

2023 山东省队第一轮集训

Day 4

时间：2023 年 4 月 20 日 08:00 ~ 13:00

题目名称	切割大师	静态顶树	染色序列
题目类型	传统型	传统型	传统型
可执行文件名	grandmaster	toptree	circle
输入文件名	grandmaster.in	toptree.in	circle.in
输出文件名	grandmaster.out	toptree.out	circle.out
每个测试点时限	1.0 秒	3.0 秒	1.0 秒
内存限制	1 GiB	1 GiB	1 GiB
子任务数目	20	25	10
测试点是否等分	是	是	是
预测试点数目	3	6	5

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	grandmaster.cpp	toptree.cpp	circle.cpp
-----------	-----------------	-------------	------------

编译选项

对于 C++ 语言	-lm -O2 -std=c++17
-----------	--------------------

注意事项：

1. 选手提交的源文件必须存放在建立好的子文件夹中（该文件夹与试题同名）。
2. 文件名（包括程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
3. C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，值必须为 0。
4. 对于因未遵守以上规则对成绩造成的影响，相关申诉不予受理。
5. 若无特殊说明，输入文件中同一行内的多个整数、浮点数、字符串等均使用一个空格进行分隔。
6. 若无特殊说明，结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。
7. 程序可使用的栈空间大小与该题内存空间限制一致。
8. 在终端下可使用命令 `ulimit -s unlimited` 将栈空间限制放大，但你使用的栈空间大小不应超过题目限制。

切割大师 (grandmaster)

【题目描述】

你面前有 n 件物品，第 i 件物品的体积为 V_i ，质量为 m_i 。你可以认为每一件物品的质量都是均匀分布的。

现在，你可以进行若干次切割操作。对于一次切割操作，你可以指定一个物品 i 与实数 $p(0 \leq p \leq 1)$ ，随后将第 i 件物品切割成两件全新的物品。其中一件物品的体积为 $p \cdot V_i$ ，质量为 $p \cdot m_i$ ，另一件物品的体积为 $(1-p) \cdot V_i$ ，质量为 $(1-p) \cdot m_i$ 。

- 为了描述的方便，我们将你第 k 次操作时，原来的第 i 件物品的删除，将新的体积为 pV_i ，质量为 pm_i 的物品标号为 i ，将新的体积为 $(1-p)V_i$ ，质量为 $(1-p)m_i$ 的物品标号为 $n+k$ 。

现在，你能够进行不超过 2 次切割操作，在切割完成后，你想要将所有的物品分至两个集合 $S, T(S \cap T = \emptyset)$ 。定义这两个集合的差异为：

$$\varepsilon = \frac{|\sum_{i \in S} V_i - \sum_{i \in T} V_i|}{\sum_{i=1}^{n+k} V_i} + \frac{|\sum_{i \in S} m_i - \sum_{i \in T} m_i|}{\sum_{i=1}^{n+k} m_i}$$

你认为两个集合的差异越小，这种分配方式的优越性就越高，对应的切割操作就越优秀，因此你十分好奇，在所有的切割与分配方法中， ε 的值最小是多少，并需要找到一组方案。

【输入格式】

从文件 `grandmaster.in` 中读入数据。

请注意，本题的每个测试点中包含多组测试数据。

输入的第一行包含一个整数 T ，表示数据组数。对于每组数据：

- 输入的第一行包含一个整数 n ，表示物品的数量。
- 接下来一行，包含 n 个整数 V_1, V_2, \dots, V_n 。
- 接下来一行，包含 n 个整数 m_1, m_2, \dots, m_n 。

【输出格式】

输出到文件 `grandmaster.out` 中。

对于每组数据，输出包含两部分。

- 输出的第一部分描述你的切割方案：
 - 输出的第一行包含一个整数 $k(0 \leq k \leq 2)$ ，表示你进行的切割次数。
 - 接下来 k 行，第 j 行包含一个整数 $i(1 \leq i < n+j)$ 与实数 $p(0 \leq p \leq 1)$ ，表述你的第 j 次切割方案。

