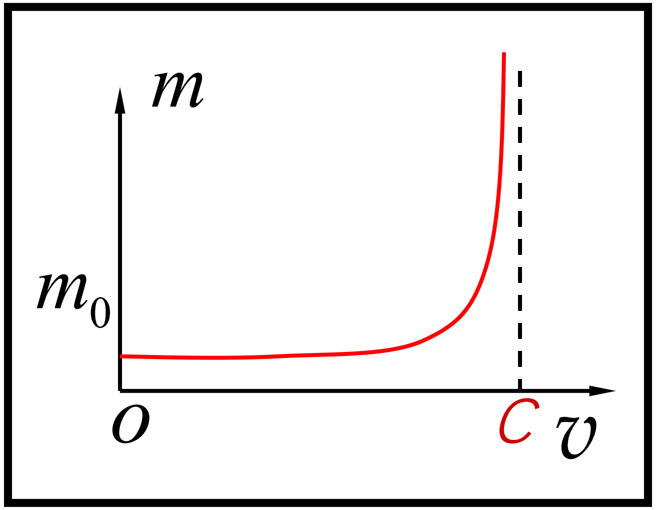
一、狭义相对论力学的基本方程

相对论质量

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$



静质量 m_0：物体相对于惯性系静止时的质量 。

相对论动量

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma m_0 \vec{v} = m\vec{v}$$

当 $v << c$ 时

$$\vec{p} = m\vec{v} \to m_0 \vec{v}$$

我们正青春年少

第四章
狭义相对论

狭义相对论动力学基本方程：

$$\boxed{\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}+\vec{v}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}}$$

当 $v<<c$ 时　　$m\rightarrow m_0$

$$\boxed{\vec{F}=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=m_0\vec{a}}$$

注 意

$v<<c$ 时，$m\rightarrow m_0$，又回到经典力学的结论。

v 增大，则 m 增大。

$v\rightarrow c$ 时 $m\rightarrow\infty$。

二、质量与能量的关系

1、对质量讨论

相对论质量公式 $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$ 两边取平方

$$\boxed{m^2c^2-m^2v^2=m_0^2c^2}$$

两边取微分

$$\boxed{c^2dm=mvdv+v^2dm}$$

2、对能量讨论

设力F 对粒子做功，由静止开始速率变为v

由**动能定理：**

$$E_k=\int_0^v \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=\int_0^v \frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt}\cdot d\boldsymbol{r}=\int_0^v \boldsymbol{v}\cdot d(m\boldsymbol{v})$$

$$\boldsymbol{v}\cdot d(m\boldsymbol{v})=m\boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{v}+\boldsymbol{v}\cdot \boldsymbol{v}dm=mvdv+v^2dm=c^2dm$$

$$E_k=\int_0^v \boldsymbol{v}\cdot d(m\boldsymbol{v})=\int_{m_0}^{m} c^2dm$$

即： $$E_k=mc^2-m_0c^2$$

相对论动能：

$$\boxed{E_{\mathrm{k}} = mc^2 - m_0c^2}$$

相对论总能量：

$$\boxed{E = mc^2}$$

相对论静能：

$$\boxed{E_0 = m_0c^2}$$

质能关系：

$$\boxed{\Delta E = (\Delta m)c^2}$$

➢质能关系是狭义相对论的一个重要结论。
➢质能关系奠定了原子核能时代的理论基础。

*三、质能公式在原子核裂变和聚变中的应用

1、核裂变：重原子核能分裂成两个较轻的核，同时释放能量

例：

$$\boxed{{}^{235}_{92}U+{}^{1}_{0}n\rightarrow{}^{139}_{54}Xe+{}^{95}_{38}Sr+2{}^{1}_{0}n}$$

2、轻核聚变：轻原子核结合在一起形成较大原子核，同时释放能量

例：

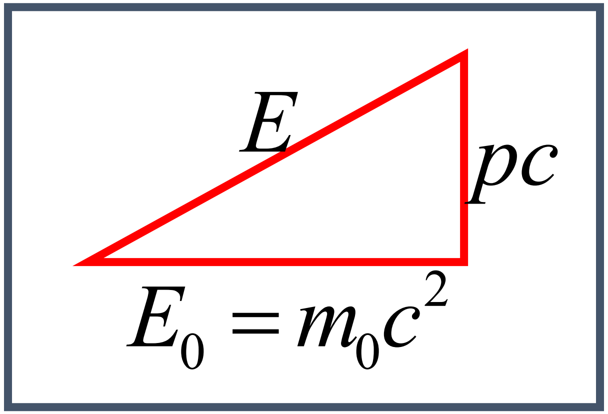
$$\boxed{{}^{2}_{1}H+{}^{2}_{1}H\rightarrow{}^{4}_{2}He}$$

四、动量和能量的关系

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$(mc^2)^2 = (m_0 c^2)^2 + m^2 v^2 c^2$$



即：

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2$$

光子 $m_0 = 0, \quad v = c$

$$p = E/c = mc$$

例4-6 一个电子被电压为10^6 V的电场加速后，其**质量**为多少？**速率**为多大？

解： $E_k = e\Delta V = 1.6\times10^{-19}\times10^6\ \text{J} = 1.6\times10^{-13}\ \text{J}$

$$\boxed{E_k = mc^2 - m_0c^2}$$

$$m = \frac{E_k}{c^2} + m_0 = \frac{1.6\times10^{-13}}{(3\times10^8)^2} + 9.1\times10^{-31}\,\text{kg} = 2.69\times10^{-30}\,\text{kg}$$

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

$$v = \sqrt{1 - m_0^2/m^2}\,c = 2.82\times10^8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \approx 0.94c$$

例4–7 设一质子以速度 $v=0.80c$ 运动．求其总能量、动能和动量。

解： 质子的静能 $\boxed{E_0=m_0c^2}=938\,\text{MeV}$

$$\boxed{E=mc^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}=\frac{938}{(1-0.8^2)^{1/2}}\text{MeV}=1563\,\text{MeV}$$

$$E_{\text{k}}=E-m_0c^2=625\,\text{MeV}$$

$$\boxed{p=mv=\frac{m_0v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}=6.68\times10^{-19}\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

方法二

$$\boxed{cp=\sqrt{E^2-(m_0c^2)^2}}=1250\,\text{MeV}\quad p=1250\,\text{MeV}/c$$

我们正青春年少