装订线内答题无效

装订**线**

新疆大学2019—2020学年度第二学期期末

《高等数学》试卷A（19级下册）

姓名:________ 学号:________ 专业:________

学院: ________ 班级:________

2020 年 6 月 17 日

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

得分	评卷人

一、单项选择题 （每小题2分，共20分）

1、向量 $\vec{a}=(1,1,\sqrt{2})$ 与 z 轴的夹角是（　　）

A: $\dfrac{\pi}{4}$　B: $\dfrac{\pi}{6}$　C: $\dfrac{3\pi}{4}$　D: $\dfrac{5\pi}{6}$

2、过点$(1,1,1)$且与平面$x-2y+3z-5=0$垂直的直线方程是(　　　　)

A: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$　　B: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$

C: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$　　D: $x-2y+3z-2=0$

3、点 $(1,1,1)$ 到平面$x-2y+2z=5$ 的距离是　(　　　　)

A: -2　B: $-\dfrac{4}{3}$　C: 2　D: $\dfrac{4}{3}$

4、函数 $f(x,y)=x+(y-1)\arcsin\sqrt{\dfrac{x}{y}}$ ，则 $f_x(1,1)=$(　　　　)

A: 0　B: 1　C: -1　D: 不存在

5、函数 $f(x,y,z)=x^2+2y^2+3z^2+xy+3x-2y-6z$ ，则 $grad\ f(1,1,1)=$ (　　　　)

A: 9　B: $3\vec{i}+6\vec{j}$　C: $6\vec{i}+3\vec{j}$　D: $3\vec{i}+6\vec{j}-\vec{k}$

6、交换积分次序 $\int_0^2 dy\int_{y^2}^{2y} f(x,y)dx = ($　　　　　　$)$

A: $\int_0^2 dx\int_{x^2}^{2x} f(x,y)dy$　　　　B: $\int_{y^2}^{2y} dx\int_0^2 f(x,y)dy$

C: $\int_0^4 dx\int_{\sqrt{x}}^{\frac{x}{2}} f(x,y)dy$　　　　D: $\int_0^4 dx\int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$

7、设L：$y=x^2$ 连接点 $(0,0)$ 和 $(1,1)$ ，则 $\int_L \sqrt{1+4y}\,ds = ($　　　　　　$)$

A: $\dfrac{4}{3}$　　B: $\dfrac{7}{3}$　　C: $\dfrac{1}{4}$　　D: $\dfrac{1}{3}$

8、若曲线积分 $\int_L (axy + ye^x + \cos x^2)dx + (x^2 + y^2 + e^x + e^{y^2})dy$ 与路径无关，则 $a =$（　　　　）

A: 1　　B: -2　　C: 2　　D: 4

9、若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 发散，则 （　　　　　）

A: $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$　　B: $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$　　C: $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$　　D: 无法判定 $\lim_{n\to\infty} a_n$

10、函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+2}$ 展成 x 的幂级数为 （　　　　　）

A: $\dfrac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(\dfrac{x^2}{2})^n$　$x\in(-\sqrt{2},\sqrt{2})$　　　　B: $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$　　$x\in(-1,1)$

C: $\dfrac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2^n}x^{2n}$　$x\in(-\sqrt{2},\sqrt{2})$　　　　D: $\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$　　$x\in(-1,1)$

得分	评卷人

二、向量部分计算题（每题 7 分，共 14 分）

11、求过点 $(2,-1,3)$ 且与直线 $\begin{cases} x-y+z-1=0 \\ x+y+z-2=0 \end{cases}$ 平行的直线方程.

装订线内答题无效

** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 装 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 订 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 线 ** **

12、求过直线 $\begin{cases} x-2y+2z+1=0 \\ x+y-z-2=0 \end{cases}$ 且与平面 $2x-y-z-2=0$ 垂直的平面方程.

