

**
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 装
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 订
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 线
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **

座位号:

新疆大学 2017—2018 学年第一学期期末

《高等数学》(上) 试卷 (汉)

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

学院: _____ 班级: _____

2018 年 1 月 23 日

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

得分	评卷人

一、填空题(本大题共 10 空, 每空 3 分, 共 30 分)

1、当 $x \rightarrow 0$ 时, 与无穷小 $e^{2x} - 1$ 等价的无穷小为 _____

2. 函数 $f(x) = \frac{\sin(x^2 - 1)}{(x-1)(x+3)}$ 的可去间断点为 _____

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan 6x}{\sin 3x} = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 设 $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$, 则 $f'(-1) =$ _____

5、设 $y = f(\sin x + \ln x)$ (其中 $f(u)$ 是可导函数), 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____

6. 设 $y = \int_0^{x^2} \sqrt{1+x^3} dx$ 则 $dy =$ _____

7、设函数 $\sin x^2$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) dx =$ _____

8. $\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx =$ _____

9、当 $p < 1$ 时, 反常积分 $\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^p} dx$ 是 _____ (收敛, 发散)

10、微分方程 $y'' = e^{2x} - \cos x$ 的通解 $y =$ _____

分	评卷人

二、计算下列极限(每小题 5 分, 共 15 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x e^{t^2} \tan t \, dt}{\sqrt{1+x^2} - 1}$

3、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{n^2}$

**
**
**
**
**
**
**
**
**
**
**
**
**
**
装
**
**
**
**
**
**
**
**
**
**
订
**
**
**
**
**
**
**
**
**
线
**
**
**
**
**
**
**
**
**

得分	评卷人

三、导数与微分计算 (每小题 5 分, 共 15 分)

1、 $y = 2^{\sin x} + (\sin x)^2 + \int_2^5 e^{x^2} dx$ 求 y' , dy

2. 设 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = t \sin t + \cos t \end{cases}$ 求 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=\frac{\pi}{4}}$

3、求由方程 $\arctan \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$ 的一阶导数.

得分	评卷人

四、积分计算 (每小题 5 分, 共 15 分)

1. $\int [e^{2x} + \sec x(\sec x - \tan x)] dx$

2、 $\int x \sin(\ln x) dx$

3、 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1+x^2)^3}} dx$

得分	评卷人

五、一平面图形由 $y = e^x$ 和直线 $y = 1, x = 2$ 所围成, 求该平面图形绕 x 轴旋转所得旋转体的体积. (本题共 5 分)

装
订
线
内
答
题
无
效

**
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 装
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 订
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 线
 **
 **
 **
 **
 **
 **
 **

得分	评卷人

六、求解下列微分方程（每题 6 分，共 12 分）

1、 $y' + \frac{1}{x}y = \frac{\sin x}{x}, \quad y \Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0$

2、求微分方程 $y'' - 2y' + 3y = e^x$ 的通解.

得分	评卷人

七、求曲线 $y = 2x + \frac{8}{x}$ 的单调区间、凹凸区间、极值、拐点及渐近线. (本题共 8 分)

新疆大学 2017 至 2018 学年第一学期期末考试

{高等数学(上)} (A) 试题标准答案及评分标准

开课院(系) _____ 学生班级 _____ 考试方式 笔试

2018 年 1 月 23 日

一、填空(每 3 分, 共 30 分)

1、 $2x$ 2、 $x=1$ 3、 2 4、 -6 5、 $(\cos x + \frac{1}{x})f'(\sin x + \ln x)$

6、 $dy = 2x\sqrt{1+x^6} dx$ 7、 $2\sin x + c$ 8、 0 9、收敛

10、 $y = \frac{1}{4}e^{2x} + \cos x + c_1x + c_2$

二、计算下列各题(每题 5 分, 共 15 分)

1、解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = 2 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

2、解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x e^{t^2} \tan t dt}{\sqrt{1+x^2}-1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} \tan x}{\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} \tan x \sqrt{1+x^2}}{x} = 1 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

3、解: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(1+n)}{2n^2} (3 \text{ 分}) = \frac{1}{2} \dots\dots 5 \text{ 分}$

三、导数与微分计算(每小题 5 分, 共 15 分)

