

# ARC008E タコヤキオイシクナール

## 解説

[https://atcoder.jp/contests/arc008/tasks/arc008\\_4](https://atcoder.jp/contests/arc008/tasks/arc008_4)

# 目次

- ① 問題概要
- ② ヒント 1, 2
- ③ ヒント 3
- ④ 解法

# 問題概要

## 問題

一列に  $N$  個の装置が並んでおり、各装置には  $a, b$  のパラメータがある。装置通過前の美味しさが  $r$  のタコヤキは、装置通過後  $a \times r + b$  の美味しさへと変化する。全ての装置の初期のパラメータは  $a = 1, b = 0$  である。今から  $M + 1$  回美味しさ 1 のタコヤキを全ての装置に通過させて、合計  $M + 1$  個のタコヤキを得る。ただし、 $i$  ( $\geq 2$ ) 回目の操作前には、ある一つの装置のパラメータを与えられたものに変更する。 $M + 1$  個のタコヤキのうち、美味しさが最大のものと最小のものの値を求めよ。

## 制約

- $1 \leq N \leq 10^{12}$
- $0 \leq M \leq 10^5$

## ヒント 1, 2

### ヒント

美味しさの変化の計算を行列を用いて表してみよう.

### ヒント

美味しさ  $r$  のタコヤキが装置  $i$  を通過したときの美味しさの変化は,

$$\begin{pmatrix} a_i & b_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i \times r + b_i \\ 1 \end{pmatrix}$$

と書くことができます.

1を補うことで上手く表現できる. このような表し方を同次座標などと言  
い, これを用いることで回転と平行移動 (アフィン変換) を行列で表す  
ことが可能となる.

## ヒント 3

### ヒント

行列積はセグメント木に乗せることができます。

$$A_i = \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とおくことで、美味しさ 1 のタコヤキを全ての装置に通過させた後は、

$$A_N A_{N-1} \cdots A_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

の美味しさになる． よって、 $A_N A_{N-1} \cdots A_1$  の部分を各操作について求められればよい．

$A_N A_{N-1} \cdots A_1$  の部分を各操作について求められればよい.

各操作前のパラメータ変更は高々 1 個の装置のみ

→ 行列で言うと 1 点更新であり, セグメント木で実現可能!

$N$  が大きい, 更新に登場しない場所は単位行列で無視できるので, 座圧で消すか動的セグ木を使えばよい.