



哈爾濱工業大學  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY



# 第四章 平面机构的力分析和机械效率

徐鹏

哈尔滨工业大学（深圳）

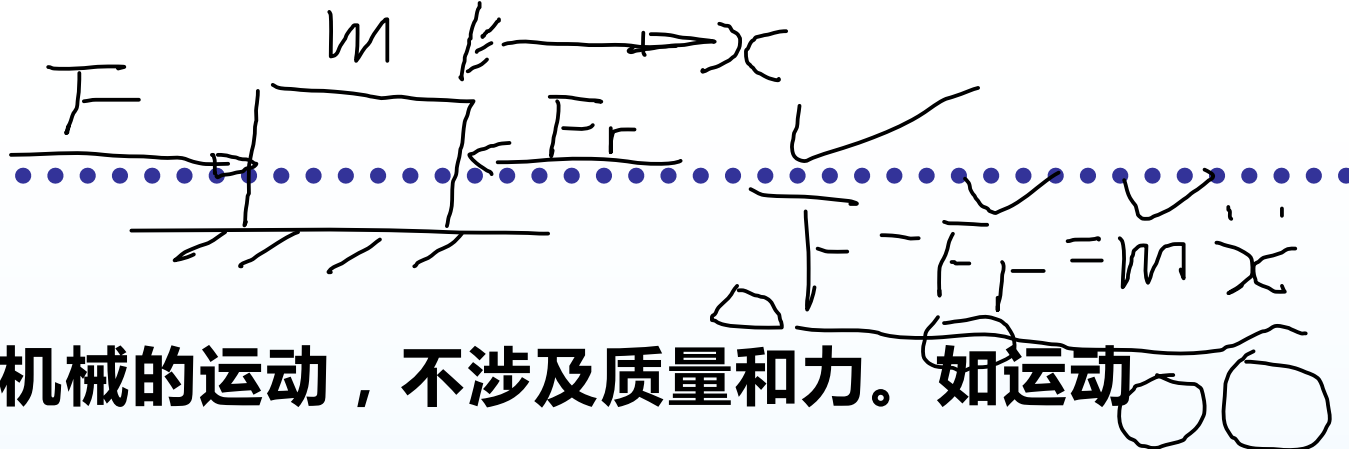


## 本章讨论的问题

- 机构的动态静力分析法（**杆组法**）（用于课程设计）
- 机构的**摩擦与力分析、效率（重点）**



# 概述



**运动学：** 研究机械的运动，不涉及质量和力。如运动分析。

**静力学：** 研究机械（某一位置）的受力，不涉及**惯性力**。如：静力分析。

**动力学：** 研究机械的受力或运动，综合考虑外力、构件质量和运动之间的相互作用。

**已知运动、质量和部分外力，求未知外力，属于动态静力分析。**

**已知质量和外力，求运动，属于真实运动规律分析，又叫动态仿真。**



## 4-1 力分析的基本知识

### 1. 作用在机械上的力

#### (1) 驱动力 驱动机械运动的力。

其特征：与其作用点的速度方向相同或者成锐角；其功为正功，称为驱动功或输入功。

#### (2) 阻抗力 阻止机械运动的力。

其特征：与其作用点的速度方向相反或成钝角；其功为负功，称为阻抗功。

1) 有益阻力（工作阻力）其功称为有效功或输出功；

2) 有害阻力（非生产阻力）其功称为损失功。

通常认为摩擦力是阻力，但是，有时候摩擦力也可以是驱动力。



## 二、机构力分析的目的

### 1. 确定机构运动副中的约束反力。

计算各零件的强度及机构运动副的摩擦、磨损和机械效率。

### 2. 在已知机械上某些外力及惯性力时，确定为保证机械按要求运动时所需加在机械上的平衡力(或平衡力矩)。

确定机器工作时所需要s的最小驱动功率或所能承受的最大生产负荷。



### 三、动态静力分析

根据理论力学中的达朗贝尔原理，将各构件在运动过程中所产生的惯性力(或力矩)视为一般外力(或力矩)加于产生惯性力的各构件上，然后仍按静力分析方法对机构进行力分析计算，这种力分析方法称为动态静力分析法。

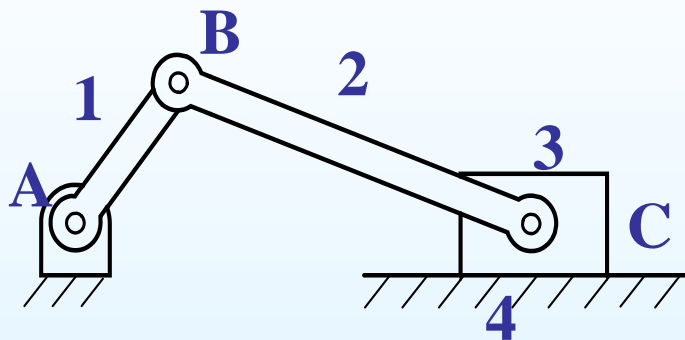
$$\underbrace{F_i}_{\text{外力}} + \underbrace{F_{Ni}}_{\text{约束力}} + \underbrace{F_{Li}}_{\text{惯性力}} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$F_{Li} = -m_i \overset{?}{a_i}$$



## 惯性力的确定:

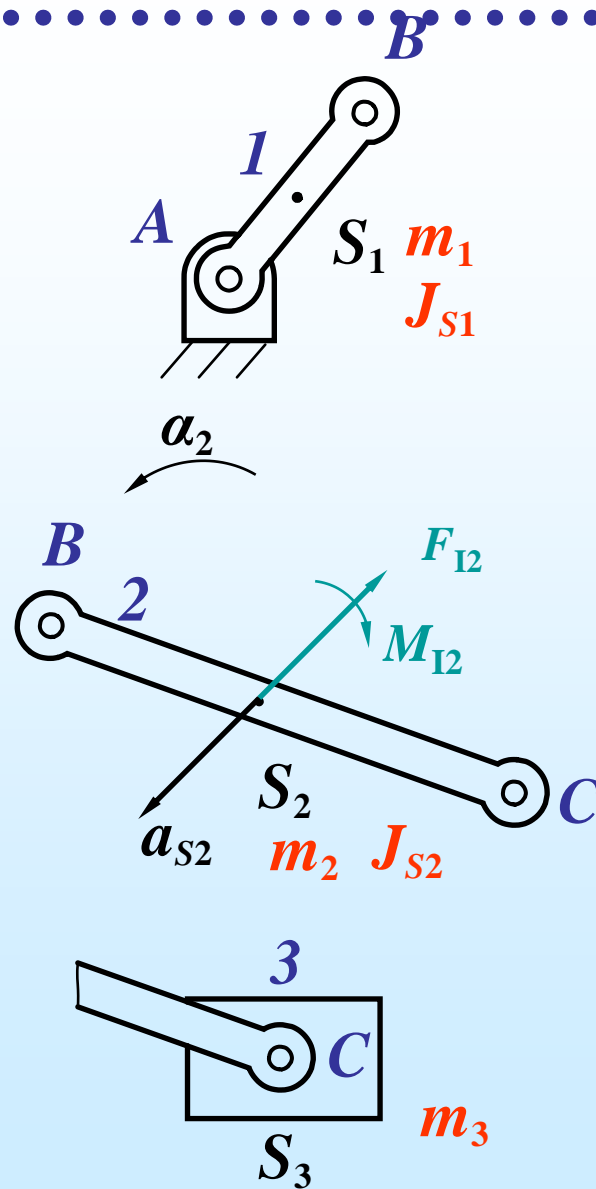
以曲柄滑块机构为例



(1) 作平面复合运动的构件 (如连杆2)

$$F_{I2} = -m_2 a_{S2}$$

$$M_{I2} = -J_{S2} \alpha_2$$

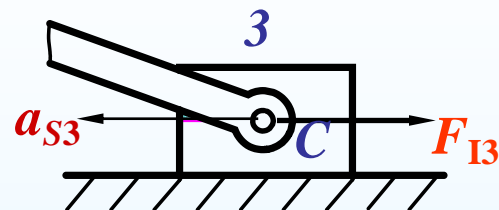




## (2) 作平面移动的构件 (如滑块3)

作变速移动时, 则

$$F_{I3} = -m_3 a_{S3}$$



## (3) 绕定轴转动的构件 (如曲柄1)

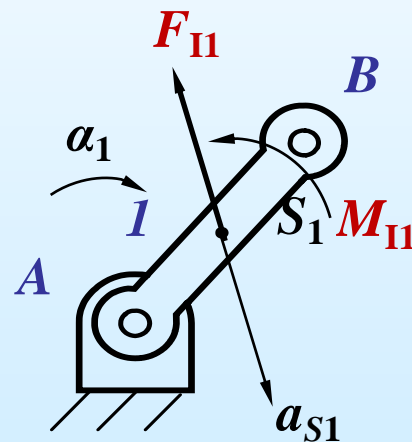
若曲柄轴线不通过质心, 则

$$F_{I1} = -m_1 a_{S1}$$

$$M_{I1} = -J_{S1} \alpha_1$$

若其轴线通过质心, 则

$$M_{I1} = -J_{S1} \alpha_1$$







## 机构动态静力分析可按以下步骤进行：

- (1) 已知机构结构及各构件的尺寸、质量、转动惯量以及质心的位置（机构本身具有的尺寸和物理特性）。
- (2) 求得运动副和质心等点的位置、速度和加速度以及各构件的角速度和角加速度（运动分析内容，解析法及杆组法计算得出）。
- (3) 计算出各构件的惯性力（利用步骤1和步骤2的结果）和运动副约束反力（解析法或杆组法）。若计及摩擦时，还应分析计算出各运动副中考虑摩擦时的约束反力。



机构动态静力分析可按以下步骤进行：

(4) 根据机构或构件的力系平衡原理，在已知以上各种力的基础上，可求出机构所需的平衡力(或力矩)。平衡力(或力矩)若作用在原动件上就是驱动力(或驱动力矩)，若作用在从动件上就是阻力(或阻力矩)。

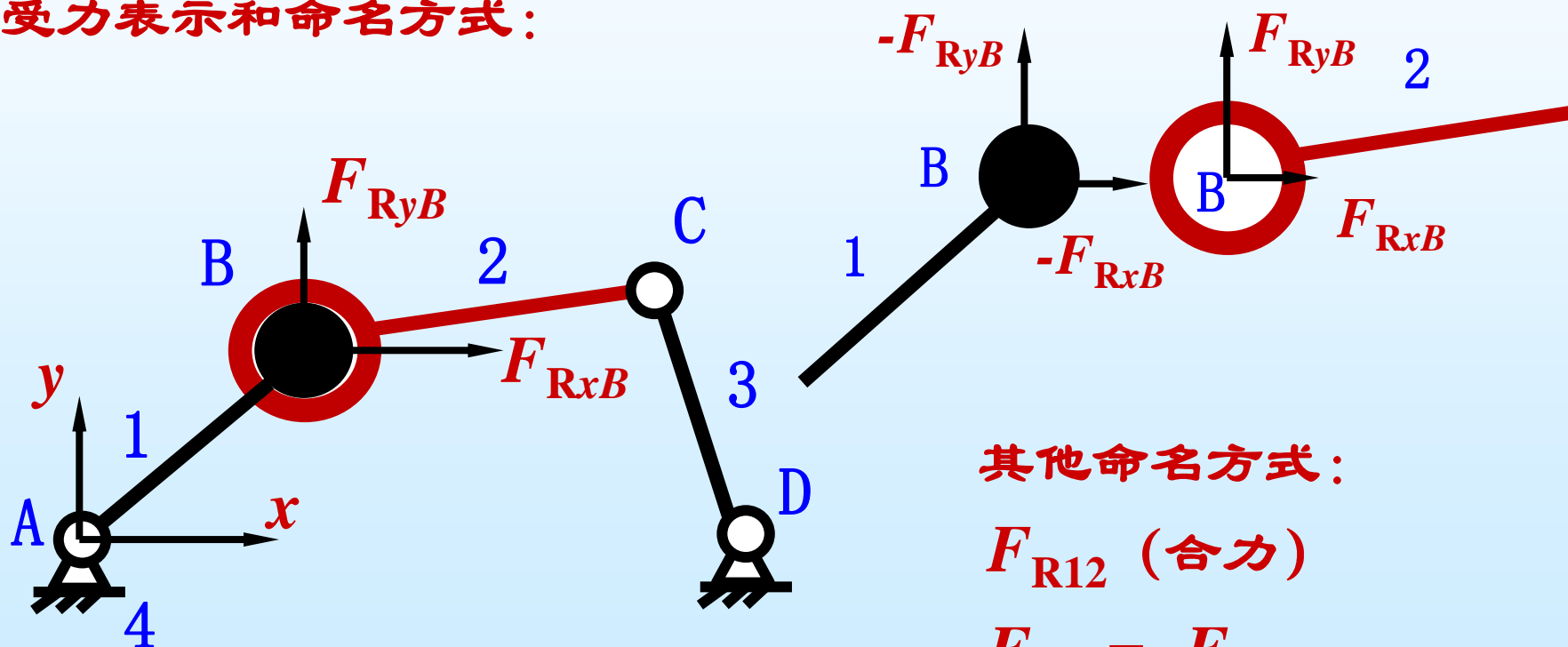
机构动态静力分析的方法有图解法和解析法。解析法又分为矢量方程法、矩阵法和杆组法。



## 四、动态静力分析的杆组法

**运动副反力** (reaction of kinematic pair): **两个构件的运动副元素彼此作用的合力 (包括压力和摩擦力)。**

**受力表示和命名方式:**



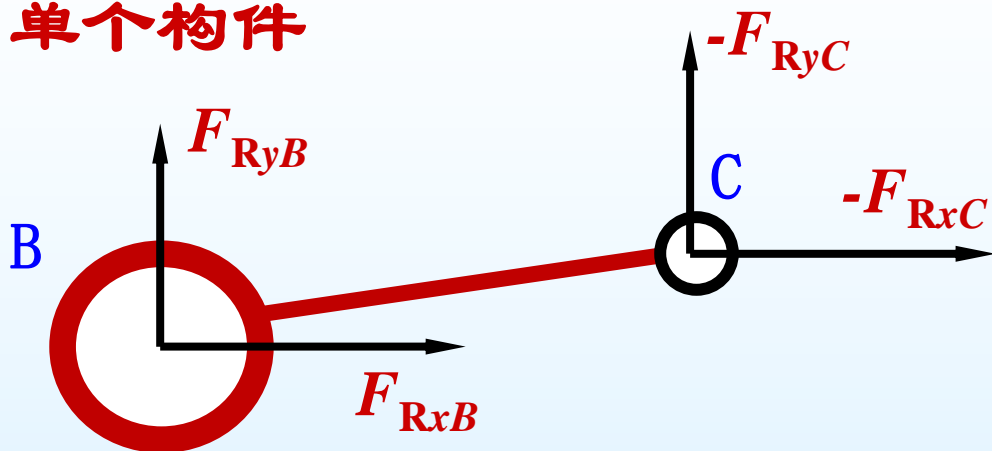
**其他命名方式:**

$F_{R12}$  (合力)

