





第五章 平面连杆机构及其设计

徐鹏 哈尔滨工业大学(深圳)

规格严格

功夫到家



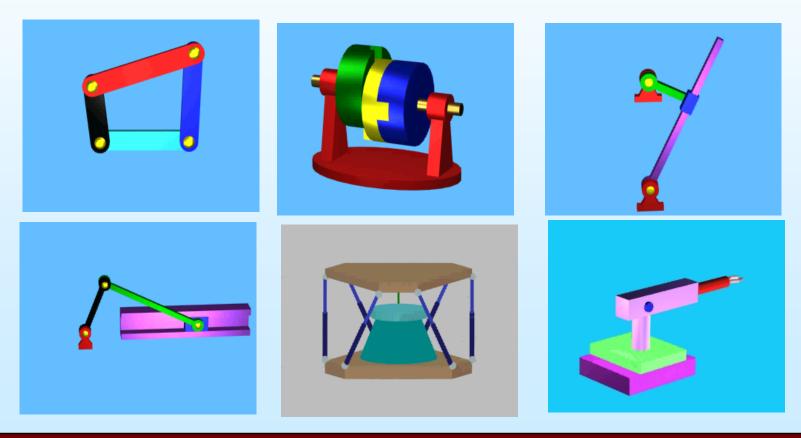
本章重点内容:

- 1) 平面四杆机构有曲柄的条件。 (重点)
- 2) 压力角、传动角, 极位夹角, 行程速度变化系数。 (重点)
- 3) 按从动件急回特性设计四杆机构。 (重点)



一、连杆机构的定义与分类

(1) 由若干刚性构件用<mark>低副</mark>联接而成的机构称为连杆机构。 连杆机构又称为低副机构。

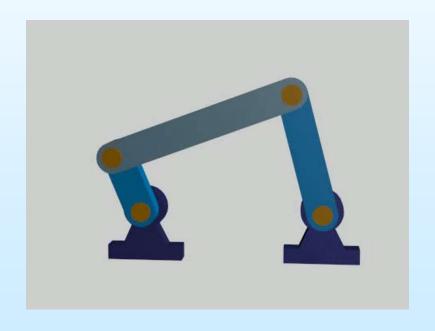


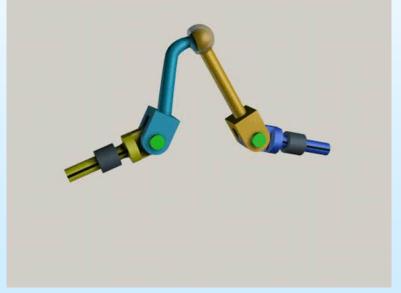


连杆机构的分类

• 按构件之间的相对运动关系分

平面连杆机构 (planar linkage) 空间连杆机构 (spatial linkage)

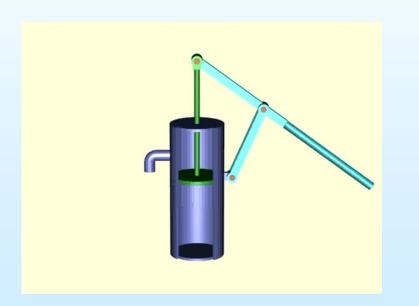


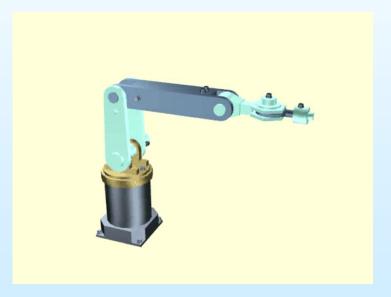




• 按机构中是否含有单副构件分类

闭链型连杆机构 (closed chain linkage) 开链型连杆机构 (open chain linkage)







二、连杆机构的优点

- · 承受载荷大, 便于润滑
- · 制造方便, 易获得较高的精度
- 两构件之间的接触靠几何封闭实现

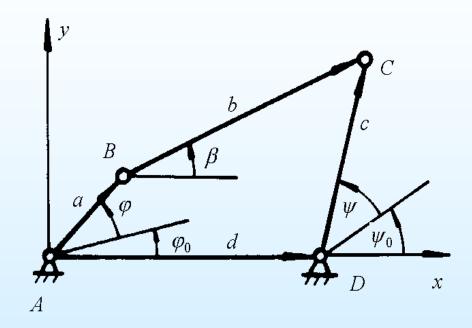


低副机构





• 实现多种运动规律和轨迹要求



连杆机构的传动特点

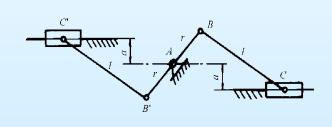


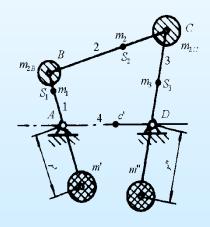
三、连杆机构的缺点

- · 惯性力不易平衡
- 不易精确实现各种运动规律和轨迹要求

惯性力不易平衡

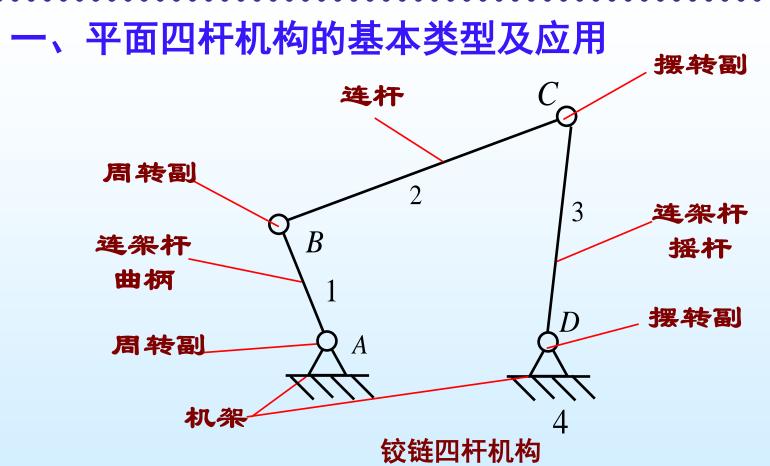








5-2 平面四杆机构的基本类型及其演化



平面四杆机构的基本类型是一个铰链四杆机构。这个铰链四杆机构有三种基本形式。



平面连杆机构中的连架杆常作为运动和动力的输入构件 (主动件)与输出构件(从动件)。机构主动件与从动件的运动学 性质在很大程度上决定了机构的性质与用途。

平面连杆机构常以<u>连架杆尤其是从动件的运动特征来定</u> 义机构的名称。

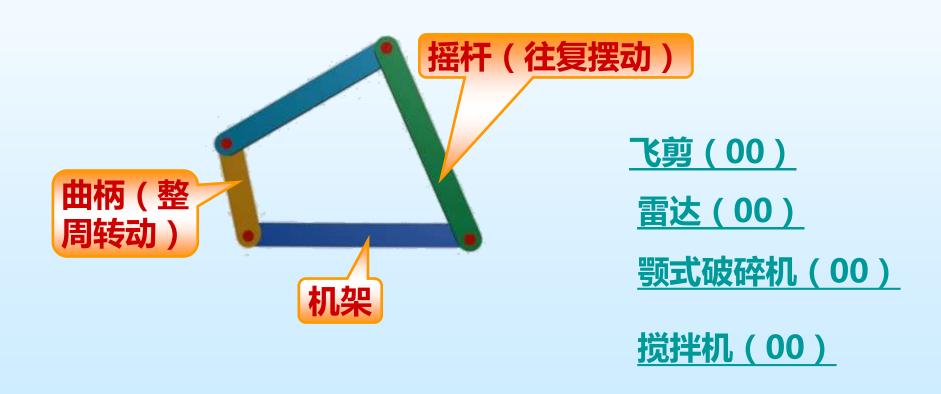
铰链四杆机构按两个连架杆的运动型式分3类:

- > 曲柄摇杆机构
- 〉双曲柄机构
- 〉双摇杆机构



曲柄摇杆机构

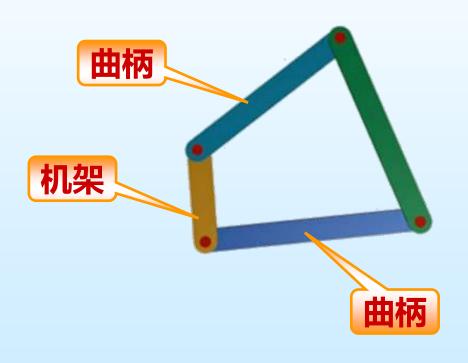
(crank-rocker mechanism)





双曲柄机构

(double-crank mechanism)



震动筛(00)

<u>火车车轮(00</u>)

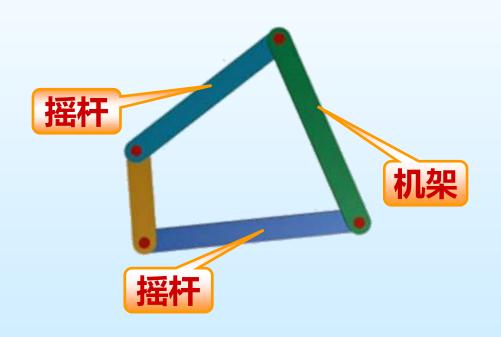
<u>开门机构(00)</u>

四足机器人(00)



双摇杆机构

(double-rocker mechanism)



鹤式起重机(00)

摇头风扇(00)

汽车转向机构(00)



二、平面四杆机构的演化

人们认为所有的四杆机构都是由铰链四杆机构 的基本形式演化来的。

平面四杆机构的演化方式

(1) 改变杆

构件的形状和运动尺寸 (演化)

(2) 改变机架

选用不同构件为机架 (演化)

(3) 改变运动副

运动副尺寸 (演化)

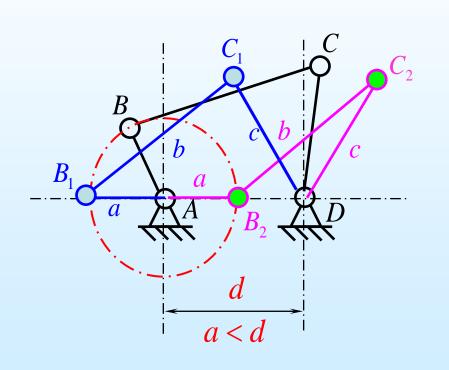
运动副逆换(演化)



5-3 平面四杆机构有曲柄的条件及几个基本概念

一、平面四杆机构有曲柄的条件

1、铰链四杆机构有曲柄的条件



蓝色三角形 $\Delta B_1 C_1 D$

成

$$rac{a}{d} + d \le b + c$$

$$b \le a + d + c$$

$$c \le a + d + b$$
曲柄AB可通

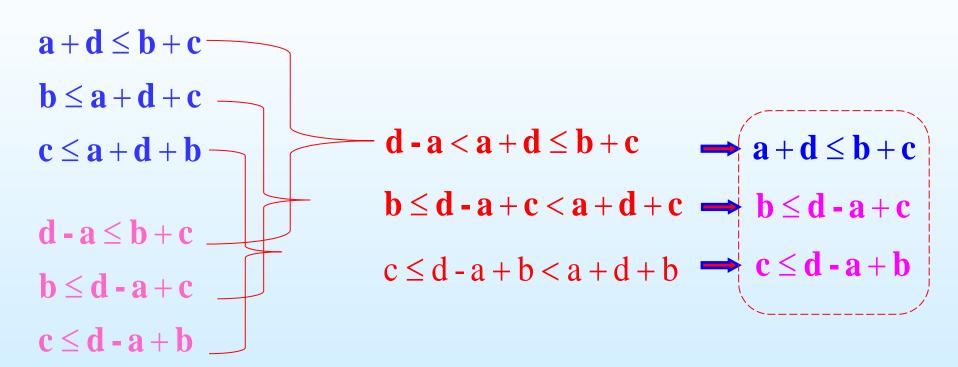
$$c \le a + d + b$$
过AB1位置

红色三角形 $\Delta B, C, D$

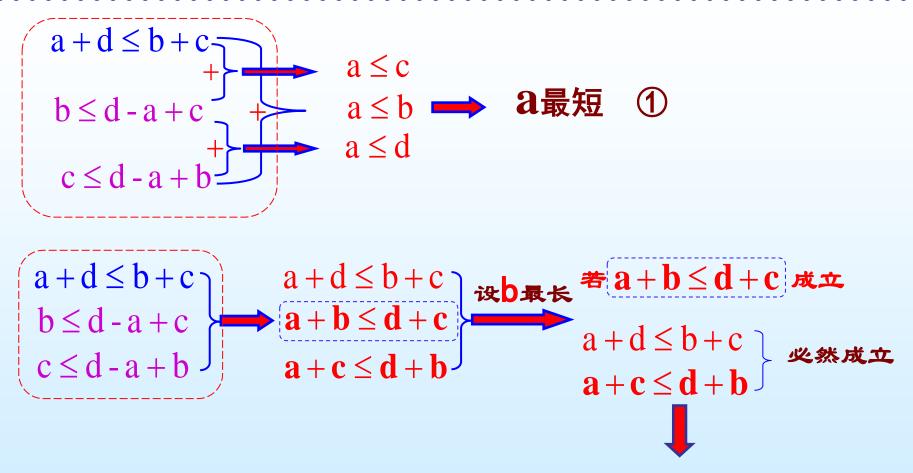
成立
$$a \le b + c$$
 $b \le d - a + c$ 曲柄AB可通 $c \le d - a + b$ 过AB2位置



比较

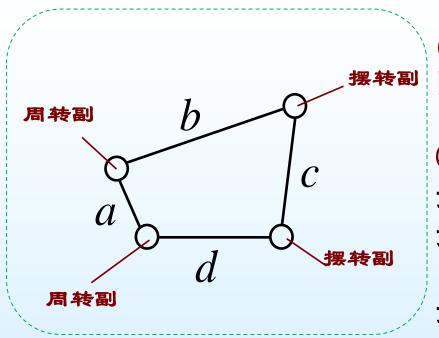






② 最短杆与最长杆之和小于或等于其它两杆长度之和。





- ②不成立,该机构无周转副,无论 哪个构件做机架均为<mark>双摇杆机构</mark>
- ① ②成立有曲柄

最短杆是连架杆 ——曲柄摇杆机构

最短杆是机架 —— 双曲柄机构

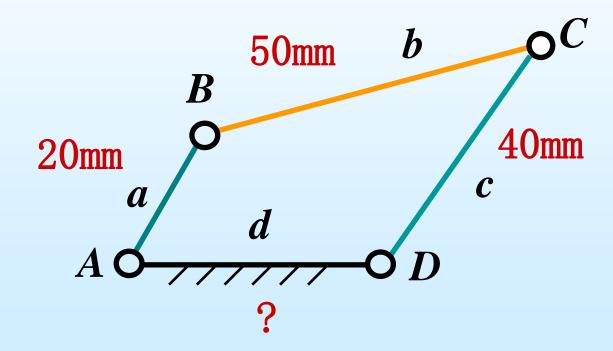
最短杆是连杆 — 双摇杆机构

铰链四杆机构有曲柄的条件

- (1) 最短杆与最长杆之和小于或等于其它两杆长度之和。
- (2) 最短杆是连架杆或机架。



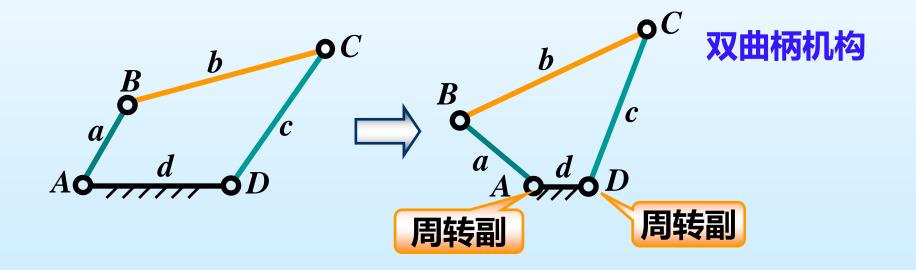
【例】已知铰链四杆机构ABCD,其中 l_{AB} =20mm, l_{BC} =50mm, l_{CD} =40mm,AD为机架。改变 l_{AD} 的值,分析机构的类型变化。