得分	评卷人

三、多元函数微分法计算题（每题 6 分，共 18 分）

13、 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\ln(1+x^2+y^2)}{1-\sqrt{1-x^2-y^2}}$

14、在椭球面 $x^2+2y^2+z^2=4$ 上求一点（第四卦限），使该点处的法线垂直于平面 $x-2y+z=0$ ，并求椭球面在该点处的切平面方程.

15、设函数 $f(u,v)$ 具有连续二阶偏导数，$z=f(xy,x^2-y^2)$ ，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

得分	评卷人

四、多元函数积分题（每题 8 分，共 24 分）

16、计算二重积分：$\iint_D 5x^2 y d\sigma$ ，其中 D 是由三条直线 $y=2x$，$y=2$ 及 $x=2$ 所围成的平面区域.

17. 设 Ω 是由曲面 $x^2+y^2=2z$ 及平面 $z=2$ 所围，计算 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dxdydz$

装订线内答题无效	** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 装 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 订 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 线 ** **

18、 设Σ为上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧，利用高斯公式计算

$$\iint_{\Sigma}(-xy^2)dydz+(x^2+y^2+y^2z)dxdy$$

得分	评卷人

五、 **级数部分计算题** （每题 7 分，共 14 分）

19、 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}\ln\frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}}$ 的敛散性，若收敛，是条件收敛还是绝对收敛.

20、求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)2^n}x^{2n+1}$ 的收敛区间及和函数.

得分	评卷人

六、应用题 （10 分）

21、求锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 位于上半球面 $z=\sqrt{2a^2-x^2-y^2}$ 下方部分的面积.

课程代码　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　座位号

装订线内答题无效

新疆大学 2019—2020 学年度第二学期

《高等数学》（下册）（19 级）试卷 A（标准答案）

2020 年 6 月 17 日

一、填空题（每小题 2 分，共 20 分）

1、A　2、B　3、D　4、B　5、C　6、D　7、B

8、C　9、D　10、C

二、向量部分计算题（每题 7 分，共 14 分）

1、解：$\vec{s}=(1,-1,1)\times(1,1,1)$　　2 分

$=(-2,0,2)$　　5 分

所求直线方程　$\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+1}{0}=\dfrac{z-3}{2}$　　7 分

2、解：过直线的平面束方程　$x-2y+2z+1+\lambda(x+y-z-2)=0$　　2 分

化简得 $(1+\lambda)x+(-2+\lambda)y+(2-\lambda)z+1-2\lambda=0$　　3 分

由已知 $(1+\lambda,-2+\lambda,2-\lambda)\cdot(2,-1,-1)=0$　得　$\lambda=-1$　　5 分

所求平面方程　$y-z-1=0$　　7 分

三、计算下列各题（每题 6 分，共 18 分）

1、解：$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{\ln(1+x^2+y^2)}{1-\sqrt{1-x^2-y^2}}\overset{t=x^2+y^2}{=}\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\ln(1+t)}{1-\sqrt{1-t}}$　　2 分

$=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{t}{1-\sqrt{1-t}}=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{t\ (1+\sqrt{1-t})}{1-1+t}=2$　　6 分

2、解：$F=x^2+2y^2+z^2-4$　法向量　$\vec{n}=(2x,4y,2z)$　　2 分

已知平面法向量　$\vec{n_0}=(1,-2,1)$　因为 $\vec{n}\,/\!/\,\vec{n_0}$ 即 $\vec{n}=t\vec{n_0}$

所以　$x=\dfrac{t}{2}$　$y=-\dfrac{t}{2}$　$z=\dfrac{t}{2}$　带入椭球面方程得

$t=2$　（所求点在第四掛限）所求点 $(1,-1,1)$　　5 分

椭球面在该点处的切平面方程　$x-2y+z-4=0$　　6 分

3、解：$\dfrac{\partial z}{\partial x}=y\,f_1+2x\,f_2$　　3 分

$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=f_1+y(x\,f_{11}-2y\,f_{12})+2x\,(x\,f_{21}-2y\,f_{22})$　　5 分