$F_{R21} = -F_{R12}$



## 单个构件



## 静力平衡方程：

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M = 0$$

以基本杆组为求解单元：

$$n=2, P_L=3$$

$$n=4, P_L=6$$

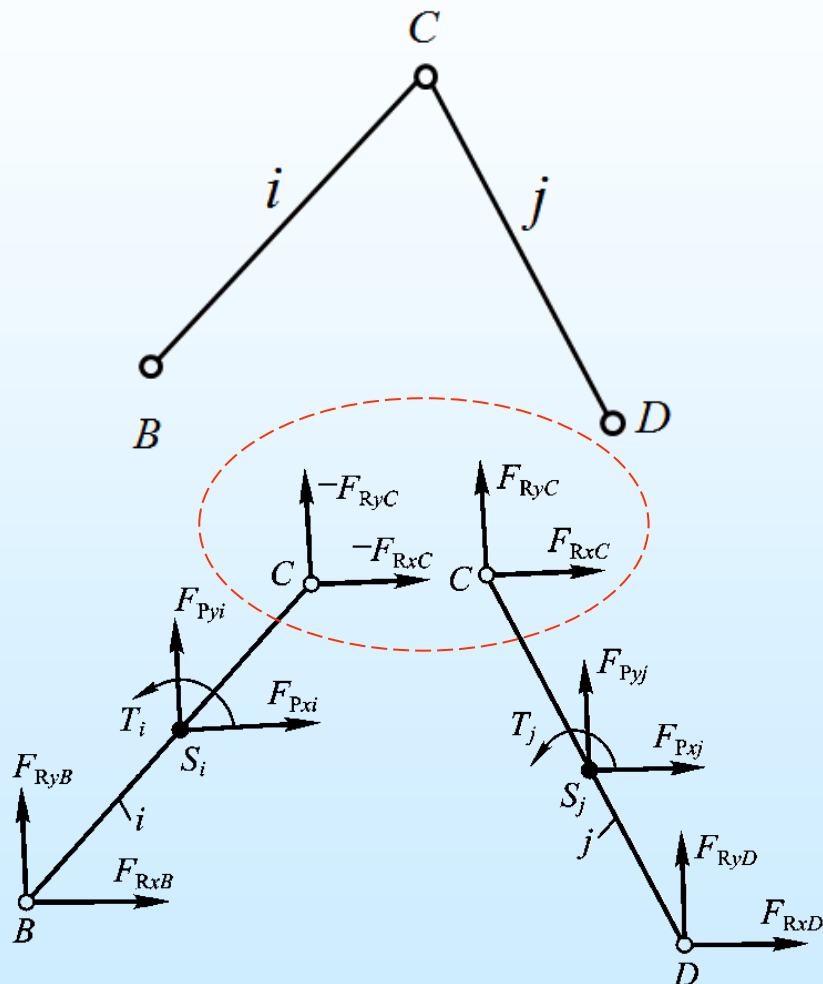
$$n=6, P_L=9$$

2构件3运动副Ⅱ级杆组，能建立静力平衡方程，计算得到运动副反力吗？



## 4-2 拆杆组法对平面连杆机构进行动态静力分析的数学模型

### 1、RRR II 级杆组的力分析



#### 已知条件

构件长度:  $l_i, l_j$

构件运动参数:  $\ddot{\varphi}_i, \ddot{\varphi}_j$

构件质心位置和运动参数:

$$x_{Si}, y_{Si}, \dot{x}_{Si}, \dot{y}_{Si}, \ddot{x}_{Si}, \ddot{y}_{Si}$$

$$x_{Sj}, y_{Sj}, \dot{x}_{Sj}, \dot{y}_{Sj}, \ddot{x}_{Sj}, \ddot{y}_{Sj}$$

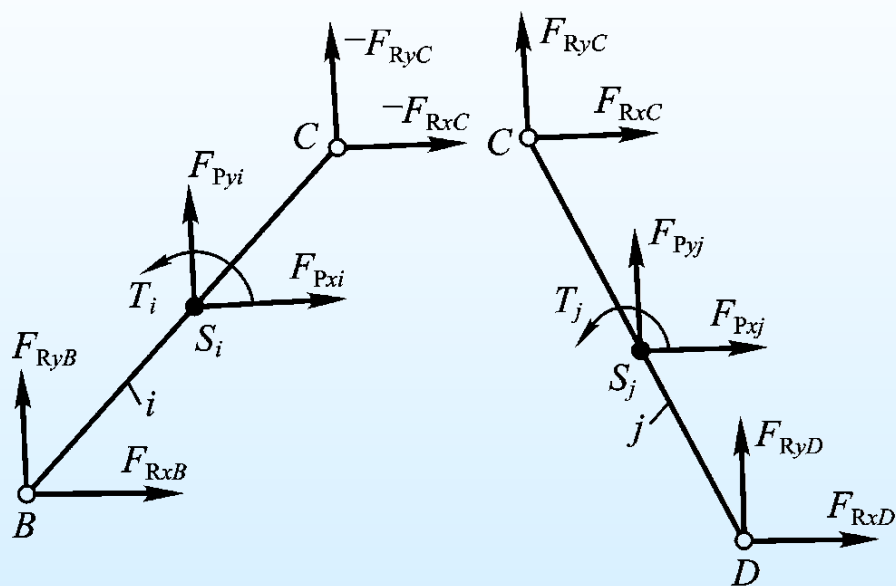
构件质量:  $m_i, m_j$

构件转动惯量:  $J_i, J_j$

作用于质心上的外力:

$$F_{Pxi}, F_{Pyi}, F_{Pxj}, F_{Pyj}$$

作用于构件上的外力矩:  $T_i, T_j$

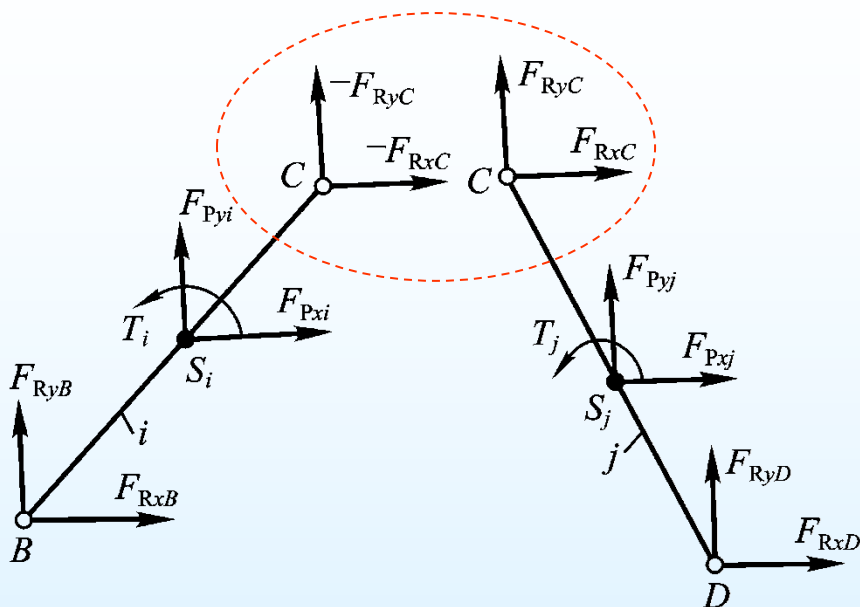


$l_i$  杆上的合外力、合外力矩：

$$\left. \begin{aligned} F_{xi} &= F_{Pxi} - m_i \ddot{x}_{Si} \\ F_{yi} &= F_{Pyi} - m_i \ddot{y}_{Si} - 9.8m_i \\ M_{fi} &= T_i - J_i \ddot{\phi}_i \end{aligned} \right\}$$

$l_j$  杆上的合外力、合外力矩：

$$\left. \begin{aligned} F_{xj} &= F_{Pxj} - m_j \ddot{x}_{Sj} \\ F_{yj} &= F_{Pyj} - m_j \ddot{y}_{Sj} - 9.8m_j \\ M_{fj} &= T_j - J_j \ddot{\phi}_j \end{aligned} \right\}$$



$$\left. \begin{aligned} F_{RxB} - F_{RxC} + F_{xi} &= 0 \\ F_{RyB} - F_{RyC} + F_{yi} &= 0 \\ F_{RxC} + F_{RxD} + F_{xj} &= 0 \\ F_{RyC} + F_{RyD} + F_{yj} &= 0 \end{aligned} \right\} \sum \mathbf{F} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} F_{RxC}(y_C - y_B) - F_{RyC}(x_C - x_B) - F_{xi}(y_{Si} - y_B) + F_{yi}(x_{Si} - x_B) + M_{fi} &= 0 \\ -F_{RxC}(y_C - y_D) + F_{RyC}(x_C - x_D) - F_{xj}(y_{Sj} - y_D) + F_{yj}(x_{Sj} - x_D) + M_{fj} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \sum M_B &= 0 \\ \sum M_D &= 0 \end{aligned}$$

**联立力平衡方程和力矩平衡方程**

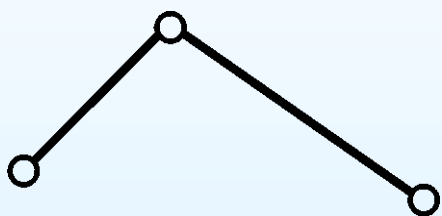
$F_{RxB}, F_{RyB}, F_{RxC}, F_{RyC}, F_{RxD}, F_{RyD}$

