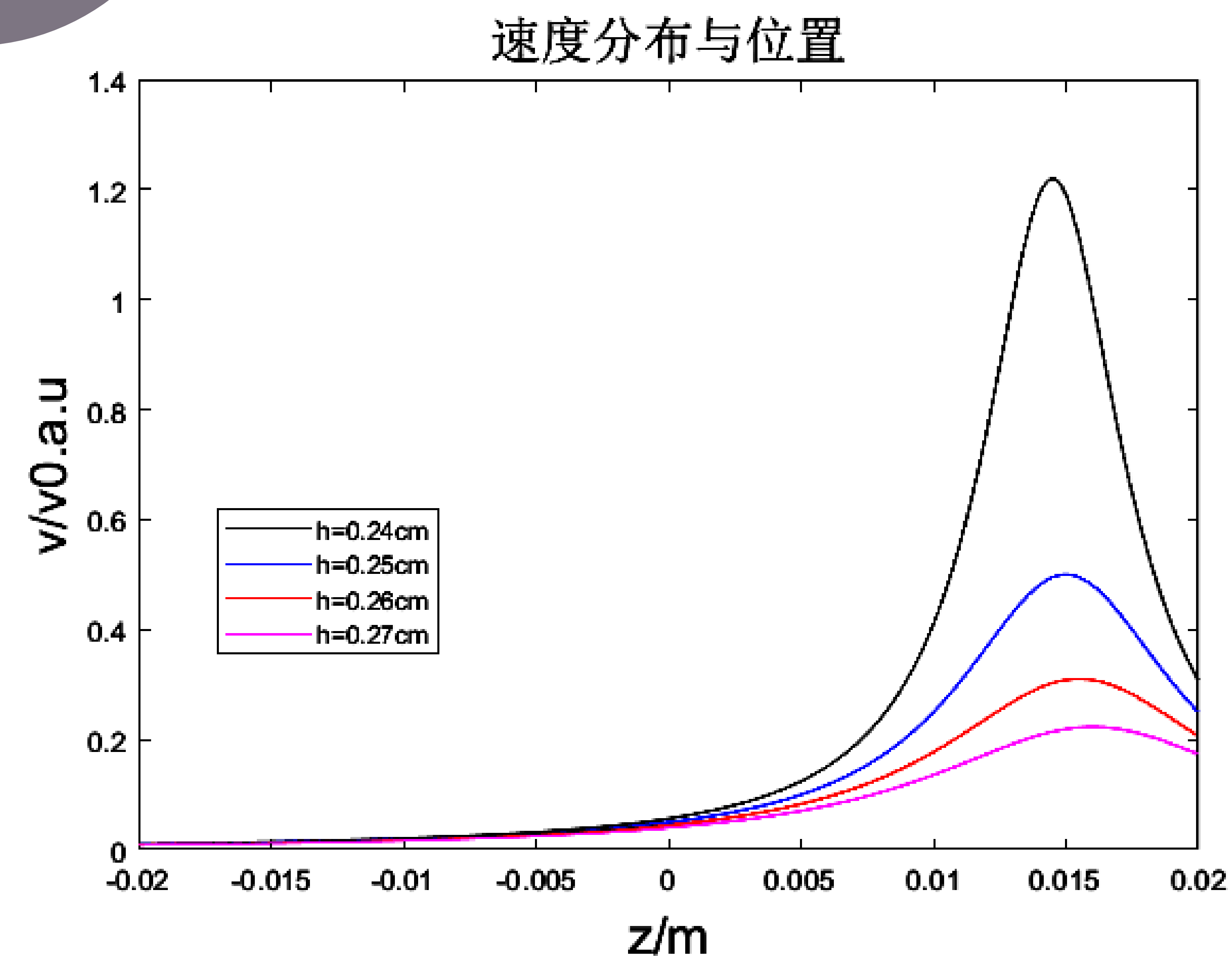
伯努利原理:

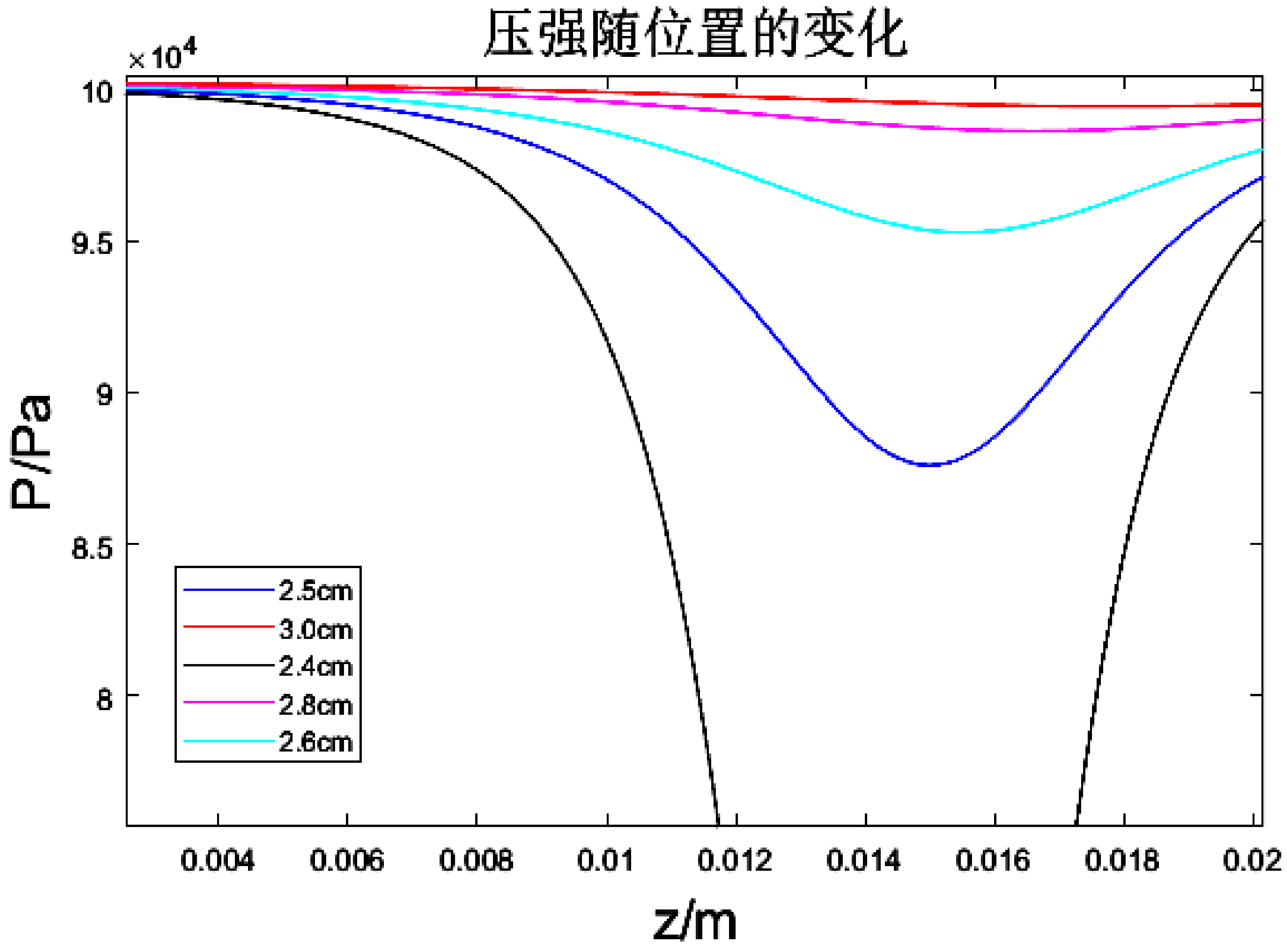
$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 = P(z) + \frac{1}{2}\rho v(z)^2 - \rho g(h-z)$$

得到:

$$v(z) = \frac{v_0 r^2}{[(h-z)\tan\theta + r]^2 - (R^2 - z^2)} \quad P(z) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 \left(1 - \frac{r^4}{([(h-z)\tan\theta + r]^2 - (R^2 - z^2))^2}\right) + \rho g(h-z)$$

伯努利方程





$$v(z) = \frac{v_0 r^2}{[(h-z)\tan\theta + r]^2 - (R^2 - z^2)}$$

$$P(z) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 \left(1 - \frac{r^4}{([(h-z)\tan\theta + r]^2 - (R^2 - z^2))^2}\right) + \rho g (h - z)$$

伯努利方程

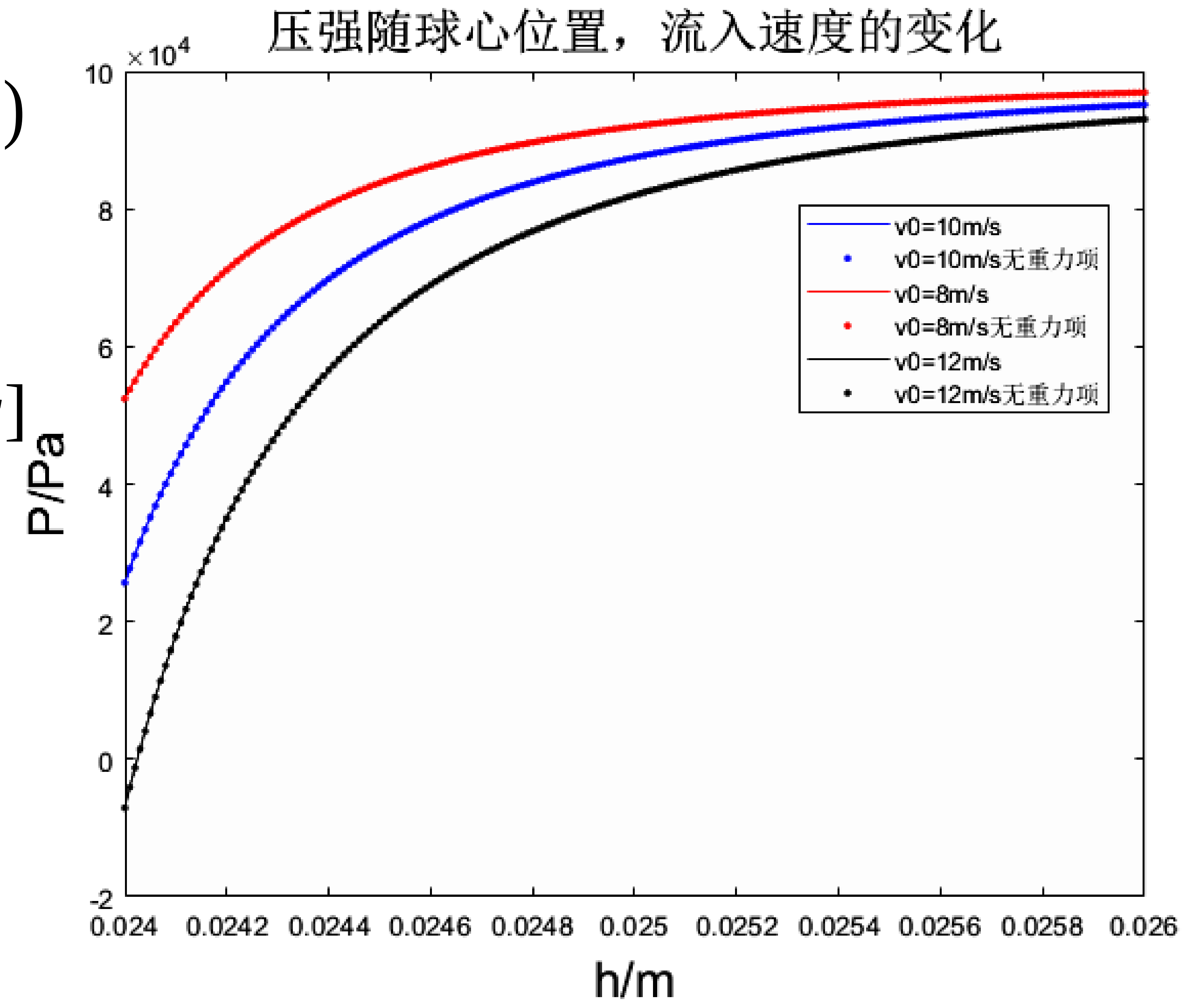
$$S(z)=\pi[(h-z)\tan\theta+r]^2-\pi(R^2-z^2)$$

