

数字を選んで4桁の整数を作る

城北中学校・高等学校 数学科

清水団（しみず・だん）

教科書の問題をちょっと変えてみた。

0,1,2,3,4,5の数字があり，これらを並べてできる4桁の数を作ります。

1.～4. の作り方で偶数と奇数は何個ずつできるでしょうか？

(最高位に0がくるものはだめです。)

(偶数と奇数は同じくらいできるのか？)

1. 同じ数字を使ってはいけない。
2. 同じ数字を2回まで使ってよい。
3. 同じ数字を3回まで使ってよい
4. 同じ数字を何回でも使ってよい。

Julia言語

PCを持っている人はダウンロードしてやってみよう！

<https://julialang.org/downloads/>

VSCode

マイクロソフトのVSCodeもダウンロードして使ってみよう！

<https://code.visualstudio.com/download>

Mac + VSCode + jupyter nootbook + Julia の環境で使っています。

コード (1) パッケージの読み込み

まずは組み合わせのパッケージを読み込み

```
using Combinatorics
```

初めてこのパッケージを利用するときは、読み込む前にパッケージを追加する。

```
import Pkg; Pkg.add("Combinatorics")
```

コード (2) 4桁の整数を作る。

一般的に作りました。 N 個の数字を配列で与え、 n 桁の整数を作る関数 `permketa` を作りました。最高位が0のときは除きます。

```
function permketa(seq,n=length(seq))
    q=[]
    p = permutations(seq, n)
    for i in p
        if i[1] != 0
            push!(q, i)
        end
    end
    union(q)
end
```

コード (3) 全体・偶数・奇数の数を調べる。

コード(2)の結果を受けて、偶数の数を調べる。関数 `evencount` を作りました。

```
function evencount(p1)
    k=0
    m=length(p1)
    for i=1:m
        if mod(p1[i][length(p1[i])],2) == 0
            k+=1
        end
    end
    return k
end
```

同じ数字を使ってはいけない。

```
seq = [0,1, 2, 3, 4, 5];  
p = permketa(seq, 4) |>length  
q = permketa(seq, 4) |>evencount  
println("全部で", p,"個, 偶数は",q,"個, 奇数は",p-q,"個です。")
```

全部で300個, 偶数は156個, 奇数は144個です。

＞偶数の方が多いですね。

同じ数字を2回まで使ってよい。

```
seq = [0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ];  
p = permketa(seq, 4) |>length  
q = permketa(seq, 4) |>evencount  
println("全部で", p,"個, 偶数は",q,"個, 奇数は",p-q,"個です。")
```

全部で975個, 偶数は492個, 奇数は483個です。

>これも, 偶数の方が多いですね。

同じ数字を3回まで使ってよい。

```
seq = [0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ];  
p = permketa(seq, 4) |>length  
q = permketa(seq, 4) |>evencount  
println("全部で", p,"個, 偶数は",q,"個, 奇数は",p-q,"個です。")
```

全部で1075個, 偶数は538個, 奇数は537個です。

>これも, 偶数の方が多いけど, 差は1だ！

同じ数字を何回でも使ってよい。

```
seq = [0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,1, 2, 3, 4, 5 ];  
p = permketa(seq, 4) |>length  
q = permketa(seq, 4) |>evencount  
println("全部で", p,"個, 偶数は",q,"個, 奇数は",p-q,"個です。")
```

全部で1080個, 偶数は540個, 奇数は540個です。

> 偶数と奇数は同じ数ですね。

偶数と奇数の差が1というのが気になる！

「0,1,2,3,4,5 から4桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。」というときに「偶数と奇数の差が1」になるのが気になります。ちょっと条件を変えてみました。

0,1,2,3 から4桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。

```
seq = [0 ,1, 2, 3 ,0 ,1, 2, 3,0 ,1, 2, 3 ];  
p = permketa(seq, 4) |>length  
q = permketa(seq, 4) |>evencount  
println("全部で", p,"個, 偶数は",q,"個, 奇数は",p-q,"個です。")
```

全部で189個, 偶数は95個, 奇数は94個です。

＞偶数と奇数の差が1だ。

0,1,2,3,4 から4桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。

```
seq = [0 ,1, 2, 3,4 ,0 ,1, 2, 3,4,0 ,1, 2, 3,4 ];  
p = permketa(seq, 4) |>length  
q = permketa(seq, 4) |>evencount  
println("全部で", p,"個, 偶数は",q,"個, 奇数は",p-q,"個です。")
```

全部で496個, 偶数は298個, 奇数は198個です。

> これは偶数と奇数の差が1ではない。。。

0,1,2,3,4,5,6 から4桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。

```
seq = [0 ,1, 2, 3,4,5,6 ,0 ,1, 2, 3,4,5,6,0 ,1, 2, 3,4,5,6 ];  
p = permketa(seq, 4) |>length  
q = permketa(seq, 4) |>evencount  
println("全部で", p,"個, 偶数は",q,"個, 奇数は",p-q,"個です。")
```

全部で2052個, 偶数は1173個, 奇数は879個です。

> これは偶数と奇数の差が1ではない。。。

0,1,2,3,4,5 から5桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。

```
seq = [0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ];  
p = permketa(seq, 5) |>length  
q = permketa(seq, 5) |>evencount  
println("全部で", p,"個, 偶数は",q,"個, 奇数は",p-q,"個です。")
```

全部で6475個, 偶数は3238個, 奇数は3237個です。

＞偶数と奇数の差が1だ!!

0,1,2,3,4,5 から6桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。

```
seq = [0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ,0 ,1, 2, 3, 4, 5 ];  
p = permketa(seq, 6) |>length  
q = permketa(seq, 6) |>evencount  
println("全部で", p,"個, 偶数は",q,"個, 奇数は",p-q,"個です。")
```

全部で38725個, 偶数は19372個, 奇数は19353個です。(3m11.2s)

＞偶数と奇数の差が1だ!!!

まとめ

条件	偶数-奇数=1
0,1,2,3 から4桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。	○
0,1,2,3,4 から4桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。	×
0,1,2,3,4,5 から4桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。	○
0,1,2,3,4,5,6 から4桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。	×
0,1,2,3,4,5 から5桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。	○
0,1,2,3,4,5 から6桁の数を作る。同じ数字を3回まで使ってよい。	○

どんな規則性があるのでしょうか？