**求解得求各运动副的约束反力：**

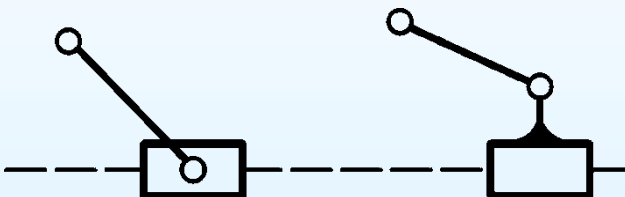
**教材公式 (4-5, 4-6)**



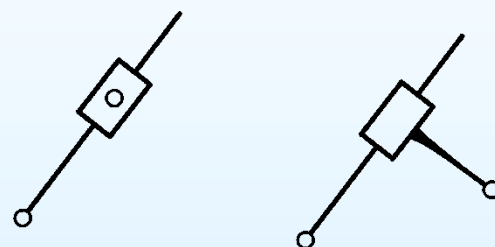
以下Ⅱ级基本杆组的动态静力分析数学模型，  
参见**机械原理教材**。



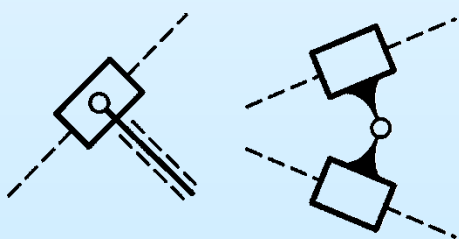
RRR杆组



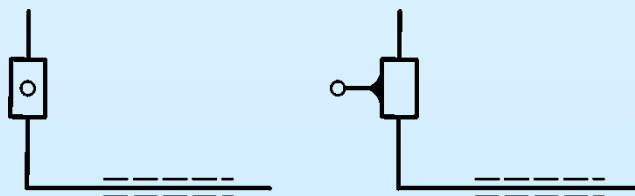
RRP杆组



RPR杆组



PRP杆组

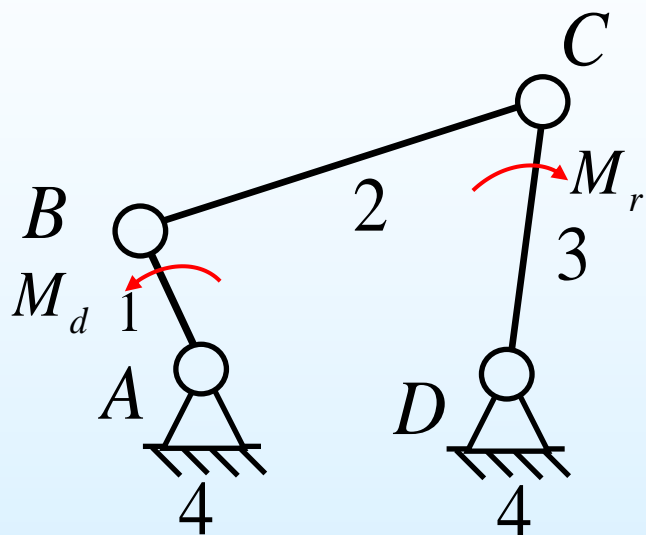


PPR杆组

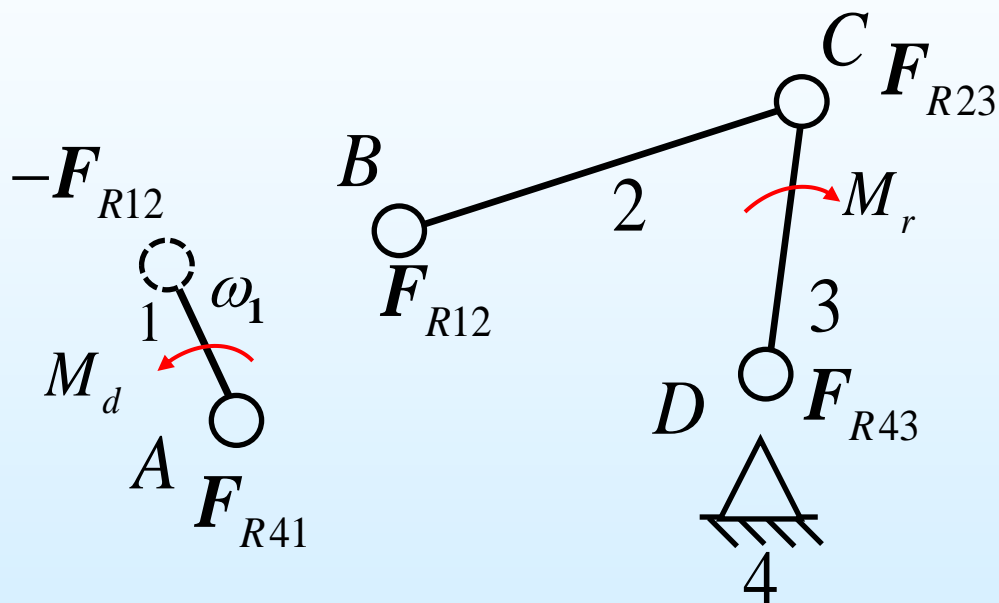


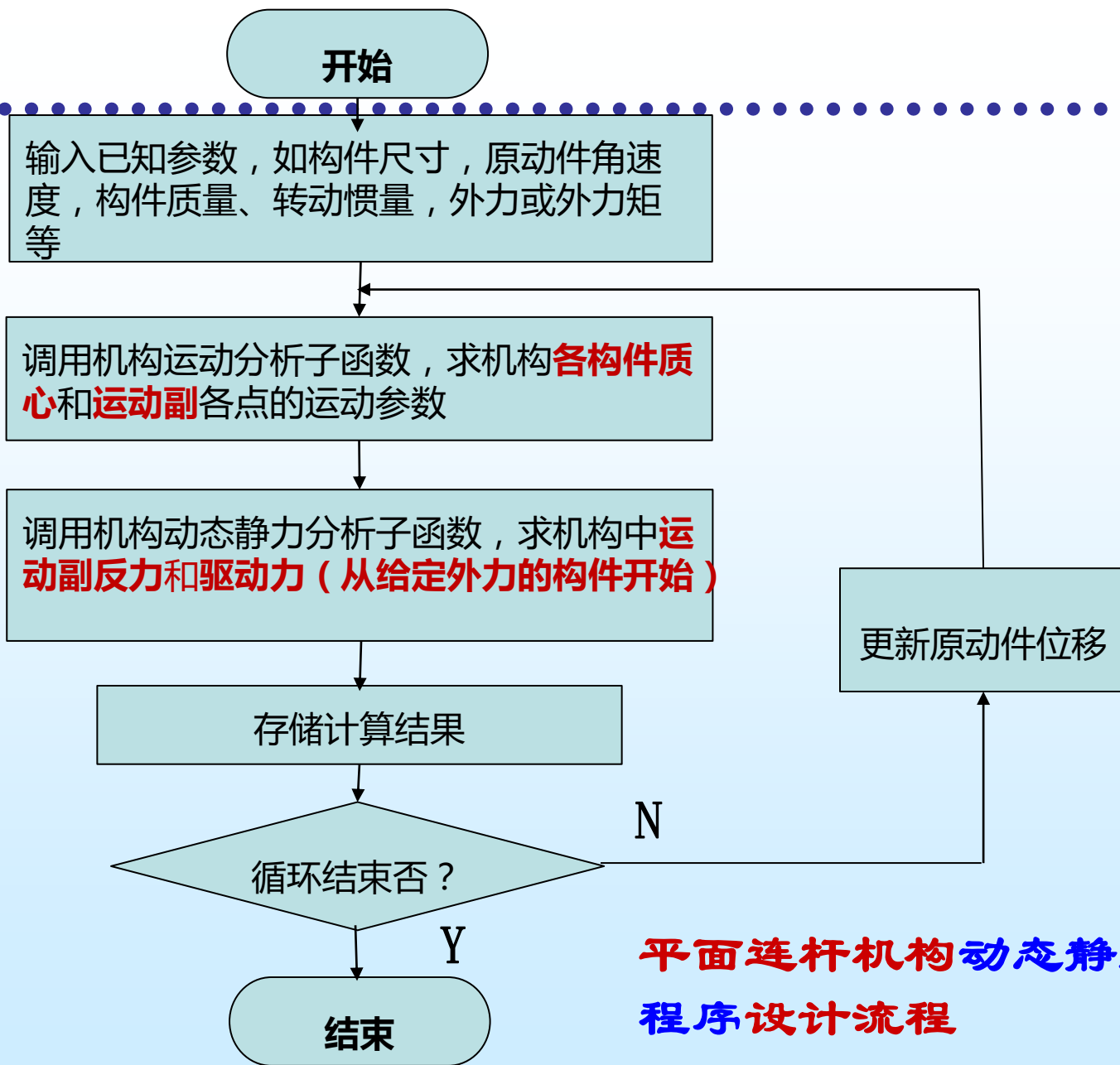


## 【例】利用杆组法对铰链四杆机构力分析



R-RRR

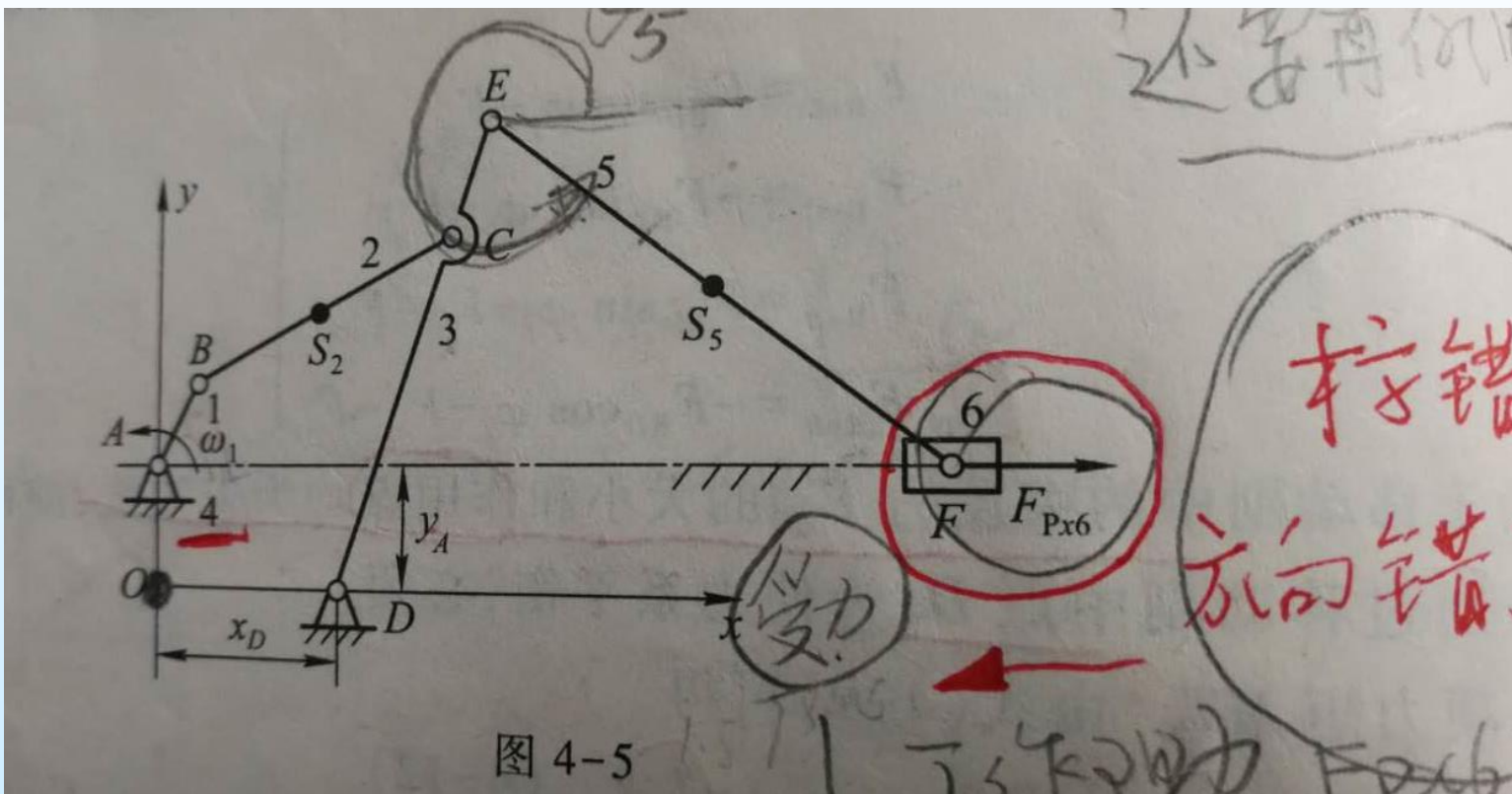




平面连杆机构动态静力分析  
程序设计流程



## 【例4-1】 摆式输送机力分析





## 4-3 运动副中的摩擦和计及摩擦时机机构的力分析

- 1、移动副的摩擦和自锁
- 2、转动副的摩擦和自锁
- 3、计及摩擦时平面连杆机构的受力分析

移动副

径向轴承副



## 一、移动副中摩擦力和总反力

### (1) 移动副中摩擦力的确定

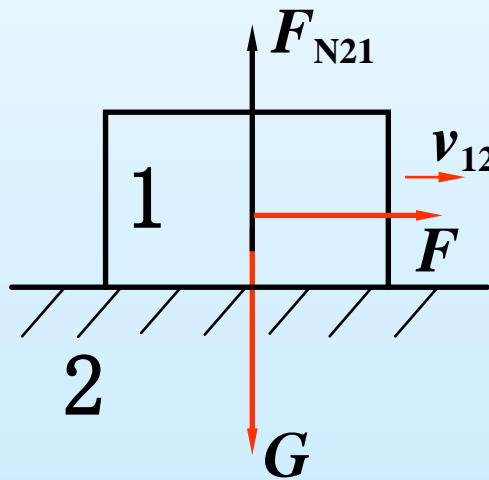
移动副中滑块在力 $F$ 的作用下右移所受的摩擦力为

$$F_{f21} = f F_{N21}$$

式中： $f$  为摩擦系数。

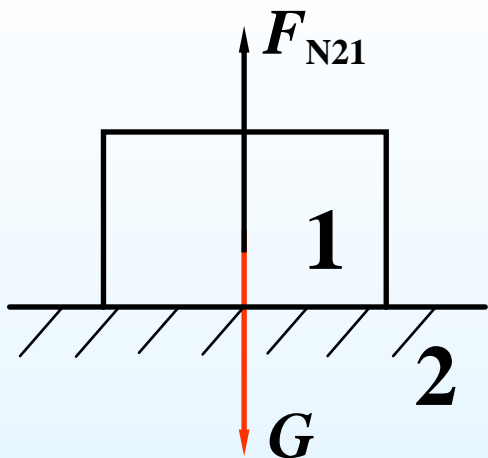
$G$  为铅锤

载荷。

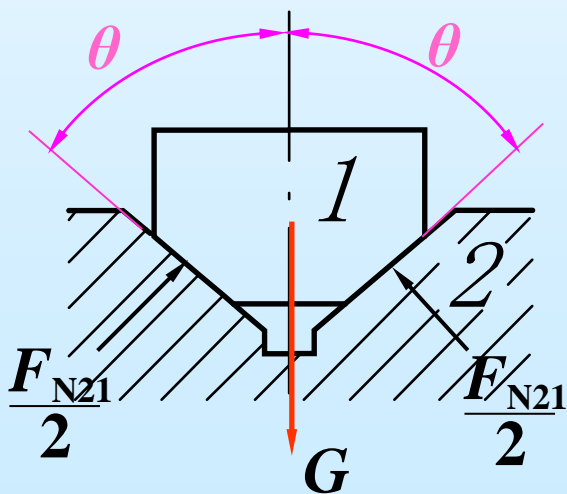




1) 平面接触:  $F_{N21} = G$

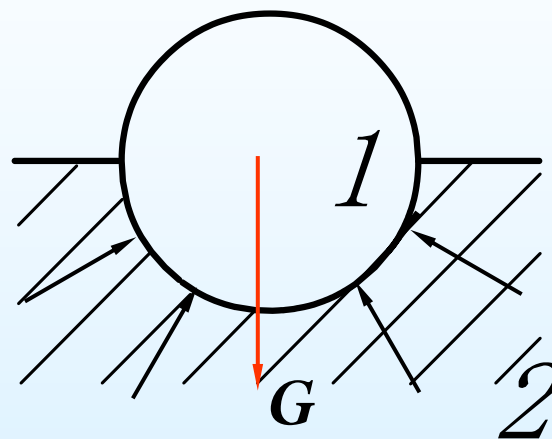


2) 槽面接触:  $F_{N21} = G / \sin\theta$



3) 半圆柱面接触:

$$F_{N21} = kG, \quad (k = 1 \sim \pi/2)$$



$F_{N21}$  的大小与摩擦面的几何形状有关(三种基本情况)。



摩擦力计算的通式：

$$F_{f21} = f F_{N21} = f_v G$$

式中， $f_v$  称为**当量摩擦系数**，其取值为：

平面接触： $f_v = f$ ；

槽面接触： $f_v = f / \sin \theta$ ；

半圆柱面接触： $f_v = kf$ ， $(k = 1 \sim \pi/2)$ 。

**说明** 引入当量摩擦系数之后，使不同接触形状的移动副中的摩擦力计算和大小比较大为简化。这也是工程中简化处理问题的一种重要方法。



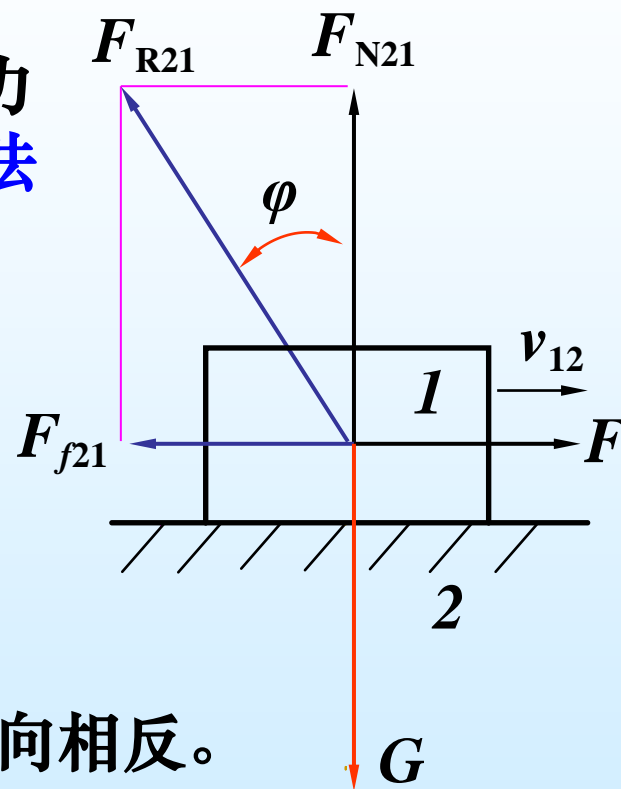
## (2) 移动副总反力方向的确定

运动副中的法向反力与摩擦力的合力  $F_{R21}$  称为运动副中的总反力，总反力与法向力之间的夹角  $\varphi$ ，称为摩擦角，即

$$\varphi = \arctan f$$

总反力方向的确定方法：

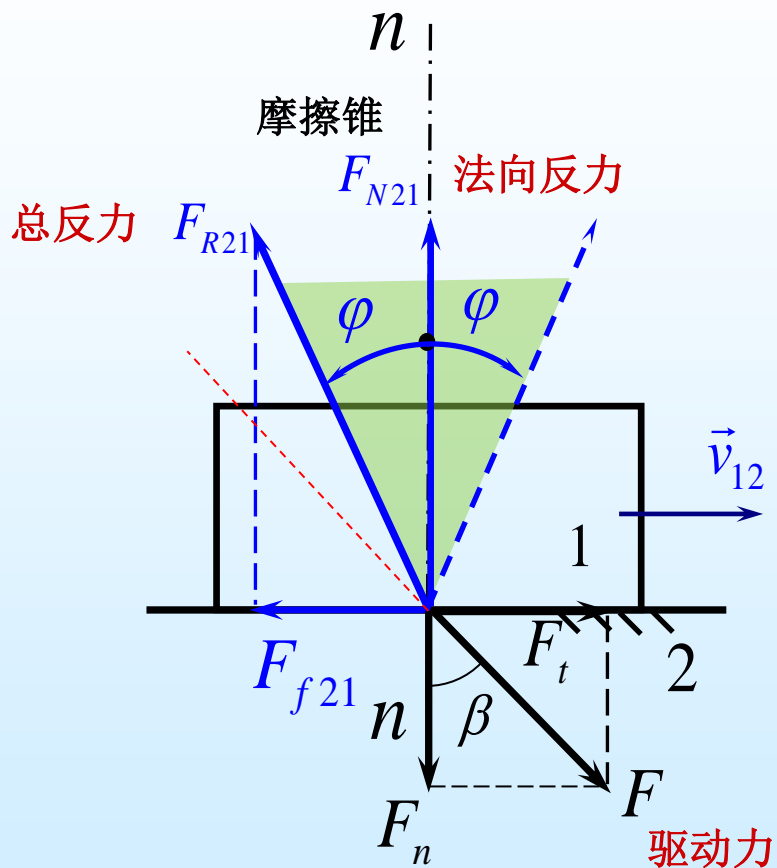
- 1)  $F_{R21}$  偏斜于法向反力一摩擦角  $\varphi$ ；
- 2)  $F_{R21}$  偏斜的方向应与相对速度  $v_{12}$  的方向相反。







## 二、移动副的自锁



如何理解？

驱动力分量

$$\begin{cases} F_n = F \cos \beta \\ F_t = F \sin \beta \end{cases}$$

总反力分量

$$\begin{cases} F_{N21} = F_{R21} \cos \varphi = F_n \\ F_{f21} = F_{R21} \sin \varphi = F_n f \end{cases}$$

当  $F_t \geq F_{f21}$   
物体1移动

$$F \sin \beta \geq F \cos \beta \tan \varphi$$

$$\tan \beta \geq \tan \varphi$$

$$\beta \geq \varphi$$

当  $F_t < F_{f21}$   
物体1不动

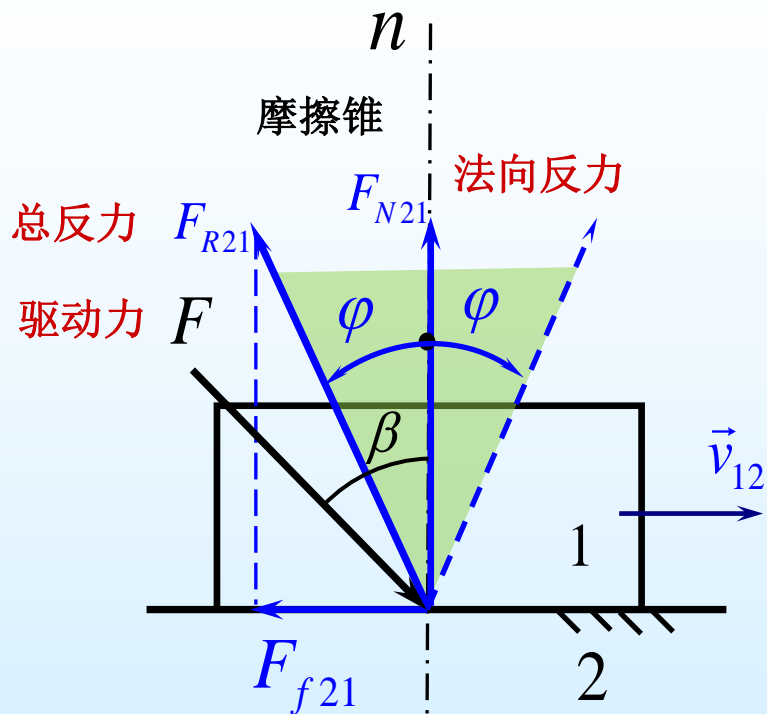
$$F \sin \beta < F \cos \beta \tan \varphi$$

$$\tan \beta < \tan \varphi$$

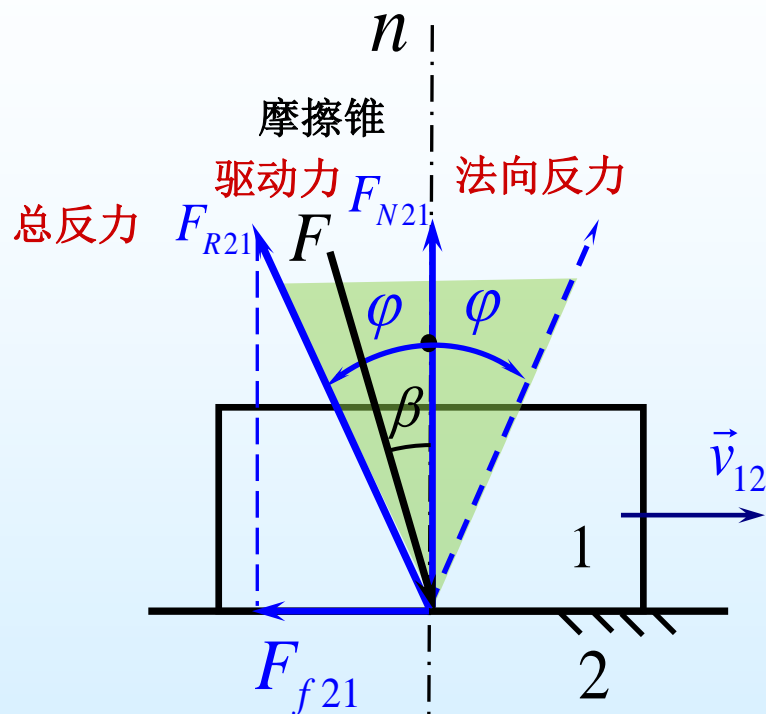
$$\beta < \varphi$$



# 结论



$\beta > \varphi$  驱动力作用在摩擦锥之外  
物体1移动

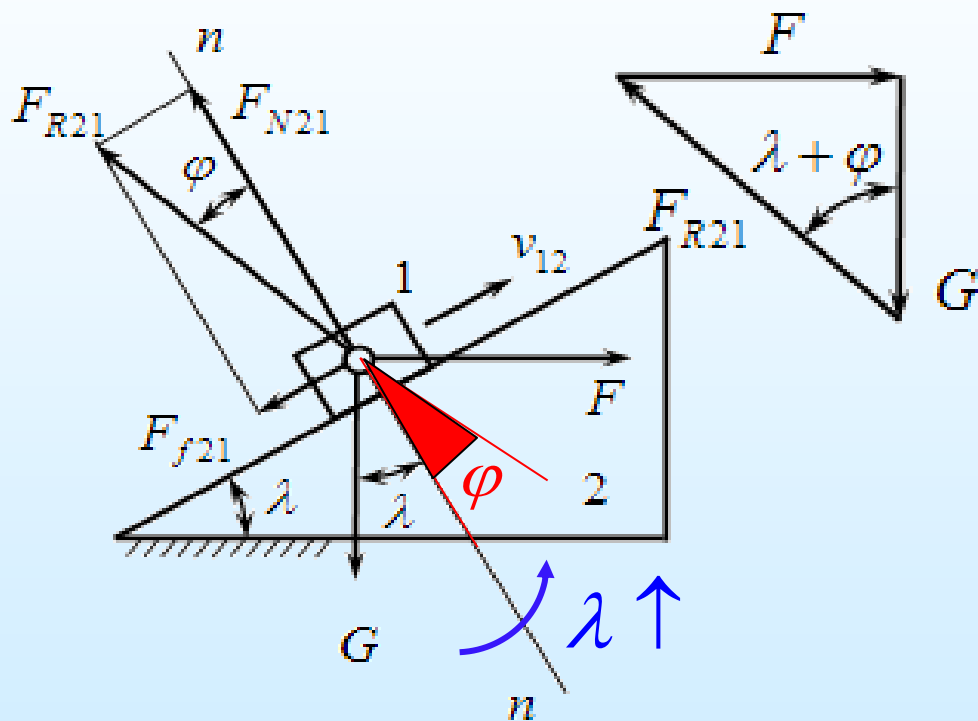


$\beta < \varphi$  驱动力作用在摩擦锥之内  
物体1不移动（自锁）



## a) 斜面的摩擦和自锁

### 1、滑块沿斜面等速上升



$F$  驱动力

$G$  为阻力

力平衡方程:

$$F = G \tan(\lambda + \varphi)$$

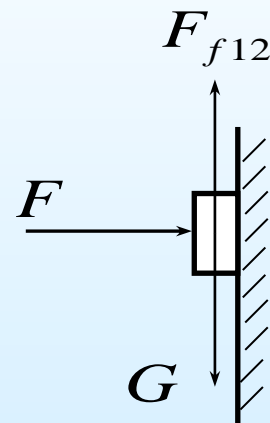
当  $\lambda + \varphi \rightarrow 90^\circ$

$$F \rightarrow \infty$$

滑块自锁 (临界):

$$\lambda + \varphi = 90^\circ$$

$$\lambda = 90^\circ - \varphi$$

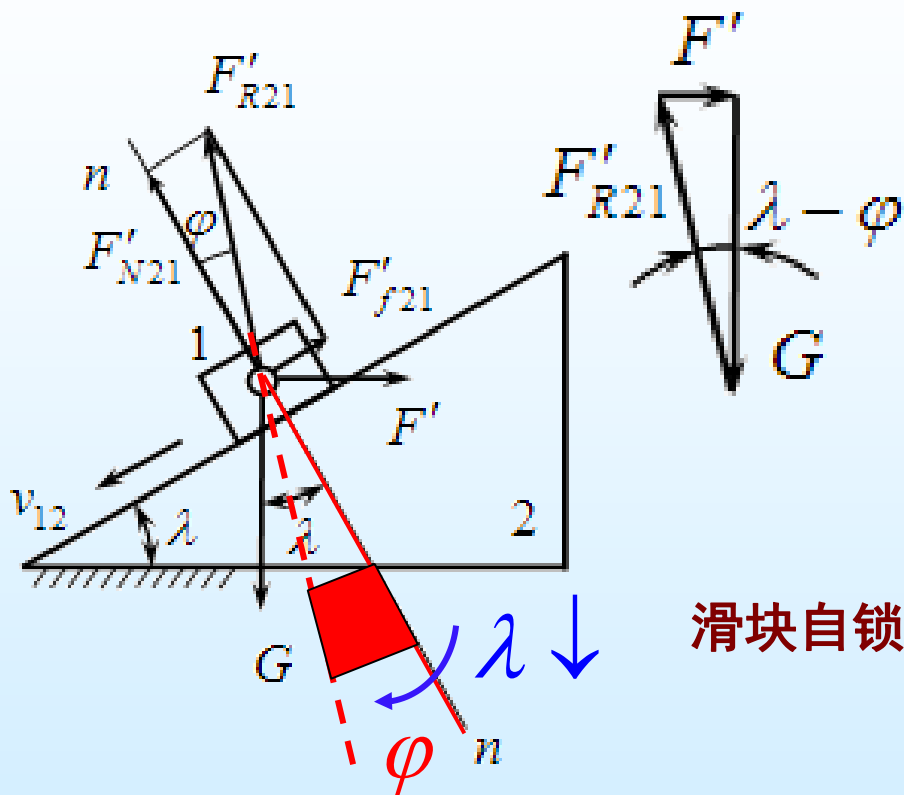


$$\lambda = 90^\circ$$

$$F = \frac{G}{\tan \varphi} = \frac{G}{f}$$



## 2、滑块沿斜面等速下滑



力平衡方程:

$$F' = G \tan(\lambda - \varphi)$$

$$\lambda - \varphi > 0, \quad F' > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \lambda - \varphi = 0, & F' = 0 \\ \lambda - \varphi < 0, & F' < 0 \end{array} \right.$$

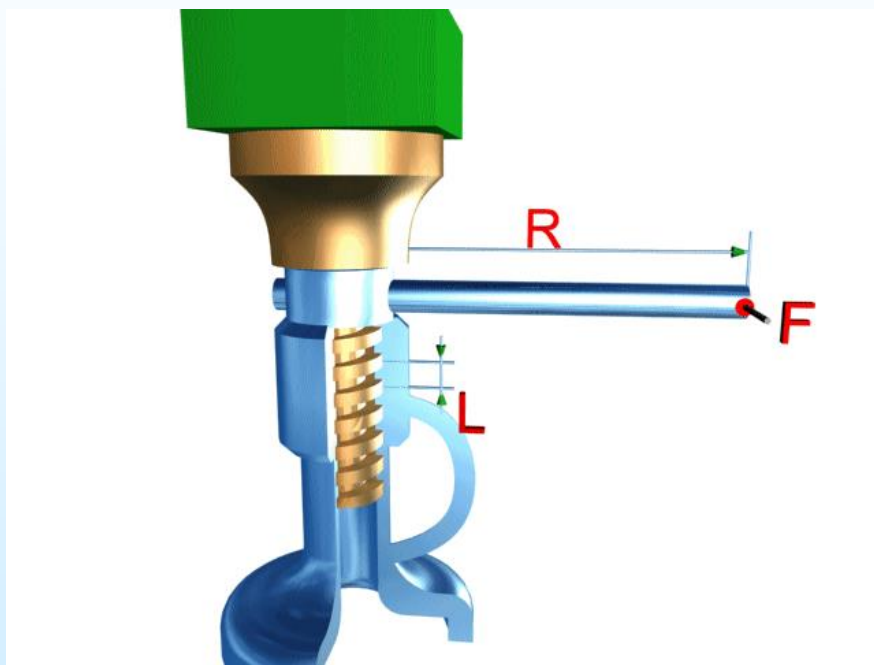
滑块自锁

$G$  驱动力  
 $F'$  为阻力

驱动力在运动方向小于摩擦力



# 自锁的工程意义

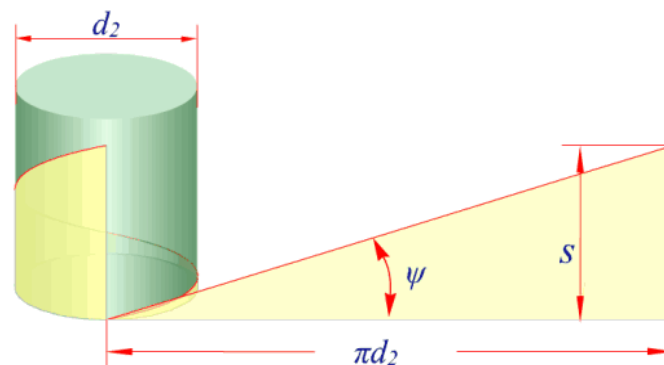
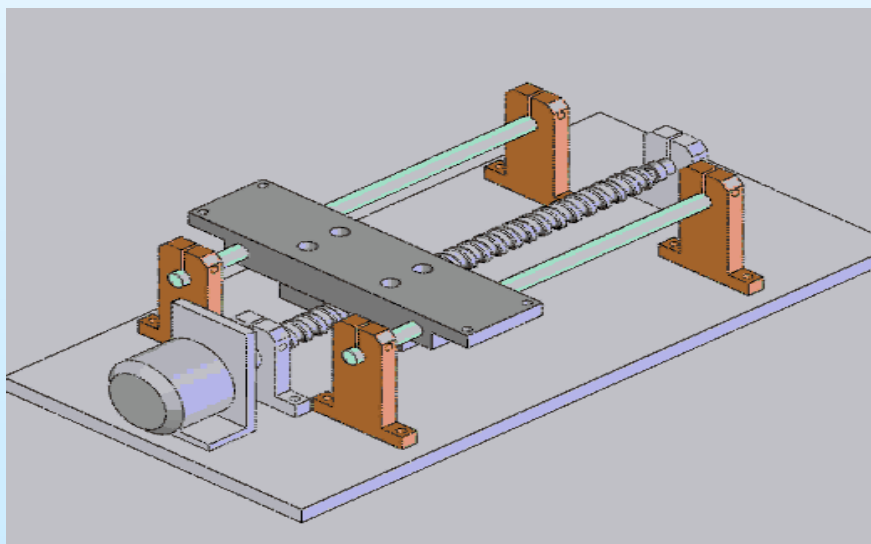
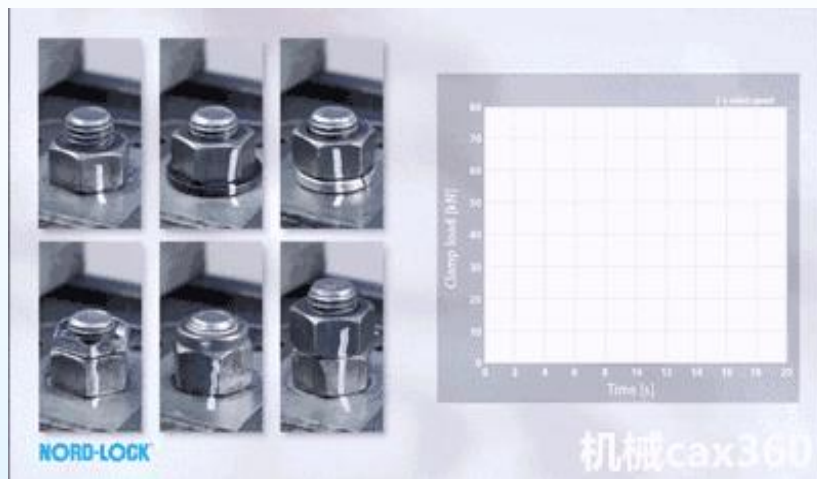


千斤顶

设计新机械时，应避免在运动方向出现自锁，而有些机械要利用自锁进行工作。

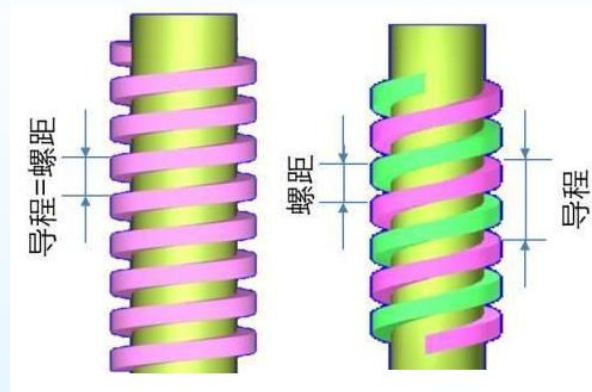
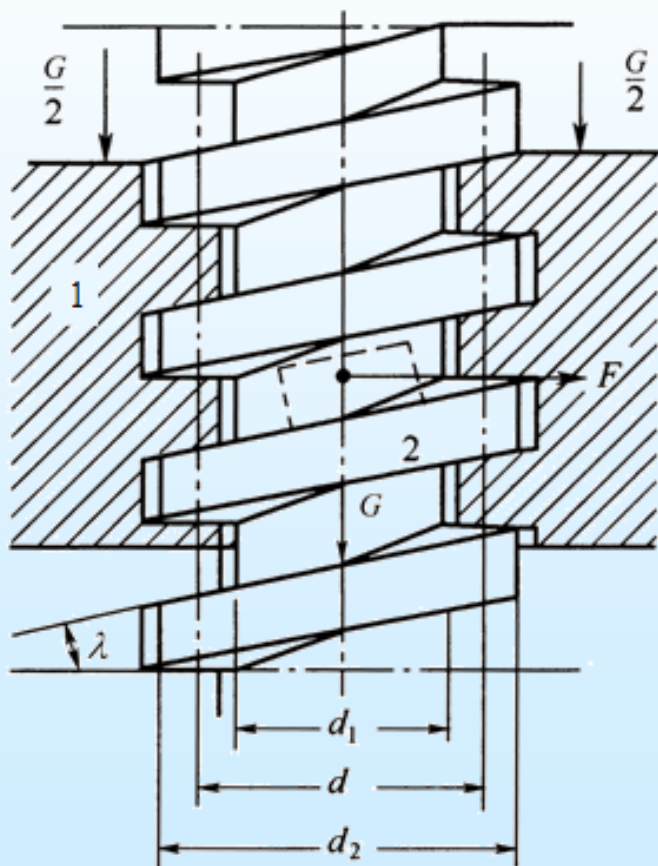


## b) 螺旋副的摩擦和自锁（其在工程中应用）





# 1、矩形螺纹螺旋副中的摩擦和自锁（相关的参数）



$z$  —— 螺纹的头数

$p$  —— 螺纹的螺距

$l$  —— 螺纹导程

$$l = zp$$

$d$  —— 螺纹中径

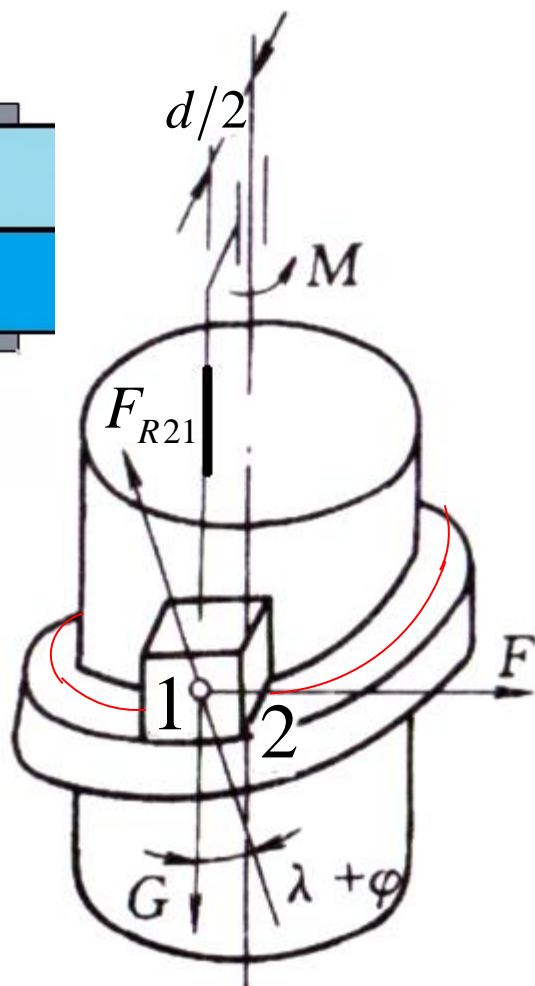
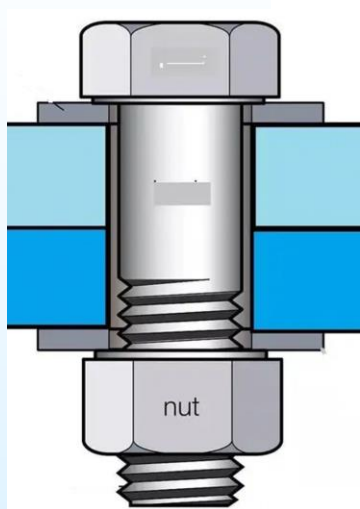
$$d = \frac{d_2 + d_1}{2}$$