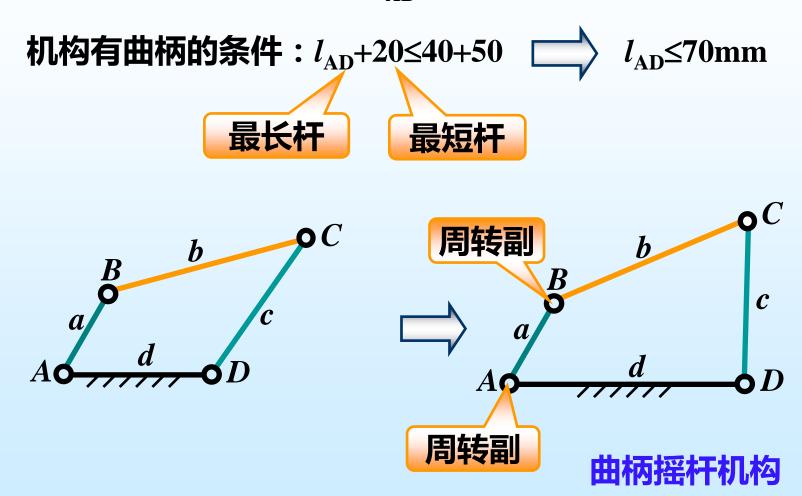
(1) AD杆为最短杆(0mm< $l_{AD} \le 20$ mm)







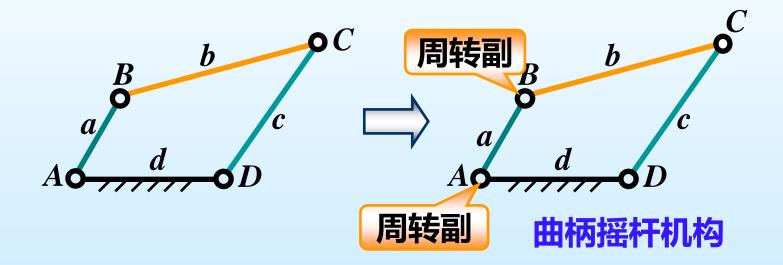
(2) AD杆为最长杆(50mm $\leq l_{AD}$)





(3) AD杆长介于最短杆与最长杆之间 $(20\text{mm} < l_{AD} < 50\text{mm})$



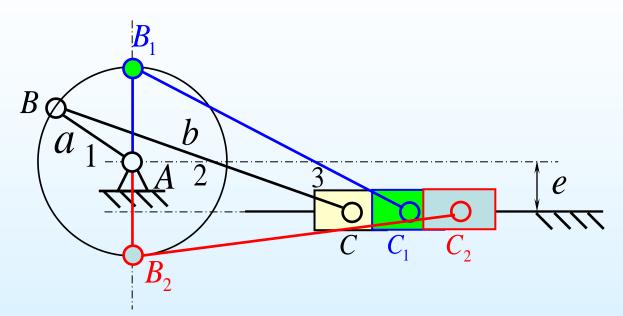


当10mm< $l_{\rm AD}$ <30mm和70mm< $l_{\rm AD}$ 时,由于不满足曲柄存在的条件,为双摇杆机构。($l_{\rm AD}$ <a+b+c<110mm)





2、曲柄滑块机构有曲柄的条件



构件1能通过AB₁位置的条件是:

$$a+e \le b$$

构件1能通过AB2位置的条件是:

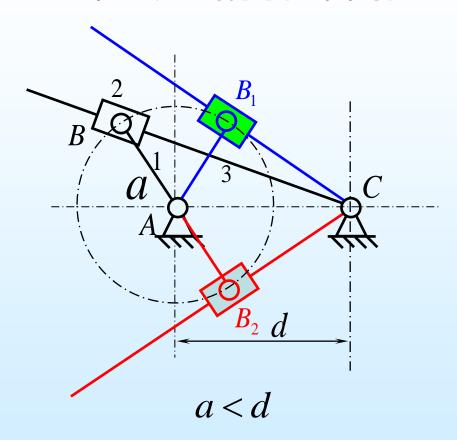
$$a - e \le b$$

曲柄滑块机构有曲柄 的条件是:

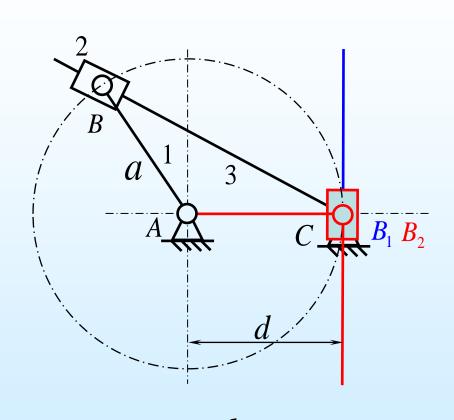
$$a+e \leq b$$



3、导杆机构有曲柄的条件

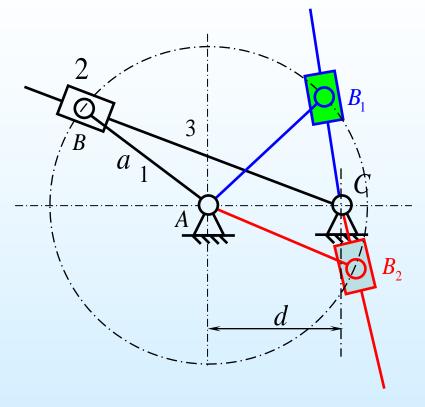


有曲柄,该机构是摆动 导杆机构。



a=d有曲柄,该机构是转动 导杆机构。





a > d

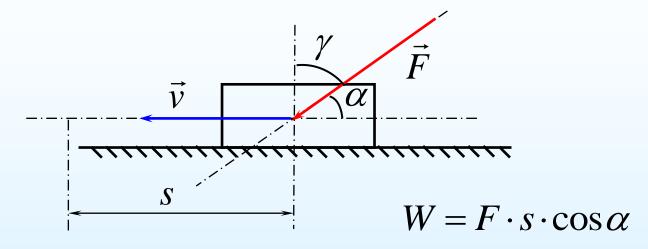
有曲柄,该机构是转动 导杆机构。

结论

导杆机构总是有 曲柄的



二、压力角和传动角(重要概念)



压力角: 力F的作用线与力作用点绝对速度v所夹的

锐角α称为压力角。

传动角:压力角的余角;称为传动角



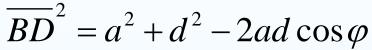
$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

