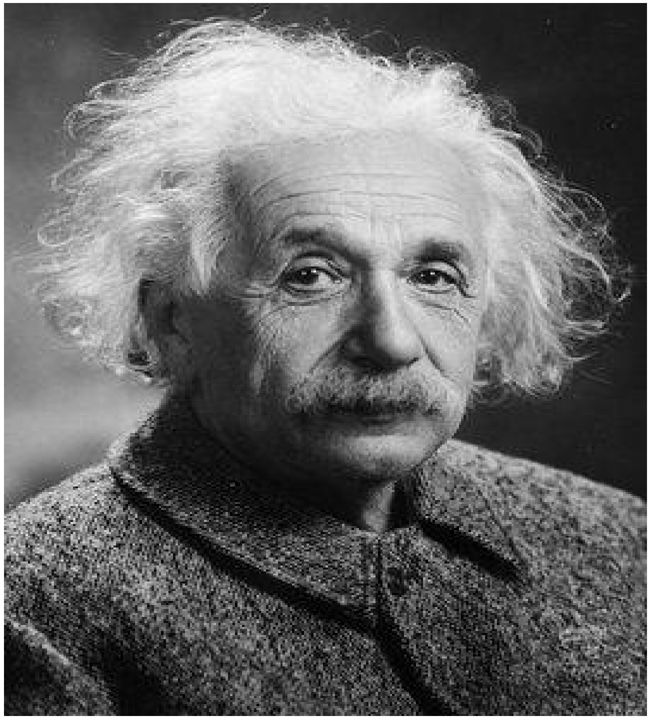
第四章 狭义相对论

我们正青春年少



阿尔伯特·爱因斯坦

（1879.3.14-1955.4.18）

犹太裔物理学家、诺贝尔物理奖获得者，1905年提出光子假设，成功解释了光电效应，同年创立了狭义相对论，1915年创立了广义相对论。

一、狭义相对论的基本原理

（1）**狭义相对性原理：**物理定律在所有的惯性系中都具有相同的表达形式。

◆ 相对性原理是自然界的普遍规律。

◆所有的惯性参考系都是等价的 。

（2）**光速不变原理：**真空中的光速是常量，它与光源或观察者的运动无关，即不依赖于惯性系的选择。

二、洛伦兹变换公式

正变换：

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{v}{c^2}x\right) \end{cases}$$

逆变换：

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma\left(t' + \dfrac{v}{c^2}x'\right) \end{cases}$$

其中：

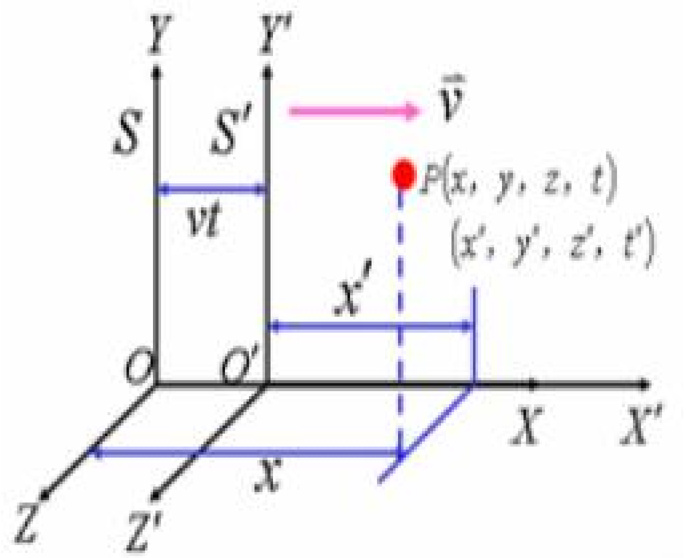
$$\beta = v/c$$
$$\gamma = 1\Big/\sqrt{1-\beta^2}$$

洛伦兹变换：

◆洛伦兹变换是狭义相对论的核心，狭义相对论的时空观也集中体现在洛伦兹变换中；
洛伦兹变换反映了时间、空间与物质运动的相互联系、不可分割的统一关系。

◆由于时空坐标均为实数，由洛伦兹变换可以得到这样的结论：真空中的光速C是物体运动速度的上限。

◆当$u<<c$时，洛伦兹变换回到伽利略变换，即牛顿力学是相对论力学的低速近似。



洛仑兹变换

例 4-1 有一个粒子在 $o'x'y'$平面内以 $\dfrac{c}{2}$ 的恒定速度相对于 s' 系运动，而且它的轨道同 x' 轴成 $60°$ 角，如果 s' 系沿 x 轴相对于 s 系以速率 $0.60c$ 运动，试求 s 系所确定的粒子的运动方程。