$\lambda$  —— 螺旋升角

$$\tan \lambda = \frac{zp}{\pi d}$$

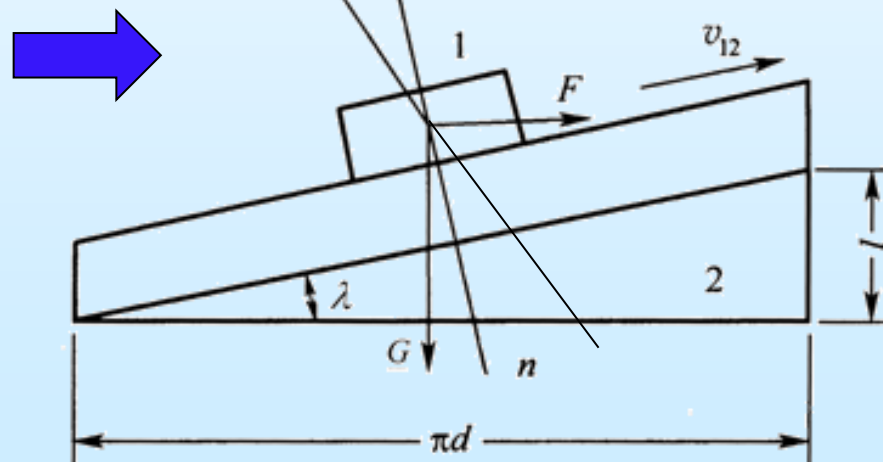


## (1) 把螺旋面展成斜面



**化简等效：**

螺母与螺纹之间的压力作用在中径的螺旋线上；把螺母看作是一个集中质量块。







## (2) 把矩形螺纹螺旋面展成平斜面

### ① 螺母等速上升（拧紧）

#### 力平衡方程

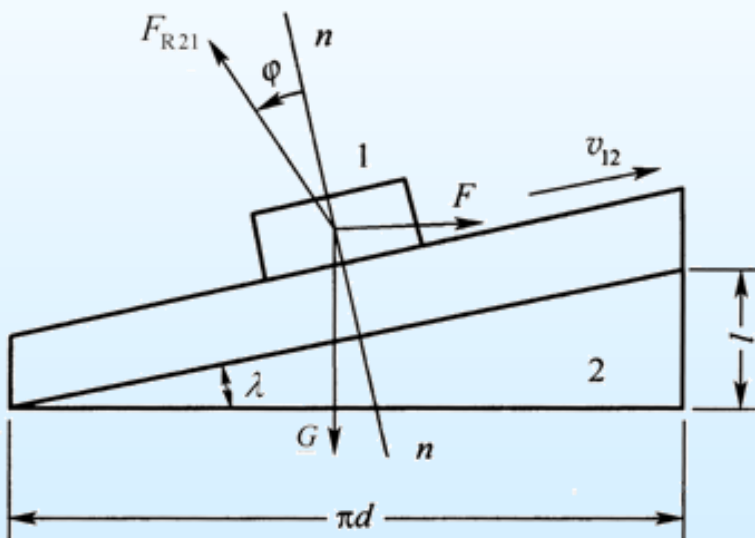
$$F = G \tan(\lambda + \varphi)$$

$$M = F \frac{d}{2} = \frac{d}{2} G \tan(\lambda + \varphi)$$

$$\lambda = 90^\circ - \varphi \quad \text{螺母自锁（临界）}$$

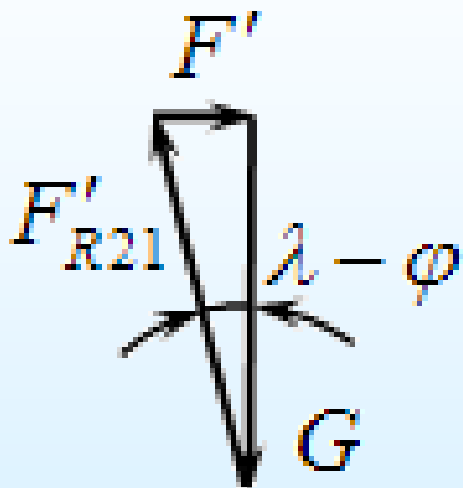
$F$  驱动力

$G$  为阻力





## ② 螺母等速下降（放松螺母，有可能拧松也有可能自动松开）



### 力平衡方程

$$F' = G \tan(\lambda - \varphi)$$

$$M' = F' \frac{d}{2} = \frac{d}{2} G \tan(\lambda - \varphi)$$

$G$  驱动力  
(外部载荷)

$\lambda - \varphi > 0, \quad M' > 0 \quad F' \quad \text{阻力?}$

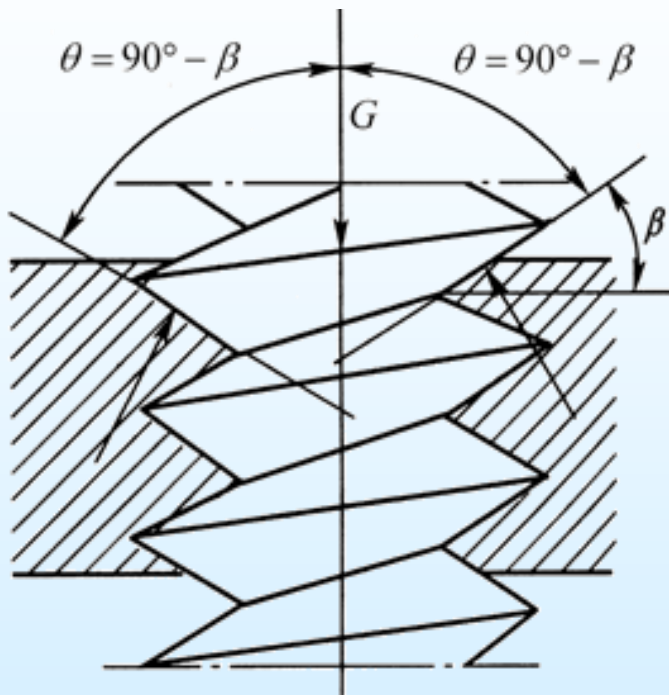
$\lambda - \varphi = 0, \quad M' = 0$

$\lambda - \varphi < 0, \quad M' < 0$

$F' \quad \text{驱动力}$   
**螺母自锁**



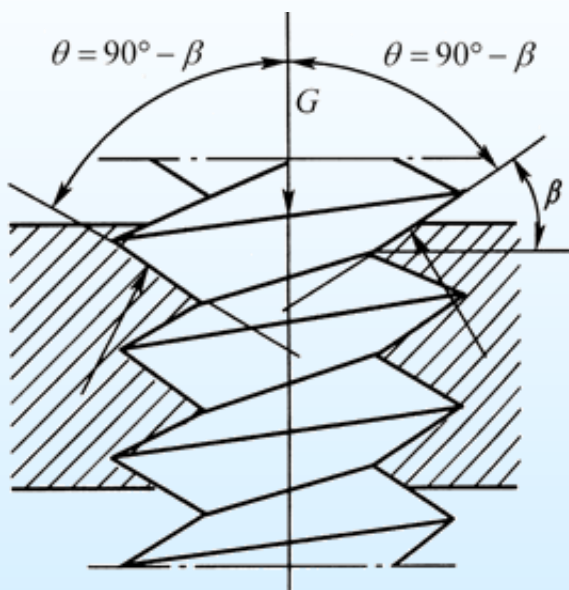
## 2、三角螺纹螺旋副中的摩擦和自锁



把三角螺纹螺旋面展成V形槽斜面



## ① 螺母等速上升



三角  
螺纹

$$M = F \frac{d}{2} = \frac{d}{2} G \tan(\lambda + \varphi_v)$$

$$\lambda = 90^\circ - \varphi_v$$

螺母自锁

$$f_v = \frac{f}{\sin \theta} = \frac{f}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{f}{\cos \beta}$$

$$\varphi_v = \arctan\left(\frac{f}{\cos \beta}\right)$$



## ② 螺母等速下降

### 矩形螺纹

$$M' = F' \frac{d}{2} = \frac{d}{2} G \tan(\lambda - \varphi)$$

$$\lambda - \varphi > 0, \quad M' > 0$$

$$\lambda - \varphi = 0, \quad M' = 0$$

$$\lambda - \varphi < 0, \quad M' < 0$$

螺母  
自锁  
 $\lambda < \varphi$

### 三角螺纹

$$M' = F' \frac{d}{2} = \frac{d}{2} G \tan(\lambda - \varphi_v)$$

$$\lambda - \varphi_v > 0, \quad M' > 0$$

$$\lambda - \varphi_v = 0, \quad M' = 0$$

$$\lambda - \varphi_v < 0, \quad M' < 0$$

螺母  
自锁  
 $\lambda < \varphi_v$

## 讨论：

### 矩形螺纹，三角螺纹

1) 用于紧固件，那个更适合？

2) 用于传动机构，那个更合适？

$$\varphi_v = \arctan\left(\frac{f}{\cos \beta}\right)$$

$$\varphi = \arctan f$$



$$\varphi_v > \varphi$$

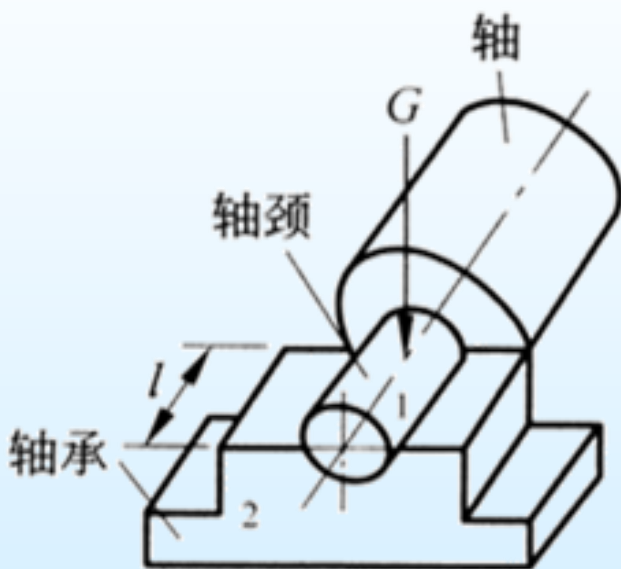
$$\lambda_{\text{矩形}} \leq \varphi \quad \lambda_{\text{三角形}} \leq \varphi_v$$



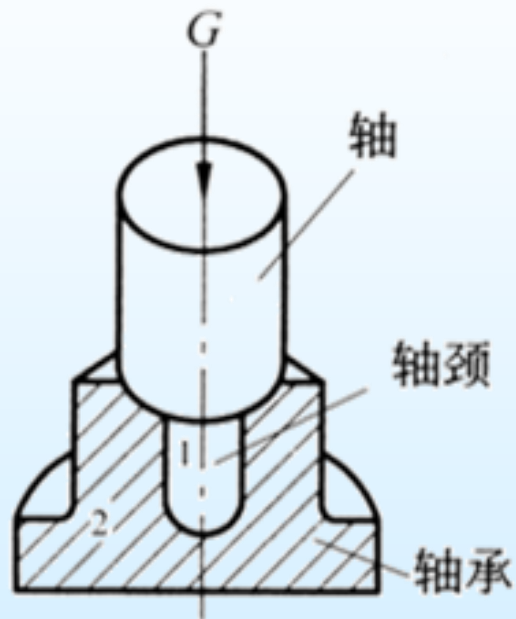
- 1、移动副的摩擦和自锁
- 2、转动副的摩擦和自锁
- 3、计及摩擦时平面连杆机构的受力分析



## 转动副按受力方向分类



径向滑动轴承



止推滑动轴承



# 一、径向滑动轴承摩擦与自锁

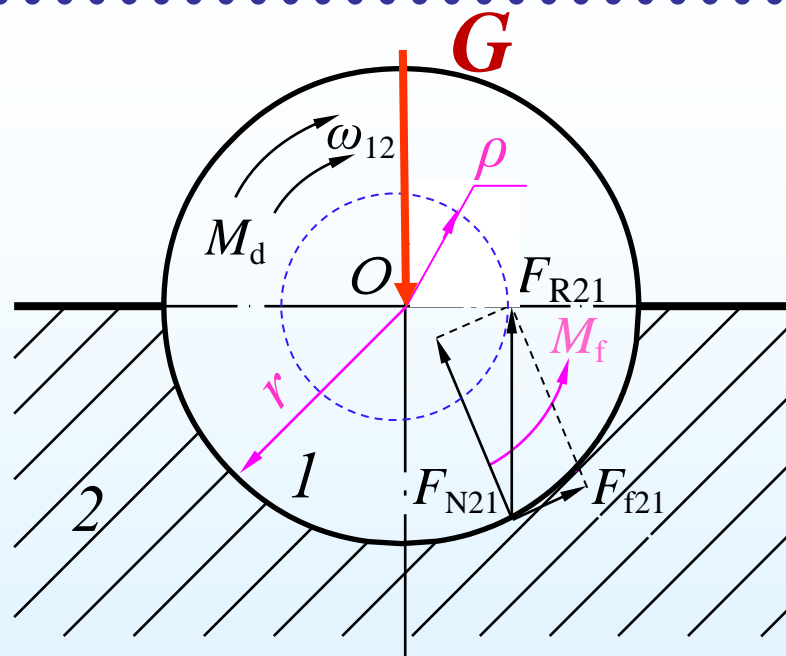
## 1) 摩擦力矩的确定

转动副中摩擦力 $F_{f21}$ 对轴颈的摩擦力矩为

$$M_f = F_{f21}r = f_v Gr$$

轴承2对轴颈1的作用力也用总反力 $F_{R21}$ 来表示,则 $F_{R21} = G$ , 故

$$M_f = F_{R21}\rho = \rho G$$



$$F_{f21} = f_v G \quad f_v = (1 \sim \pi/2)$$

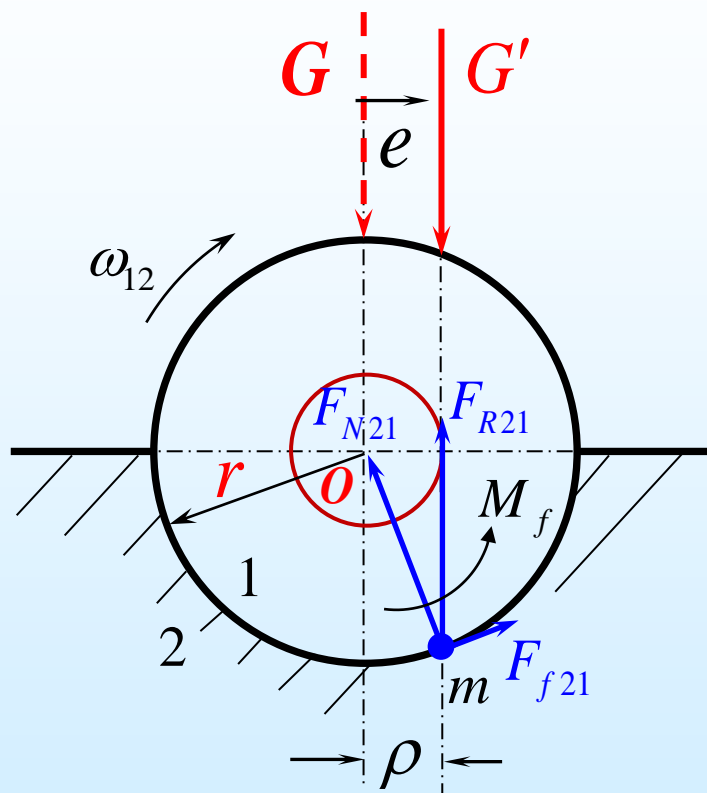
式中  $\rho = f_v r$  , 具体的轴颈 $f_v, r$  为定值,  $\rho$  称为摩擦圆半径。

结论：轴颈相对轴承运动，轴承对轴颈的总反力 $F_{R21}$ 将始终切于摩擦圆，且与 $G$ 大小相等，方向相反。





## 1) 自锁



铅锤载荷偏离回转中心

$$G' = G$$

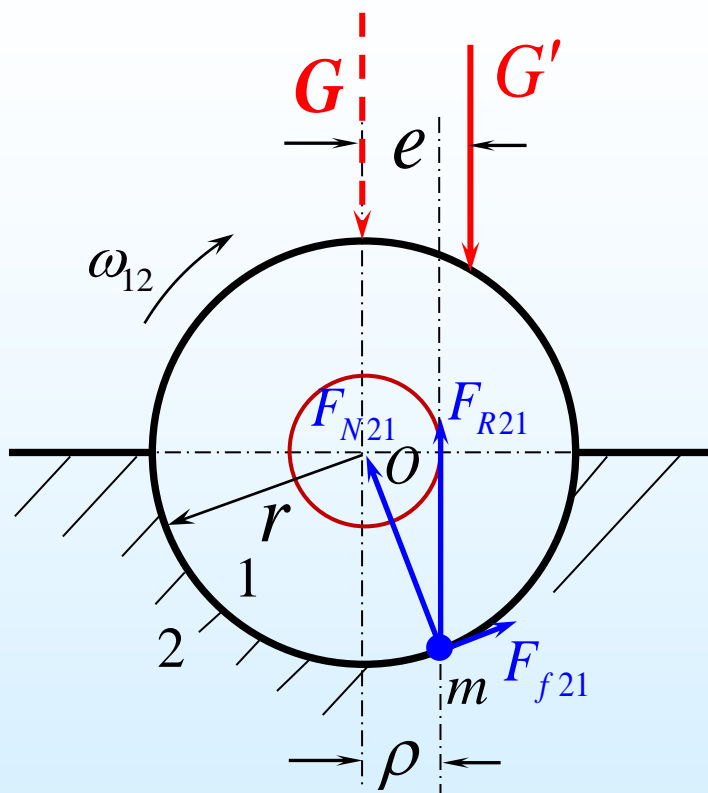
摩擦力矩

$$M_f = F_{R21}\rho = F_{f21}r$$

若轴颈匀速转动，则轴颈上的合外力（矩）为零，即

$$\left\{ \begin{array}{l} G' = F_{R21} \\ G'e = F_{R21}\rho \end{array} \right. \Rightarrow e = \rho$$

