

# 最大公約数の再定義

城北中学校・高等学校 数学科

清水団（しみず・だん）

## 最大公約数の再定義（0を含む）

$a, b$  を2つの整数とする。0以上の整数  $d$  が次の2つの条件を満たすとき、 $d$  は  $a$  と  $b$  の最大公約数という。

- $d$  は  $a$  と  $b$  の公約数である。
- $a$  と  $b$  の公約数であるどんな整数も  $d$  の約数である。

## (例1) 12 と 15 の最大公約数 $d$

12 と 15 の最大公約数  $d$  を考えてみる。

- $d$  は 12 と 15 の公約数である。
  - $d$  が 0 以上の整数であることに注意すると,  $d = 1, 3$
- 12 と 15 の公約数であるどんな整数も  $d$  の約数である。
  - 12 と 15 の公約数は  $\pm 1, \pm 3$  である。

## (例1) 12 と 15 の最大公約数 $d$

- $d = 1$  は最大公約数ではない。

$d$	$a$ と $b$ の公約数	$d$ の約数であるか？
1	1	○
1	-1	○
1	3	×
1	-3	×

## (例1) 12 と 15 の最大公約数 $d$

- $d = 3$  は最大公約数である。  $\therefore (12, 15) = 3$

$d$	$a$ と $b$ の公約数	$d$ の約数であるか？
3	1	<input type="radio"/>
3	-1	<input type="radio"/>
3	3	<input type="radio"/>
3	-3	<input type="radio"/>

## (例2) 0 と 5 の最大公約数 $d$

0 と 5 の最大公約数  $d$  を考えてみる。

- $d$  は 0 と 5 の公約数である。
  - 0 の 0 以上の約数は, 0 以上のすべての整数である。
  - 5 の 0 以上の約数は, 1 と 5 である。

$$\therefore d = 1, 5$$

- 0 と 5 の公約数であるどんな整数も  $d$  の約数である。
  - 0 と 5 の公約数は  $\pm 1, \pm 5$  である。

## (例2) 0 と 5 の最大公約数 $d$

- $d = 1$  は最大公約数ではない。

$d$	$a$ と $b$ の公約数	$d$ の約数であるか？
1	1	○
1	-1	○
1	5	×
1	-5	×

## (例2) 0 と 5 の最大公約数 $d$

- $d = 5$  は最大公約数である。  $\therefore (0, 5) = 5$

$d$	$a$ と $b$ の公約数	$d$ の約数であるか？
5	1	<input type="radio"/>
5	-1	<input type="radio"/>
5	5	<input type="radio"/>
5	-5	<input type="radio"/>



### (例3) 0 と 0 の最大公約数 $d$

0 と 0 の最大公約数  $d$  を考えてみる。

- $d$  は 0 と 0 の公約数である。
  - 0 の 0 以上の約数は, 0 以上のすべての整数である。

$$\therefore d = 0, 1, 2, \dots$$

- 0 と 0 の公約数であるどんな整数も  $d$  の約数である。
  - 0 と 0 の公約数は  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  である。

### (例3) 0 と 0 の最大公約数 $d$

- $d = 3$  は最大公約数ではない。

$d$	$a$ と $b$ の公約数	$d$ の約数であるか？
3	0	×
3	1	○
3	2	×
3	3	○
3	4	×
3	⋮	⋮

### (例3) 0 と 0 の最大公約数 $d$

- $d = 2$  は最大公約数ではない。

$d$	$a$ と $b$ の公約数	$d$ の約数であるか？
2	0	×
2	1	○
2	2	○
2	3	×
2	4	×
2	⋮	⋮

### (例3) 0 と 0 の最大公約数 $d$

- $d = 1$  は最大公約数ではない。

$d$	$a$ と $b$ の公約数	$d$ の約数であるか？
1	0	×
1	1	○
1	2	×
1	3	×
1	4	×
1	⋮	⋮

### (例3) 0 と 0 の最大公約数 $d$

- $d = 0$  は最大公約数である。  $\therefore (0, 0) = 0$

$d$	$a$ と $b$ の公約数	$d$ の約数であるか？
0	0	○
0	1	○
0	2	○
0	3	○
0	4	○
0	⋮	⋮

## (例4) $-2$ と $4$ の最大公約数 $d$

$-2$  と  $4$  の最大公約数  $d$  を考えてみる。

- $d$  は  $-2$  と  $4$  の  $0$  以上の公約数である。

$$\therefore d = 1, 2$$

- $-2$  と  $4$  の公約数であるどんな整数も  $d$  の約数である。
  - $-2$  と  $4$  の公約数は  $\pm 1, \pm 2$  である。

## (例4) $-2$ と $4$ の最大公約数 $d$

- $d = 1$  は最大公約数ではない。

$d$	$a$ と $b$ の公約数	$d$ の約数であるか？
1	1	○
1	-1	○
1	2	×
1	-2	×

## (例4) $-2$ と $4$ の最大公約数 $d$

- $d = 2$  は最大公約数である。  $\therefore (-2, 4) = 2$

$d$	$a$ と $b$ の公約数	$d$ の約数であるか？
2	1	○
2	-1	○
2	2	○
2	-2	○

$(A, B) = (|A|, |B|)$ となる。