对位置z求导：

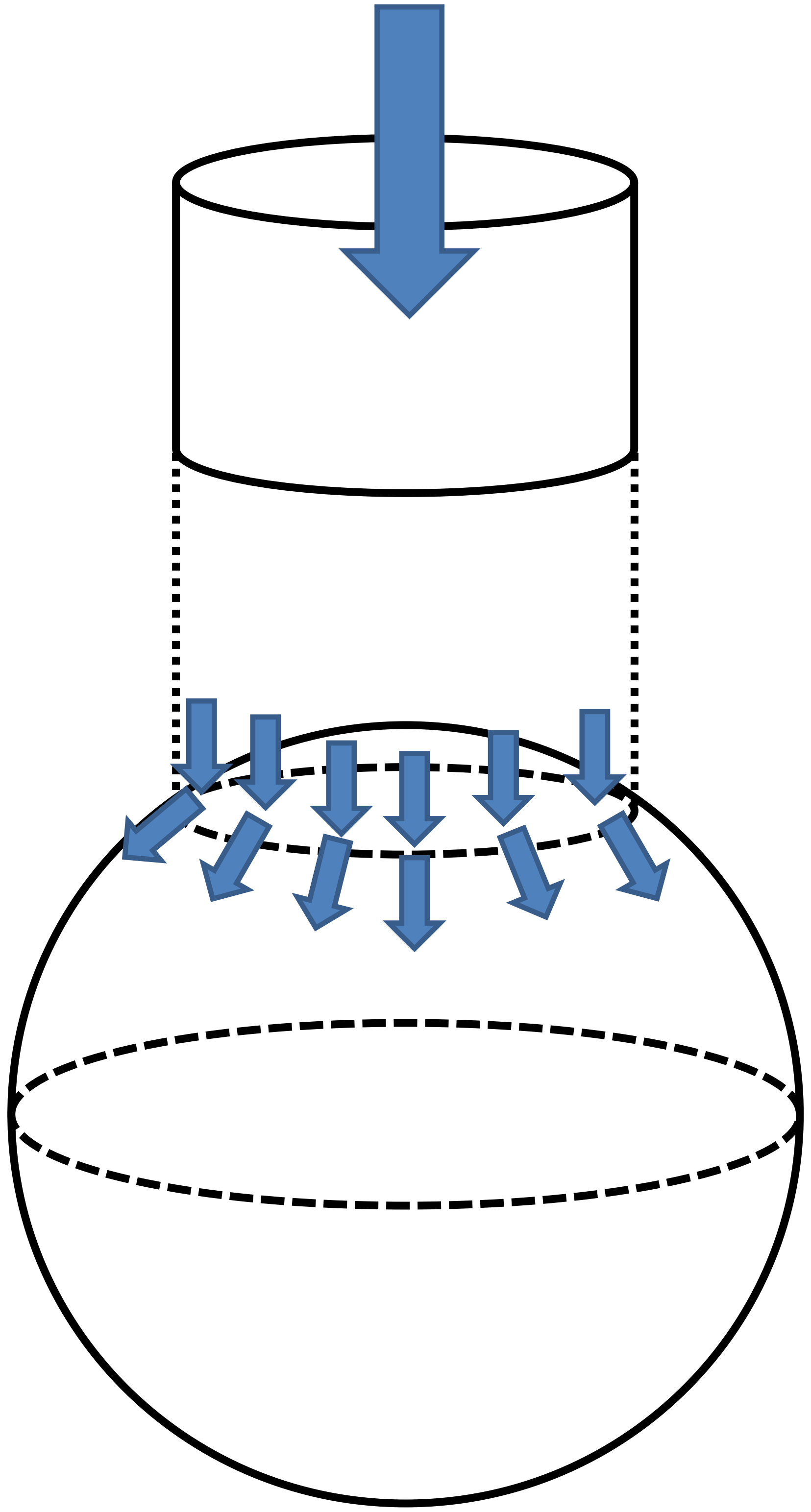
$$\frac{dS(z)}{dz}=2\pi z-2\pi\tan\theta[(h-z)\tan\theta+r]$$

截面积最小位置：$z_e=\dfrac{h\tan^2\theta+r\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$

带入P(z)得到极小压强值



合力关系



$$dz = -R\sin\theta d\theta$$

绕球压强球面积分：

$$F_{吸} = \int_{R}^{-R} P(z)2\pi R dz$$

气体转向提供冲量：

$$F_{推} = \int_{\sqrt{R^2-r^2}}^{R} 2\pi R\rho v^2(z)(1-\frac{z}{R})dz$$

两者共同决定小球是否受到吸力：

$$F_{合} = F_{推} - F_{吸} + mg$$

第四部分

精细模拟

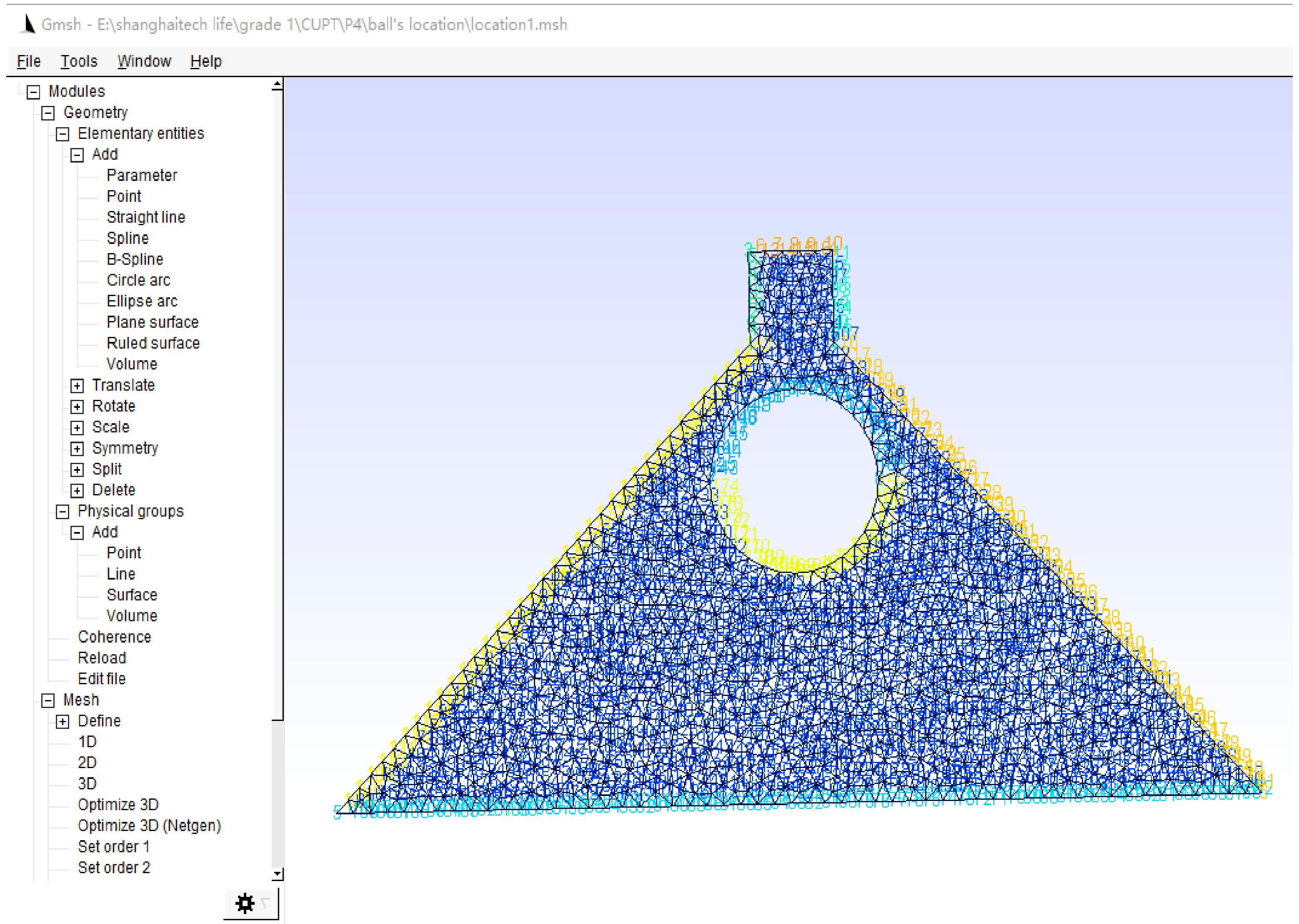
建模前提（雷诺数）

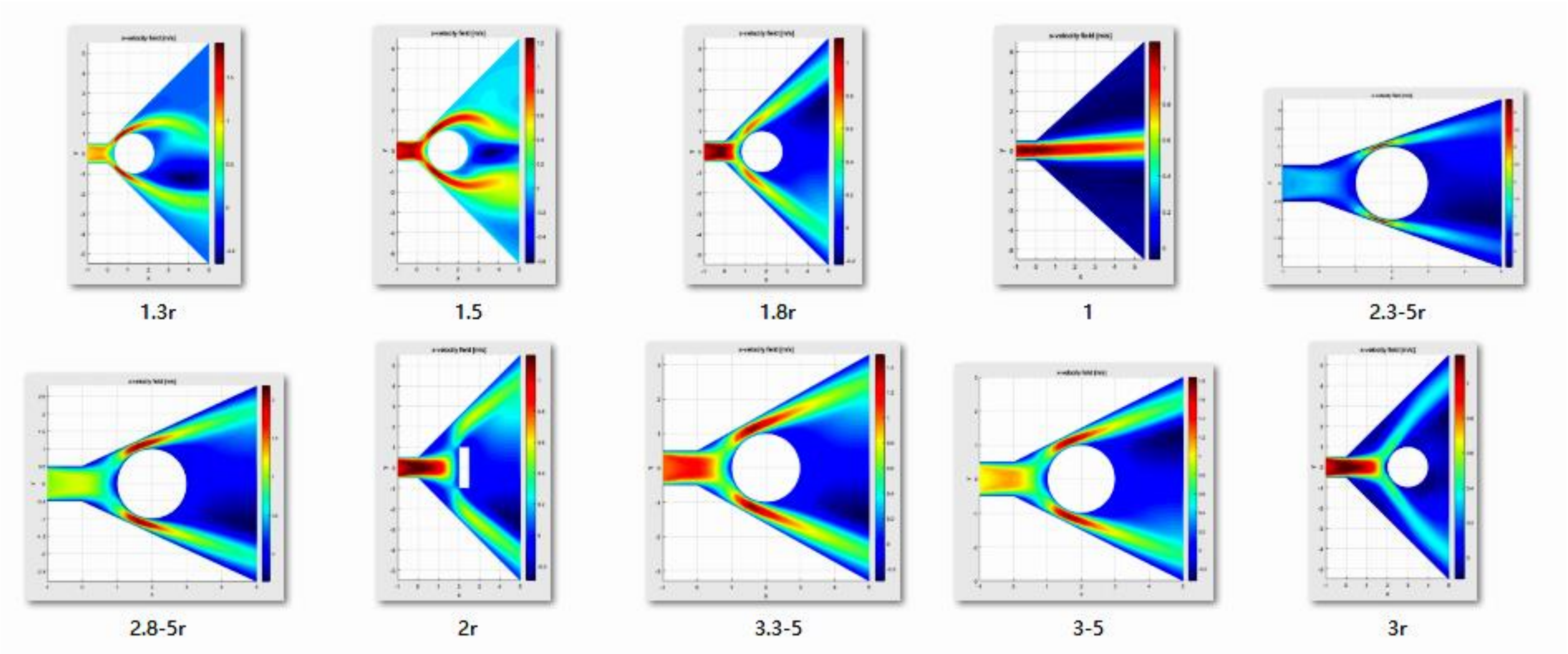
CUPT 上海科技大学 ShanghaiTech University

5m/s<V<22m/s	10m/s $R_e \approx 1500 < 2000$
作用介质：空气	1.29kg/m^3，动力粘滞系数
几何特征区域	10^{-3}m数量级
球速>>流速	分析静态帧