- 接下来一部分描述你的划分方案：

输出一行 $n + k$ 个 $\{0, 1\}$ 内的整数，第 i 个整数为 0 表示该物品分配至集合 S ，否则分配至集合 T 。

- 即，对于每组数据，你的输出应包含恰好 $k + 2$ 行，且除实数 p 外所有数字均为非负整数。

使得 ε 最小化的方案可能有很多种，你可以输出任意一种。

为了避免潜在的精度误差，设最优解得到的 ε 的值为 $\bar{\varepsilon}$ ，你得到的值为 ε_0 ，则当 $|\bar{\varepsilon} - \varepsilon_0| < 10^{-6}$ 时，你的输出将被判定正确。

【样例 1 输入】

```
1 3
2 3
3 1 1 2
4 1 3 4
5 4
6 2 2 3 3
7 1 2 3 4
8 3
9 4 1 1
10 4 1 1
```

【样例 1 输出】

```
1 0
2 0 0 1
3 0
4 0 1 1 0
5 1
6 1 0.75
7 0 1 1 1
```

【样例 1 解释】

对于第一组测试数据，不需要任何切割操作，各物品的状态如下：

物品 i	V_i	m_i	所属集合
1	1	1	S
2	1	3	S
3	2	4	T

容易计算得到 $\sum_{i \in S} V_i = 2, \sum_{i \in S} m_i = 4, \sum_{i \in T} V_i = 2, \sum_{i \in T} m_i = 4, \varepsilon = 0$ 。

对于第二组测试数据，不需要任何切割操作，各物品的状态如下：

物品 i	V_i	m_i	所属集合
1	2	1	S
2	2	2	T
3	3	3	T
4	3	4	S

容易计算得到 $\sum_{i \in S} V_i = 5, \sum_{i \in S} m_i = 5, \sum_{i \in T} V_i = 5, \sum_{i \in T} m_i = 5, \varepsilon = 0$ 。

对于第三组测试数据，将物品 1 切割下来 75%，剩余部分得到新的物品 4；各物品的状态如下：

物品 i	V_i	m_i	所属集合
1	3	3	S
2	1	1	T
3	1	1	T
4	1	1	T

容易计算得到 $\sum_{i \in S} V_i = 3, \sum_{i \in S} m_i = 3, \sum_{i \in T} V_i = 3, \sum_{i \in T} m_i = 3, \varepsilon = 0$ 。

【样例 2】

见选手目录下 `grandmaster/grandmaster2.in` 与 `grandmaster/grandmaster2.ans`。

本组样例满足性质 A。

【样例 3】

见选手目录下 `grandmaster/grandmaster3.in` 与 `grandmaster/grandmaster3.ans`。

【子任务】

对于 100% 的数据， $1 \leq T \leq 20, 1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq V_i, m_i \leq 10^6$ 。

测试点	$n \leq$	V_i, m_i	特殊性质
1 ~ 2	3	≤ 10	无
3 ~ 4	10	$\leq 10^6$	A
5 ~ 6	16		
7 ~ 9	30		B
10 ~ 12			
13 ~ 14	1.5×10^3	$V_i = 1, m_i \leq 3$	无
15 ~ 16		$V_i = 1$	
17 ~ 18		$\leq 10^6$	
19 ~ 20			

下面是一些补充说明：

- 性质 A：保证存在一组最优方案使得 $k = 0$ 。
- 性质 B：保证存在一组最优方案，使得每次切割的参数 p 可以写成 a/b 的形式，且 $1 \leq a, b \leq 10, (a, b) = 1$ 。

【提示】



300iq

3 years ago, # | ☆

The quality of most problems of GP of Serbia is comparable with GP of Siberia.

