

最大公約数（GCD） ・ 最小公倍数(LCM)

城北中学校・高等学校 数学科

清水団（しみず・だん）

約数の個数

- 13の約数は？

1, 13の2個

- 36の約数は？

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36の9個

- 12の約数は？

1, 2, 3, 4, 6, 12の6個

約数の個数

- 1個なのは1のみ
- 2個なのは素数（素数の定義でもいいね）
- 奇数個なのは平方数
- 偶数個なのは平方数以外

約数のペア

自然数 n について,

a が約数なら, $\frac{n}{a}$ も約数

で, この2数をペアと考える事ができる。ただし, 平方数は約数が奇数個なので, 自然数 n^2 の約数 n はペアがくめない。

- 12については $(1, 12)(2, 6)(3, 4)$ の3ペア。
- 36については $(1, 36)(2, 18)(3, 12)(4, 9)$ の4ペアで, **6はペアが組めない。**

最大公約数と最小公倍数

A, B の

最大公約数 (GCD : greatest common divisor) を G

最小公倍数 (LCM : least common multiple) を L

とする。 $A = aG, B = bG$ とおくと,

- a と b は互いに素である。
- $L = abG$ である。
- $AB = GL$ である。

最大公約数と最小公倍数

例 $A = 24$, $B = 36$ とすると,

$$G = 12$$

よって, $A = 2G$, $B = 3G$ となり,

$$a = 2, b = 3$$

a と b は互いに素となる。

また, $L = 2 \cdot 3 \cdot 12 = abG$ であり,

$$AB = aG \cdot bG = G \cdot abG = GL$$

となる。

