装订线内答题无效

课程代码：　　　　　　　　　　　　　　　座位号：

新疆大学 2019—2020 学年第二学期开学重考

《高等数学》（上）试卷(B)

姓名:________________ 学号:________________ 专业:__________

学院:________________ 班级:__________________________

2020 年 7 月 12 日

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

得分	评卷人

一、**选择题**（本大题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

1、函数 $f(x)=\begin{cases} x+a & x\ge 0 \\ e^{\frac{1}{x}} & x<0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ __________.

A. 0　　B. e　　C. 1　　D. ∞

2、当 $x\to 0$ 时，函数 $f(x)=x+x^2\sin\frac{1}{x}$ 是 x 的__________无穷小.

A. 高阶　　B. 低阶　　C.同阶不等价　　D. 等价

3、函数 $y=\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-1}$ 水平渐近线 __________________

A. x=1　　B. y=1　　C. x= -1　　D. y=2

4、设 $f(x)=x(1-x)(2-x)(3-x)(4-x)$，则 $f'(0)=$ ________________

A. 0　　B. - 24　　C. 24　　D. 1

5、设 $y=\sin e^{3x}$，则 $dy=$ ________________

$A.\ \cos e^{3x}dx$　　$B.\ 3e^{3x}\cos e^{3x}dx$　　$C.\ e^{3x}\sin e^{3x}dx$　　$D.\ 3e^{3x}\sin e^{3x}dx$

6、$\dfrac{\sin x}{1+\cos^2 x}dx=d$（________________）

$A.-\arctan\cos x+c$　　$B.\arctan\cos x+c$　　$C.\dfrac{1}{(1+\cos^2 x)}$　　$D.\dfrac{\sin x-\cos x}{(1+\cos^2 x)^2}$

7、设 $f(x)=\int_0^x (1-t)e^{-t^2}\,dt$ ，则 $f(x)$ 的单增区间________________

$A.(-\infty\ ,+\infty)$ $B.(-1\ ,1)$ $C.(-\infty\ ,1)$ $D.(1\ ,+\infty)$

8、$\int_{-\pi}^{\pi}\ln(x+\sqrt{1+x^2})\,dx=$ ________________

$A.\ \ 2\pi$ $B.\ \ \pi$ $C.\ \ 1$ $D.\ \ 0.$

9、当 $p<1$ 时，反常积分 $\int_1^2\frac{1}{x(\ln x)^p}dx$ 是______________ .

$A.$ 由 p 的具体值决定收敛性 B 发散的 $C.$ 收敛的 $D.$ 无法判断

10、方程 $y'=2xy$ 则通解 $y=$ ________________

$A.y=e^{x^2}+c$ $B.y=cx^2$ $D.y=x^2+c$ $D.y=ce^{x^2}$

得分	评卷人

二、计算下列极限（每小题 5 分，共 15 分）

11、$\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2})$

12、$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2}\sin t^2\,dt}{x^4\ln(1+x^2)}$

13、$\lim\limits_{x\to 0}[\frac{1}{x}(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x})]$

得分	评卷人

三、导数与微分计算（每小题 6 分，共 18 分）

14、设 $f(u)$ 二阶可导，$y=\frac{1}{x}f(x^2)$ 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$

装订线内答题无效

** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 装 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 订 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 线 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** **

15、试证由方程 $xy-\ln y=1$ 所确定的隐函数 $y=y(x)$ 满足关系式 $y^2+(xy-1)\dfrac{dy}{dx}=0$

16、已知 $\begin{cases} x=\ln\sqrt{1+t^2} \\ y=\arctan t \end{cases}$ 求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

得分	评卷人

四、积分计算（每小题 6 分，共 18 分）

17、$\int(\dfrac{2^{\arctan x}}{1+x^2}-\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x})dx$

18、$\int_0^1 x\ln(1+x)\,dx$

19、设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{1+x^2} & x\le 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}(1+x)} & x>0 \end{cases}$ 求 $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

得分	评卷人

五、求解下列微分方程（本大题 6 分+7 分＝13 分）

20、求 微 分 方 程 $y''=e^{2x}-\cos x$ 满 足 $y\big|_{x=0}=0$ $y'\big|_{x=0}=1$ 的特解.

21、求微分方程 $y''+y'-2y=xe^{x}$ 的通解.