在其它条件不变的情况下压力角α越小,作功W越大。

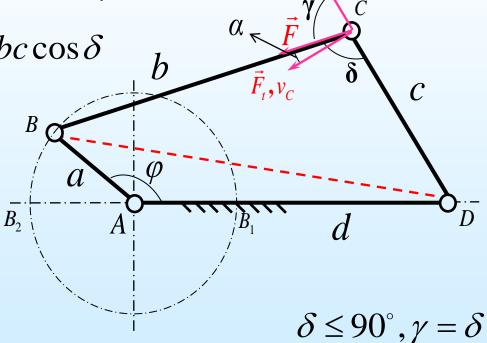
压力角是机构传力性能的一个重要指标,它是力的利用率大小的衡量指标。



1) 曲柄摇杆机构的传动角



$$\overline{BD}^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\delta$$



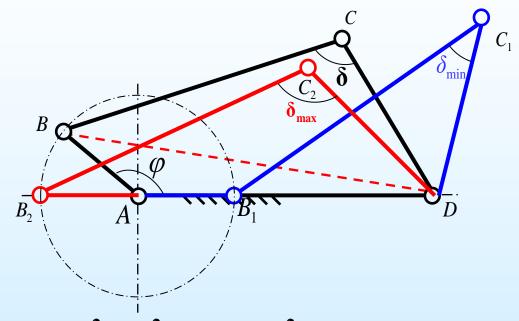
$$\cos \delta = \frac{b^2 + c^2 - a^2 - d^2 + 2ad \cos \varphi}{2bc}$$

$$\delta > 90^{\circ}, \gamma = 180^{\circ} - \delta$$



设计时通常要 求 γ_{\min} ≥40°; 对于高 速和大功率传动机 械, $\gamma_{\min} \geq 50^{\circ}$ 。

 γ_{\min} 为 γ_1 和 γ_2 中的 较小值者(为了保 证机构具有良好的 传力性能)。

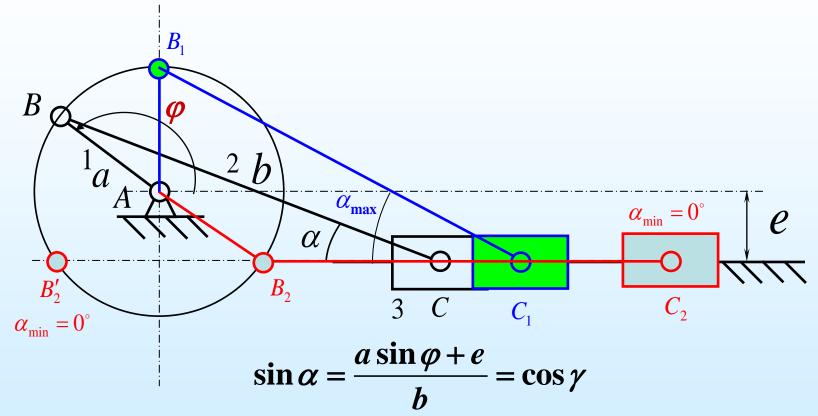


$$\gamma_1 = \delta_{\min} = \arccos \frac{b^2 + c^2 - (d - a)^2}{2bc}$$

$$\gamma_2 = 180^\circ - \delta_{\max} = 180^\circ - \arccos \frac{b^2 + c^2 - (d + a)^2}{2bc}$$



2) 曲柄滑块机构的压力角和传动角



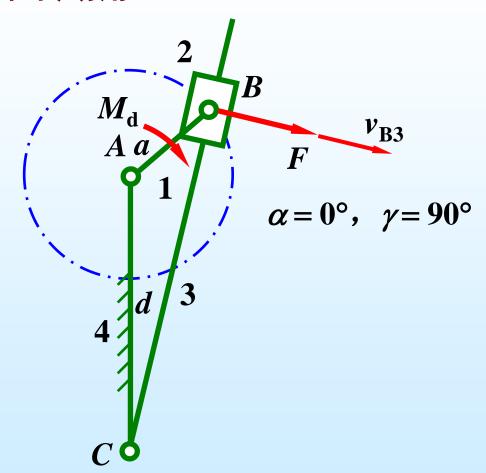
当 $\varphi = 90$ °时,有最小传动角 γ_{\min}

$$\gamma_{\min} = \arccos \frac{a+e}{b}$$



3) 摆动导杆机构的压力角和传动角

作用在导杆上与B重合的点上的力F,在不考虑摩擦时总是与导杆垂直,与此处的速度方向一致。





●三种机构γ_{min}出现的位置(<mark>熟知</mark>)

曲柄摇杆机构:

 γ_{\min} 出现在曲柄与机架共线的两个位置之一。

曲柄滑块机构:

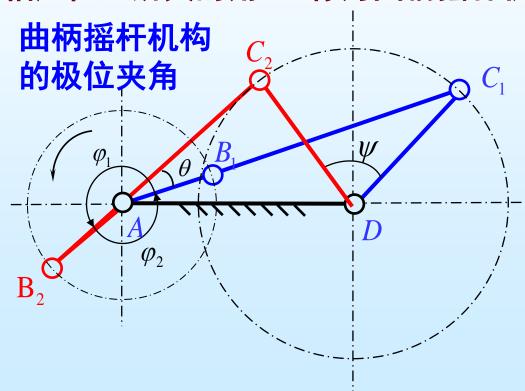
Ymin 出现在曲柄与机架垂直的两个位置之一。



三、急回运动和行程速比系数

1. 极位夹角

当机构从动件处于两极限位置时,主动件曲柄在两个相应位置所夹的角 称为曲柄摇杆机构的极位夹角。

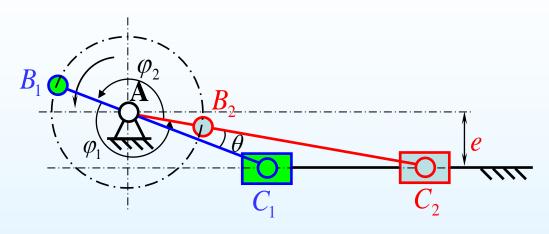


	CD	AB
运动	$C_1D \rightarrow C_2D$	$AB_1 \rightarrow AB_2$
位移	$+\psi$	ϕ_1
运动	$C_2D \rightarrow C_1D$	$AB_2 \rightarrow AB_1$
位移	-ψ	ϕ_2

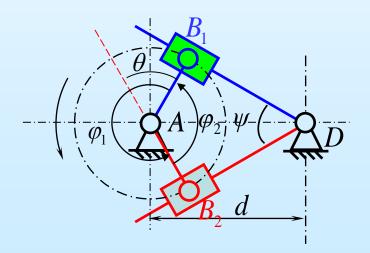
$$\varphi_1 = 180^{\circ} + \theta \quad \varphi_2 = 180^{\circ} - \theta$$



曲柄滑块机构的极位夹角



摆动导杆机构的极位夹角



	С	AB
运动	$C_1 \rightarrow C_2$	$AB_1 \rightarrow AB_2$
位移	+H	Φ1
运动	$C_2 \rightarrow C_1$	$AB_2 \rightarrow AB_1$
位移	-H	Φ2

$$\varphi_1 = 180^\circ + \theta$$
$$\varphi_2 = 180^\circ - \theta$$

	BD	AB
运动	$B_1D \rightarrow B_2D$	$AB_1 \rightarrow AB_2$
位移	+ψ	ϕ_1
运动	$B_2D \rightarrow B_1D$	$AB_2 \rightarrow AB_1$
位移	-ψ	ϕ_2

$$\varphi_1 = 180^\circ + \theta$$
$$\varphi_2 = 180^\circ - \theta$$



2. 急回运动

平面连杆机构中做往复运动的输出构件,一般都存在一个方向的行程平均速度较低,并且速度变化相对平缓,而相反方向的行程平均速度较高,且速度变化也较剧烈的现象。人们将机构的这一运动特征称为急回特性(quick-return characteristics)。

工程中常将速度较低的行程作为工作行程,以保证运动比较平稳,工作质量较好。而将速度较高的行程作为空间行程。

小型牛头刨床 (图5-20) (00)



从动件DC的平均角速度:

$$C_1D \rightarrow C_2D$$

$$\overline{\omega_{C1\to C2}} = \frac{\psi}{t_1} \quad t_1 = \frac{\varphi_1}{\omega_1} = \frac{180^\circ + \theta}{\omega_1}$$

