試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

数　学　②　『数学 II，数学 B，数学 C』

100 点
70 分

『旧簿記・会計及び『旧情報関係基礎』の問題冊子は、出願時にそれぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

I　注　意　事　項

1. 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

（新教育課程履修者）

出　題　科　目	ページ	選　択　方　法
『数学 II，数学 B，数学 C』	3～ 42	左の科目を解答しなさい。

2. 解答用紙の記入・マークについて

① 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0 点となることがあります。

② 新教育課程履修者が、解答科目欄で旧教育課程の科目をマークしている場合は、0 点となります。

3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

II　解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

数学 II，数学 B，数学 C

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	必　　答
第４問	いずれか３問を選択し、解答しなさい。
第５問	
第６問	
第７問	

第 1 問　（必答問題）　（配点 15）

(1) $0 \leq \theta < \pi$ のとき、方程式

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2\theta \qquad \cdots①$$

の解を求めよう。以下では、$\alpha = \theta + \frac{\pi}{6}$，$\beta = 2\theta$ とおく。このとき、① は

$$\sin\alpha = \sin\beta \qquad \cdots②$$

となる。

(i) 二つの一般角 α と β が等しければ、$\sin\alpha$ と $\sin\beta$ は等しい。$\alpha = \beta$ を満たす θ は $\boxed{\text{ア}}\pi$ であり、これは ① の解の一つである。そして、$\theta = \boxed{\text{ア}}\pi$ のとき

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2\theta = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

となる。

(ii) 太郎さんと花子さんは、$\theta = \boxed{\text{ア}}\pi$ 以外の ① の解を求める方法について話している。

太郎：角が等しくなくても、サインの値が等しくなることがあるね。

花子：サインの値が等しくなるのはどんなときか、単位円を用いて考えてみようか。

単位円上で点 $\mathrm{P}(\cos\alpha, \sin\alpha)$，$\mathrm{Q}(\cos\beta, \sin\beta)$ を考える。$\sin\alpha = \sin\beta$ が成り立つとき、点 P と点 Q の関係について $\boxed{\text{エ}}$ が成り立つ。

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

⓪ 点 P と点 Q の x 座標が等しい

① 点 P と点 Q の y 座標が等しい

② 点 P と点 Q が x 軸に関して対称

③ 点 P と点 Q が y 軸に関して対称

④ 点 P と点 Q が原点に関して対称

したがって、② を満たす α と β の関係は

$$\alpha = \beta \quad \text{または} \quad \alpha = \boxed{\text{オ}} - \beta$$

である。ただし、$\boxed{\text{オ}}$ には適切な符号と角度を入れる。

$\theta + \frac{\pi}{6} = \boxed{\text{オ}} - 2\theta$ となる θ は

$$\theta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi$$

であり、これは $0 \leq \theta < \pi$ を満たすので、① の解の一つである。

(2) x の関数 $f(x) = x^3 - 3x$ について考える。

(i) $f'(x) = \boxed{\text{ク}}x^2 - \boxed{\text{ケ}}$ である。

$f'(x) = 0$ となる x の値は $x = -\boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サ}}$ である。

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	$-\boxed{\text{シ}}$	$\cdots$	$\boxed{\text{ス}}$	$\cdots$	$f'(x)$
$\boxed{\text{セ}}$	0	$\boxed{\text{ソ}}$	0	$\boxed{\text{タ}}$	$f(x)$	$\boxed{\text{チ}}$
$\boxed{\text{ツ}}$	$\boxed{\text{テ}}$	$\boxed{\text{ト}}$	$\boxed{\text{ナ}}$			

$\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ソ}}$, $\boxed{\text{タ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $+$　　① $-$　　② 0

$\boxed{\text{チ}}$, $\boxed{\text{テ}}$, $\boxed{\text{ナ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\uparrow$　　① $\downarrow$

(ii) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k$ が異なる 3 点で交わるような実数 k の値の範囲は

$$-\boxed{\text{ニ}} < k < \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

第 2 問 （必答問題） （配点 15）

三角形 ABC において、$AB = 5$，$BC = 7$，$\angle ABC = 60^\circ$ とする。辺 BC の中点を M とする。

(1) 余弦定理により、$AC = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。

また、$AM = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) 三角形 ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(3) 三角形 ABC の外接円の半径 R は

$$R = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(4) 太郎さんと花子さんは、点 M を通り三角形 ABC の面積を二等分する直線について話している。

太郎：点 M は辺 BC の中点だから、線分 AM は三角形 ABC の中線だね。

花子：中線は三角形の面積を二等分するから、直線 AM がその一つだね。

太郎：他にもありそうだね。辺 AB 上に点 P をとって、直線 MP が三角形 ABC の面積を二等分する場合を考えてみよう。

花子：そのとき、AP の長さはどうなるかな。

点 M を通り三角形 ABC の面積を二等分する直線のうち、直線 AM 以外のものと辺 AB の交点を P とすると

$$AP = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

第 3 問 （必答問題） （配点 20）

複素数平面上の 3 点 A(α)，B(β)，C(γ) を頂点とする三角形 ABC について考える。ただし、α，β，γ は相異なる複素数とする。

(1) $\alpha = 2 + i$, $\beta = -1 + 2i$, $\gamma = 1 - i$ のとき、三角形 ABC はどのような三角形か。$\boxed{\text{ア}}$ が成り立つ。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

0 正三角形である

1 直角二等辺三角形である

2 直角三角形であるが二等辺三角形ではない

3 二等辺三角形であるが直角三角形ではない

4 正三角形でも、直角三角形でも、二等辺三角形でもない

(2) 三角形 ABC が正三角形であるための条件について考える。

(i) 三角形 ABC が正三角形であるとき、$|\beta - \alpha| = |\gamma - \alpha|$ が成り立ち、また、$\gamma - \alpha$ は $\beta - \alpha$ を原点を中心として $\boxed{\text{イ}}$° 回転した複素数である。したがって

$$\gamma = \alpha + (\beta - \alpha) \cdot \boxed{\text{ウエ}}$$

が成り立つ。ただし、$\boxed{\text{ウエ}}$ には $\cos \boxed{\text{イ}}^\circ + i \sin \boxed{\text{イ}}^\circ$ を計算した結果を入れる。

(ii) 逆に、$\gamma = \alpha + (\beta - \alpha) \cdot \boxed{\text{ウエ}}$ が成り立つとき、三角形 ABC は正三角形である。

(3) $\alpha = 1 + 2i$，$\beta = 3 + 4i$ のとき、$\gamma = \alpha + (\beta - \alpha) \cdot \boxed{\text{ウエ}}$ を満たす複素数 γ は

$$\gamma = \boxed{\text{オ}} + \boxed{\text{カ}}\, i \quad \text{または} \quad \gamma = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}}\, i$$

である。ただし、$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ の解答群は次のとおりとする。

$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ の解答群（解答の順序は問わない。）

0 $2 - \sqrt{3}$　　1 $2 + \sqrt{3}$　　2 $4 - \sqrt{3}$　　3 $4 + \sqrt{3}$