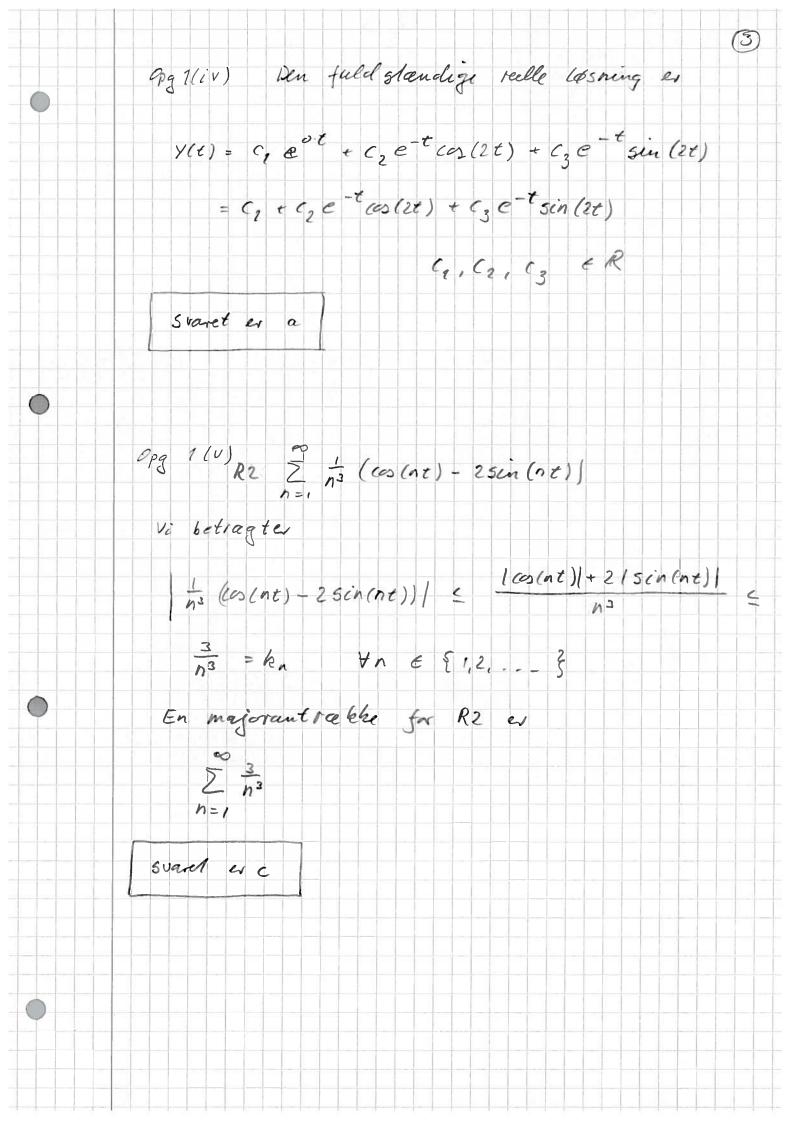
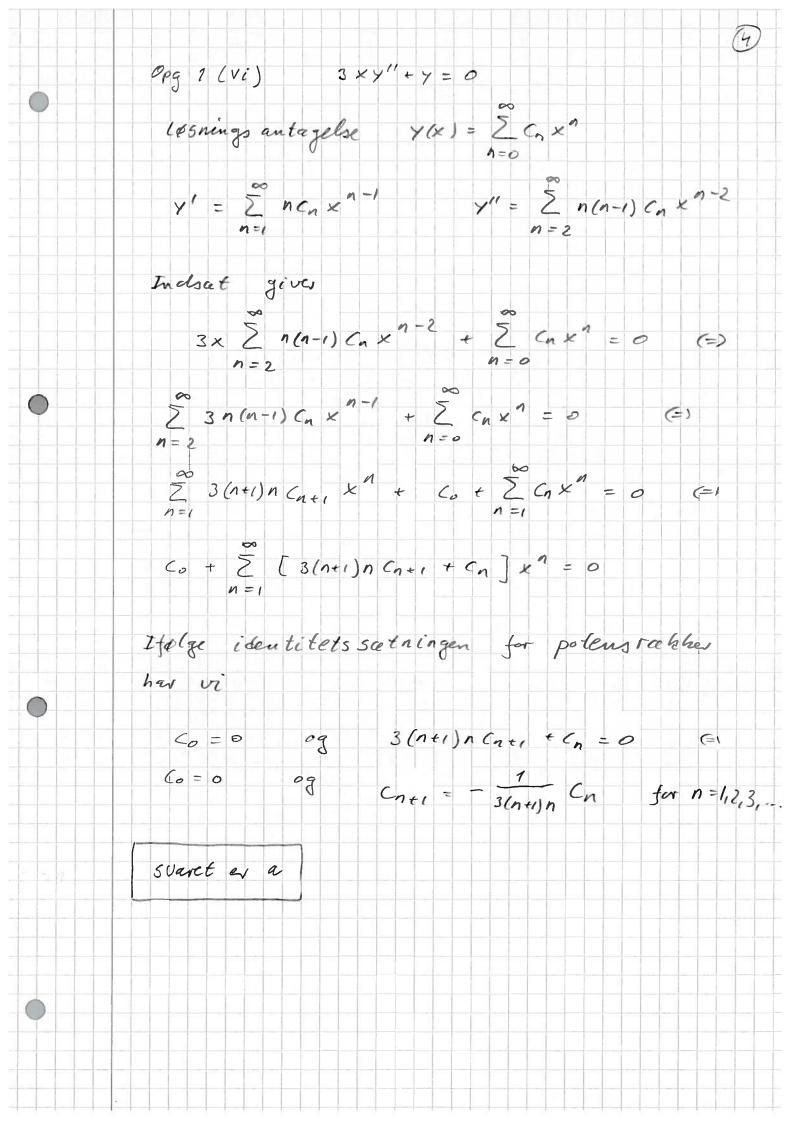
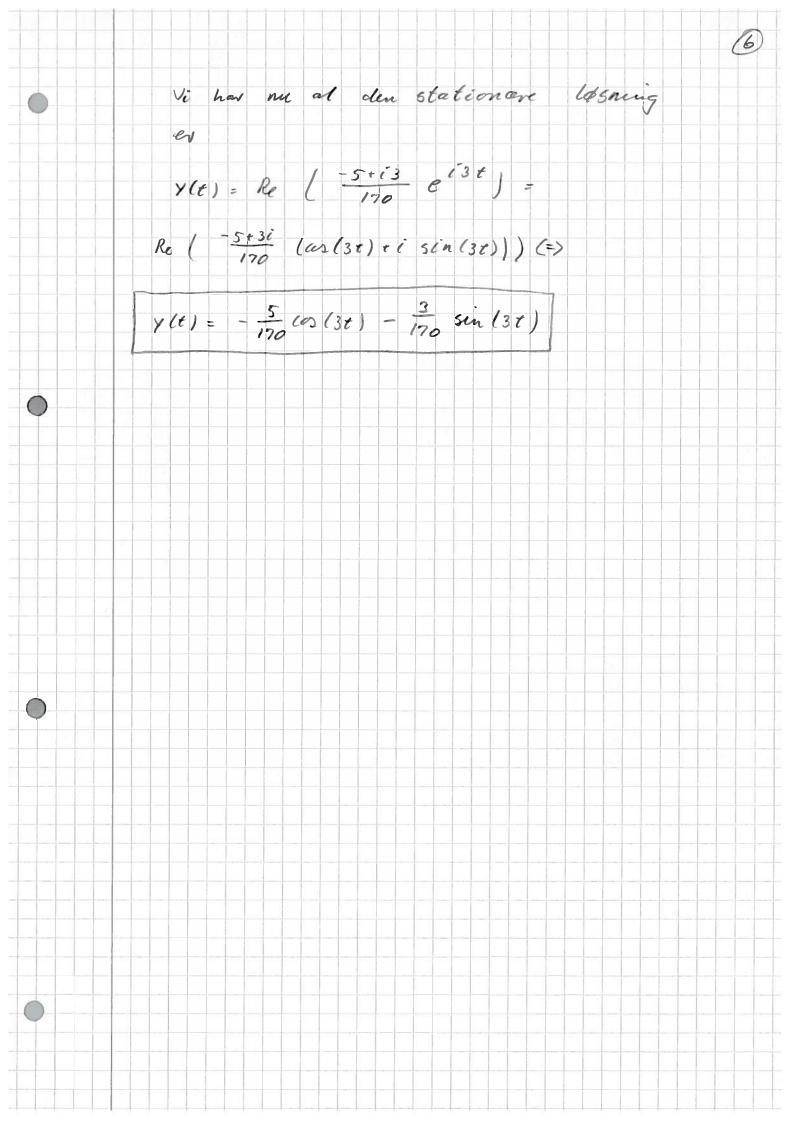
løsninger til eksamensopgaver august 2015 $Opg 1(i) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} \times n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\times}{2}\right)^n$ Detter er en kvotient oakke og itølge sætneng 5.2 har vi $= \frac{1}{1-\frac{x}{2}} = \frac{2}{2-x} \quad \text{for } \left|\frac{x}{2}\right| < 1 \quad (=)$ $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n$ 1X1 < 2 Svaret er b Opg 1 (ii) $\frac{\infty}{2} \frac{(-1)^n}{n^2}$ as an alternarcade rackle med $b_n = \frac{\pi}{n^2}$. Efolge leibniz kriterium ω rækken