$DC_2 \rightarrow DC_1$

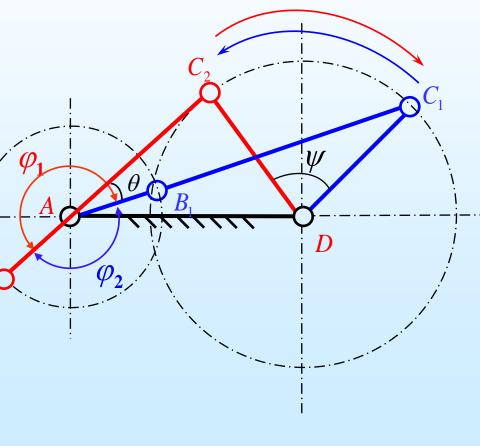
$$\overline{\omega_{C2\to C1}} = \frac{\psi}{t_2} \qquad t_2 = \frac{\varphi_2}{\omega_1} = \frac{180^\circ - \theta}{\omega_1 - 4}$$

$$t_1 > t_2$$

$$B_2$$

 $\omega_{C1 \to C2} < \omega_{C2 \to C1}$

该机构有急回运动





行程速比系数K

$$K = \frac{\text{从动动件快速行程平均速度}}{\text{从动动件慢速行程平均速度}} = \frac{\overline{\omega_{C2 \to C1}}}{\omega_{C1 \to C2}}$$

$$K = \frac{\omega_{C2 \to C1}}{\omega_{C1 \to C2}} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{180^{\circ} + \theta}{180^{\circ} - \theta}$$

$$\theta = 180^{\circ} \frac{K-1}{K+1}$$

通常把从动件往复运动平均速度的比值(大于1) 称为行程速比系数,用K表示。



一般曲柄摇杆机构的K>1,也可以等于1。K值越大,机构的工作行程速度变化越平缓,在极值附近的速度变化越小,具有更长时间的近似等速运动。但空回行程速度的变化越剧烈,速度和加速度也越大,可能会引起明显的冲击、振动,使动力性能恶化。故在设计时要综合考虑恰当选取。

$$K = 1, \qquad \theta = 0^{\circ}$$

$$K = 2, \qquad \theta = 60^{\circ}$$

$$K = 3, \qquad \theta = 90^{\circ}$$

$$K = 4, \qquad \theta = 108^{\circ}$$

$$\vdots$$

$$K = ?, \qquad \theta = ?$$



四、机构的死点位置

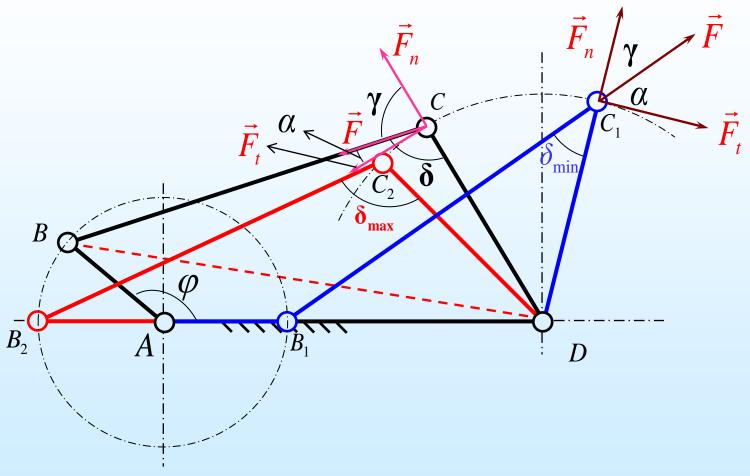
1. 死点位置

所谓死点位置就是指从动件的传动角等于零或者压力角等于90°时机构所处的位置。

如何确定机构的死点位置?



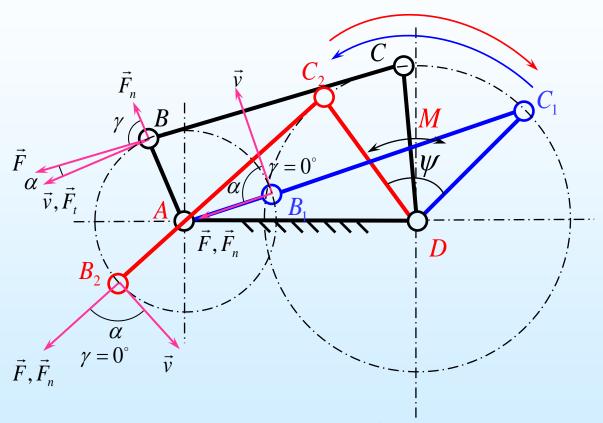
曲柄摇杆机构(曲柄为主动件)的死点



无死点存在



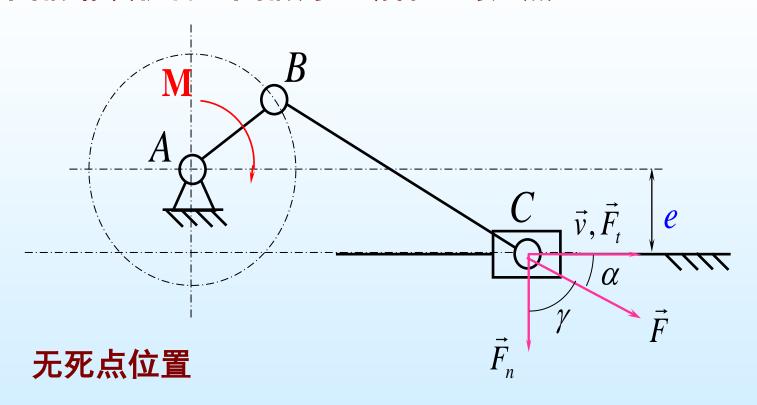
曲柄摇杆机构(摇杆为主动件)的死点



AB与BC共线时为 $\alpha = 90^{\circ}$ 机构的死点位置。 $\gamma = 0^{\circ}$

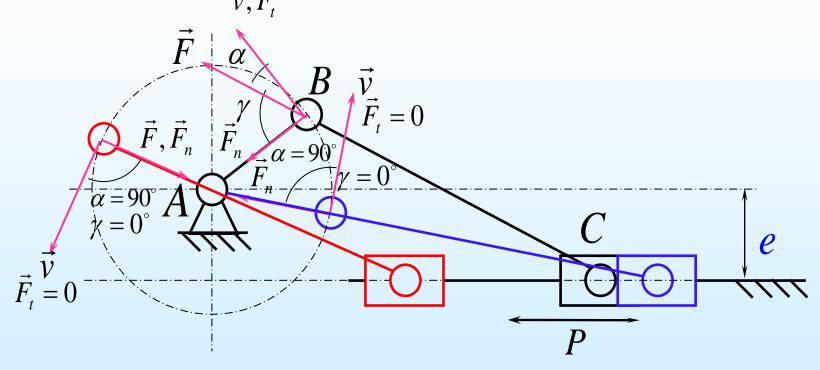


曲柄滑块机构(曲柄为主动件)的死点





曲柄滑块机构(滑块为主动件)的死点 \vec{v}, \vec{F}_t



AB与BC共线时为 机构的死点位置。

$$\alpha = 90^{\circ}$$

$$\gamma = 0^{\circ}$$

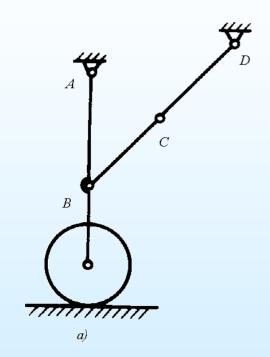
内燃机 (00)



2. 死点位置的应用



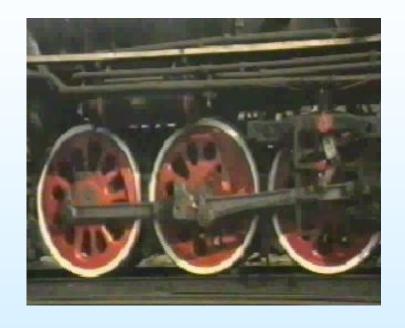
飞机起落架

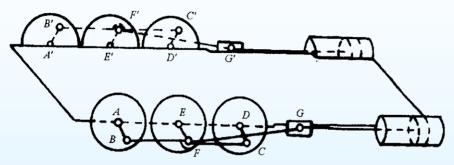


飞机起落架视频(00)



