

# 制御工学実験 III

## 熱伝導プロセスの制御

提出者

14104064 下松八重 宏太

共同実験者

14101028 梶野 翔平

14104092 中島 美香

16104311 北山 拓夢

同定実験日 2016 年 12 月 21 日

計算実験日 2017 年 1 月 8 日

制御実験日 2017 年 1 月 8 日

提出日 2017 年 1 月 23 日

## 1 目的

ここでは、熱交換器や強制貫流ボイラのような熱伝導プロセスの一つである加熱プロセス系を制御対象として、最短時間制御により温度を制御する方法を学ぶ。一般に熱伝導系は、長大バネの振動や建造物などにおける弾性振動と同様に、時間の他に空間を表す独立変数が必要な分布定数系として取り扱い、熱伝導系のある一点の温度に注目した大短時間制御系を構成する。

## 2 実験装置の概要

まず、実験装置は図??のような構成になっている。上端がヒータによって加熱され、下端に放熱板が取り付けられている。また、温度測定用の熱電対を用いた測定システム、計算機及び変圧器から構成される。ヒータに供給される電力は変圧器によって調整可能であり、計算機によって測定温度の記録を行う。

次に、加熱プロセスの詳細を図??に示す。加熱プロセスは銅棒の表面から熱が拡散されるのを抑えるため、保温用の綿が巻きつけられている。銅棒は上端から加熱され、放熱板につながる下端から冷却される。銅棒の各点の温度はシース型熱電対によって固定され、A/D 変換器を経て計算機に記録される。

## 3 原理

### 3.1 制御対象の伝達関数

$x[\text{m}]$  を銅棒におけるヒータからの距離、 $t[\text{s}]$  を時間、 $\theta(x, t)$  をその時の温度とする。初期条件  $\theta_x(x, 0) = 0$  つまり温度勾配が 0 で、ステップ状の入力  $Q_0(t) = Q_0[\text{J}]$  が印加された場合、この系は次式で表現出来る事が知られている。

$$\theta(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi + 2b_n} \frac{Q'_0 \sin(a_n x)}{x a_n^3} \cos\{a_n x(1 - e^{-a_n^2 t})\} \quad (1)$$

ここで、 $a_n$  は  $\tan(a_n \pi) = \frac{\alpha'}{a_n}$  の解であり、また、

$$\alpha' = \frac{\alpha L}{\pi}, \quad b_n = \frac{\sin(2\pi a_n)}{4a_n}, \quad Q'_0 = \frac{L^2 Q_0}{\pi^2 A_m K}$$

である。ここで、 $\alpha$  は境界条件を表す定数、 $A_m[\text{m}^2]$  は加熱棒の断面積、 $L[\text{m}]$  は加熱棒の長さ、 $K[\text{J}/\text{K} \cdot \text{m} \cdot \text{s}]$  は加熱棒の熱伝導率である。式 1 は位置  $x$  と時間  $t$  の関数となるが、ここではある一点  $x_0$ 、すなわち熱電対を取り付けた点に着目した集中定数系とみなし、その近似伝達関数を求める。なお、式 1 は厳密には無言級数の形で表されるが、三次以上の項は十分に小さいので二次系とみなせる。さらに本実験では簡単のため、近似伝達関数を一次遅れ + むだ時間の形で導出する。このような近似を行っても実用上はほとんど問題なく、制御系の設計などの処理が簡便になるの

で、実システムの設計や運用にもよく用いられる。

さて以下では、求めるプラントの伝達関数  $G_p$  を次式であ与え、同定実験により未知パラメータ  $K_p, T_p, L_p$  を決定することを考える。

$$G_p = \frac{K_p}{1 + T_p s} e^{-L_p s} \quad (2)$$

### 3.2 未知パラメータの同定

本実験ではステップ応答法により未知パラメータの同定を行う。式 2 にステップ入力  $Q_0(s) = A/s$  を加えると、出力は

$$\theta(t) = AK_p \left( 1 - e^{-(t-L_p)/T_p} \right) \quad (3)$$

となる。ここで  $\Delta\theta(t) = \theta(t + h_1) - \theta(t)$  ( $h_1$ : データ処理用サンプリング周期) を定義すると、

## 4 実験方法

## 5 結果

## 6 考察