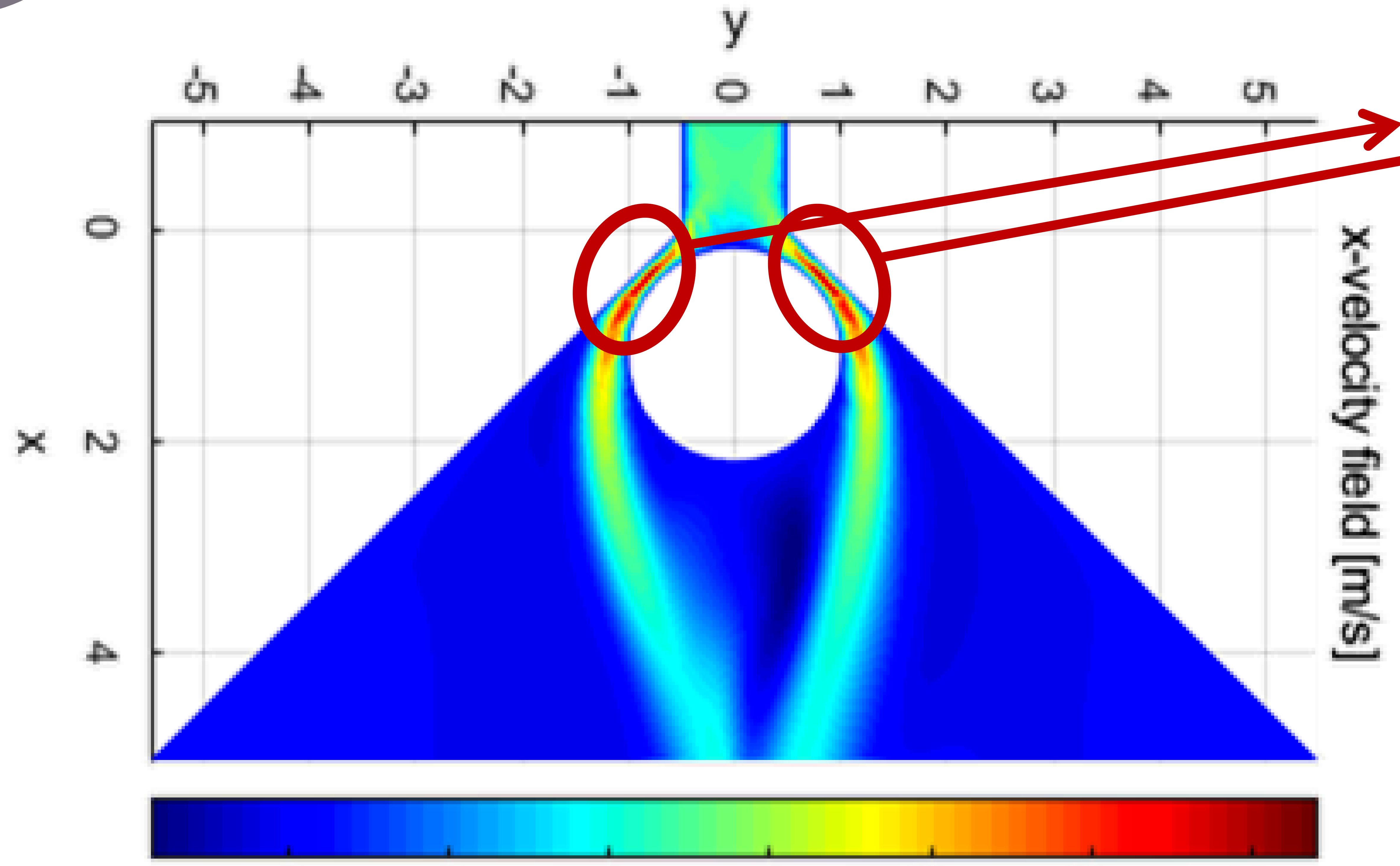
定量模拟

Gmsh + CFDToolbox(N-S方程层流模型) + Matlab





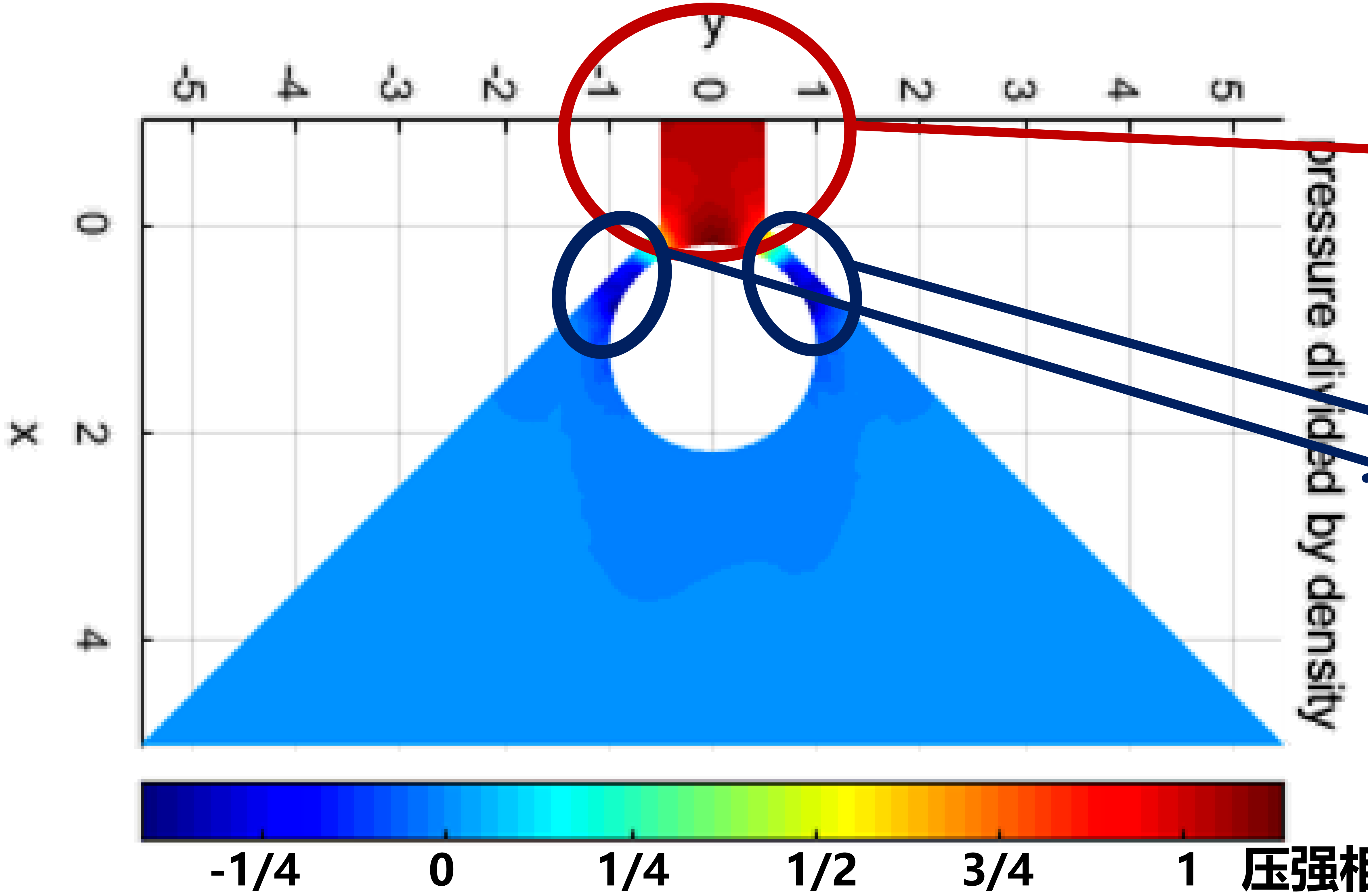
流场



流速极大

-1/6 0 1/6 1/3 0.5 2/3 5/6 1 速度相对值

压强分布

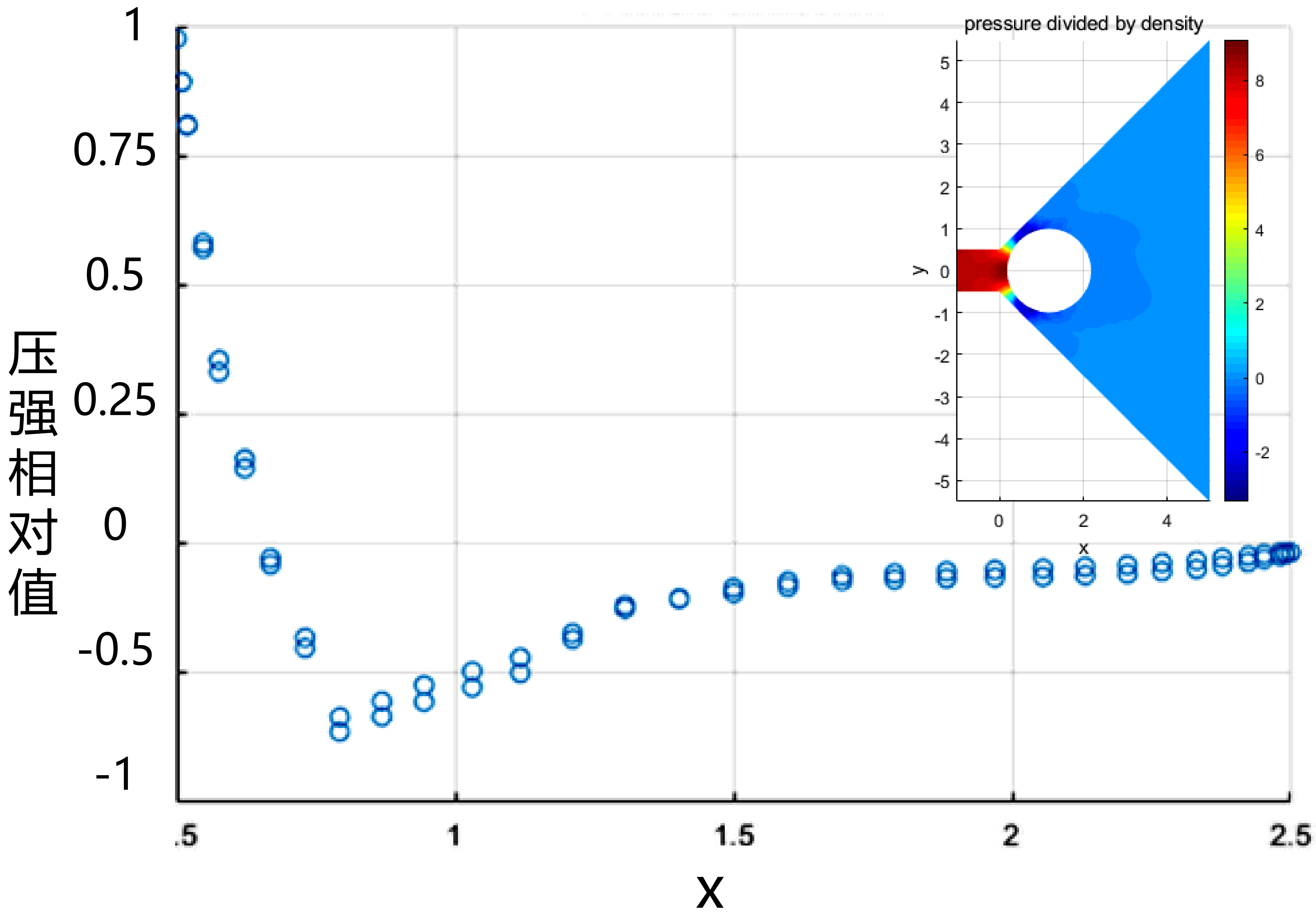