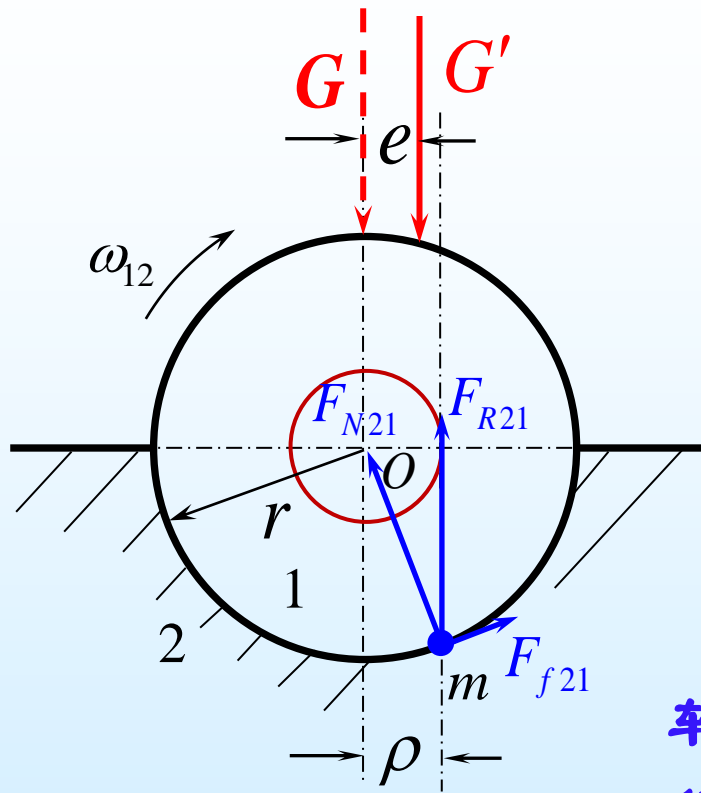
轴颈匀速转动



$$e > \rho$$

$$G = F_{R21}$$

**轴颈  
加速  
转动**



$$e < \rho$$

$$G = F_{R21}$$

**轴颈  
减速  
转动**

**转动副自  
锁条件：**

$$e < \rho$$



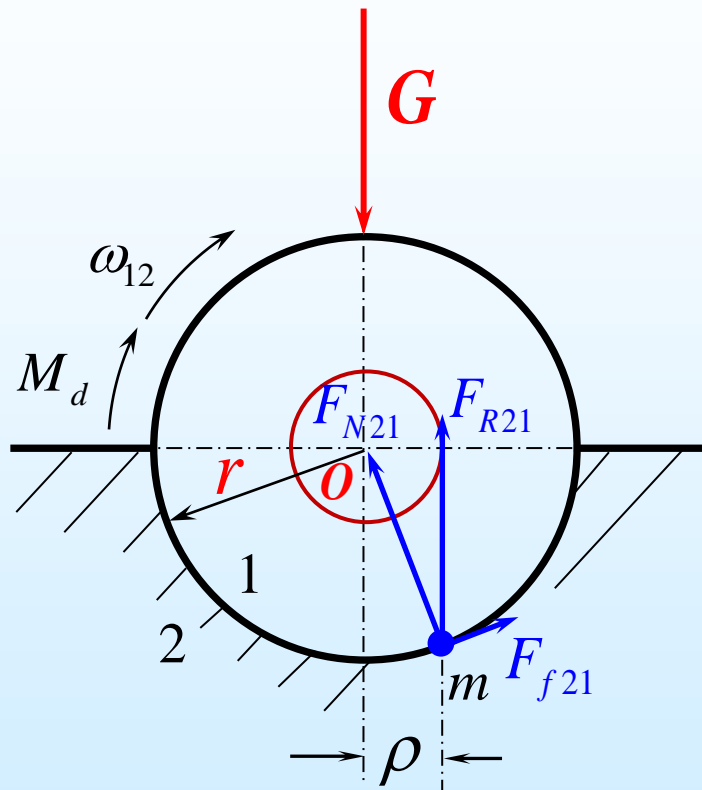
### 3) 径向转动副的摩擦系数

$$M_f = rF_{f21} = rf_v G$$

**当量摩擦系数**

$$f_v = \frac{M_f}{rG}$$

可测试



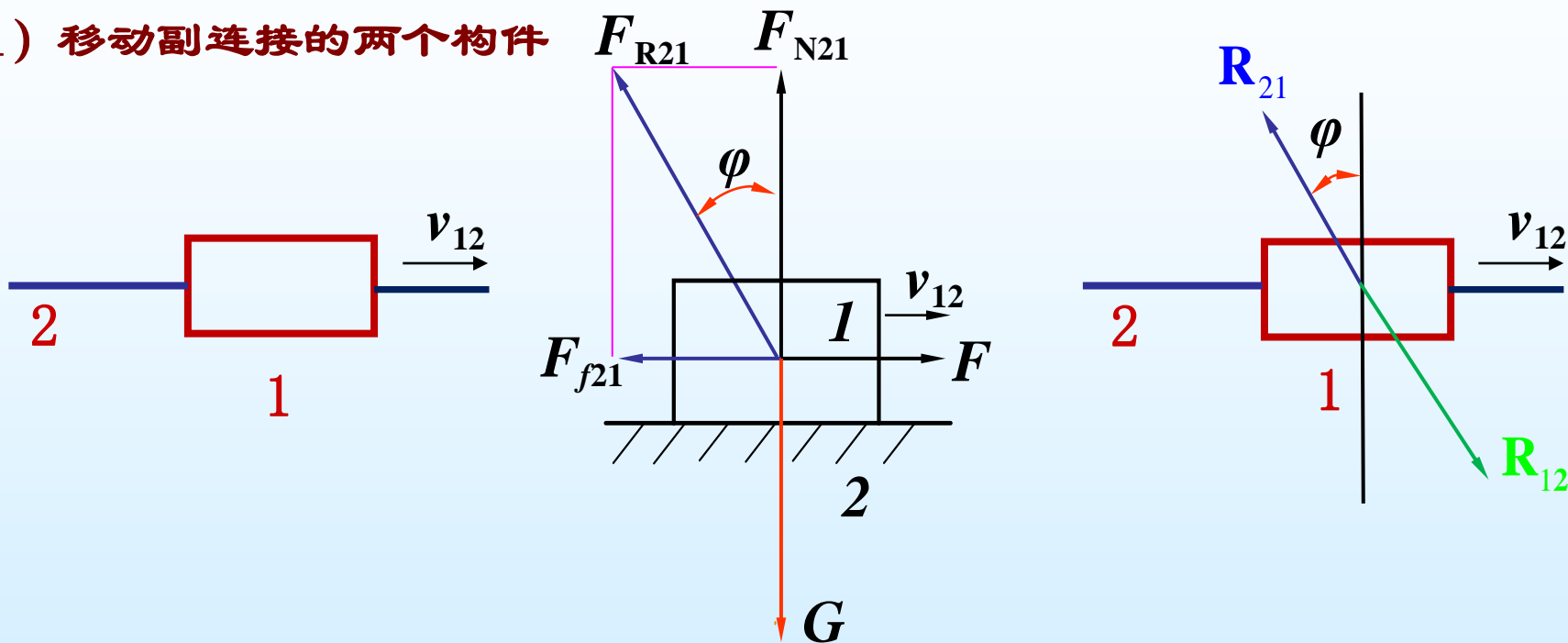


- 1、移动副的摩擦和自锁
- 2、转动副的摩擦和自锁
- 3、计及摩擦时平面连杆机构的受力分析



# 计及摩擦时平面连杆机构的受力分析

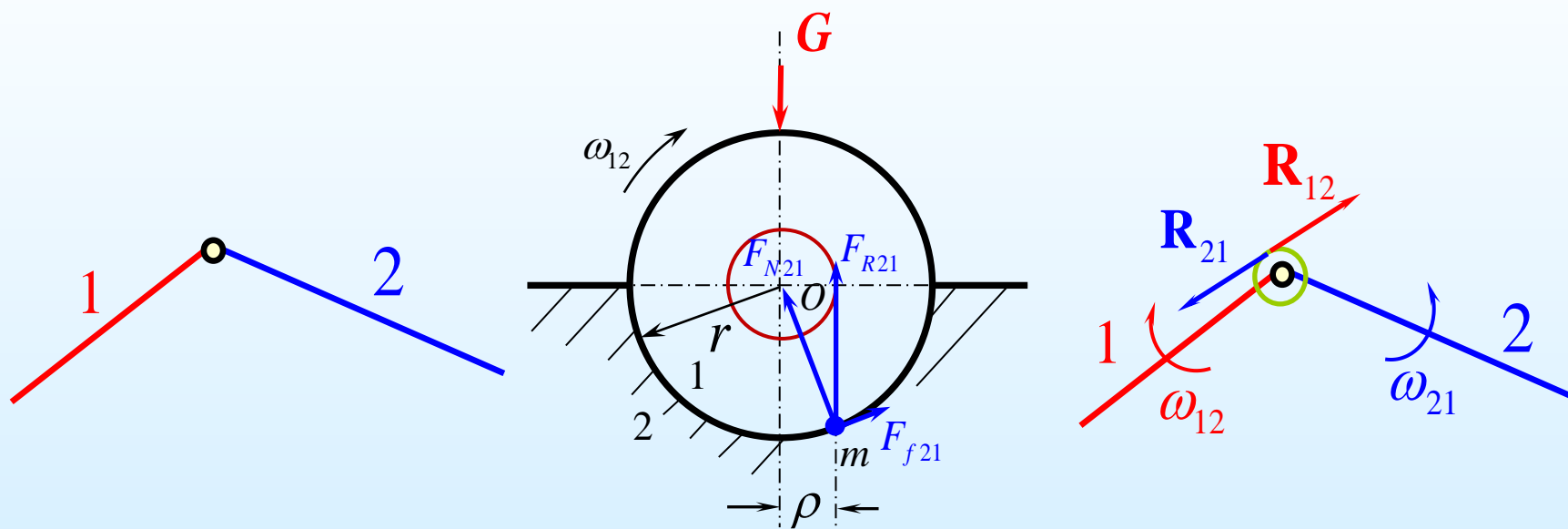
## 1) 移动副连接的两个构件



以移动副连接的两个构件，总反力与法向线角度为摩擦角，并阻碍构件之间的相对运动。



## 2) 转动副连接的两个构件



以转动副连接的两个构件，总反力永远与摩擦圆相切，并阻碍构件之间的相对运动。



## 计及转动副摩擦时平面连杆机构的受力分析步骤：

- (1) 机构中存在转动副，确定摩擦圆。存在移动副，确定总反力方向。

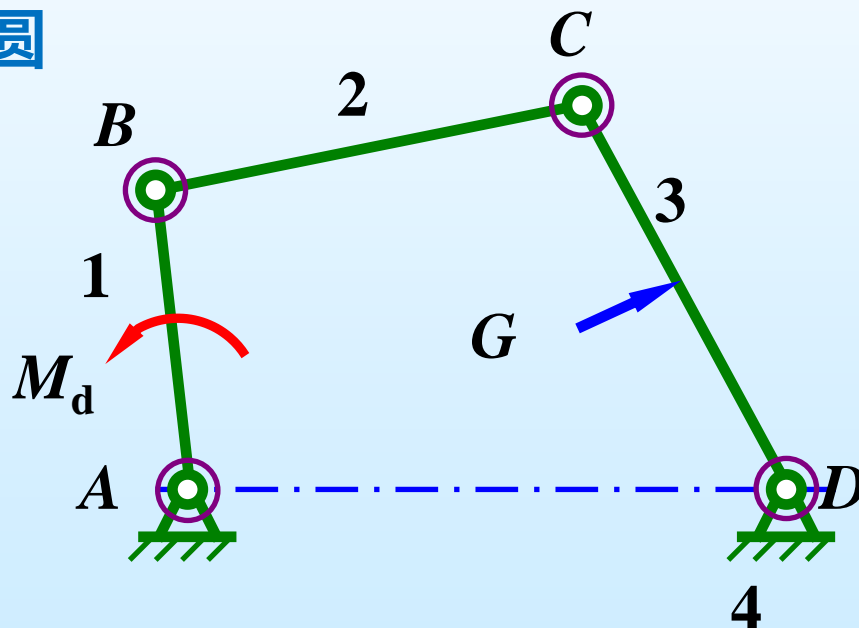
$$\rho = f_v \cdot r$$

- (2) 作二力杆总反力的作用线。
- (3) 分析其他构件的受力。
- (4) 建立力平衡方程或者作图法，求出各力的大小及方向。



【例】已知机构各构件的尺寸、各转动副的半径 $r$ 和当量摩擦系数 $f_v$ 、作用在构件3上的工作阻力 $G$ 及其作用位置，求作用在曲柄1上的驱动力矩 $M_d$ （不计各构件的重力和惯性力）。

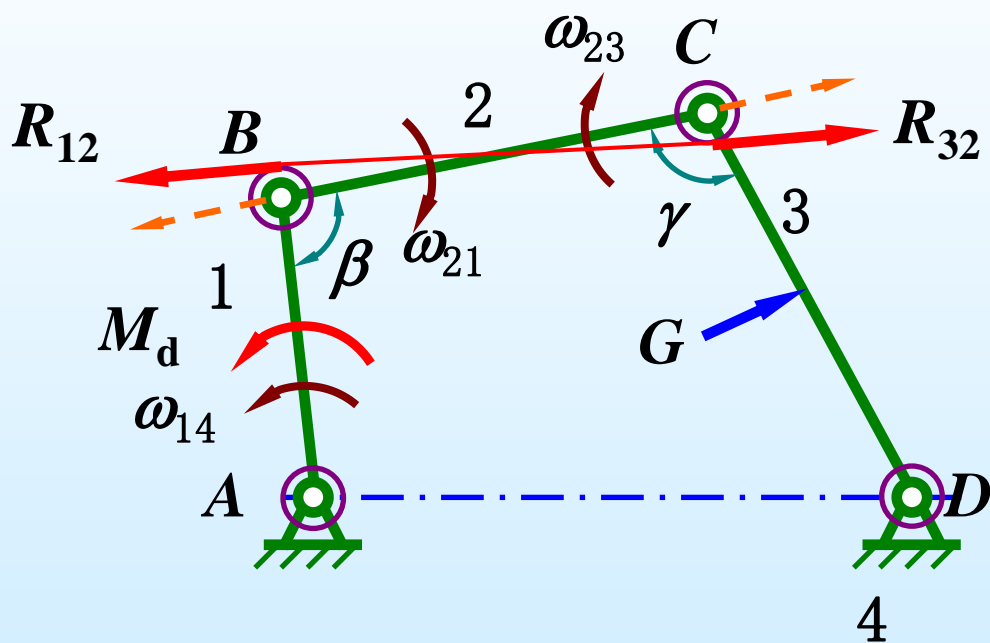
(1)根据已知条件作摩擦圆





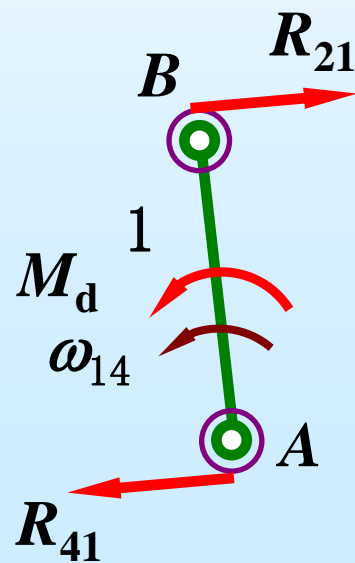
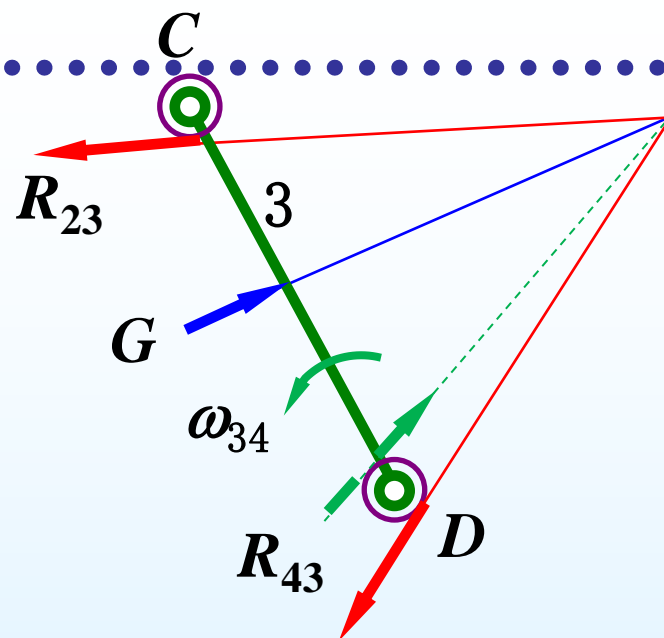
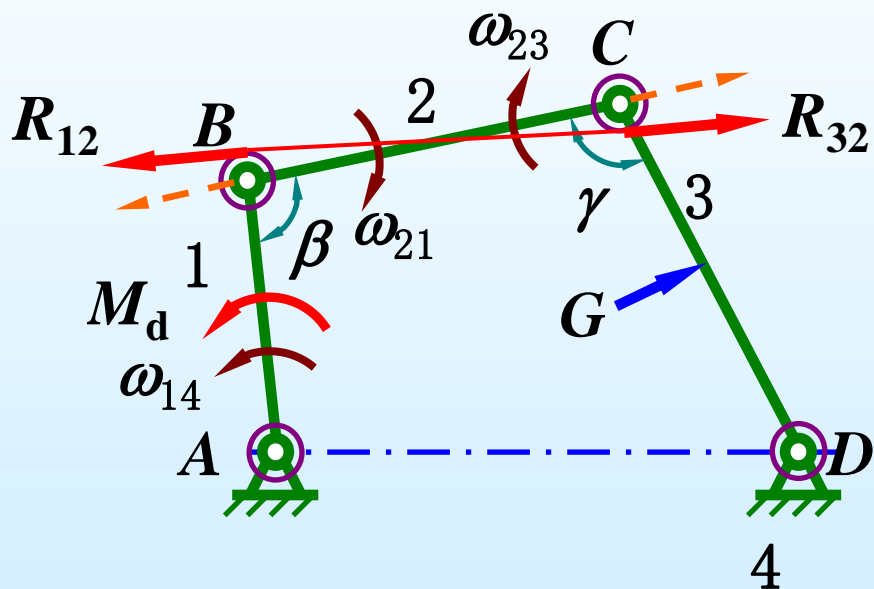


## (2) 作二力杆反力的作用线





### (3)分析其它构件的受力状况



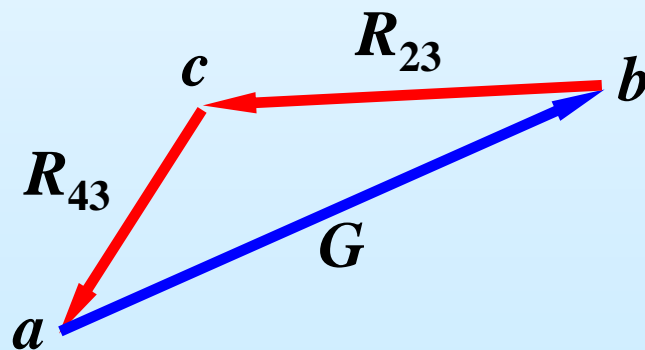
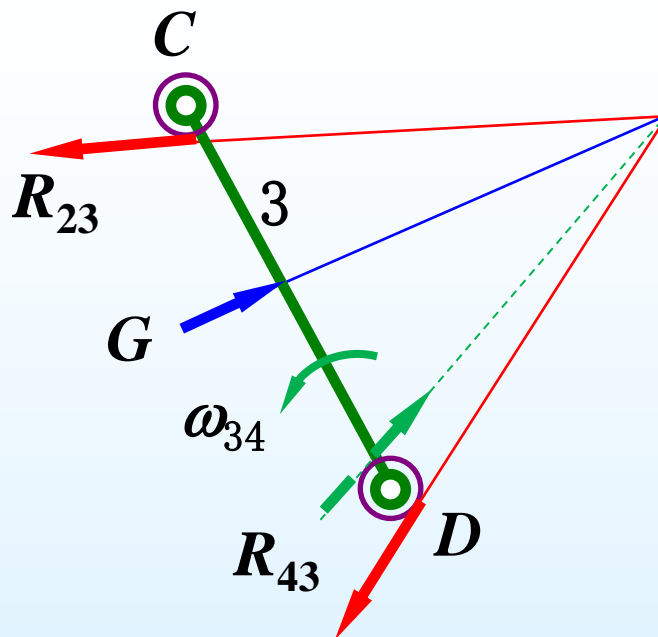


#### (4)列力平衡矢量方程

$$G + R_{23} + R_{43} = 0$$

大小  $\checkmark$  ? ?