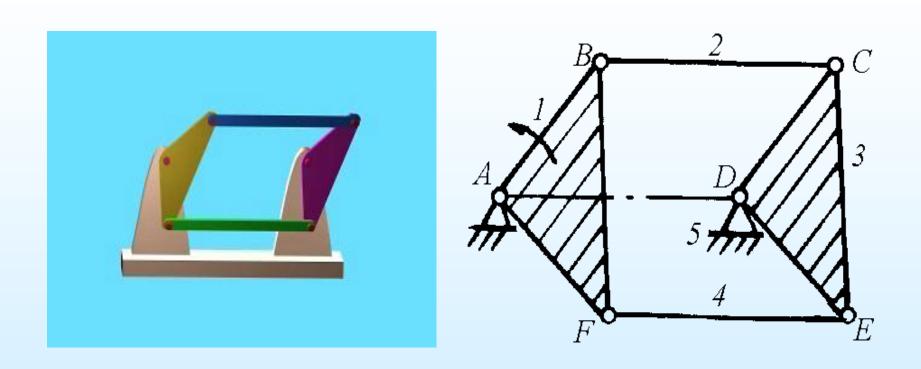
3. 避免死点位置的危害





火车轮



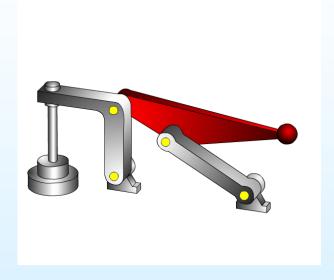


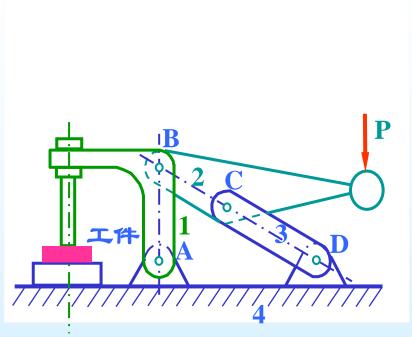
加虚约束的平行四边形机构



「问题」

夹具





机构的死点位置与机构的自锁有何关系?





5-4 平面四杆机构设计

满足平面连杆机构对运动性能要求的设计,称为平面连杆机构的运动学尺度综合,简称平面连杆机构综合



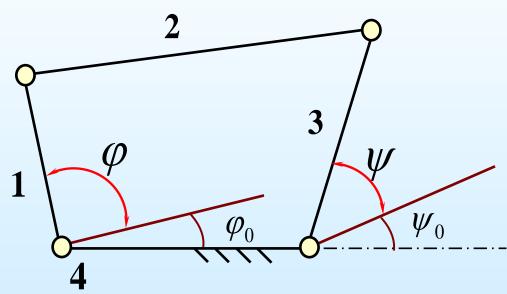
四杆机构设计的基本问题

- 1) 函数机构设计(function generation)
- 2) 轨迹机构设计 (path generation)
- 3)导引机构设计 (rigid body guidance)

连杆机构综合的基本问题



1) 函数机构设计(function generation)



机构可实现的运动规律(运动数学模型的建立)

$$\psi = f(\varphi)$$

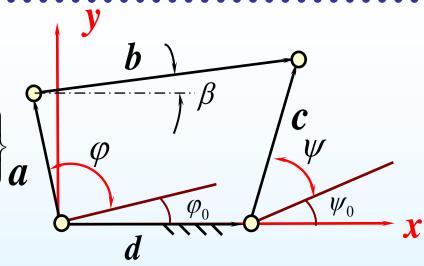
预定实现运动规律

$$\psi = g(\varphi)$$



函数机构的设计 (解析法)

$$a\cos(\varphi_0 + \varphi) + b\cos\beta = d + c\cos(\psi_0 + \psi)$$
$$a\sin(\varphi_0 + \varphi) + b\sin\beta = c\sin(\psi_0 + \psi)$$



$$b^{2} = a^{2} + c^{2} + d^{2} + 2cd\cos(\psi_{0} + \psi) - 2ad\cos(\varphi_{0} + \varphi) - 2ac\cos[(\varphi - \psi) + (\varphi_{0} - \psi_{0})]$$

$$R_1 = (a^2 + c^2 + d^2 - b^2)/2ac$$

$$R_2 = d/c$$

$$R_3 = d/a$$

ψ — 函数

 φ —— 自变量

该铰链四杆机构可以实现的函数关系:

$$R_1 - R_2 \cos(\varphi_0 + \varphi) + R_3 \cos(\psi_0 + \psi) = \cos[(\varphi - \psi) + (\varphi_0 - \psi_0)]$$
$$f(R_1, R_2, R_3, \varphi_0, \psi_0, \varphi, \psi) = 0$$



机构可实现的函数: $f(R_1,R_2,R_3,\varphi_0,\psi_0,\varphi,\psi)=0$

式中, ψ 为函数, ϕ 为自变量。

 Ψ, φ 的函数关系由 $R_1, R_2, R_3, \varphi_0, \psi_0$ 5个常量所决定。

欲由机构实现的函数

如何用四连杆机构实现函数

$$\psi = g(\varphi)$$



$$f(R_1, R_2, R_3, \varphi_0, \psi_0, \varphi, g(\varphi)) = 0$$

于是,有

$$f(R_1, R_2, R_3, \varphi_0, \psi_0, \varphi_1, g(\varphi_1)) = 0$$

$$f(R_1, R_2, R_3, \varphi_0, \psi_0, \varphi_2, g(\varphi_2)) = 0$$

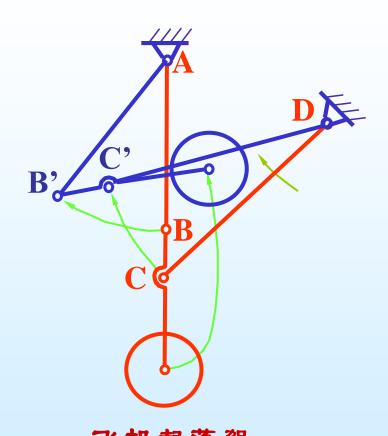
$$\vdots$$

$$f(R_1, R_2, R_3, \varphi_0, \psi_0, \varphi_n, g(\varphi_n)) = 0$$

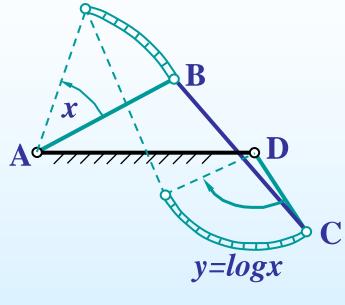
n=

课后请看"例 5-1"。





飞机起落架 要求两连架杆转角对应



函数机构

要求两连架杆的转角 满足函数 y=logx



急回机构设计(函数机构的特例)

按从动件的急回运动特性图解法设计曲柄摇杆机构 已知条件:

行程速度变化系数 K = 1.33

摇杆长度

c = 300 mm

摇杆摆角

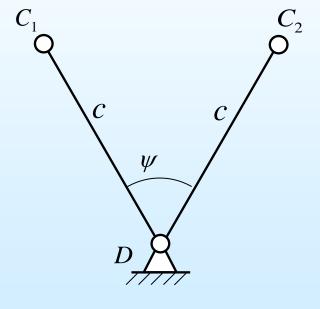
 $\psi = 60^{\circ}$ Ψ

求:

曲柄长度 a

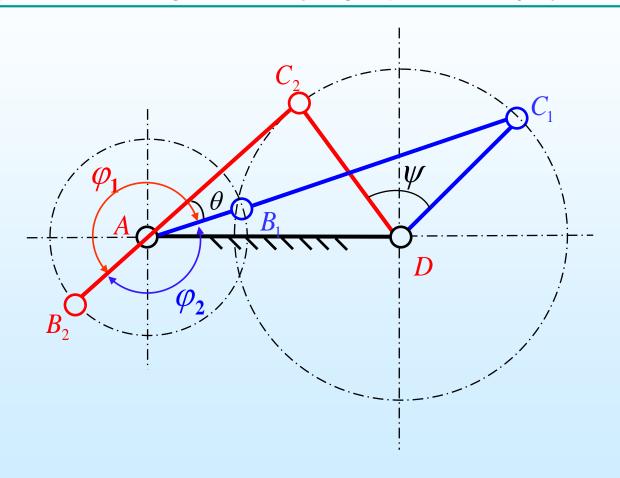
连杆长度 b

机架长度 d





用图解法按给定行程速度变化数设计四杆机构





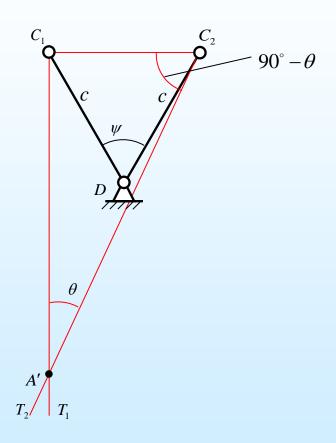
(1) 计算极位夹角

$$\theta = \frac{K - 1}{K + 1} \times 180^{\circ}$$

$$\theta = \frac{1.33 - 1}{1.33 + 1} \times 180^{\circ} = 25.49^{\circ}$$

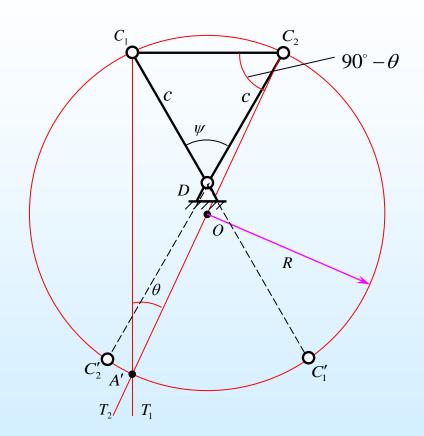
(2) 作图

- ①作线段连接 C_1 、 C_2
- ②过点 C_1 作射线 $C_1T_1 \perp C_1C_2$
- ③过点 C_2 作射线 C_1T_2 与 C_1C_2 夹角为 90° - θ = 64.51°
- ④射线 C_1T_1 、 C_2T_2 相交于点 A'





- ⑤作 $\Delta C_1 C_2 A'$ 的外接圆,其圆心在 线段 $C_2 A'$ 的中点 O
- ⑥作 C_1D 的延长线,交外接圆于点 C_1'
- ⑦作 C_2D 的延长线,交外接圆于点 C_2' 外接圆周被分为4段圆弧 C_1C_2 , C_2C_1' , $C_1'C_2'$, $C_2'C_1$





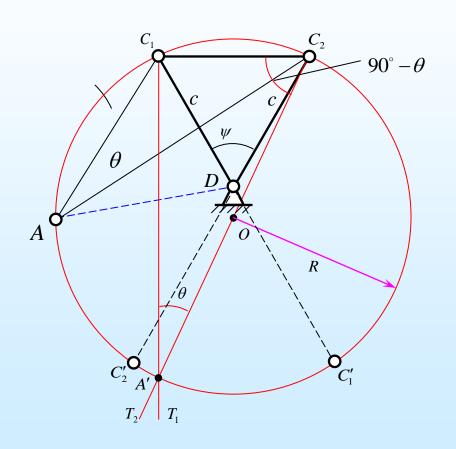
- ⑧在圆弧 $C_2'C_1$ 或圆弧 C_2C_1' 上任意确定一点 A
- ⑨作线段分别连接 $A \times C_1$ 和 $A \times C_2$,则, $\angle C_1 A C_2 = \theta$

点A是曲柄a的回转中心,且 各构件长度

$$\overline{AC_1} = b - a, \overline{AC_2} = b + a$$

$$a = \frac{\overline{AC_2} - \overline{AC_1}}{2}, b = \frac{\overline{AC_2} + \overline{AC_1}}{2}$$

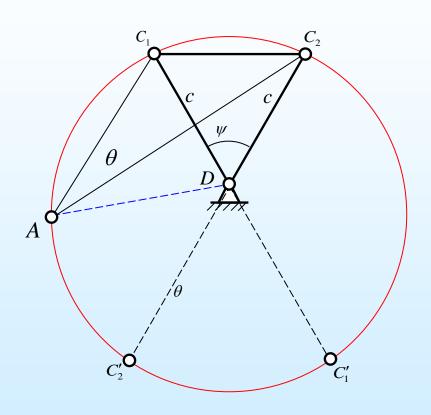
$$d = AD$$





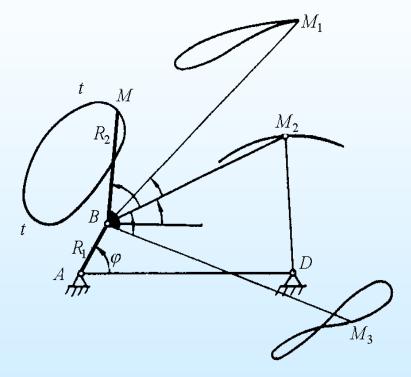
急回机构设计的讨论

- (1) 曲柄回转中心在何处?
- ① 曲柄回转中心A在圆弧 C_2C_1'
- ② 曲柄回转中心A在圆弧 $C_2'C_1$
- ③ 曲柄回转中心A在圆弧 C_1C_2
- ④ 曲柄回转中心A在圆弧 $C_1'C_2'$
- ⑤ 曲柄回转中心A在点 C_1
- 6 曲柄回转中心A在点 C_2
- ⑦ 曲柄回转中心A在点 C_1





2) 轨迹机构设计(path generation)



机构可实现的轨迹

$$f(x_M, y_M) = 0$$

预定实现运动轨迹

$$g(x, y) = 0$$



轨迹机构的设计(解析法)

在坐标系 A-x, y中

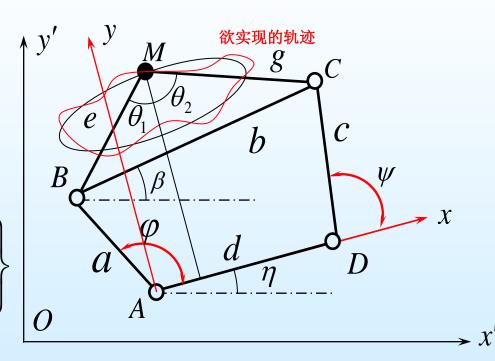
∭点的坐标值为

$$x_{M} = a\cos\varphi + e\sin\theta_{1}$$

$$y_{M} = a\sin\varphi + e\cos\theta_{1}$$

$$x_{M} = d + c \cos \psi - g \sin \theta_{2}$$

$$y_{M} = c \sin \psi + g \cos \theta_{2}$$



分别消去 Ψ, φ

$$x_M^2 + y_M^2 + e^2 - a^2 = 2e(x_M \sin \theta_1 + y_M \cos \theta_1)$$

$$(d - x_M)^2 + y_M^2 + g^2 - c^2 = 2g[(d - x_M)\sin \theta_2 + y_M \cos \theta_2]$$