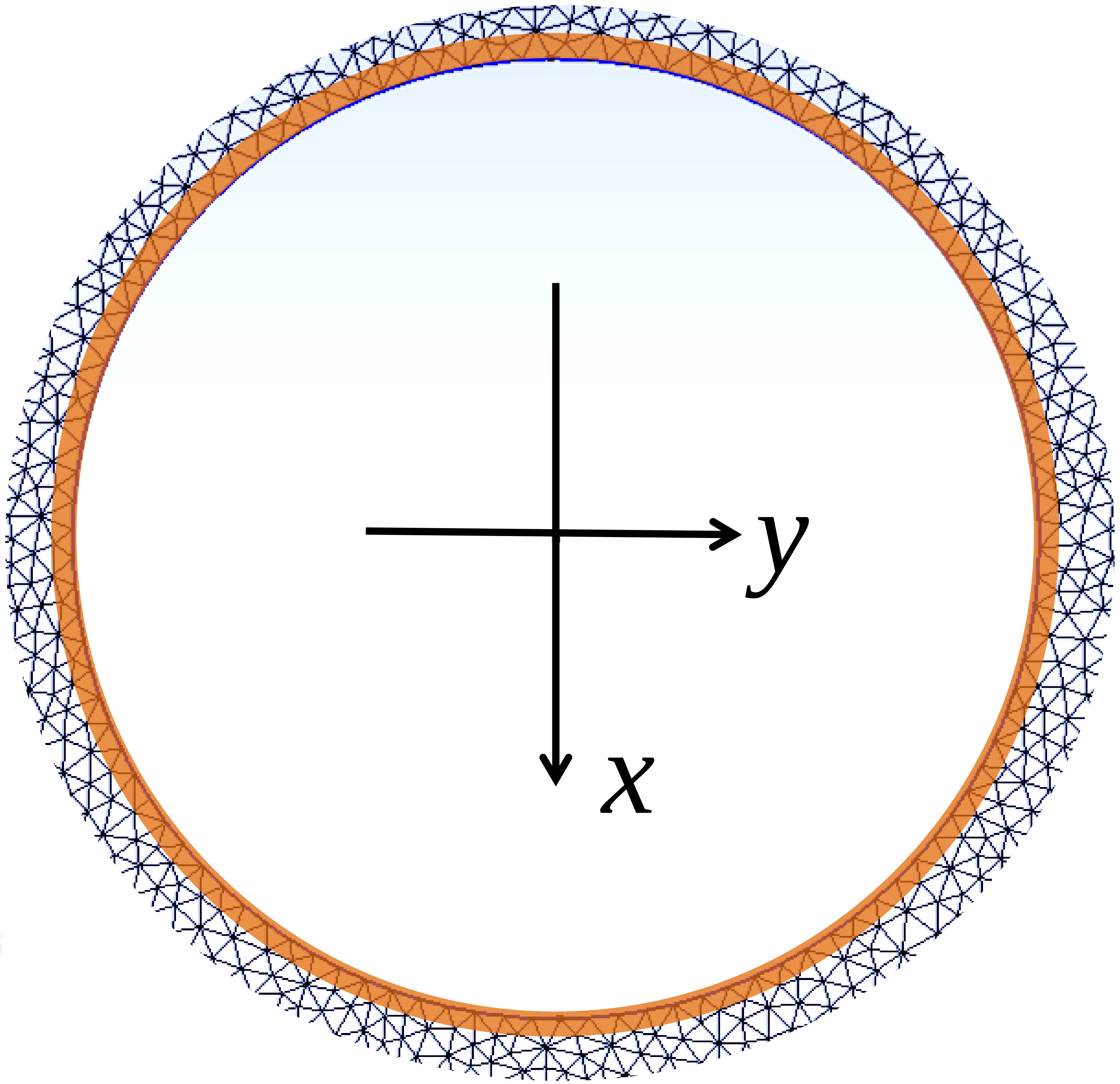
表现推力作用

表现吸力作用

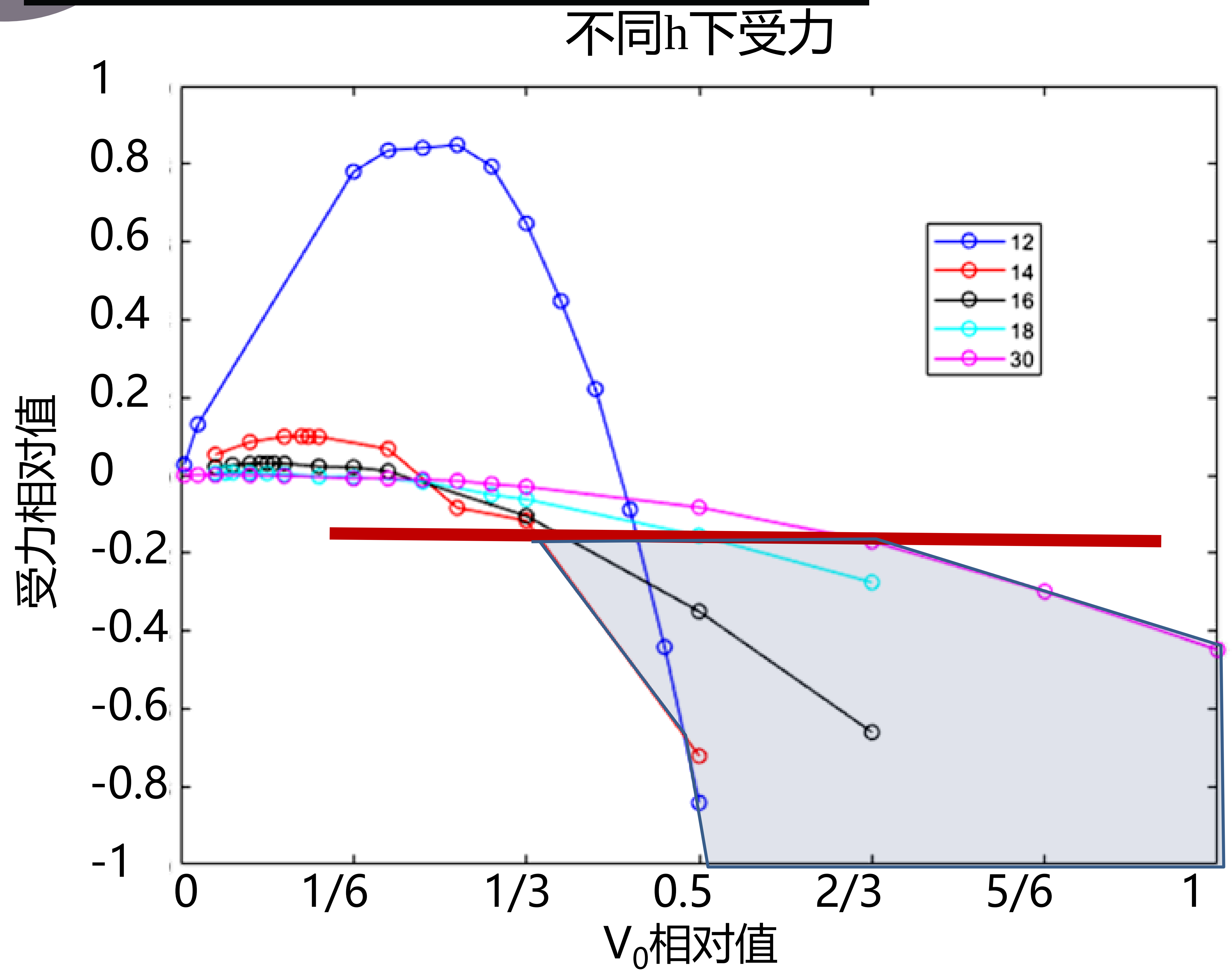
流体对球作用力

压强分布





分析力-速度-位置



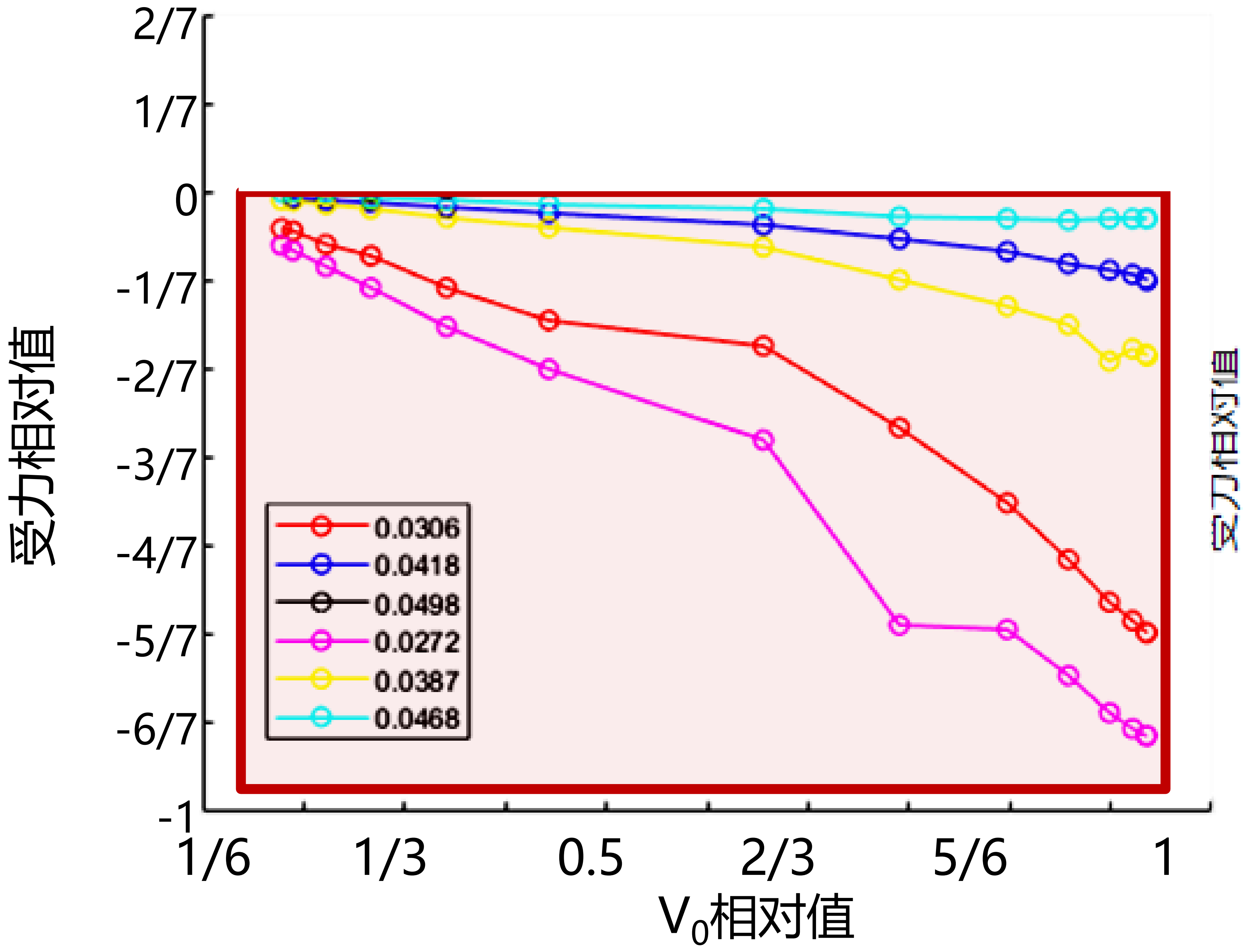
力先增后减

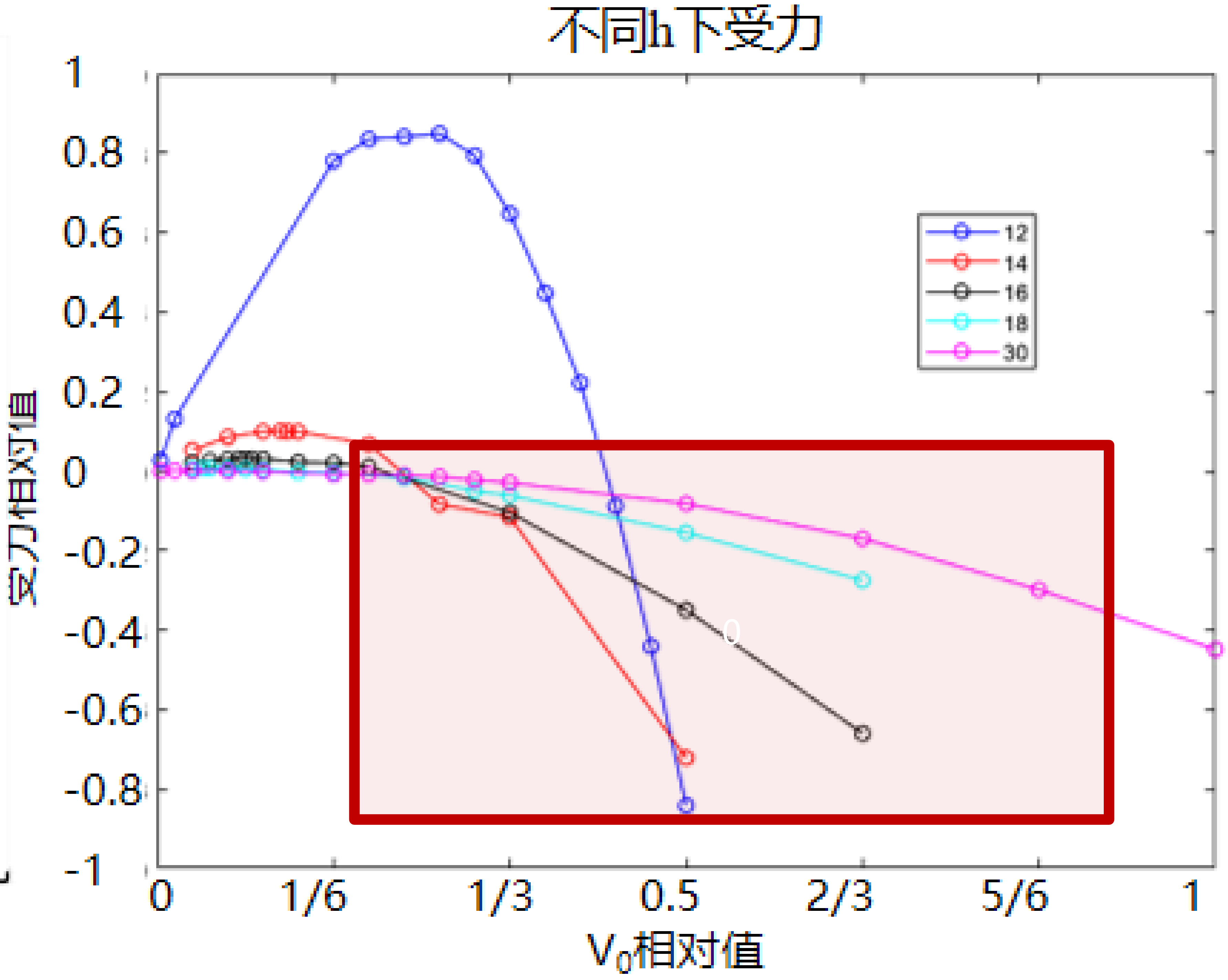
速大力负

位远扁平