konvergent. Vi betvagter næ $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{n^2} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ Denne række er konvergent itølge Eksempel Heref fås at 2 n2 er absolut ken vergent suavel es b

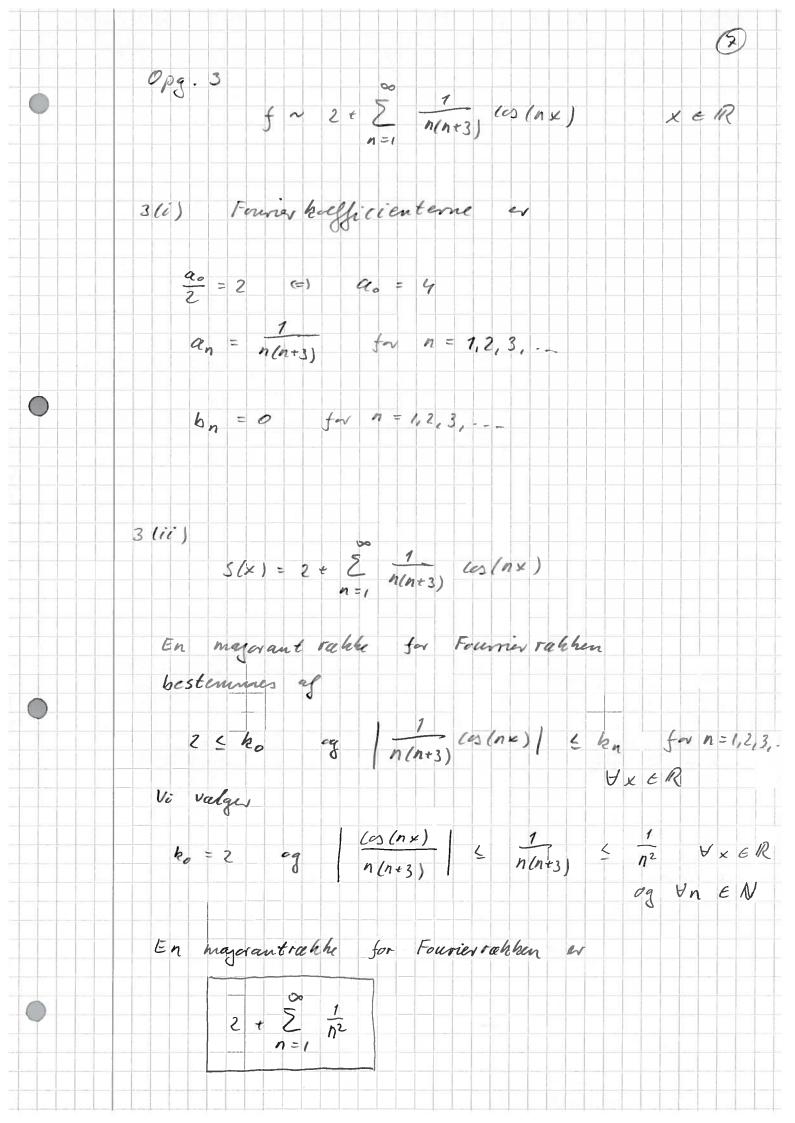
Opq. 7 (iii) R1: 2 1 x3n Incl $f \phi = a_n = \frac{1}{n+1} \times \frac{3n}{n}$ Ken vergen 5 af R7 afgøres med brug af kvotientkriteriet. Vi betragter $\left|\frac{1}{a_n}\right| = \left|\frac{1}{n+2} \times \frac{3(n+1)}{n+2}\right| = \frac{n+1}{n+2} \times \frac{3}{n+2}$ 1+1/n 1×13 -> 1×13 for n -> 00 Rækken er konvergent for 1×13 12 i tølge protient kniteriet og 1x1 < 3/2 = 1 = P, hur ges konvergens rachies. svaret