方向  $\checkmark$   $\checkmark$   $\checkmark$

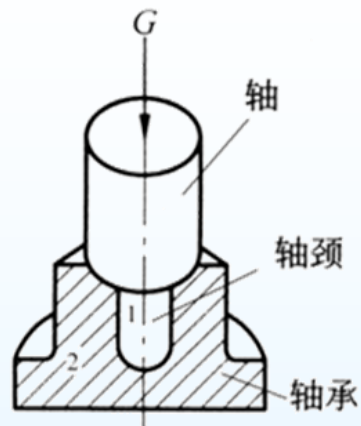


选力比例尺 $\mu_F$ (N/mm)作图

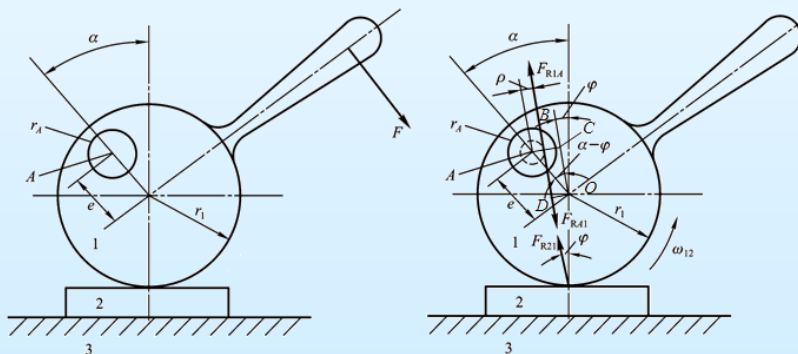


# 自学内容

## 1、止推轴承中的摩擦



## 2、图4-15所示的偏心夹具的自锁

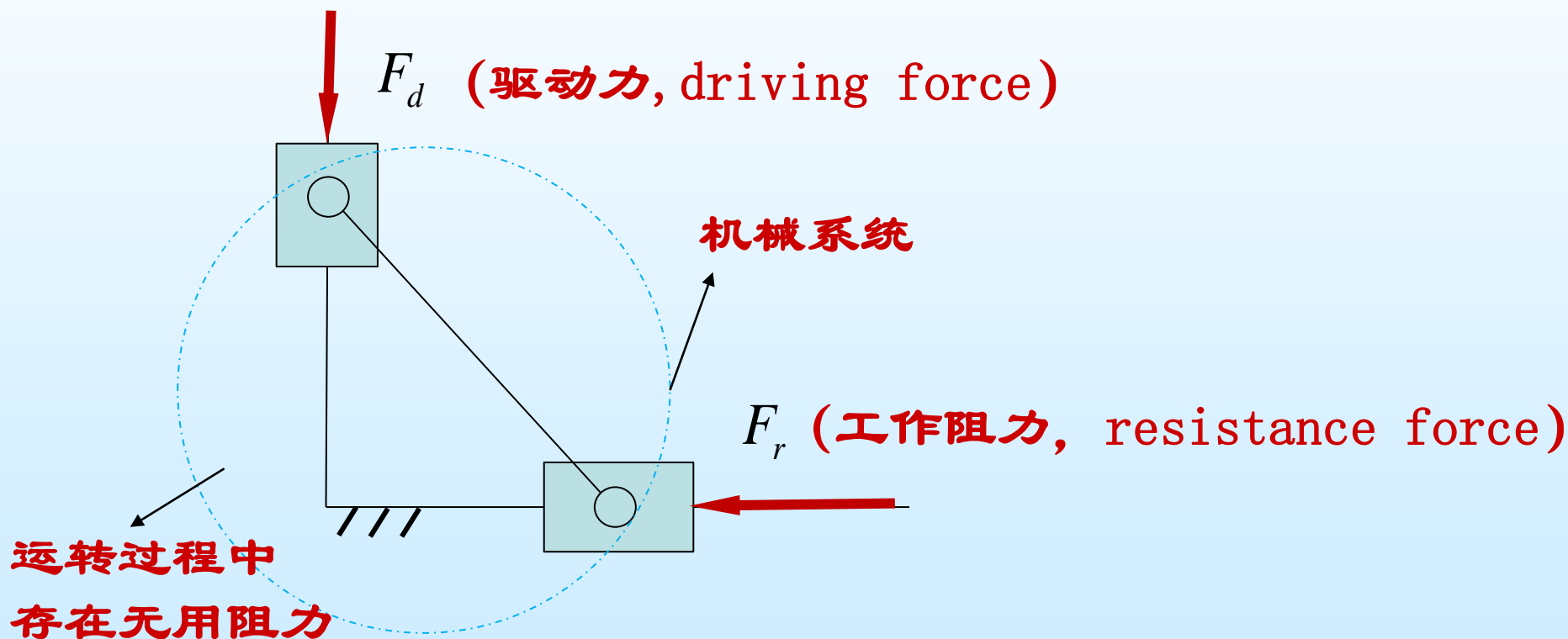


## 3、计及摩擦时平面连杆机构的受力分析（图4-17）



## 4-4 机械的效率和自锁

工程中把**克服工作阻力所做的功与输入功的比值称为机械效率**(mechanical efficiency)。这是衡量机械对输入功的有效利用程度的一个重要的性能指标。





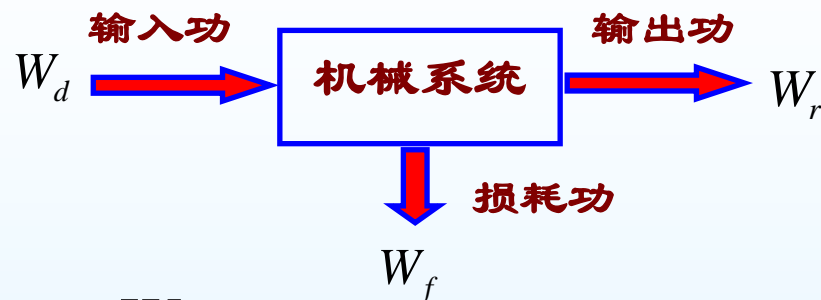
## 4-4 机械的效率和自锁

### 一、机械效率

#### (1) 机械效率的定义式

$$W_d = W_r + W_f$$

$$\eta = \frac{W_r}{W_d} = \frac{W_d - W_f}{W_d} = 1 - \frac{W_f}{W_d} < 1$$



$$\eta = \frac{W_r}{W_d}$$

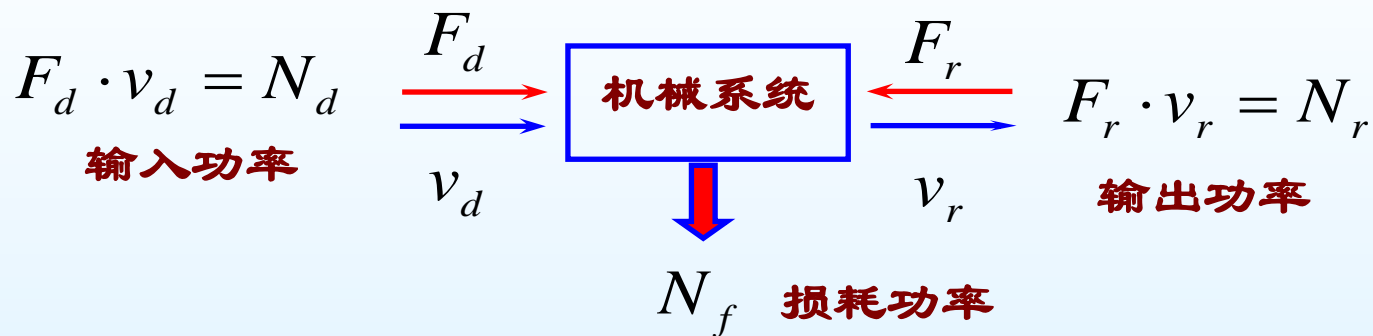
机械效率的定义式

#### (2) 功率表示的效率计算式

$$\eta = \frac{W_r}{W_d} \longrightarrow \eta = \frac{W_r/t}{W_d/t} = \frac{N_r}{N_d}$$



### (3) 力表示的效率计算式

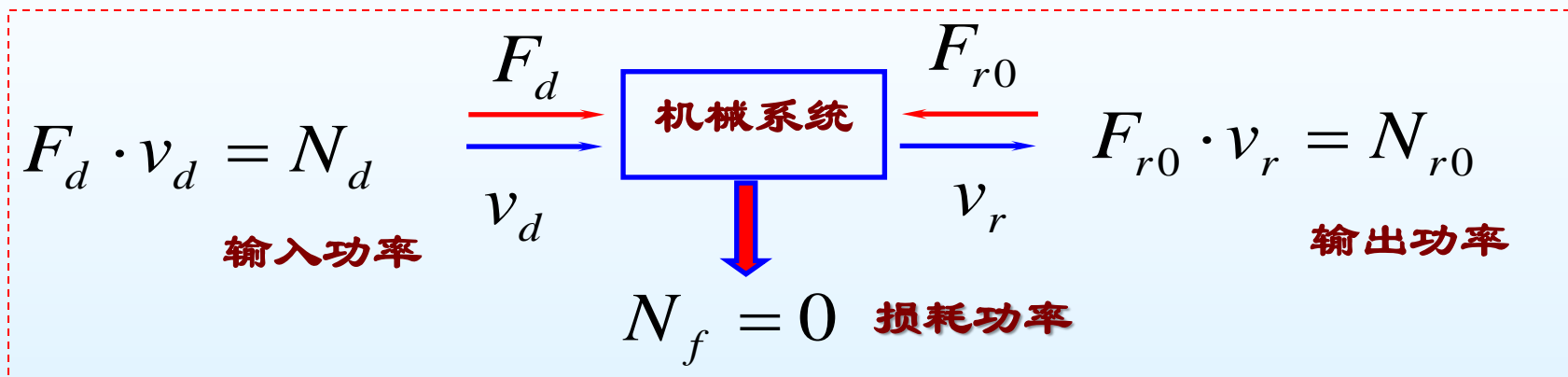


$$\eta = \frac{N_r}{N_d} \rightarrow \eta = \frac{F_r \cdot v_r}{F_d \cdot v_d}$$



## ①工作阻力表示的效率计算式

理想情况下(没有摩擦)



$$F_d \cdot v_d = F_{r0} \cdot v_r$$

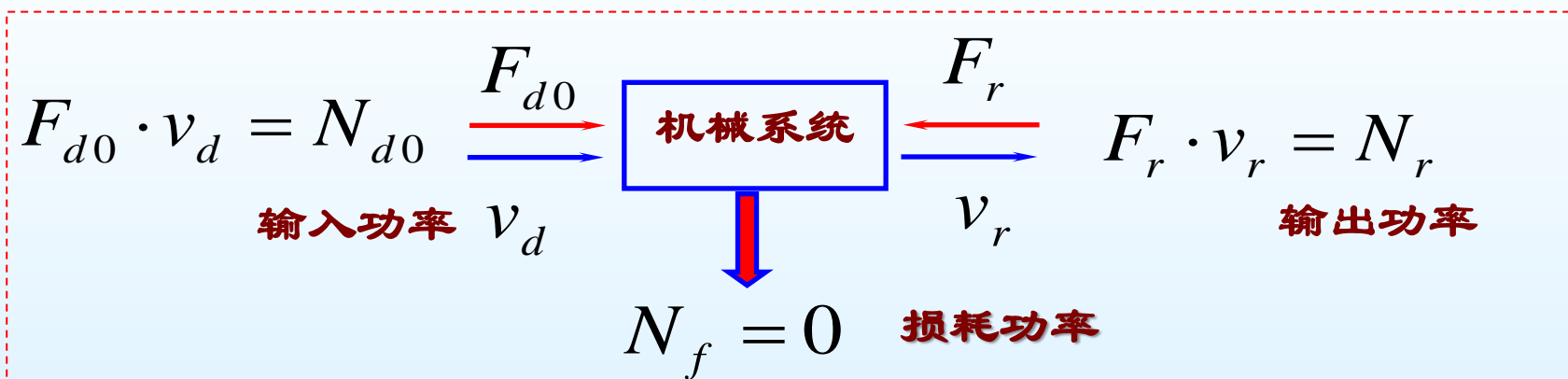
$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = \frac{F_r \cdot v_r}{F_d \cdot v_d} = \frac{F_r \cdot v_r}{F_{r0} \cdot v_r} = \frac{F_r}{F_{r0}} \quad \frac{\text{实际工作阻力}}{\text{理想工作阻力}}$$





## ②驱动力表示的效率计算式

理想情况下(没有摩擦)

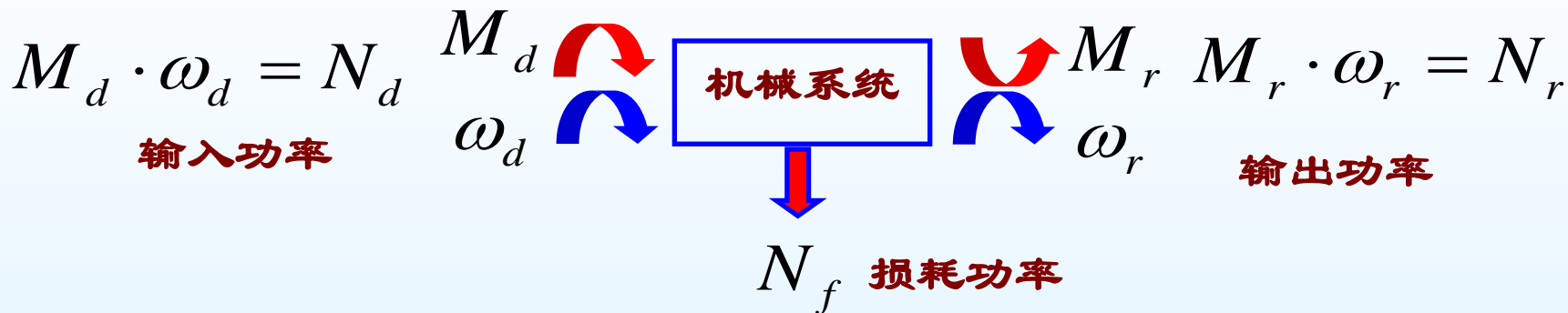


$$F_{d0} \cdot v_d = F_r \cdot v_r$$

$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = \frac{F_r \cdot v_r}{F_d \cdot v_d} = \frac{F_{d0} \cdot v_d}{F_d \cdot v_d} = \frac{F_{d0}}{F_d} \quad \frac{\text{理想驱动力}}{\text{实际驱动力}}$$