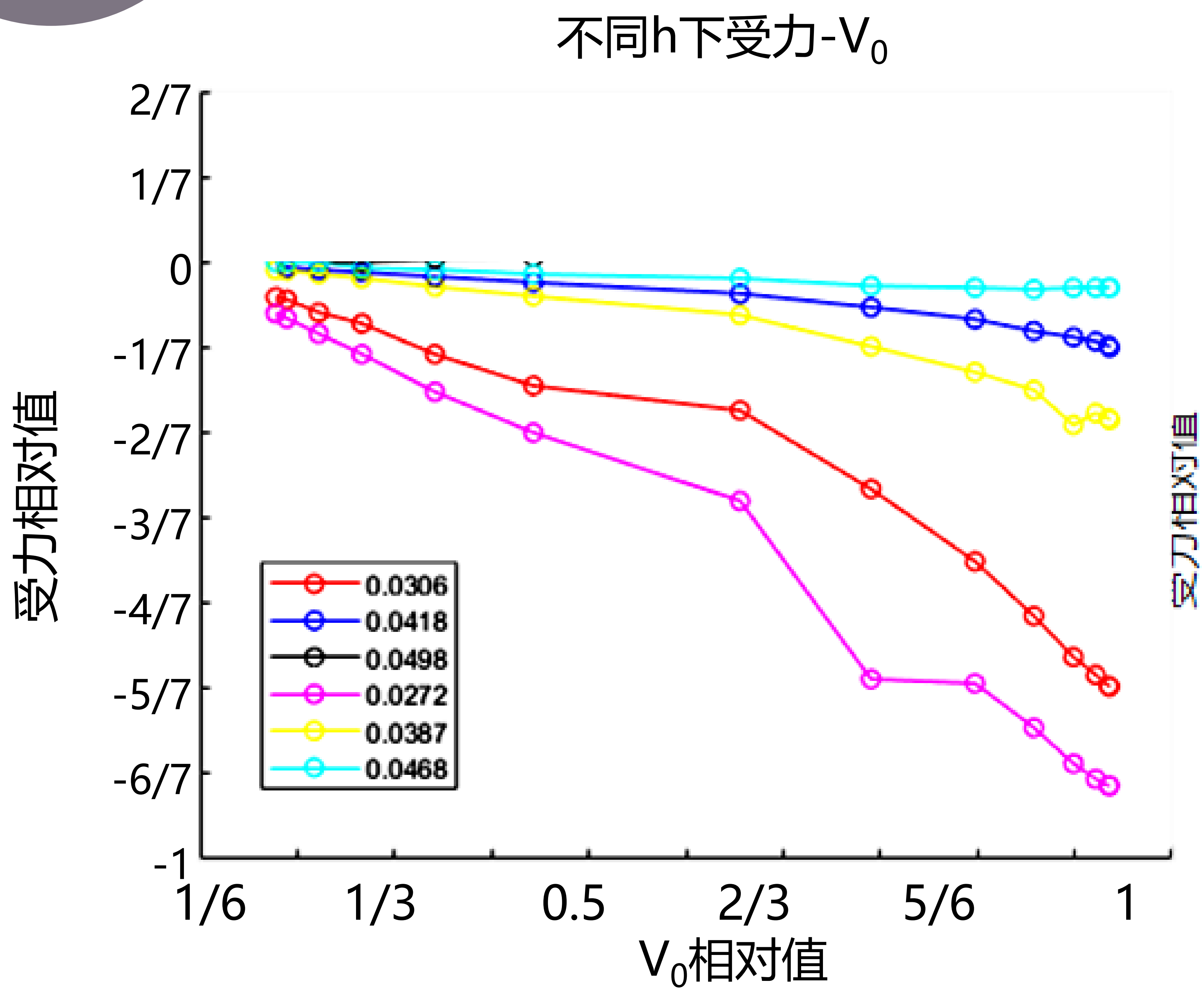
分析力-速度-位置

不同h下受力-V_0

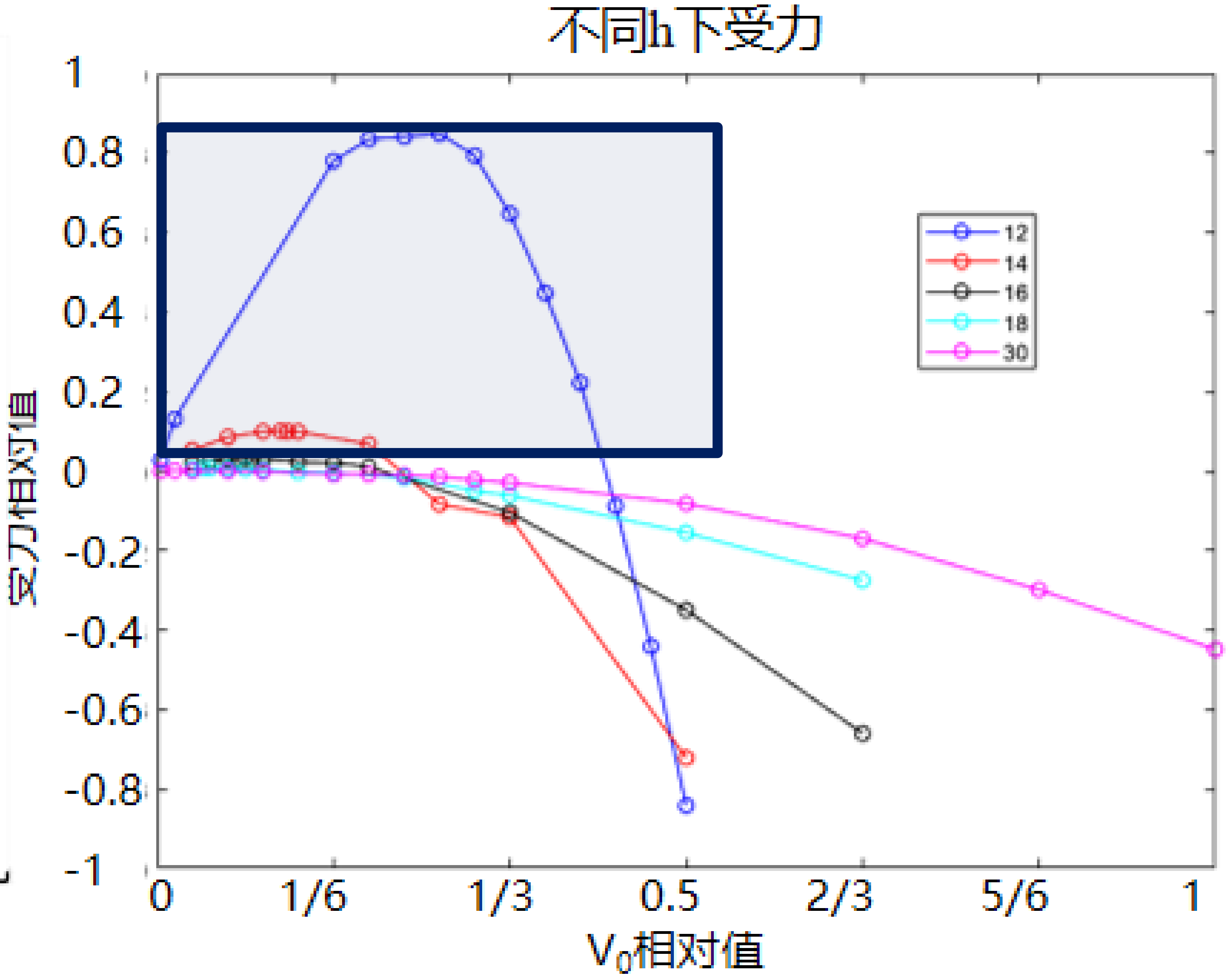




差异分析

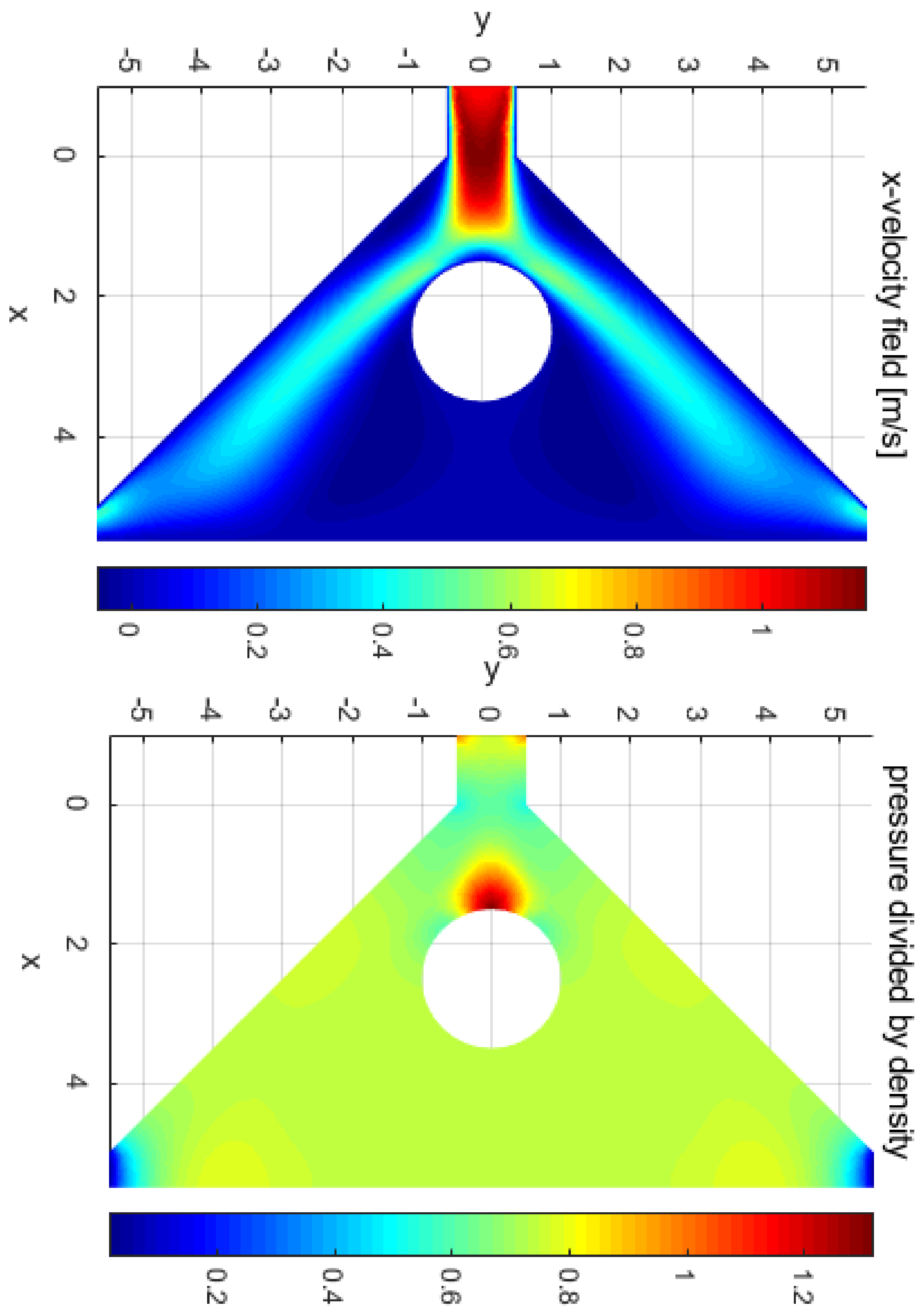


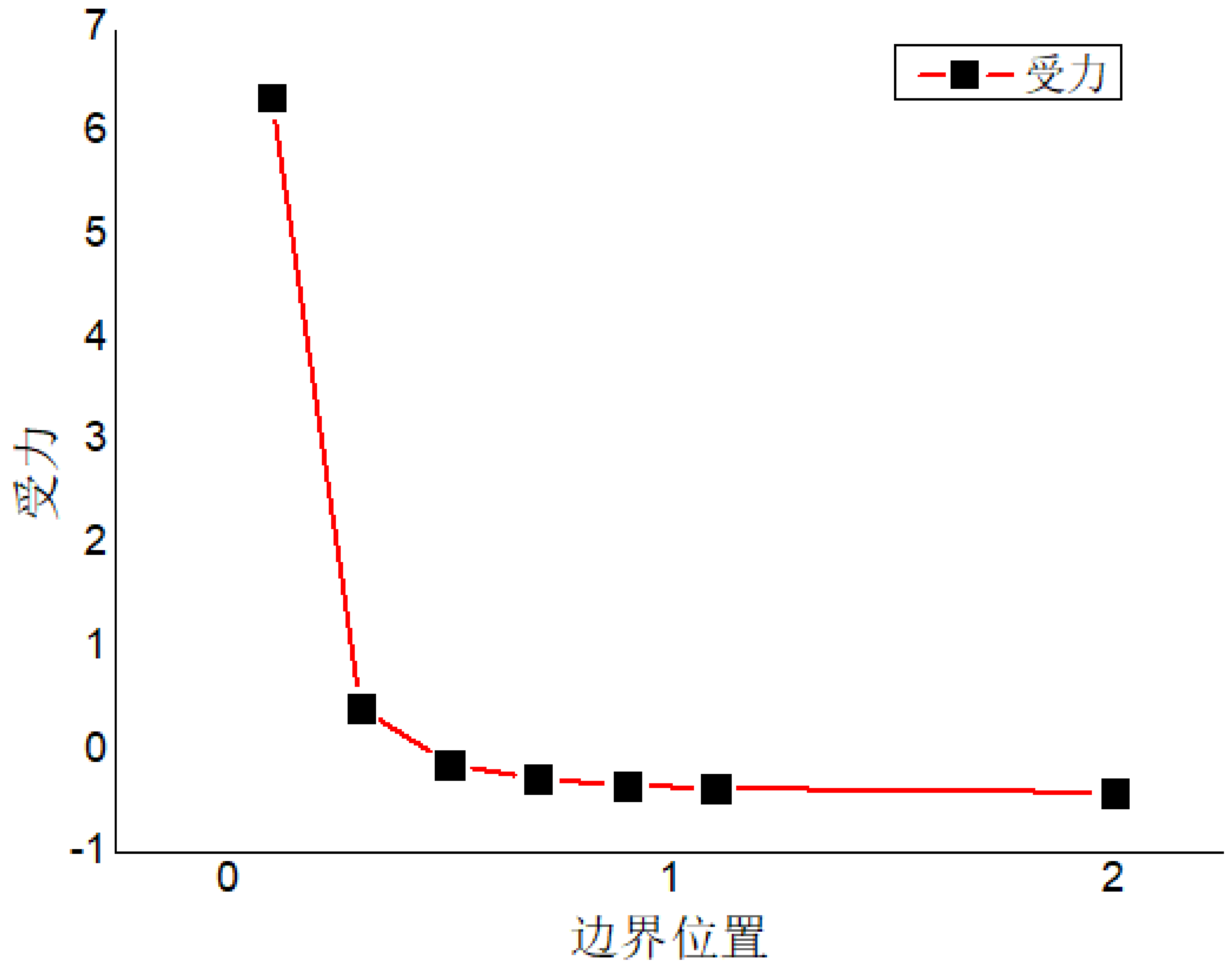
不同h下受力-V_0
受力相对值
V_0相对值
2/7
1/7
0
-1/7
-2/7
-3/7