得分	评卷人

六、证明题 （本大题 6 分）

22、试证 $\arctan x+\arctan\dfrac{1}{x}=\dfrac{\pi}{2}$ $x\neq 0$

装订线内答题无效

** 装 ** 订 ** 线 **

新疆大学2019至2020学年第二学期开学重考

{高等数学(上)}(B) 试题标准答案及评分标准

开课院（系）______________学生班级 _______________考试方式 笔试

2020 年 **7** 月　日

一、选择题（每空 3 分，共 30 分）

1、A　2、D　3、B　4、C　5、B　6、A　7、C　8、D　9、C　10、D

二、计算下列各题（每题 5 分，共 15 分）

13、解：$\lim\limits_{x\to 0}[\frac{1}{x}(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x})]=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x^2\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x^3}$ （…2 分）

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{3x^2}$ （……4 分）$=-\frac{1}{6}$ ……5 分

12、解：$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2}\sin t^2\,dt}{x^4\ln(1+x^2)}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2}\sin t^2\,dt}{x^6}$ …………2 分

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{2x\sin x^4}{6x^5}$ （……4 分）$=\frac{1}{3}$ …………5 分

11、解：$\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2})=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n(n+1)}{2n^2}$ ………3 分

$=\frac{1}{2}$ …………5 分

三、导数与微分计算（每小题 6 分, 共 18 分）

14、解：$y'=-\frac{1}{x^2}f(x^2)+2f'(x^2)$ ……3 分

$y''=\frac{2}{x^3}f(x^2)-\frac{2}{x}f'(x^2)+4xf''(x^2)$ ……6 分

15、解：两边对 x 求导 $y+xy'-\frac{1}{y}y'=0$ ………3 分

$\therefore\ y^2+(xy-1)\frac{dy}{dx}=0$ ………………6 分

16、解：$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{t}$ …………4 分 $\therefore\ \frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{1+t^2}{t^3}$ ……6 分

四、积分计算（每小题 6 分，共 18 分）

17、$\int(\frac{2^{\arctan x}}{1+x^2}-\frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x})dx=\int 2^{\arctan x}\, d\arctan x+\int\sin\frac{1}{x}d\frac{1}{x}$ ………4 分

$=\frac{2^{\arctan x}}{\ln 2}-\cos\frac{1}{x}+c$ ………………6 分

18、解：$\int_0^1 x\ln(1+x)\,dx=\frac{1}{2}x^2\ln(1+x)\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1\frac{x^2}{1+x}dx$ …………3 分

$=\frac{1}{2}\ln 2-\frac{1}{2}[\frac{1}{2}x^2-x+\ln(1+x)]\Big|_0^1$ （…5 分）$=\frac{1}{4}$ …………6 分

19、解：$\int_{-1}^1 f(x)dx=\int_{-1}^0\frac{1}{1+x^2}dx+\int_0^1\frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}dx=$ …………2 分

$=\arctan x\Big|_{-1}^0+2\arctan\sqrt{x}\Big|_0^1$ （……4 分）$=\frac{3\pi}{4}$ ……6 分

五、求解下列微分方程（本大题 6 分+7 分＝13 分）

20、解：$y'=\frac{1}{2}e^{2x}-\sin x+c_1$ 由 $y'\big|_{x=0}=1$ 得 $c_1=\frac{1}{2}$ …………3 分

$y=\frac{1}{4}e^{2x}+\cos x+\frac{1}{2}x+c_2$ 由 $y\big|_{x=0}=0$ 得 $c_2=-\frac{5}{4}$ ……… 5 分

$y=\frac{1}{4}e^{2x}+\cos x+\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}$ ……………… 6 分

21、解：齐次方程 $y''+y'-2y=0$ 特征方程为：$r^2+r-2=0$，

特征根 $r_1=1\ r_2=-2$ 齐次方程通解：$Y=C_1e^x+C_2e^{-2x}$……3 分

因 $\lambda=1$ 是单根，设原方程特解为 $y^*=x(Ax+B)e^x$ ………4 分

代入原方程得：$(Ax^2+Bx)''+(2+1)(Ax^2+Bx)'=x$

$A=\frac{1}{6}$ $B=-\frac{1}{9}$ 因此 $y^*=(\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{9}x)e^x$ ………………6 分

故原方程通解为：$y=C_1e^x+C_2e^{-2x}+(\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{9}x)e^x$ ………7 分

六、证明题（本题共 6 分）

22、证明：$f(x)=\arctan x+\arctan\frac{1}{x}$ ……1 分

$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{1+(\frac{1}{x^2})}(-\frac{1}{x^2})=0$ $\therefore$ $f(x)=c$ $(x\neq 0)$ ………4 分

而 $f(1)=\frac{\pi}{2}$ $\therefore c=\frac{\pi}{2}$ $\therefore$ $\arctan x+\arctan\frac{1}{x}=\frac{\pi}{2}$ ………6 分