习题一

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每题只有一个正确答案，答对一题得 2 分，共 20 分）

1.设行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$=m，$\begin{vmatrix} a_{13} & a_{11} \\ a_{23} & a_{21} \end{vmatrix}$=n，则行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}+a_{13} \\ a_{21} & a_{22}+a_{23} \end{vmatrix}$等于 【　　】

A. m+n　　B. −(m+n)　　C. n−m　　D. m−n

2.设矩阵 **A**=$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$，$\mathbf{A}^*$是 **A** 的伴随矩阵，则 $\mathbf{A}^*$中位于（1，2）的元素是【　　】

A. –6　　B. 6　　C. 2　　D. –2

3.设 **A** 是方阵，如有矩阵关系式 **AB=AC**，则必有【　　】

A. **A** =**0**　　B. $\mathbf{B}\neq\mathbf{C}$ 时 **A=0**　　C. $\mathbf{A}\neq\mathbf{0}$ 时 **B=C**　　D. $|\mathbf{A}|\neq\mathbf{0}$ 时 **B=C**

4.已知 3×4 矩阵 **A** 的行向量组线性无关，则秩（$\mathbf{A}^T$）等于【　　】

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5.设矩阵 **A** 的秩为 r，则 **A** 中【　　】

A. 所有 r−1 阶子式都不为 0　　B. 所有 r−1 阶子式全为 0

C. 至少有一个 r 阶子式不等于 0　　D. 所有 r 阶子式都不为 0

6.设 **Ax=b** 是一非齐次线性方程组，η_1，η_2是其任意 2 个解，则下列结论错误的是【　　】

A. $\eta_1+\eta_2$是 **Ax=0** 的一个解　　B. $\frac{1}{2}\eta_1+\frac{1}{2}\eta_2$是 **Ax=b** 的一个解

C. $\eta_1-\eta_2$是 **Ax=0** 的一个解　　D. $2\eta_1-\eta_2$是 **Ax=b** 的一个解

7.设 n 阶方阵 **A** 不可逆，则必有【　　】

A. 秩(**A**)<n　　B. 秩(**A**)=n−1　　C. **A=0**　　D. 方程组 **Ax=0** 只有零解

8. 设 A 是 n 阶方阵，则 A 能与 n 阶对角阵相似的充要条件是【　　】.

A. A 是对角阵　　B. A 有 n 个互不相同的特征向量

C. A 有 n 个线性无关的特征向量　　D. A 有 n 个互不相同的特征值

9.设 **A** 是正交矩阵，则下列结论错误的是【　　】

A. $|\mathbf{A}|^2$必为 1　　B. |**A**|必为 1　　C. $\mathbf{A}^{-1}=\mathbf{A}^T$　　D. **A** 的行（列）向量组是正交单位向量组

10.设 **A** 是实对称矩阵，**C** 是实可逆矩阵，$\mathbf{B}=\mathbf{C}^T\mathbf{AC}$.则【　　】

A. **A** 与 **B** 相似　　B. **A** 与 **B** 不等价　　C. **A** 与 **B** 有相同的特征值　　D. **A** 与 **B** 合同

二、填空题(本大题共 10 小题，每题 3 分, 共 30 分。)

11. 行列式 D=$\begin{vmatrix} k & 2 & 0 \\ 1 & k+1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$中，k=_______时，D=0。

12.设矩阵 **A**=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$，则 $\mathbf{A}^{-1}$等于_____________。

13.设 $\mathbf{A}=\left(a_{ij}\right)_{3\times3}$，$|\mathbf{A}|=2$，$\mathbf{A}_{ij}$ 表示$|\mathbf{A}|$中元素 a_{ij} 的代数余子式（i,j=1,2,3）,则

$(a_{11}A_{21}+a_{12}A_{22}+a_{13}A_{23})^2+(a_{21}A_{21}+a_{22}A_{22}+a_{23}A_{23})^2+(a_{31}A_{21}+a_{32}A_{22}+a_{33}A_{23})^2=$____________。

14. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 与向量组 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 等价，其中 $\beta_1=(1,0,0,0)^T$, $\beta_2=(0,1,0,0)^T$, $\beta_3=(1,1,0,0)^T$，则向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的秩为_______。