-4/7
-5/7
-6/7
-1
1/6
1/3
0.5
2/3
5/6
1
0.0306
0.0418
0.0498
0.0272
0.0387
0.0468



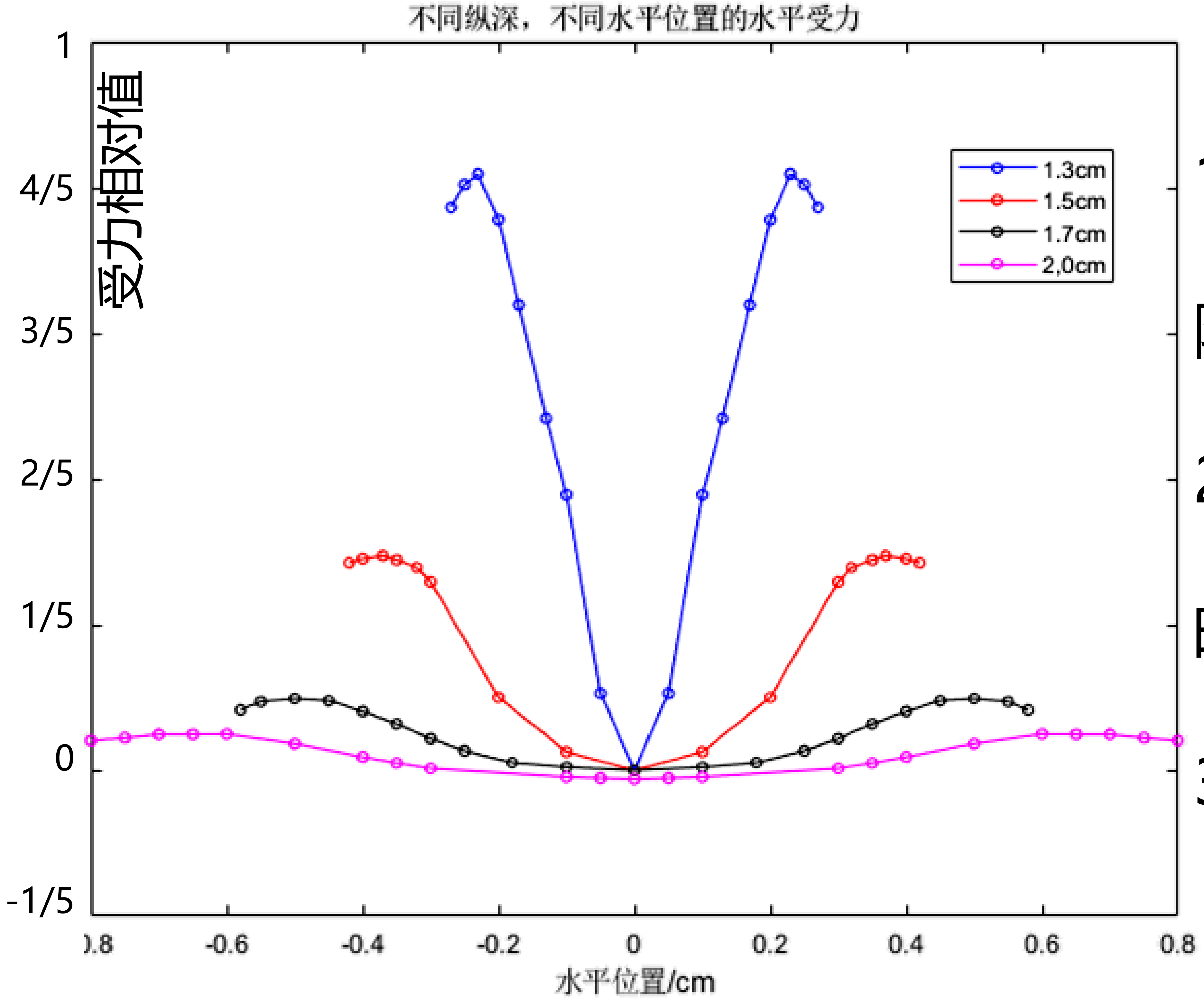
不同h下受力
受力相对值
V_0相对值
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
1/6
1/3
0.5
2/3
5/6
1
12
14
16
18
30