令
$$\theta = \theta_1 + \theta_2$$
 消去 θ_1 , θ_2

在坐标系 A-x, y中

M点位置方程即连杆曲线方程为:

$$U^{2}+V^{2}=W^{2}$$

 $f(a,b,c,d,e,g,x_{M},y_{M})=0$

机构上M点可以 实现的曲线方程

式中,

$$U = g[(x_M - d)\cos\theta + y_M\sin\theta](x_M^2 + y_M^2 + e^2 - a^2) - ex_M[(x_M - d)^2 + y_M^2 + g^2 - c^2]$$

$$V = g[(x_M - d)\sin\theta - y_M\cos\theta](x_M^2 + y_M^2 + e^2 - a^2) + ey_M[(x_M - d)^2 + y_M^2 + g^2 - c^2]$$

$$W = 2ge\sin\theta[x_M(x_M - d) + y_M^2 - dy_M\cot\theta]$$

$$\theta = \arccos[(e^2 + g^2 - b^2)/2ge]$$



在坐标系 O-x', y'中

M点位置方程即连杆曲线方程为

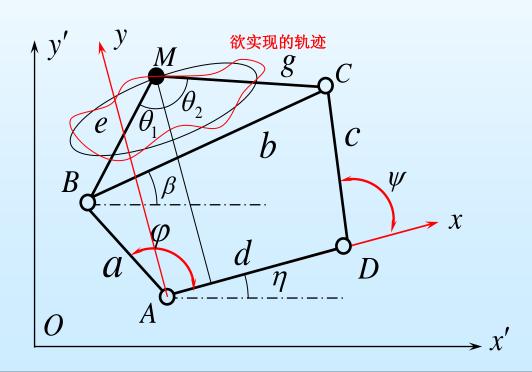
$$f(x'_A, y'_A, \eta, a, b, c, d, e, g, x_M, y_M) = 0$$

欲实现的轨迹方程:

$$g(x, y) = 0$$

应有

$$\begin{cases} x = x_M \\ y = y_M \end{cases}$$





即

$$\begin{cases} f(x_A, y_A, \eta, a, b, c, d, e, \alpha, x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases}$$

于是,有

$$f(x'_{A}, y'_{A}, \eta, a, b, c, d, e, \alpha, x_{1}, y_{1}) = 0 g(x_{1}, y_{1}) = 0$$

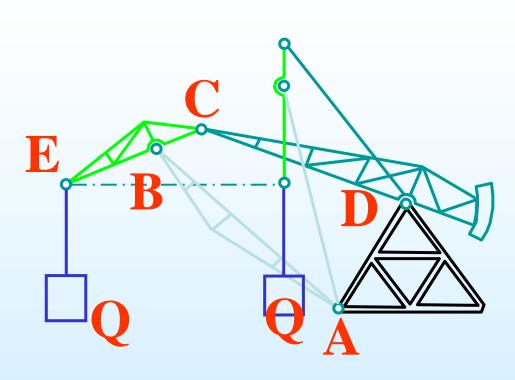
$$f(x'_{A}, y'_{A}, \eta, a, b, c, d, e, \alpha, x_{2}, y_{2}) = 0 g(x_{2}, y_{2}) = 0$$

$$\vdots \vdots$$

$$f(x'_{A}, y'_{A}, \eta, a, b, c, d, e, \alpha, x_{n}, y_{n}) = 0 g(x_{n}, y_{n}) = 0$$

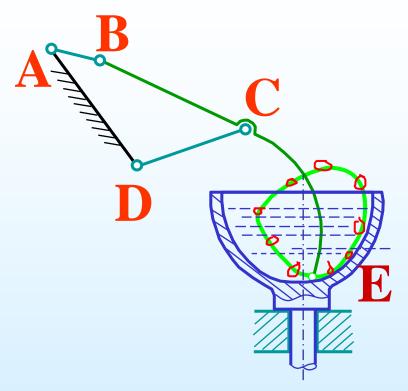
$$m = ?$$





鹤式起重机

要求连杆上E点的轨迹为一条水平直线



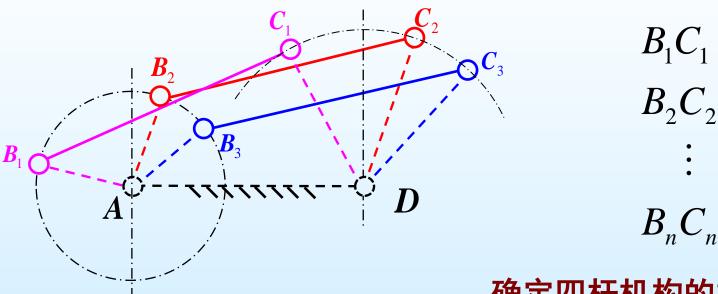
搅拌机构

要求连杆上E点的轨迹为一条卵形曲线



3) 导引机构设计(rigid body guidance)

根据连杆的预定位置



炉门机构 (00)

确定四杆机构的构件长度

AB, CD, AD

$$n = ?$$

规格严格

功夫到家



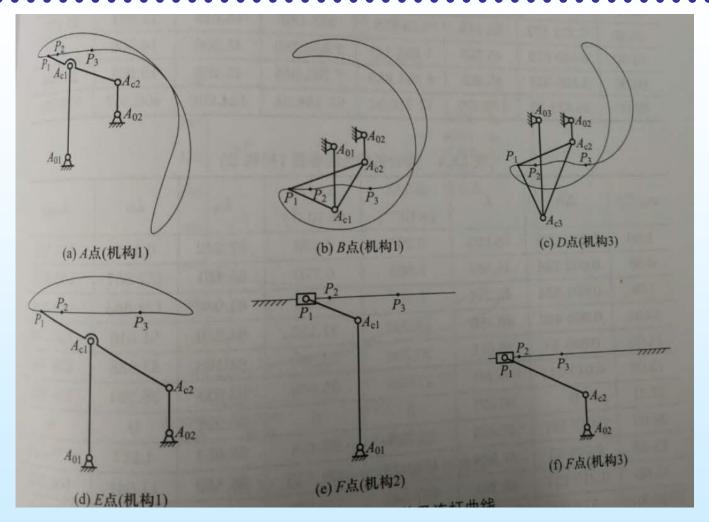
运动的连续性问题(教材, P96)

(尺度综合后要考虑的问题)

在平面连杆机构中,当主动件连续运动时,其它构件<mark>能连续地</mark>占据预定的各个位置,称机构具有运动的连续性。

平面连杆机构运动的连续性

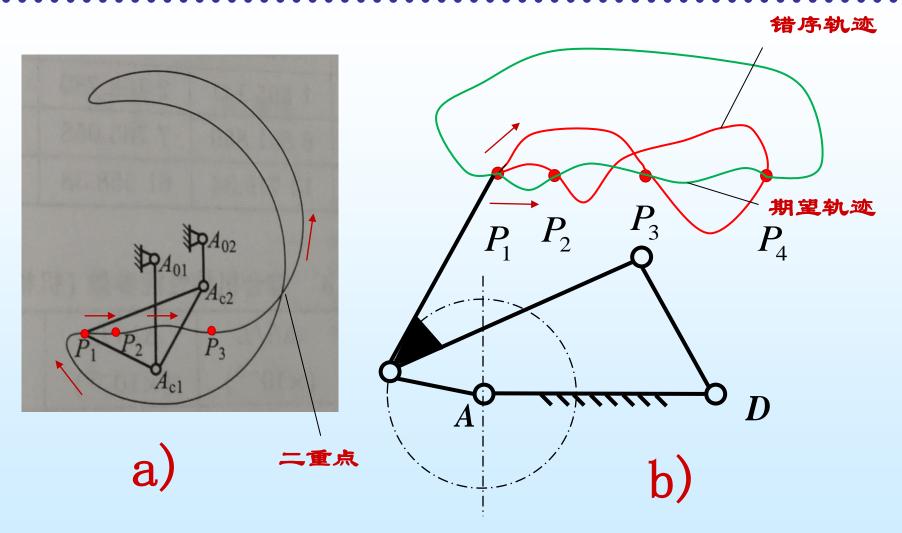




尺度综合后机构示意图

规格严格 功夫到家





轨迹机构设计(错序不连续示意图)

规格严格 功夫到家



自 学

- (1) 如何按从动件的急回运动特性设计曲柄滑块机构?
- (2) 如何按从动件的急回运动特性设计 曲柄导杆机构?