$=xy\,f_{11}+2(x^2-y^2)\,f_{12}-4x\,y\,f_{22}+f_1$　　6 分

四、**多元函数积分题**（共 3 题，每题 8 分，共 24 分）

1 解：

$$\iint_D 5x^2y\,d\sigma = 5\int_1^2 dx\int_2^{2x} x^2y\,dy \qquad 4 分$$

$$= \frac{116}{3} \qquad 8 分$$

2、解： Ω：$\begin{cases} \frac{1}{2}(x^2+y^2) \le z \le 2 \\ (x,y)\in D_{xy}: x^2+y^2 \le 4 \end{cases}$ 2 分

$$\iiint_\Omega (x^2+y^2)\,dxdydz = \iint_{D_{xy}}[\int_{\frac{1}{2}(x^2+y^2)}^{2}(x^2+y^2)\,dz]\,dxdy \qquad 4 分$$

$$= \iint_{D_{xy}}(x^2+y^2)[2-\frac{1}{2}(x^2+y^2)]\,dxdy \qquad 6 分$$

$$= \int_0^{2\pi} d\theta\int_0^2 \rho^2(2-\frac{1}{2}\rho^2)\,\rho\,d\rho = \frac{16}{3}\pi \qquad 8 分$$

3、解：作辅助平面Σ_1： $z=0$ （下侧） $D_{xy}: x^2+y^2 \le 1$ 1 分

设$\Sigma+\Sigma_1$所围区域Ω:$\begin{cases} 0 \le z \le \sqrt{1-x^2-y^2} \\ (x,\mathrm{y})\in D_{xy} \end{cases}$ 2 分

由高斯公式 $\oiint_{\Sigma+\Sigma_1}(-xy^2)dydz+(x^2+y^2+y^2z)dxdy$

$$= \iiint_\Omega(-y^2+y^2)dxdydz = 0 \qquad 5 分$$

而 $\iint_{\Sigma_1}(-xy^2)dydz+(x^2+y^2+y^2z)dxdy$

$$= -\iint_{D_{xy}}(x^2+y^2)dxdy = -\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^1 \rho^2\rho d\rho = -\frac{\pi}{2} \quad 7 分$$

$$\iint_\Sigma(-xy^2)dydz+(x^2+y^2+y^2z)dxdy$$

$$= (\oiint_{\Sigma+\Sigma_1}-\iint_{\Sigma_1})(-xy^2)dydz+(x^2+y^2+y^2z)dxdy = 0-(-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \quad 8 分$$

装订线内答题无效

** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 装 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 订 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 线 ** **

五、**级数部分计算题** （每题 7 分，共 14 分）

1、解：绝对值级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}}\ln\frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}}$，

$u_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}}\ln\frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}} \sim v_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}}\frac{2}{\sqrt{n}} \quad (n\to\infty)$ 2 分

而级数 $\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ 发散 所以$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}}\ln\frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}}$ 也发散 4 分

因为 $u_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}}\ln\frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}}$ 单调递减且 $\lim_{n\to\infty}u_n=0$ 6 分

所以级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}\ln\frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}}$ 收敛且为条件收敛 7 分

2、解：$S(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)2^n}x^{2n+1}$ $\quad S(0)=0$ 1 分

$S'(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^n}x^{2n}=\frac{2}{2+x^2} \qquad \left|\frac{x^2}{2}\right|<1$ 5 分

$S(x)=\int_0^x S'(x)dx=\int_0^x\frac{2}{2+x^2}dx \qquad |x|<\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}\arctan\frac{x}{\sqrt{2}} \qquad x\in(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ 7 分

六、**应用题** （10 分）

解：曲面Σ： $z=\sqrt{x^2+y^2} \qquad D_{xy}:\ x^2+y^2\le a^2$ 2 分

$S=\iint_{D_{xy}}\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}\,dxdy$ 6 分

$=\iint_{D_{xy}}\sqrt{2}dxdy$ 8 分

$=\sqrt{2}\,\pi\,a^2$ 10 分