→ Reply

▲ +208 ▼

静态顶树 (toptree)

【题目描述】

题目还是简单一点好。

给定一棵 N 个点的树 T ，其顶点标号为 $1 \sim n$ ，边集记为 E 。第 i 个点有一个权值 a_i 。设 $S \subseteq E$ 为边集 E 的子集，我们定义 $f(S)$ 的值如下：

- 考虑一张新的图 T' ， T' 的点集与 T 相同，边集为 S 。
- T' 中每个联通块的权值为该联通块所有点权值的最小值。
- $f(S)$ 的值即为 T' 所有联通块权值之和。

现在，你需要计算 $\sum_{S \subseteq E} f(S)$ 。由于这个值很大，因此你只需要输出其对 998 244 353 取模后的值即可。

【输入格式】

从文件 `toptree.in` 中读入数据。

输入的第一行包含一个整数 n ，描述树的点数。

接下来一行，包含 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，描述每个点的权值。

接下来 $n - 1$ 行，每行两个整数 u_i, v_i ，描述树的一条边。

【输出格式】

输出到文件 `toptree.out` 中。

输出一行一个整数，表示答案，取模 998 244 353。

【样例 1 输入】

```
1 3
2 114 514 1919
3 1 2
4 1 3
```

【样例 1 输出】

```
1 5322
```

【样例 1 解释】

树 T 的边集 E 包含两条边, 分别为 $e_1 = (1, 2), e_2 = (1, 3)$ 。

- 当 $S = \emptyset$ 时, $f(S) = 114 + 514 + 1919 = 2547$ 。
- 当 $S = \{e_1\}$ 时, $f(S) = 114 + 1919 = 2033$ 。
- 当 $S = \{e_2\}$ 时, $f(S) = 114 + 514 = 628$ 。
- 当 $S = \{e_1, e_2\}$ 时, $f(S) = 114$ 。

因此所有 $f(S)$ 之和为 $2547 + 2033 + 628 + 114 = 5322$ 。

【样例 2 输入】

```
1 6
2 9 9 8 24 43 53
3 1 2
4 1 3
5 2 4
6 2 5
7 3 6
```

【样例 2 输出】

```
1 2464
```

【样例 3】

见选手目录下 *toptree/toptree3.in* 与 *toptree/toptree3.ans*。

本组样例满足性质 A。

【样例 4】

见选手目录下 *toptree/toptree4.in* 与 *toptree/toptree4.ans*。

本组样例满足性质 B。

【样例 5】

见选手目录下 *toptree/toptree5.in* 与 *toptree/toptree5.ans*。

本组样例满足性质 C。

【样例 6】

见选手目录下 *toptree/toptree6.in* 与 *toptree/toptree6.ans*。

【子任务】

对于 100% 的数据， $2 \leq n \leq 3 \times 10^5$ ， $1 \leq a_i \leq 10^9$ 。保证输入的图是一棵合法的树。

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1	18	无
2	100	
3 ~ 4	5 000	
5 ~ 8	10^5	A
9 ~ 11		B
12 ~ 13		C
14 ~ 18		无
19 ~ 22	2×10^5	
23 ~ 25	3×10^5	

- 性质 A：保证 $1 \leq a_i \leq 2$ 。
- 性质 B：保证 $u_i = i, v_i = i + 1$ 。
- 性质 C：保证 $u_i = 1, v_i = i + 1$ 。

【提示】



今天题非常简单！！

染色序列 (circle)

