装订线内答题无效

课程代码：　　　　　　　　　　　　座位号：

新疆大学2019 — 2020 学年度第一学期期末考试

《线性代数》试卷（16周汉本）

姓名:____________学号:____________专业:__________

学院:________________班级:__________________

2019 年 12 月

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分	评卷人

一、单项选择题（本大题共5小题，每题只有一个正确答案，答对一题得2分，共10分）

1、设 A,B 都是4阶方阵，且 $|A|=2$，$|B|=-\frac{1}{3}$，则 $|-3AB|=$　　【　】

A. -2　　B. 2　　C. -54　　D. 54

2、设 A,B 为同阶的可逆矩阵，则下列等式成立的是　　【　】

A. $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$　　B. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

C. $(AB)^T=A^TB^T$　　D. $|(AB)^{-1}|=\frac{1}{|AB|}$

3、设 n 元齐次线性方程组 $Ax=0$ 的系数矩阵 A 的秩为 r，则方程组 $Ax=0$ 的基础解系中向量个数为　　【　】

A. r　　B. $n-r$　　C. n　　D. 不确定

4、n 阶对称矩阵 A 为正定矩阵的充分必要条件是　　【　】

A. 矩阵 A 的秩为 n　　B. $|A|>0$

C. A 的特征值都不等于零　　D. A 的特征值都大于零

5、若 n 阶矩阵 A 的行列式 $|A|=1$，则 A 的秩为　　【　】

A. 1　　B. 0　　C. $n-1$　　D. n

得分	评卷人

二、判断题（本大题共5小题，每题2分，共10分，答A表示说法正确，答B表示说法不正确，本题只需指出正确与错误，不需要修改）

6、行列式 $D=\begin{vmatrix} a_1+b_1 & c_1+d_1 \\ a_2+b_2 & c_2+d_2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} b_1 & d_1 \\ b_2 & d_2 \end{vmatrix}$ 成立.　　（　）

7、若 A 满足 $A^2+3A+E=0$，则 A 可逆.　　（　）

8、任意一个非齐次线性方程组 $Ax=b$ 都不存在基础解系.　　（　）

9、正交矩阵一定是可逆矩阵.　　（　）

10、任何一个实二次型都可以通过可逆线性变换化为标准形.　　（　）

得分	评卷人

三、填空题（本大题共5小题，每题2分，共10分）

11、如果 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=M$，则 $D_1=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13}-3a_{12} & 3a_{12} \\ a_{21} & a_{23}-3a_{22} & 3a_{22} \\ a_{31} & a_{33}-3a_{32} & 3a_{32} \end{vmatrix}=$__________.

12、$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$，则 $(A+E)^{-1}(A^2-E)=$____________.

13、设齐次线性方程组 $\begin{cases} -x+y=0 \\ x+ky=0 \\ 4x+y+z=0 \end{cases}$ 有非零解，则 $k=$__________.

14、当向量组 $\alpha_1=(1,2,3),\alpha_2=(2,2,2),\alpha_3=(3,0,t)$ 线性相关时，$t=$__________.

15、二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=3x_1^2+x_2^2-2x_3^2+2x_1x_2-4x_1x_3$ 的矩阵为____________.

装订线内答题无效

装 订 线

得分	评卷人

四、计算题(本大题共5小题，每题12分，共60分)

16、计算四阶行列式$\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$的值.

17、已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$，求矩阵$A^{-1}B$.

18、已知线性方程组$\begin{cases} x_1+2x_2-x_3+4x_4=2 \\ 2x_1+3x_2+x_3+x_4=1 \\ x_1+3x_2-4x_3+11x_4=\lambda \end{cases}$，

问λ取何值时该方程组有解？在有解的情况下求其通解.

19、已知向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$，$\alpha_4=\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$，$\alpha_5=\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \\ -7 \end{pmatrix}$

（1）判定向量组的线性相关性，并求出向量组的秩；

（2）求向量组的一个最大无关组.

装订线内答题无效

20、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&-1\\0&-1&2\end{pmatrix}$，

(1)求矩阵 A 的特征值与特征向量；

(2)判断 A 可否与对角矩阵相似，若可以，求一个可逆矩阵 P 使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.

得分	评卷人

五、证明题（周三学时的考生任选 21, 22 题中的一题，分值 10 分；周四学时的考生 21, 22 题全做，每题分值 5 分，合计 10 分）

21、设 η_0 是非齐次线性方程组 $AX=b$ 的一个特解，ξ_1,ξ_2 是其导出组 $AX=0$ 的一个基础解系. 试证明

（1）$\eta_1=\eta_0+\xi_1$，$\eta_2=\eta_0+\xi_2$ 均是 $AX=b$ 的解；

（2）η_0，η_1，η_2 线性无关.

22、设 A 为 n 阶矩阵，λ_1,λ_2 是 A 的两个不同的特征值，x_1,x_2 依次是属于 λ_1,λ_2 的特征向量，试证明 x_1+x_2 不是 A 的特征向量.