15.设向量（2，−3，5）与向量（−4，6，a）线性相关，则 a=________。

16.设 **A** 是 3×4 矩阵，其秩为 3，若 η_1，η_2 为 **Ax=b** 的 2 个不同的解，则它的通解为_____。

17.设 **A** 是 m×n 矩阵，**A** 的秩为 r(<n)，则 **Ax=0** 的一个基础解系中含有解的个数为_____。

18.设向量 α、β 都是单位向量，则向量 α+β 与 α—β 的内积（α+β， α—β）=______。

19.设 3 阶矩阵 A 的行列式|**A**|=8，已知 **A** 有 2 个特征值−1 和 4，则另一特征值为_____。

20.设矩阵 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}0 & 10 & 6\\ 1 & -3 & -3\\ -2 & 10 & 8\end{pmatrix}$，已知 $\alpha=\begin{pmatrix}2\\ -1\\ 2\end{pmatrix}$是它的一个特征向量，则 α 所对应的特征值为____。

三、计算题（本大题共 4 小题，共 42 分）

21.设矩阵 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 3 & 0\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}$，求 $\left(\mathbf{A}^*\right)^{-1}$。（8 分）

22.设矩阵 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}4 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}$，求矩阵 **B** 使其满足矩阵方程 **AB**=**A**+2**B**。（8 分）

23.求 方 程 组 $\begin{cases}x_1 + x_3 = -3\\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = -4\\ x_1 - x_2 + 3x_3 = -1\end{cases}$ 的 通 解。（12 分）

24.设实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$，求正交变换 X=PY 化该二次型为标准形。（14 分）

四、证明题：

25. 设 η_0 是非齐次线性方程组 **Ax=b** 的一个特解，ξ_1，ξ_2 是其导出组 **Ax=0** 的一个基础解系.试证明：η_0，$\eta_0+\xi_1$，$\eta_0+\xi_2$ 线性无关。(8 分)

26. 已知 A 为 m×n 实矩阵，证明：A^TA 是正定矩阵的充分必要条件为 秩（A）=n。(8 分)

习题二

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每题只有一个正确答案，答对一题得 2 分，共 20 分）

1．设 A 是 4 阶矩阵，则$|-A|$=【　　】

A．$-4|A|$　　B．$-|A|$　　C．$|A|$　　D．$4|A|$

2．设 A 为 n 阶可逆矩阵，下列运算中正确的是【　　】

A．$(2A)^T=2A^T$　B．$(3A)^{-1}=3A^{-1}$　C．$[(A^T)^T]^{-1}=[(A^{-1})^{-1}]^T$　D．$(A^T)^{-1}=A$

3．设 2 阶方阵 A 可逆，且 $A^{-1}=\begin{pmatrix}-3 & 7\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，则 A=【　　】

A．$\begin{pmatrix}-2 & 7\\ 1 & -3\end{pmatrix}$　B．$\begin{pmatrix}2 & 7\\ 1 & 3\end{pmatrix}$　C．$\begin{pmatrix}2 & -7\\ -1 & 3\end{pmatrix}$　D．$\begin{pmatrix}3 & 7\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

4．设向量组 α_1，α_2，α_3 线性无关，则下列向量组线性无关的是【　　】

A．α_1，α_2，$\alpha_1+\alpha_2$　　B．α_1，α_2，$\alpha_1-\alpha_2$

C．$\alpha_1-\alpha_2$，$\alpha_2-\alpha_3$，$\alpha_3-\alpha_1$ D．$\alpha_1+\alpha_2$，$\alpha_2+\alpha_3$，$\alpha_3+\alpha_1$

5．向量组 α_1=（1，0，0），α_2=（0，0，1），下列向量中可以由 α_1，α_2 线性表出的是【　　】

A．（2，0，0）　B．（−3，2，4）　C．（1，1，0）　D．（0，−1，0）

6．设 A，B 均为 3 阶矩阵，若 A 可逆，秩（B）=2，那么秩（AB）=【　　】

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

7．设 A 为 n 阶矩阵，若 A 与 n 阶单位矩阵等价，那么方程组 Ax=b【　　】

A．无解　　B．有唯一解　　C．有无穷多解　　D．解的情况不能确定

8．在 R^3 中，与向量 α_1=（1，1，1），α_2=（1，2，1）都正交的单位向量是【　　】

A．（−1，0，1）　B．$\frac{1}{\sqrt{2}}$（−1，0，1）　C．（1，0，−1）　D．$\frac{1}{\sqrt{2}}$（1，0，1）

