

制御工学実験 I I I

B2. 台車の位置制御

提出者

14104064 下松八重 宏太

共同実験者

14101028 梶野 翔平

14104092 中島 美香

16104311 北山 拓夢

同定実験日 2016 年 11 月 21 日

計算実験日 2016 年 11 月 28 日

制御実験日 2016 年 12 月 5 日

提出日 2016 年 12 月 20 日

1 目的

状態フィードバック制御を行うには全状態量をフィードバックする必要がある．しかしセンサの不足などによって実際に測定できない状態量が存在する場合には，オブザーバを用いて状態量を推定し，フィードバック制御に利用する．本実験では台車の位置制御実験を通じて，オブザーバによる状態フィードバック制御について理解を深める．

2 原理

2.1 数式モデル

モータの回転による力 T_u を入力，台車の変位 y を出力としたとき，運動方程式は次のようになる．

$$M\ddot{y} + F\dot{y} = T_u \quad (1)$$

M は台車の透過質量， F はレールと台車の間の摩擦係数である． T_u はパソコンからの指令電圧 u に比例する．すなわち， $T_u = \alpha u$ ．ただし， $\alpha = 20.09[\text{N/V}]$ ．

状態変数を $x = [x_1 x_2]^T = [y \dot{y}]^T$ とおくと，次の状態方程式が得られる．

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{F}{M} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\alpha}{M} \end{bmatrix} u \\ y &= [1 \ 0]x \end{aligned} \quad (2)$$

2.2 未知パラメータの同定

状態フィードバック制御系を構成するためには，式 2 の動特性パラメータがわかっている必要がある．システムのステップ応答より F と M を同定することが出来る．式 2 より，台車に一定の力を入力すると，台車は 1 方向に走り続ける．そこで，次の出力フィードバックをかける．

$$u = h(r - y) \quad (3)$$

ここで， r は台車の目標変位， h はフィードバックゲイン定数である．すると， r から y までの伝達関数は次のようになる．また，この系の応答波形は h の値によって変わる．

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (a_1 = F/M, \ a_0 = b_0 = \alpha h/M) \quad (4)$$

これより， a_0, a_1 が求めれば， F, M が計算できる．ここで，2 次遅れ系のステップ応答波形 $y(t)$ における最大行き過ぎ量 y_m ，行き過ぎ時間 t_m ，定常値 y_0 ，を用いて次の式から a_0, a_1 を求める． y_m は $t = 0$ 以外で最初に $\dot{y}(t) = 0$ となる時点 t_m で生じていることを利用して，

$$a_1 = -\frac{1}{t_m} 2 \ln(y_m/y_0 - 1), \quad a_0 = \frac{\pi^2}{t_m^2} + \frac{a_1^2}{4} \quad (5)$$

となる．また， $b_0 = a_0 y_0 / r$ である．

2.3 同定結果の検証

出力 $y(t)$ を求める．ステップ入力 r のラプラス変換 $R(s) = r/s$ より，

$$Y(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} R(s) = \frac{\frac{y_0 a_0}{r}}{s^2 + a_1 s + a_0} \cdot \frac{r}{s} = \frac{a_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \cdot \frac{1}{s} \cdot y_0 \quad (6)$$

と表せる．ここで，

$$\frac{a_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (7)$$

とおくと，

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s} \cdot y_0 = y_0 \left(\frac{1}{s} - \frac{s + 2\xi\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \right) \quad (8)$$

となる．これを逆ラプラス変換して以下の式を求める．

$$y(t) = y_0 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\beta t} \cos(\gamma t - \delta) \right) \quad (9)$$

また， $\omega_n = \sqrt{a_0}$ ， $\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0}}$ ， $\beta = \xi\omega_n$ ， $\gamma = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2}$ ， $\delta = \tan^{-1} \left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right)$

3 実験方法

4 結果

5 考察