【题目描述】

这题本来是个染色序列问题，但是因为 ShanLun.JiaJian 老师把染色序列图图了，所以这道题变成了别的题。

有 n 个整数排成一圈，定义一次操作为：选择其中一个整数 a ，将其变为 $-a$ ，并使圈上与其相邻的两个整数加上 a 。

你希望进行若干次操作，使得最终所有的整数均非负。求出最小的操作次数。

【输入格式】

从文件 `circle.in` 中读入数据。

每个测试点中包含多组测试数据。

输入的第一行包含一个正整数 T ，表示测试数据组数。对于每组测试数据：

输入的第一行包含一个正整数 n 。

接下来一行， n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，这些整数按顺序排成一圈。

【输出格式】

输出到文件 `circle.out` 中。

对于每组测试数据，仅一行一个整数。如果能够使所有整数均变为非负的，输出最小的操作次数；如果不能，则输出 -1 。

【样例 1 输入】

```
1 3
2 3
3 2 2 -3
4 3
5 2 2 -5
6 3
7 0 0 0
```

【样例 1 输出】

```
1 5
2 -1
```

3 0

【样例 1 解释】

初始 $2, 2, -3 \Rightarrow -1, -1, 3 \Rightarrow 1, -2, 2 \Rightarrow -1, 2, 0 \Rightarrow 1, 1, -1 \Rightarrow 0, 0, 1$ 达到目标，操作次数为 5，且显然无法更优。

初始 $2, 2, -5$ ，显然无法达到目标。

初始 $0, 0, 0$ ，无需操作即已经达到目标。

【样例 2 输入】

```
1 4
2 6
3 1 -1 4 5 -1 4
4 7
5 1 9 1 9 -8 1 0
6 6
7 114 514 -19 -19 8 10
8 8
9 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1
```

【样例 2 输出】

```
1 2
2 4
3 7
4 -1
```

【样例 3】

见选手目录下 *circle/circle3.in* 与 *circle/circle3.ans*。

【样例 4】

见选手目录下 *circle/circle4.in* 与 *circle/circle4.ans*。

【样例 5】

见选手目录下 `circle/circle5.in` 与 `circle/circle5.ans`。

【子任务】

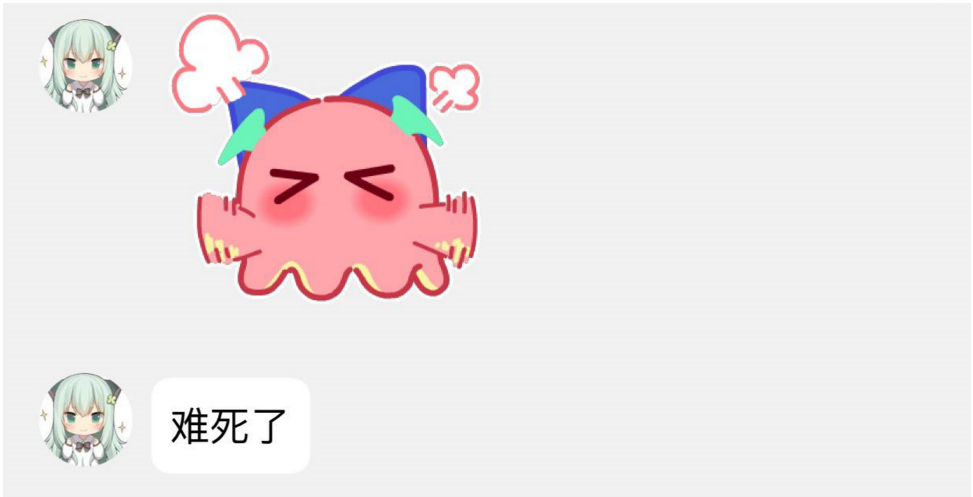
对于 100% 的数据， $1 \leq T \leq 10, 1 \leq n \leq 10^5, -10^4 \leq a_i \leq 10^4$ 。

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1	3	$-10 \leq a_i \leq 10$
2	50	
3 ~ 4	2 000	无
5	5 000	
6	3×10^4	$\sum a_i = 1$
7		$-10 \leq \sum a_i \leq 10$
8		无
9 ~ 10	10^5	

下面是一些补充说明:

- $\sum a_i$ 指单组测试数据中所有 a_i 之和。

【提示】



(这不是在说这道题，那道题已经被换掉了)