9．下列矩阵中，为正定矩阵的是【　　】

A．$\begin{pmatrix}1 & 1 & 3\\ 1 & 2 & 0\\ 3 & 0 & 0\end{pmatrix}$　B．$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$　C．$\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$　D．$\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$

10．已知 A 是 n 阶实对称矩阵，$A^2=A$，秩（A）=n，则 x^TAx 是【　　】

A．正定二次型　　B．负定二次型　　C．既不正定也不负定　　D．无法判断

二、填空题（本大题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分。）

11．行列式 $\begin{vmatrix}1 & 0 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 4 & 0\\ 3 & 0 & 0 & 4\end{vmatrix}$=__________。

12．设行矩阵 A=（$a_1\ a_2\ a_3$）,B=（$b_1\ b_2\ b_3$）,且 $A^TB=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ -1 & -2 & -1\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}$，则 AB^T=____________。

13．设 A 为 3 阶方阵,且|A|=$\frac{1}{2}$,则|$2A^*$|=____________。

14．当向量组 α_1=(1，2，3)，α_2=(2，2，2)，α_3=(3，0，t) 线性相关时， t=__________。

15． 若 3 元齐次线性方程组 Ax=0 的基础解系含 2 个解向量,则矩阵 A 的秩等于_________。

16．矩阵$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ -1 & -1 & -1\\ -3 & 1 & 2\end{pmatrix}$的秩等于_________。

17．设α_1，α_2是非齐次线性方程组 Ax=b 的解，又已知 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2$也是 Ax=b 的解，则 k_1+k_2=_____。

18． 已知 $P^{-1}AP=\begin{pmatrix}1 & & \\ & 2 & \\ & & -1\end{pmatrix}$,其中 $P=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$，则矩阵 A 的属于特征值$\lambda=-1$的特征向量是_____。

19．设 A 为 n 阶方阵，已知矩阵 E-A 不可逆，那么矩阵 A 必有一个特征值为_________。

20．实对称矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 2 & 0 & 3\\ 0 & 3 & 5\end{pmatrix}$所对应的二次型 x^TAx=____________________________。

三、计算题（本大题共 4 小题，共计 42 分）

21. 设 $A=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & 1\end{pmatrix}$，矩阵 B 满足 AB=A+2B，求 B。（8 分）

22. 设向量$\alpha_1=(1,2,1)^T$和$\alpha_2=(1,1,2)^T$都是方阵 $\boldsymbol{A}$ 的属于特征值 λ＝2 的特征向量，又向量$\beta=\alpha_1+2\alpha_2$，求$A^2\beta$。(8 分)

23. 给定向量组$\alpha_1=(-2,1,0,3)^T$，$\alpha_2=(1,-3,2,4)^T$，$\alpha_3=(3,0,2,-1)^T$，$\alpha_4=(0,-1,4,9)^T$.

试判断α_4是否为α_1，α_2，α_3的线性组合；若是，则求出组合系数。(12 分)

24. 设已知 $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 2\\ 0 & 2 & 3\end{pmatrix}$求正交矩阵 P，使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵。（14 分）

四、证明题

25. 设η_0是非齐次线性方程组 **Ax=b** 的一个特解，ξ_1，ξ_2，…，ξ_r是其导出组 **Ax=0** 的一个基础解系.

