2020.6

制御情報システム工学科　制御工学実験　指導書

制御系CAD：Scilab による過渡応答シミュレーション

1．目的

制御系設計 CAD である Scilab を使用して数値シミュレーションを行う。微分方程式の数値シミュレーションによる解法や物理系シミュレーションの基礎を学習する。

2．背景

制御系の構築作業は、コントローラ設計とその実装とに大別できる。設計においては制御系 CAD を用いてシミュレーションを行い、それをもとに実験を行うというスタイルが主流となっている。制御系 CAD には米国 MathWorks 社製 MATLAB、同 Wolfram Research 社製 Mathematica などの有名な商用ソフトウェアや、簡便に利用できる東京工業大学情報理工学研究科で開発されている MaTX や、米国 Wisconsin 大学 Chemical Engineering 学部で開発されている Octave などのフリーソフトウェア、また、フランスの INRIA（Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique、国立情報学自動制御研究所）と ENPC で開発されているオープンソースの数値計算システム Scilab などがインターネットを通じて入手が容易になってきている。

制御系の設計においては、設計した制御系が安定かつ目標精度を実現できるかを検証することが重要である。通常、この作業は数値シミュレーションやモデル実験を通して確認されるが、数値シミュレーションや実験を実施するためには、シミュレーションプログラムの作成および制御プログラムの実験装置とのインターフェイス回路およびプログラムの作成が不可欠であり、これらの作業は非常に煩雑となる。この制御系の検証過程を、簡便に短時間で実行することは、製品開発の効率向上のみならず、新しい制御理論の検証効率化にとっても非常に有効である。

3．過渡応答

$$G(s) = K/(Ts + 1) \tag{1}$$

で与えられたとき、このシステムを 1 次系、あるいは 1 次遅れ系という。ゲイン K は入力の大きさが定常値で K 倍されることを意味する。このようなシステムにステップ入力を加えた場合、定常値は K となる。従って、ゲイン K が大きいほど信号が大きく増幅されることを意味する。ここで、時定数 T は応答の速さを表すもので、時刻 t=T のとき最終値の 63.2 % に達する。時定数が大きいほど反応は遅く、小さいほど反応が速くなる。

一般に、システムにある入力を与えシステムの出力が定常状態になるまでのシステムの応答を過渡応答と呼び、過渡応答の変化を解析することで、システムのある程度の状態を知ることができる。例えば、上記の1遅れ系システムにステップ入力を与えたの出力の定常値と、定常値の 63.2%に達するまでの時間を調べることで、1次遅れ系のパラメータ：ゲイン K と時定数 T を知ることができる。

4．実験

4.1 ［実験 1］過渡応答シミュレーション

（1）1次系伝達関数が

$$G(s) = K/(Ts + 1) \tag{2}$$

上記(1)の1次系伝達関数に対し、T および K を適当に定めて単位ステップ入力に対する過渡応答を付録 A.1 を参考にして Scilab シミュレーションにより求め、定常値および時定数を確認しなさい。

（2）2 次系伝達関数が

$$G(s) = K\omega_n^2 / (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \tag{3}$$

で与えられるシステムを 2 次系あるいは 2 次遅れ系という。K はゲイン、ζ は減衰係数、ω_n は自然角周波数を表す。ζ の値によって応答の様子が変化するが、$\zeta>1$ では非振動的、$0<\zeta<1$ では振動的となる。この2次系伝達関数の単位ステップ応答を Scilab シミュレーションにより求め、K, ω_n, ζ を適当に変化させて応答の振動がどのようになるか確認しなさい。

５．　研究課題

実験 1 において、SIMULINK シミュレーションのサンプル時間を 0.001[sec]から 1[sec]まで変化させたときの計算結果を比較し、考察しなさい。

参考資料

[1]　片山徹, フィードバック制御の基礎, 朝倉書店

付録

A.1　Scilab コマンド（sce-file）による入力応答シミュレーションプログラム例

$P(s)=\frac{1}{s+1}$ なる系に入力を u(t)=1（ステップ入力）としたときの y(t)の出力

リスト１：　動的システムのステップ入力に対する応答プロット

```
s=%s;                              // 多項式演算子定義
P=syslin('c',3/(2*s+1))            // 伝達関数定義⇒連続システム変換
t=0:0.01:20;                       // 計算時間、サンプリング時間設定
u=ones(t);                         // 単位ステップ関数
y=csim(u,t,P);                     // 伝達関数出力演算
xmin=0; xmax=20; ymin=-0.5;ymax=3.5;     // 表示範囲指定
 // ２次元グラフ作成：時間,表示データ,灰色
plot2d(t,u,style=color(0,0,255),rect=[xmin ymin xmax ymax]);
 // ２次元グラフに追加
plot2d(t,y,style=color(255,0,0),rect=[xmin ymin xmax ymax]);
xtitle('Step Response','time[s]','u, y')          // グラフ縦軸横軸凡例
xgrid();                                          // グラフの補助線を描画
```