解： s'系所确定的粒子的运动方程为：

$$x' = v'_x t' = \left(\frac{c}{2}\cos 60°\right)t'$$

$$y' = v'_y t' = \left(\frac{c}{2}\sin 60°\right)t'$$

$\xrightarrow{\text{洛伦兹变换}}$

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} = \frac{c}{2}\cos 60° t' = \frac{c}{2}\cos 60° \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

得：

$$x = 0.74ct$$

我们正青春年少

$$y' = y = \left(\frac{c}{2}\sin 60^\circ\right)t' = \frac{c}{2}\sin 60^\circ \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} = \frac{c}{2}\sin 60^\circ \frac{t - 0.60\times 0.74t}{\sqrt{1-(0.60)^2}}$$

即：

$$y = \frac{c}{2}\sin 60^\circ \frac{t - 0.60\times 0.74t}{\sqrt{1-(0.60)^2}}$$

得：

$$y = 0.30ct$$

所以由s 系确定的粒子的运动方程为

$$\begin{cases} x = 0.74ct \\ y = 0.30ct \end{cases}$$

*三、洛伦兹速度变换

将洛伦兹变换式对时间求一阶导，有：

$$\begin{cases} \dfrac{dx'}{dt'} = \dfrac{\dfrac{dx'}{dt}}{\dfrac{dt'}{dt}} = \dfrac{\dfrac{dx}{dt} - \beta c}{1 - \dfrac{\beta}{c}\dfrac{dx}{dt}} \\ \dfrac{dy'}{dt'} = \dfrac{\dfrac{dy'}{dt}}{\dfrac{dt'}{dt}} = \dfrac{\dfrac{dy}{dt}\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \dfrac{\beta}{c}\dfrac{dx}{dt}} \\ \dfrac{dz'}{dt'} = \dfrac{\dfrac{dy'}{dt}}{\dfrac{dt'}{dt}} = \dfrac{\dfrac{dz}{dt}\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \dfrac{\beta}{c}\dfrac{dx}{dt}} \end{cases}$$

即

$$\boxed{\beta = \frac{u}{c}}$$

$$\begin{cases} v_x^{'} = \dfrac{v_x - \beta c}{1 - \dfrac{\beta}{c} v_x} = \dfrac{v_x - u}{1 - \dfrac{u v_x}{c^2}} \\ v_y^{'} = \dfrac{v_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \dfrac{\beta}{c} v_x} = \dfrac{v_y\sqrt{1-\left(\dfrac{u}{c}\right)^2}}{1 - \dfrac{u v_x}{c^2}} \\ v_z^{'} = \dfrac{v_z\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \dfrac{\beta}{c} v_x} = \dfrac{v_z\sqrt{1-\left(\dfrac{u}{c}\right)^2}}{1 - \dfrac{u v_x}{c^2}} \end{cases}$$

将 $\boxed{v_x = c}$ 带入上式，得：

$$\boxed{\begin{cases} v_x' = c \\ v_y' = 0 \\ v_z' = 0 \end{cases}}$$

可见：在 S 系中沿 x轴，速率为 c，在 S' 系中沿 x' 轴速率仍为 c 。即光在任何惯性系中的速率均为 c 。

洛伦兹速度逆变换

$$
\begin{cases}
v_x = \dfrac{v'_x - u}{1 - \dfrac{u v'_x}{c^2}} \\[2ex]
v_y = \dfrac{v'_y \sqrt{1 - \left(\dfrac{u}{c}\right)^2}}{1 + \dfrac{u v'_x}{c^2}} \\[2ex]
v_z = \dfrac{v'_z \sqrt{1 - \left(\dfrac{u}{c}\right)^2}}{1 + \dfrac{u v'_x}{c^2}}
\end{cases}
$$

光速在任何惯性系中均为同一常量，利用它将时间测量与距离测量联系起来。