试证明：η_0，$\eta_0+\xi_1$，$\eta_0+\xi_2$，…，$\eta_0+\xi_r$线性无关。(8 分)

26. 已知 A 为 m×n 实矩阵，证明：A^TA 是正定矩阵的充分必要条件为 秩（A）=n。

习题三：

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。）

1．设 A 是 3 阶方阵，且 $|A|=2$，则 $|-A|=$【　　】

A．-6　　B．-2　　C．2　　D．6

2．设 A=$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$，则 A 的伴随矩阵 A*=【　　】

A. $\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$　B. $\begin{bmatrix} -d & c \\ b & -a \end{bmatrix}$　C. $\begin{bmatrix} -d & b \\ c & -a \end{bmatrix}$　D. $\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$

3．A 是 n 阶方阵，且 A 的第一行可由其余 n-1 个行向量线性表示，
则下列结论中错误的是【　　】

A．r(A)≤n-1　　B．A 有一个列向量可由其余列向量线性表示

C．|A|=0　　D．A 的 n-1 阶余子式全为零

4．设 A 为 n 阶方阵，AB=0，且 B≠0，则【　　】

A．A 的列向量组线性无关　　B．A=0

C．A 的列向量组线性相关　　D．A 的行向量组线性无关

5．设 α_1、α_2 是非齐次线性方程组 Ax=b 的解，β 是对应齐次线性方程组 Ax=0 的解，则 Ax=b 必有一个解是【　　】

A. $\alpha_1+\alpha_2$　**B.** $\alpha_1-\alpha_2$　**C.** $\beta+\alpha_1+\alpha_2$　**D.** $\beta+\frac{1}{3}\alpha_1+\frac{2}{3}\alpha_2$

6．设齐次线性方程组 Ax=0 的基础解系含有一个解向量，当 A 是 3 阶方阵时，【　　】

A．r(A)=0　　B．r(A)=1　　C．r(A)=2　　D．r(A)=3

7．设 A 与 B 等价，则【　　】

A．A 与 B 合同　　B．A 与 B 相似　C．|A|=|B|　　D．r(A)=r(B)

8．已知 A 相似于∧=$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$，则|A|=【　　】

A．-2　　B．-1　　C．0　　D．2

9．设 λ_0 是可逆阵 A 的一个特征值，则 A^{-2} 必有一个特征值是【　　】

A．$\frac{\lambda_0}{2}$　　B．$\frac{1}{2\lambda_0}$　　C．$\frac{1}{\lambda_0^2}$　　D．$\frac{2}{\lambda_0}$

10．设 3 阶实对称矩阵 A 的特征值分别为 1，0，-1，则【　　】

A．|A|≠0　　B．|A|=0　　C．A 负定　　D．A 正定

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。）

1．按自然数从小到大为标准次序，则排列 54123 的逆序数=__________。

2. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$=______________。　　　　3. 设 A=$\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$，则 A^{-1}=__________。

4．设α_1=（1，2，4），α_2=(−1, −2, y) 且α_1与α_2线性相关，则 y=__________。

5．若向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关,且可由向量组$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t$线性表出，则 s _____t。（填≥或≤）

6．若 A 是秩为 1 的三阶方阵，η_1,η_2,η_3是 Ax=b 的解，且$\eta_1-\eta_2$与$\eta_2-\eta_3$无关，

则 Ax=b 的通解可表示为 x=__________。

7．已知 A=$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}$与 B=$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$相似，则 x=__________。

8．若向量α=（1，−2，1）与β=（2，3，t）正交，则 t =__________。

9．已知三阶实对称矩阵A有三个特征值 2, 1, −2, B=A^2+2E，则B的特征值是_______。

10．二次型$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=x_1^2+x_1x_2+3x_1x_4-5x_4^2$的对称矩阵是_______。

三、计算题　(本大题共 50 分)

1．设 A=$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$且 AB=A+2B，求 B。（10 分）

2．讨论 p 取何值时，下列线性方程组无解？有解？并在有解时求其通解。

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 3 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = p \end{cases}$$（14 分）

3．已知 A=$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & a & 3 \\ -1 & b & -2 \end{bmatrix}$的一个特征向量是$\zeta$= $(1，1，-1)^T$，确定 a,b 以及ζ的特征值。

（10 分）

4．用正交变换化二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$为标准型，并写出所用的正交变换。（16 分）

四、证明题

1．设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，证明$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1-\alpha_2,\alpha_3$也线性无关。