er c Opg 1 (iv) For Y"+2 Y" +5 Y = 0 R det karakterislishe polynomium P(7) = (7+1-2i)(2+1+2i)7 = (7-(-1+20))(7-(-1-20))(7-0) P(7) has rødderne 2, =0 72 = -1 + 20 2 = -1-21





opg 2 y" +3 y" + 4 y' +2 y = ce(e) Y = Y(E) Det havale tens tighe polynomium Pla) = 7 + 372 + 47 + 2 har 14 devne 7 = -1 og 2= -1-i 2 (i) Den tredje red i P er 23 = 2 = -1+i 2(ii) Italge firmel (1.20) en overfarings tunk timen 5 3 + 3 5 2 + 25 + 2 H(5) = P(S) 2 (iii) Den stationere løsning for Ult) = coslat) findes of saturing 1.27 Y(t) = Re (H(i3)e(3t) idel (02(3t) = Re (ei3t) Vi udolques $H(i3) = (i3)^3 + 3(i3)^2 + 4(i3) + 2$ -25 - 15 -i27 -27 + i12 +2 -5 + (3 -5+13 -25+015 5-25 + 3 15





Opg 3(ii) Ifølge eksempel (4.34) er denne majorantrakhe konvergent. Betingelserne (i) og (ii) er nu opfyldle i sætning 5.33 for Fourier vækken og des for le sum funktionen $5(x) = 2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)} \cos(nx)$ Rontinuert. Tillige følger det at Fourier ræhken er uniform konvergent. Der for gælder at f(x) = 5(x). opa 3 (iii) Den N'te affrits sam er $S_N(x) = 2 + \sum_{n=1}^N \frac{1}{n(n+3)} \cos(nx)$ Bestem N salades at 15(x)-5N(x) = E=0,01 Vi adreques $|S(x)-S_{N}(x)|=|\sum_{n=N+1}^{\infty}\frac{1}{n(n+3)}\cos(nx)|$ $\sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{|\cos(nx)|}{n(n+3)} \leq \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