存在边界





受力分布

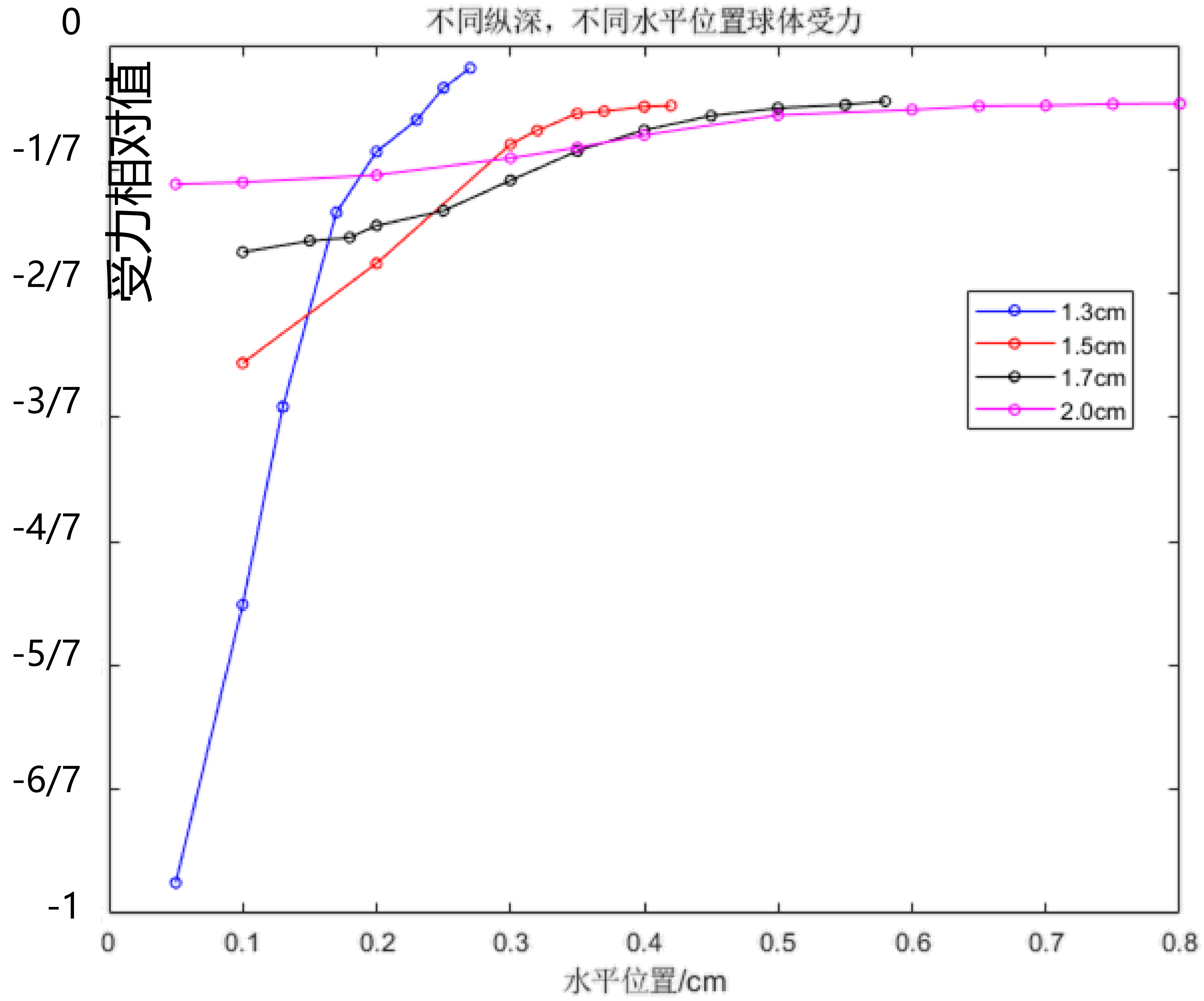


1.小球位置越高，偏离中轴时水平恢复力随距离变化幅度越大；

2.水平恢复力不是单调的，偏离距离过大时，水平恢复力反而会减小

3.越靠近顶部左右振动频率越大

受力分布



1.小球位置越高，偏离中轴时竖直吸力随距离变化幅度越大；

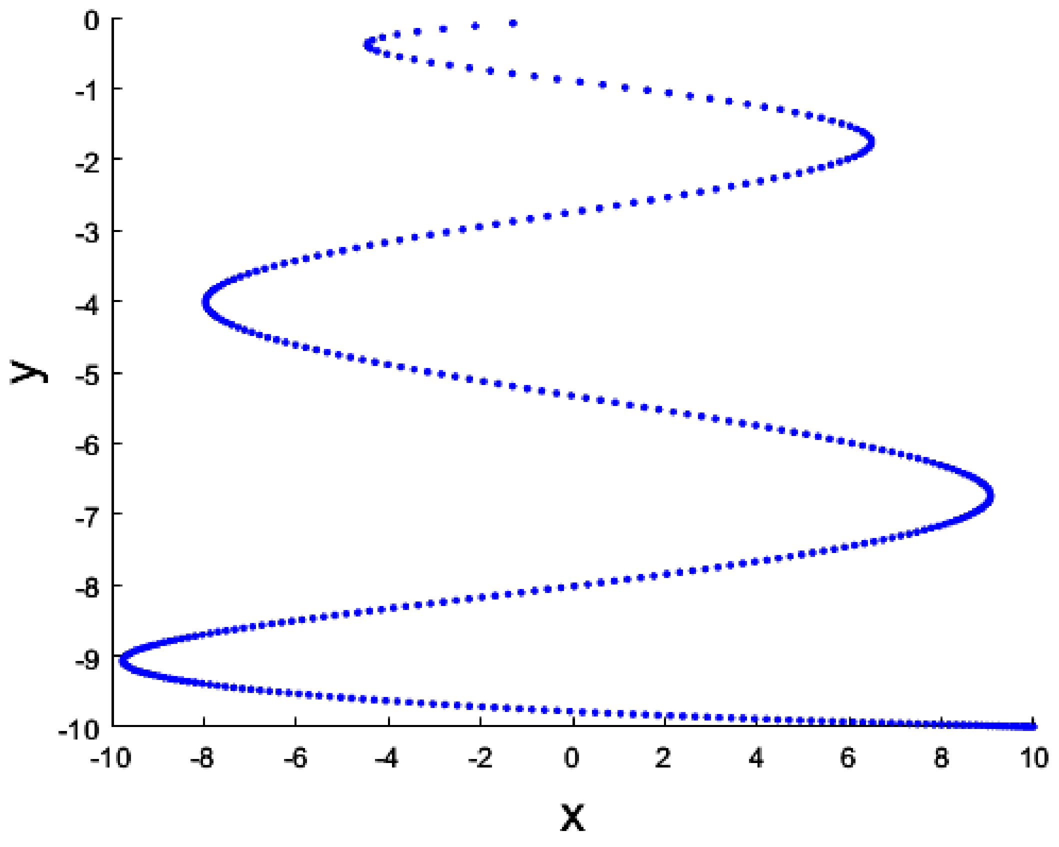
2.同一高度越靠近中轴小球受到竖直吸力越大

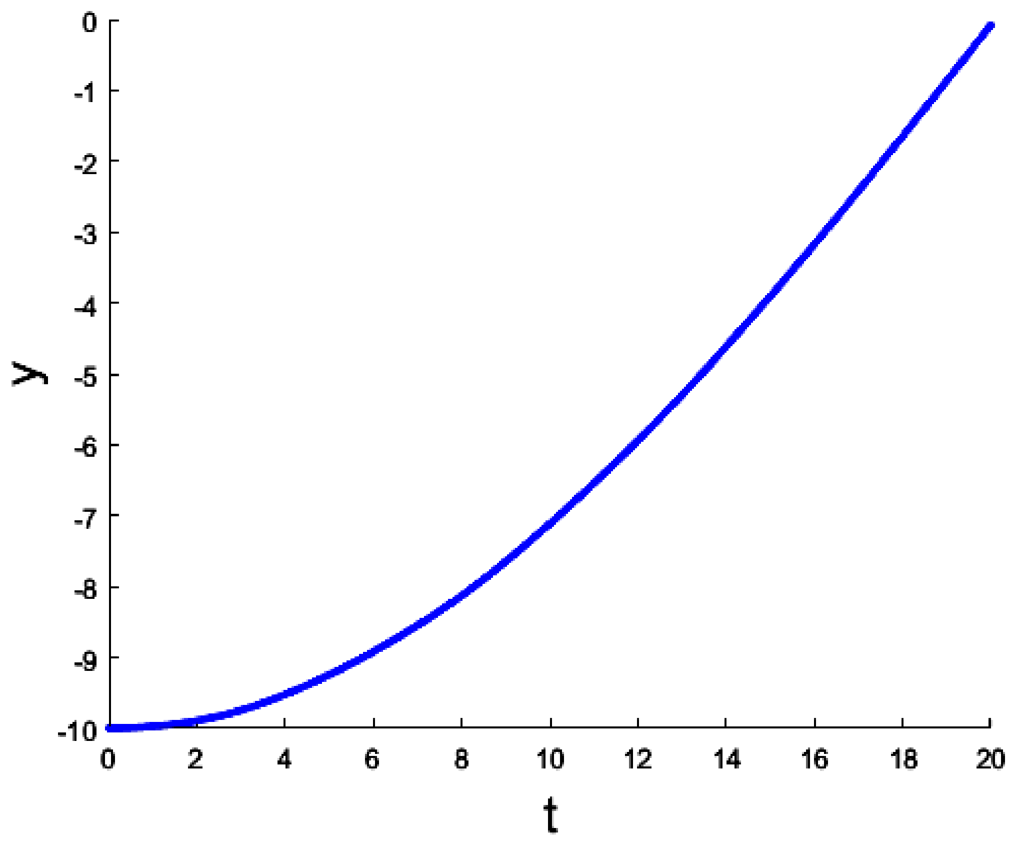
拾起过程

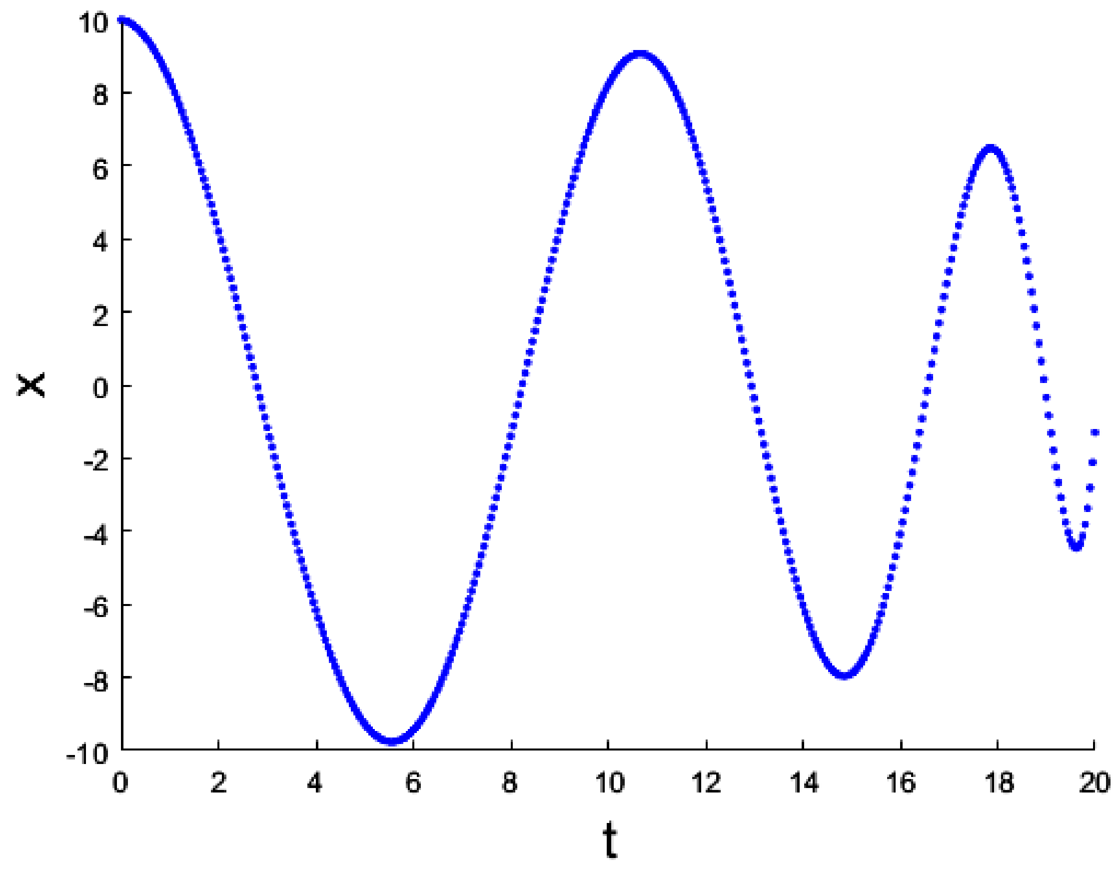
能拾起条件：在漏斗中初始位置所受到竖直吸力大于重力

若在中轴线上：竖直上升越来越快并在顶部振动；

若偏离中轴线：





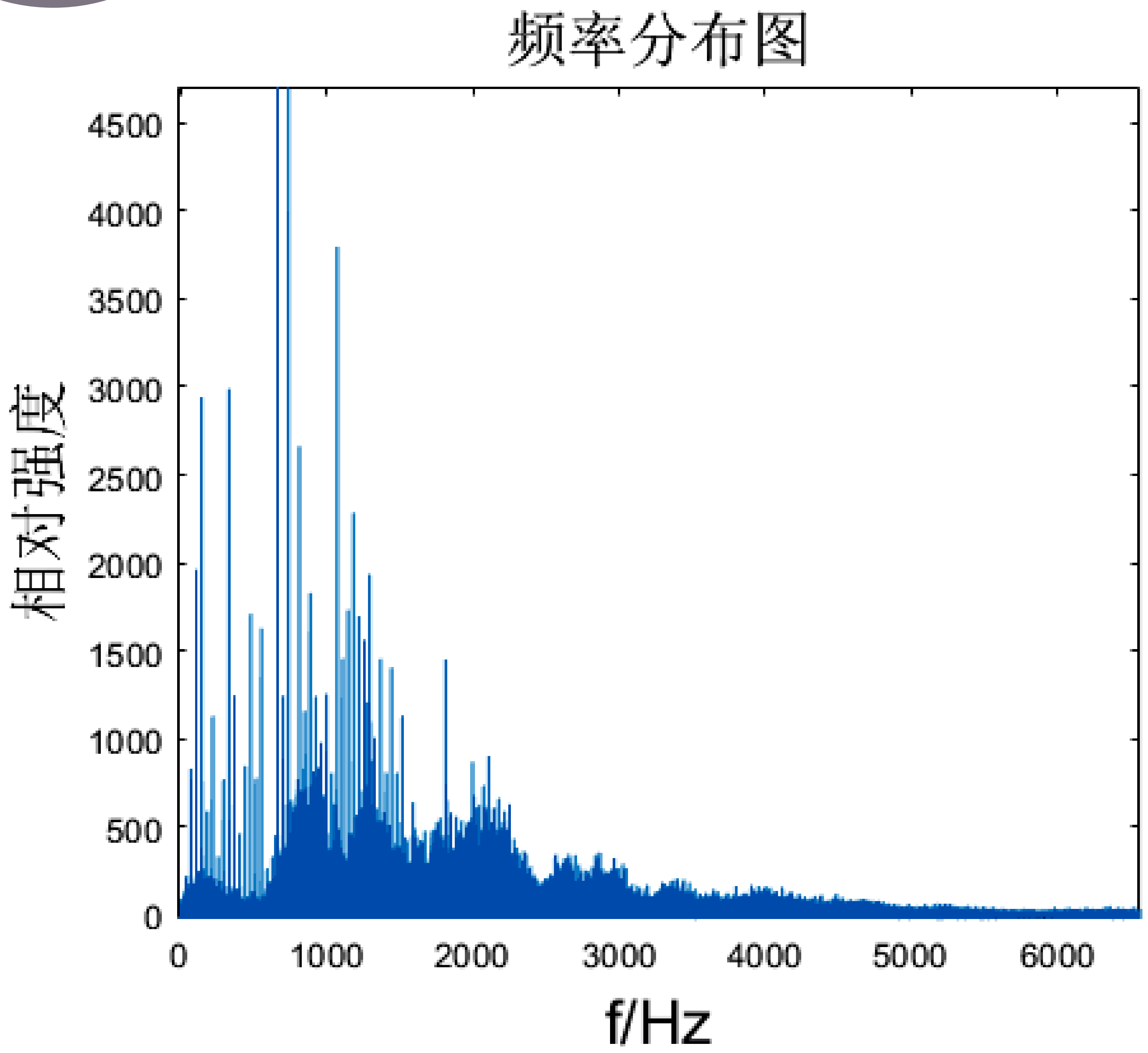


第五部分

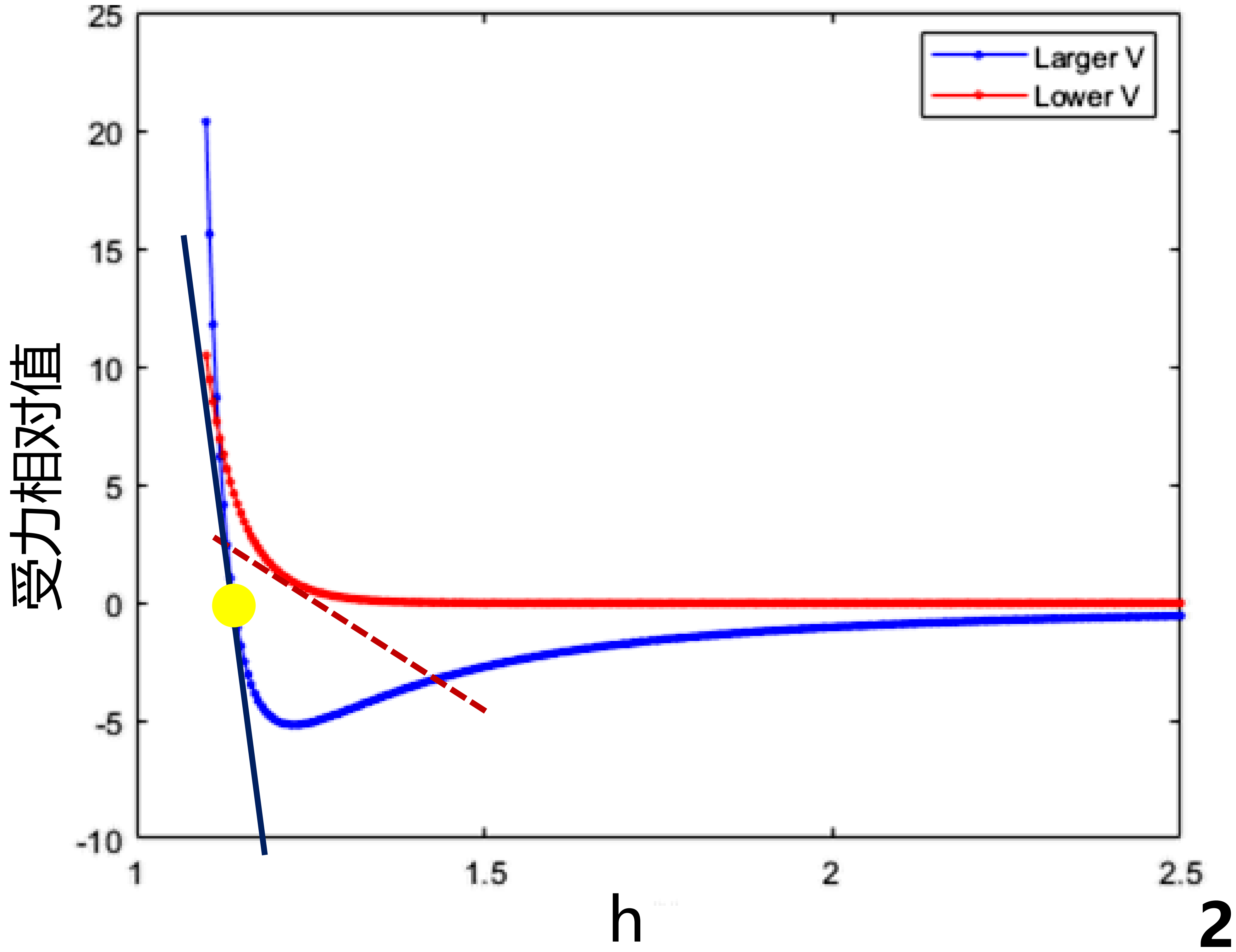
特殊分析

实验现象

振动定性分析



频率分布图
相对强度
4500
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
f/Hz



Larger V
Lower V
受力相对值
25
20
15
10
5
0
-5
-10
1
1.5
2
2.5
h

总结

1. 实验：受力与材料、球径、v_0、h，音频分析振动找特征频率

2.利用伯努利原理推导了推力与吸力，一定范围下理论和实验对比