2．设 A 与 B 都是 n 阶正定矩阵，证明：A+B 也是正定矩阵。

习题四：

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。）

1．二阶行列式$\begin{vmatrix} k-1 & 2 \\ 2 & k-1 \end{vmatrix} \neq 0$的充分必要条件是【　　】

A．$k\neq -1$　　B．$k\neq 3$　　C．$k\neq -1$ 且 $k\neq 3$　　D．$k\neq -1$ 或$\neq 3$

2．设 A 为三阶矩阵，$|A|=a\neq 0$，则其伴随矩阵 A^*的行列式$|A^*|=$【　　】

A．a　　B．a^2　　C．a^3　　D．a^4

3．设 A、B 为同阶可逆矩阵，则以下结论正确的是【　　】

A．$|AB|=|BA|$　　B．$|A+B|=|A|+|B|$

C．$(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$　　D．$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$

4．设 A 可逆，则下列说法**错误**的是【　　】

A．存在 B 使 AB=E　　B．$|A|\neq 0$

C．A 相似于对角阵　　D．A 的 n 个列向量线性无关

5．矩阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$的逆矩阵的【　　】

A．$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$　　B．$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$　　C．$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$　　D．$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

6．已知 A 的一个 k 阶子式不等于 0，则秩(A)满足【　　】.

A．秩(A)>k　　B．秩(A)≥k　　C．秩(A)=k　　D．秩(A)≤k

7．设α_1，α_2是非齐次方程组 Ax=b 的解，β是对应的齐次方程组 Ax=0 的解，

则 Ax=b 必有一个解是【　　】

A．$\alpha_1+\alpha_2$　　B．$\alpha_1-\alpha_2$　　C．$\beta+\alpha_1+\alpha_2$　　D．$\beta+\frac{1}{2}\alpha_1+\frac{1}{2}\alpha_2$

8．若 $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{bmatrix}$与$B=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$相似，则 x=【　　】

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

9．若 A 相似于$\Lambda=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$，则$|A-E|=$【　　】

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

10．设 3 阶实对称矩阵 A 的特征值分别为 1，0，-1，则【　　】

A．$|A|\neq 0$　　B．$|A|=0$　　C．A 负定　　D．A 正定

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。）

11．设 A，B 均为三阶可逆阵，$|A|=2$，则$|2B^{-1}A^2B|=$________。

12．在五阶行列式中，项$a_{21}a_{32}a_{45}a_{14}a_{53}$的符号为__________。

13．向量空间 $V=\{x=(x_1,x_2,0)\mid x_1,x_2$ 为实数 $\}$的维数为______________。

14．设三阶方阵A等价于$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}$，则R（A）=____________。

15．设$\alpha_1=[1，2，x]$，$\alpha_2=[-2，-4，1]$线性相关，则 x=________。

16．矩阵$\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}[1\quad -1\quad 1]$的秩为____________。

17．设λ_0是可逆阵 A 的一个特征值，则 A^{-2}必有一个特征值是____________。

18．已知齐次方程组 $A_{4\times5}x=0$ 的基础解系含有 2 个向量，则 A 的秩=_________。

19．若向量$\alpha=$（1，-2，1）与$\beta=$（2，3，t）正交，则 t =__________。

20．二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-2x_1x_2+x_2x_3$的矩阵是__________。

三、计算题 (本大题共 50 分)

1．设 $A=\begin{bmatrix}-1&0&0\\1&-1&0\\1&1&-1\end{bmatrix}$，求$(A+2E)^{-1}(A^2-4E)$。(10 分)

2．讨论 a 为何值时下列方程组无解？有无穷解？并在有解时求其通解.

$$\begin{cases}x_1+2x_3+x_4=2\\x_1+x_2+x_3+4x_4=a\\x_1-x_2+3x_3-2x_4=1\end{cases}$$（14 分）

3．设 $A=\begin{bmatrix}x&-1&1\\0&3&-1\\2&1&3\end{bmatrix}$的特征值是$\lambda_1=\lambda_2=2$，$\lambda_3=4$。

（1）求 x 的值;（2）A 是否相似于对角阵，为什么？（10 分）

4．用正交变换化二次型 $f(x_1，x_2，x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$为标准型，

并写出所用的正交变换。(16 分)

四、证明题(每题 5 分，共 10 分)

1．设向量组α_1，α_2，α_3线性无关，证明$\alpha_1+\alpha_2$，$\alpha_1-\alpha_2$，α_3也线性无关。

2．设 A 与 B 都是 n 阶正定矩阵，证明：A+B 也是正定矩阵。