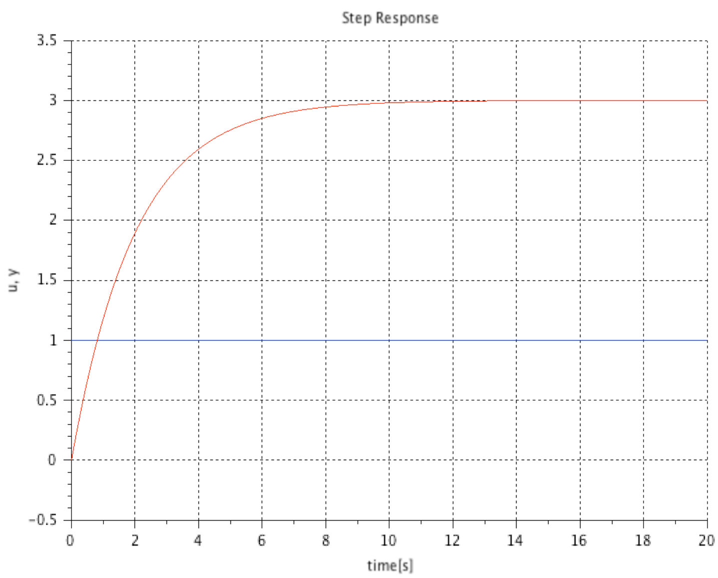

図 A1　実行結果

B.1［実験 A1］微分方程式のシミュレーション

（1）1 階 1 次微分方程式

$$d/dt\{x(\mathrm{t})\} + 2\, x(\mathrm{t}) = u(t), \qquad x(0)= -2, \tag{4}$$

のラプラス変換による数式解および SIMULINK シミュレーションによる数値解を求めなさい。ただし、$u(t) = 2$ とする。
　注）伝達関数ブロックは、Simulink Extras フォルダ → Additional Linear フォルダ : Transfer Fcn(with initial states) を使用。

（2）2 階 1 次微分方程式

$$d^2/dt^2\{x(t)\} + 2\zeta\omega_n\, d/dt\{x(t)\} + \omega_n^2\, x(t) = u(t), \qquad x(0) = 2,\ d/dt\{x(\mathrm{t})\} = 0 \tag{5}$$

の SIMULINK シミュレーションによる数値解を求めなさい。ただし、$\omega_n^2 = 6$, $2\zeta\omega_n = 5$, $u(t) = 0$ とする。
　注）伝達関数ブロックは、Simulink Extras フォルダ → Additional Linear フォルダ : Transfer Fcn(with initial states) を使用。

B.2［実験 A2］電気回路の時間応答

図1に示される RLC 直列回路の時間応答を次の手順で求めなさい。

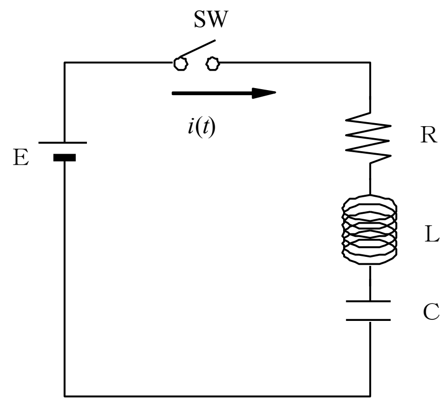

図1．RLC 回路

① スイッチが閉じているときに電流 $i(t)$ が流れるとして、図1．RLC 回路の回路方程式を導出しなさい。
② $t<0$ の状態ではスイッチは開放されており、$t=0$ と同時にスイッチがオンにされたとする。このような条件下にあるとき、①で求めた回路方程式をラプラス変換し、電流 $i(t)$ のラプラス変換 I(s) を導きなさい。
③ L = 1[H], R = 6[Ω], C = 0.2[F], E = 5 [V] として I(s) を逆ラプラス変換し、$i(t)$の数式解を求めなさい。
④ 同様に、SIMULINK シミュレーションによる I(s)の数値解を求めなさい。
⑤ ③と④を比較し、考察しなさい。

B.3 ［実験 A3]機械系の時間応答

図2に示すバネ、質量、ダンパで構成される機械系を考える。今、質量 m の物体に矢印の向きにインパルス状の力 f を加えたとき、平衡点を零 x=0 として、変位を x(t)としたときの運動方程式は、

$$m\ddot{x}(t)+c\dot{x}(t)+kx(t)=f$$

となる。
このとき、このバネ・マス・ダンパ系の時間応答を次の手順で求めなさい。

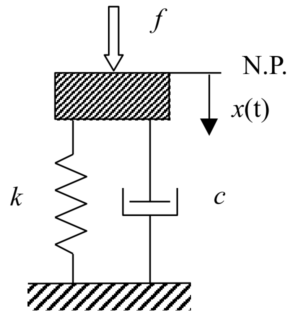

図2 バネ、質量、ダンパ系

① 初期状態の位置 $x(0)=3$、速度 $\dot{x}(0)=0$ として運動方程式のラプラス変換を求めなさい。
② $f = \delta(t)$[N], m = 1 [kg], k = 2 [N/m] c = 3 [Ns/m] として、X(s)をラプラス逆変換しなさい。
③ 変位 $x(t)$ の数式解を導出しなさい。
④ 変位 $x(t)$ の SIMULINK シミュレーションによる数値解を求めなさい。
⑤ ③と④を比較し、考察しなさい。