3. 层流模型模拟流场，分析了壁角和边界的影响

4. 由受力分布对拾起轨迹做了猜测

5. 分析了造成振动的原因

参考文献

1.https://blog.csdn.net/xkl7111/article/details/17223617

2. https://baike.baidu.com/item/雷诺数/2691284

3.K. Weltner. Aerodynamic lifting force. Phys. Teach. 28, 2, 78-82 (1990)

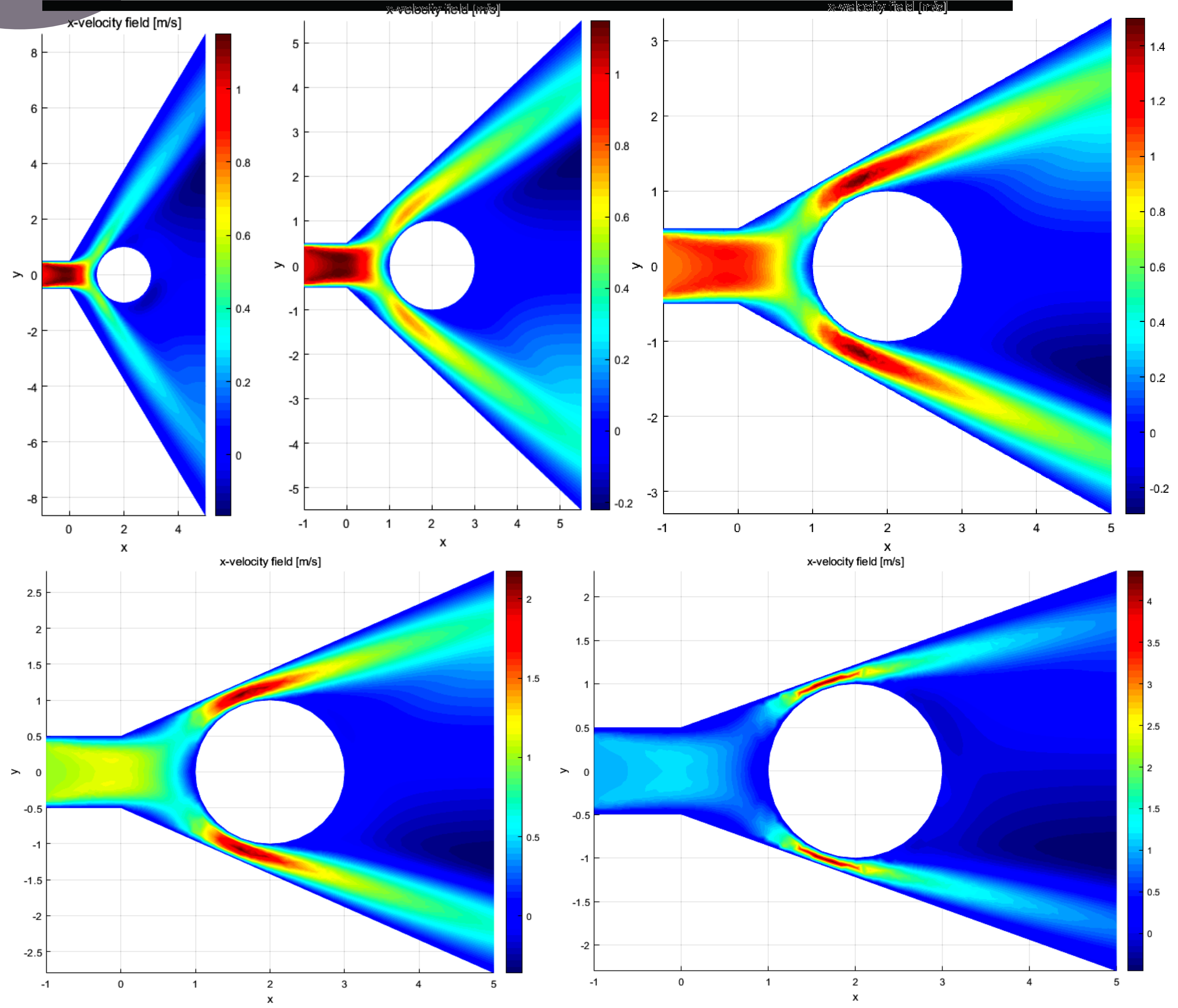
4. K. Weltner. Bernoulli’ s law and aerodynamic lifting force. Phys. Teach. 28, 2, 84-86 (1990)

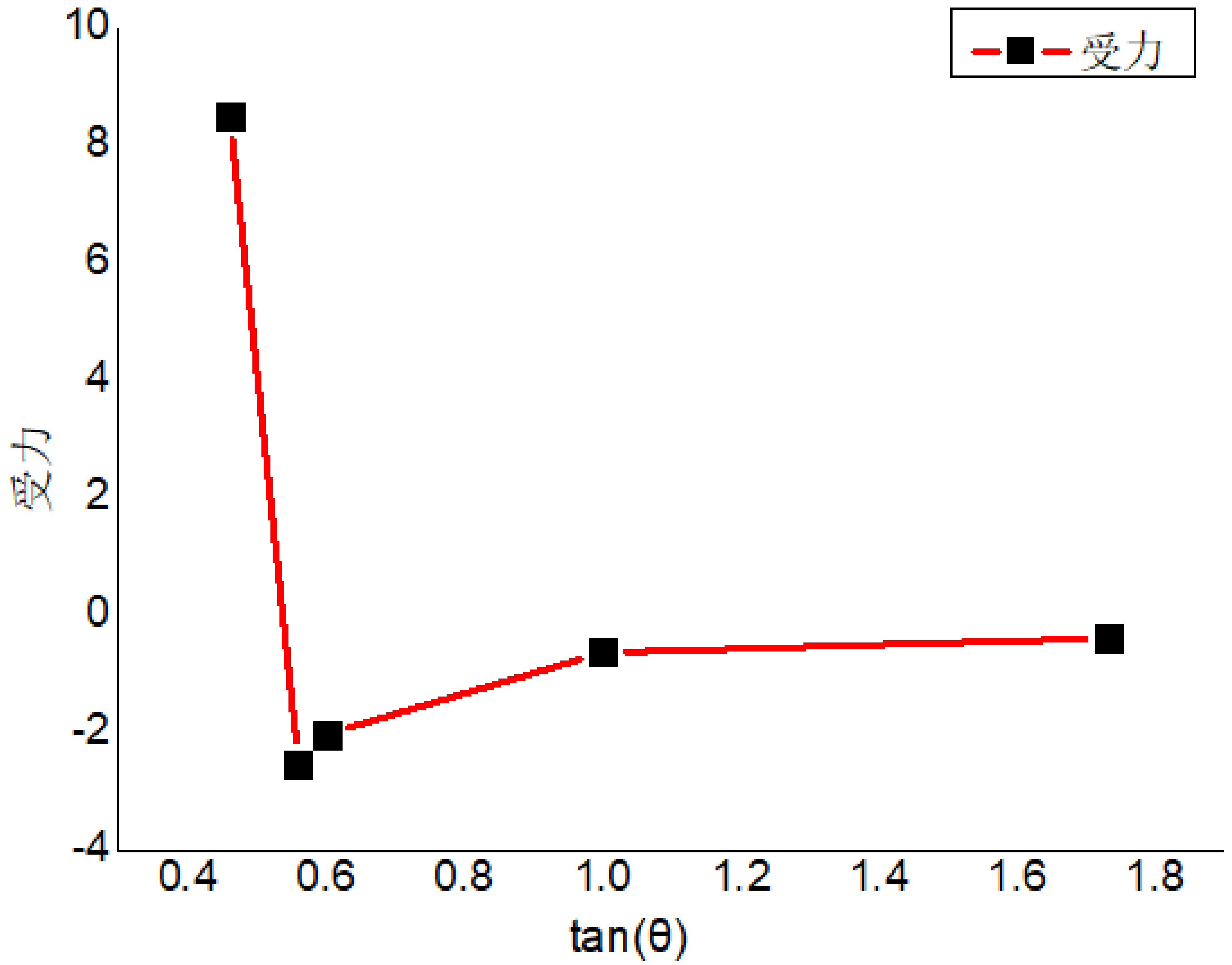
5. Ruben Meerman. Ping-Pong Pressure: An amazing demonstration of Bernoulli’ s Principle kids can repeat at home (ABC Science, 2004),

谢谢

Appendix

分析—壁角


x-velocity field [m/s]
x
y


受力
受力
tan(θ)
10
8
6
4
2
0
-2
-4
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8