#### (4) 力矩表示的效率计算式

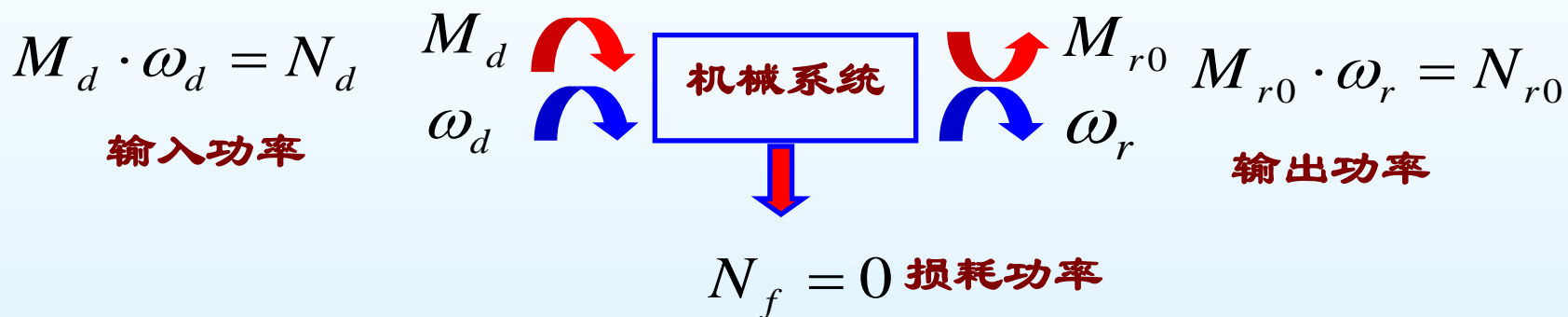


$$\eta = \frac{N_r}{N_d} \longrightarrow \eta = \frac{M_r \cdot \omega_r}{M_d \cdot \omega_d}$$



## ①工作阻力矩表示的效率计算式

理想情况下(没有摩擦)



$$M_d \cdot \omega_d = M_{r0} \cdot \omega_r$$

$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = \frac{M_r \cdot \omega_r}{M_d \cdot \omega_d} = \frac{M_r \cdot \omega_r}{M_{r0} \cdot \omega_r} = \frac{M_r}{M_{r0}} \frac{\text{实际工作阻力矩}}{\text{理想工作阻力矩}}$$

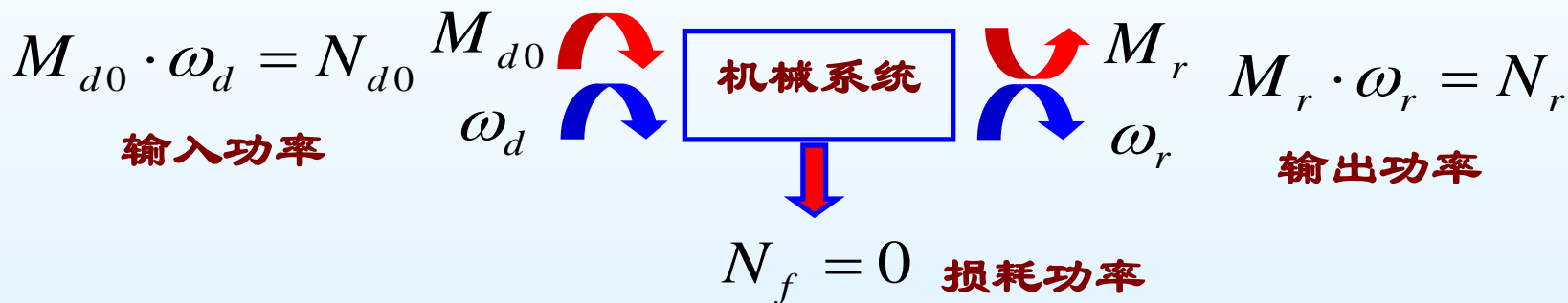
规格严格

功夫到家



## ②驱动力矩表示的效率计算式

理想情况下(没有摩擦)



$$M_{d0} \cdot \omega_d = M_r \cdot \omega_r$$

$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = \frac{M_r \cdot \omega_r}{M_d \cdot \omega_d} = \frac{M_{d0} \cdot \omega_d}{M_d \cdot \omega_d} = \frac{M_{d0}}{M_d} \quad \begin{array}{l} \text{理想驱动力矩} \\ \text{实际驱动力矩} \end{array}$$



## 机械效率的导出式

$$\eta = \frac{\text{输出功率}}{\text{输入功率}}$$

$$\eta = \frac{\text{理想驱动力}}{\text{实际驱动力}} = \frac{\text{实际工作阻力}}{\text{理想工作阻力}}$$

$$\eta = \frac{\text{理想驱动力矩}}{\text{实际驱动力矩}} = \frac{\text{实际工作阻力矩}}{\text{理想工作阻力矩}}$$



思考

这几个效率计算式含义相同吗？

$$\eta = \frac{W_r}{W_d}$$

$$\eta = \frac{N_r}{N_d}$$

$$\eta = \frac{F_r}{F_{r0}} = \frac{F_{d0}}{F_d}$$

$$\eta = \frac{M_r}{M_{r0}} = \frac{M_{d0}}{M_d}$$





## 二、机械自锁

机械效率  $\eta = \frac{W_r}{W_d} = 1 - \frac{W_f}{W_d}$

如果  $W_d \leq W_f$

则机械效率  $\eta = 1 - \frac{W_f}{W_d} \leq 0$

从效率的观点讨论自锁，则自锁的条件为：机械效率小于等于0，即

$$\eta \leq 0$$



# 机械的自锁

内部性能

## 运动副的自锁

1. 移动副
2. 转动副
3. 螺旋副

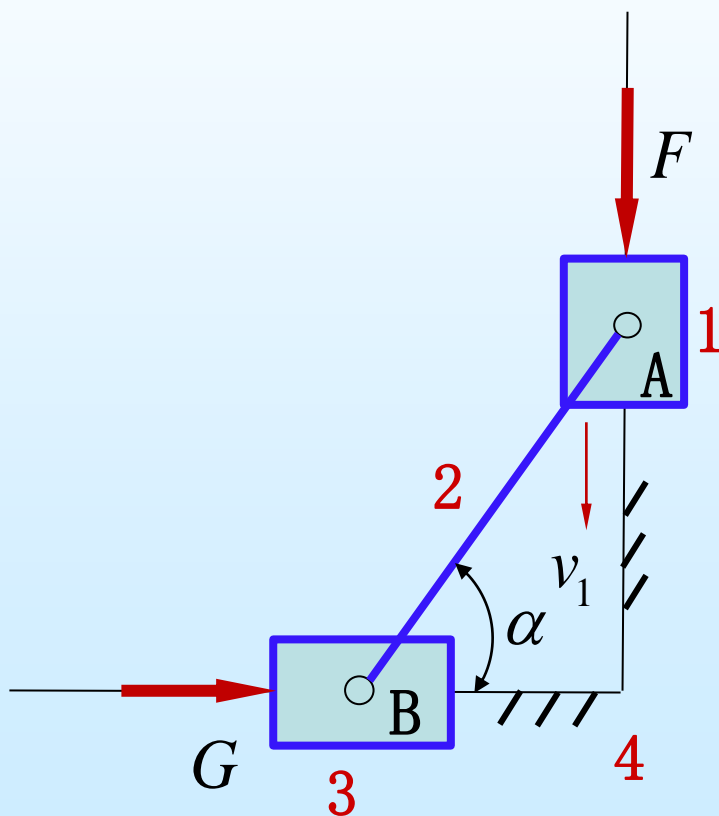
## 机械自锁的判定

1. 机械中有任一运动副发生自锁
2. 驱动力任意增大，机械效率恒小于等于零
3. 驱动力任意增大，工作阻力恒小于等于零
4. 驱动力任意增大，恒小于其所引起的最大摩擦力



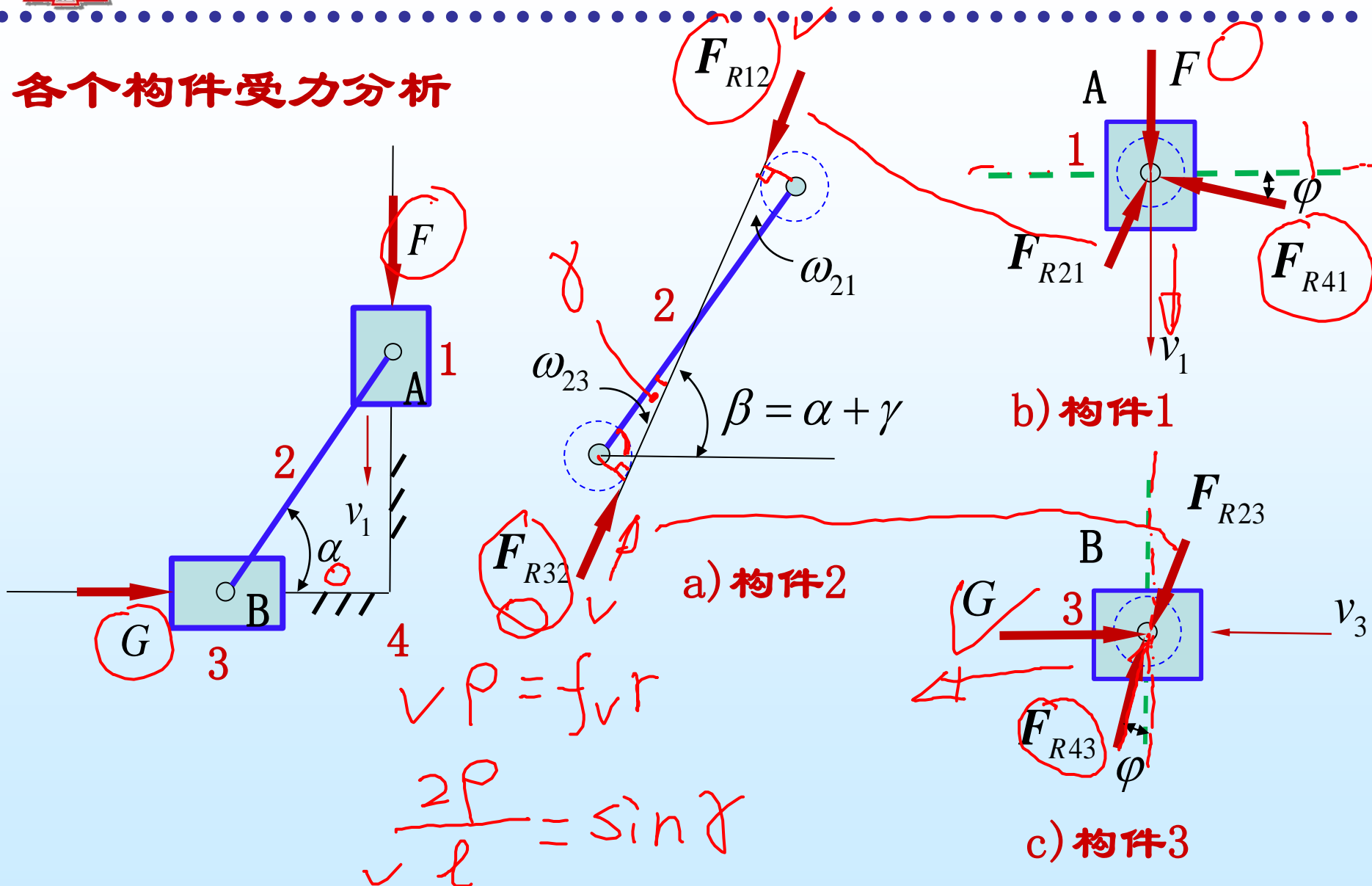


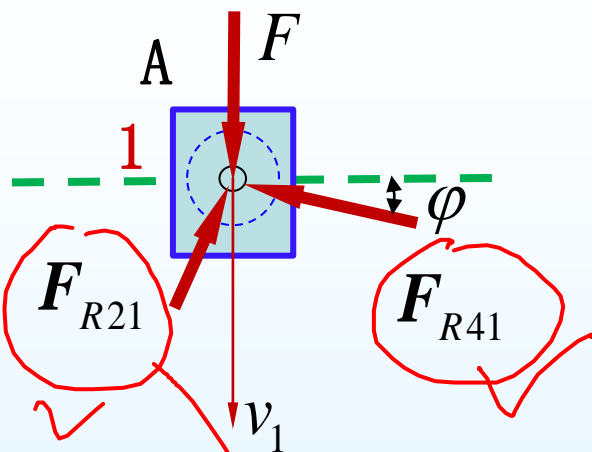
【例】在图所示的机构中，已知AB的杆长为 $l$ ，轴半径为 $r$ ， $F$ 为驱动力， $G$ 为生产阻力。设各个构件相互接触的摩擦系数为 $f$ ，若忽略各构件的重力和惯性力，试求该机构的效率和自锁条件？





# 各个构件受力分析





b) 构件1

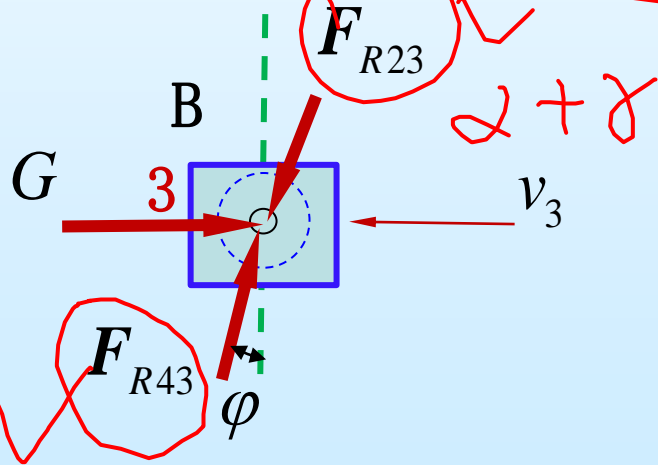
构件1

$$\vec{F} + \vec{F}_{R21} + \vec{F}_{R41} = 0$$

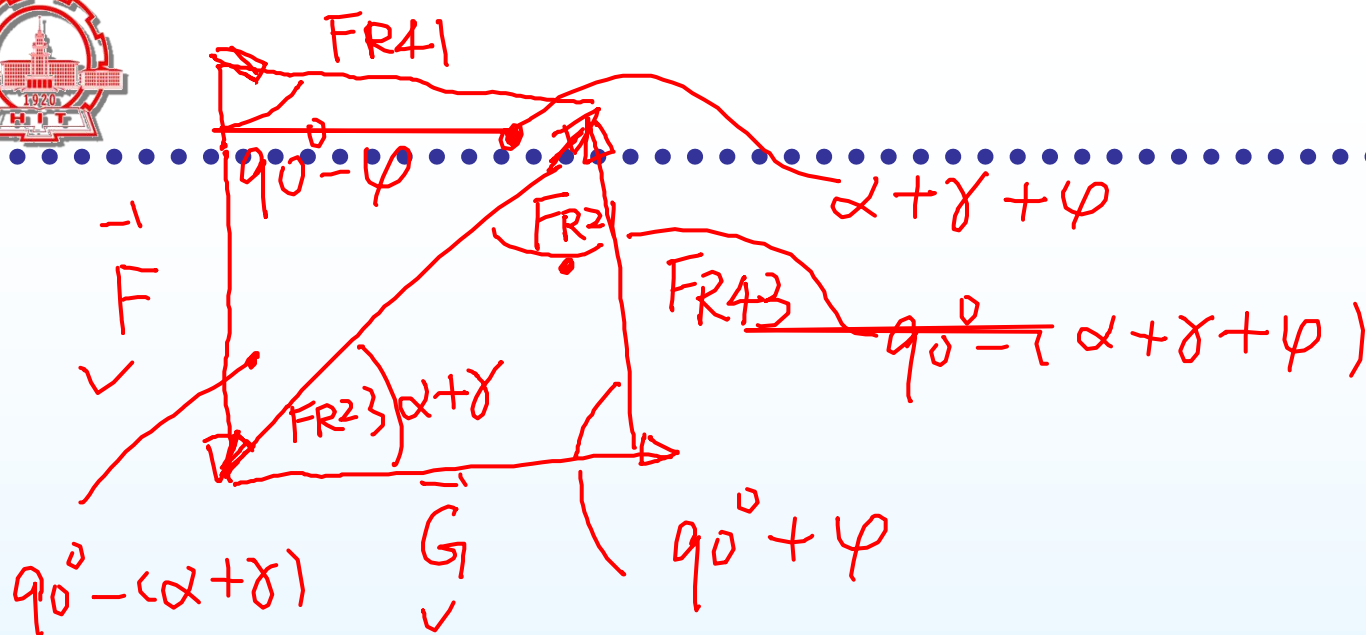
构件3

$$\vec{G} + \vec{F}_{R23} + \vec{F}_{R43} = 0$$

$$\vec{F}_{R23} = -\vec{F}_{R21}$$



c) 构件3



正弦定理

$$F_{R21} = \frac{F \sin(90^\circ - \varphi)}{\sin(\alpha + \gamma + \varphi)}$$

$$F_{R23} = \frac{G \sin(90^\circ + \varphi)}{\sin(90^\circ - \alpha - \gamma - \varphi)}$$

$$F_{R21} = F_{R23}$$



$$F \longleftrightarrow G$$

$$F = G \tan(\alpha + \delta + \varphi) \quad \checkmark$$

$$\eta = \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\alpha + \delta + \varphi)}$$

(3) 求效率  $\eta$

$$\eta = \frac{F_0}{F} \quad \checkmark$$

$$\varphi = 0, \delta = 0$$

$$F_0 = G \tan(\alpha)$$

(4) 求效率  $\eta$

$$\eta \leq 0 \quad G \leq 0$$

$$\tan(\alpha) > 0$$

$$\tan(\alpha + \delta + \varphi) \leq 0$$

$$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$$



$$\alpha + \gamma + \varphi \geq q_0^v$$

$$\alpha \geq \frac{q_0^v - (\gamma + \varphi)}{p, l \quad f}$$



# 谢谢!



规格严格 功夫到家