1、解: $y' = 2^{\sin x} \ln 2 \cos x + 2 \sin x \cos x \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$
 $dy = (2^{\sin x} \ln 2 \cos x + 2 \sin x \cos x) dx \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

2、解: $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin t + t \cos t - \sin t}{\cos t} = t \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$
 $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\cos t} = \sec t \dots\dots 4 \text{ 分} \quad \left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} \dots\dots 5 \text{ 分}$

4、解: 两边对 x 求导 $\frac{1}{1+(\frac{y}{x})^2} \cdot \frac{y'x - y}{x^2} = \frac{x + yy'}{x^2 + y^2} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

整理得 $y'x - y = x + yy'$ 即 $y' = \frac{x+y}{x-y} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

四、积分计算（每小题 5 分,共 15 分）

$$1、\int [e^{2x} + \sec x(\sec x - \tan x)] dx = \int (e^{2x} + \sec^2 x - \sec x \tan x) dx \cdots 1 \text{ 分}$$

$$= \frac{1}{2}e^{2x} + \tan x - \sec x + c \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

$$2、\text{解: } \int x \sin(\ln x) dx = \frac{1}{2}x^2 \sin(\ln x) - \frac{1}{2} \int x \cos(\ln x) dx \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \sin(\ln x) - \frac{1}{4}x^2 \cos(\ln x) - \frac{1}{4} \int x \sin(\ln x) dx \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$

$$\int x \sin(\ln x) dx = \frac{2}{5}x^2 \sin(\ln x) - \frac{1}{5}x^2 \cos(\ln x) + C \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

$$3、\text{解: } \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1+x^2)^3}} dx \stackrel{x=\tan t}{=} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sec^3 t} \sec^2 t dt \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos t dt = \sin t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

五、（本题共 5 分）解： $V_x = \pi \int_0^2 (e^x)^2 dx - \pi \int_0^2 1^2 dx \cdots \cdots 3 \text{ 分}$

$$= \frac{\pi}{2} e^{2x} \Big|_0^2 - 2\pi = \frac{\pi}{2} e^4 - \frac{5}{2}\pi \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

六、求解下列微分方程（每题 6 分,共 12 分）

$$1、\text{解: } y = e^{-\int \frac{1}{x} dx} \left(\int \frac{\sin x}{x} e^{\int \frac{1}{x} dx} dx + c \right) \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

$$= \frac{1}{x} (\int \sin x dx + c) = \frac{1}{x} (-\cos x + c) \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$

$$\text{由 } y \Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0 \text{ 得 } c = 0 \quad y = -\frac{1}{x} \cos x \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

$$2、\text{解: 特征方程为: } r^2 - 2r + 3 = 0, \quad \text{解得 } r_{1,2} = -1 \pm \sqrt{2}i \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

$$\text{原方程对应齐次方程的通解为: } Y = e^{-x} (C_1 \cos \sqrt{2}x + C_2 \sin \sqrt{2}x) \cdots 3 \text{ 分}$$

$$\text{又 } f(x) = e^{2x} P_m(x) = e^x, \text{ 由于 } \lambda = 1 \text{ 不是特征根, 且 } m = 0,$$

$$\text{所以可设原方程特解为 } y^* = Ae^x \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$

$$\text{把它代入原方程, 得: } A - 2A + 3A = 1 \quad A = \frac{1}{2} \text{ 因此 } y^* = \frac{1}{2}e^x \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

$$\text{故所求通解为: } y = e^{-x} (C_1 \cos \sqrt{2}x + C_2 \sin \sqrt{2}x) + \frac{1}{2}e^x \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

七、(本大题 8 分)

解: 定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 且函数为奇函数1 分

$$f'(x) = 2 - \frac{8}{x^2} = \frac{2}{x^2}(x+2)(x-2) \quad \text{驻点 } x_1 = -2, x_2 = 2 \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$f''(x) = \frac{16}{x^3} = 0 \text{ 无解, } x_1 = 0 \text{ 是函数的间断点} \quad \dots\dots 4 \text{ 分}$$

列表讨论如下:7 分

x	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 0)$	0	$(0, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	—		—	0	+
$f''(x)$	—	—	—		+	+	+
$y = f(x)$	$\uparrow \cap$	极大值 -8	$\downarrow \cap$	无 意 义	$\downarrow \cup$	极小值 8	$\uparrow \cup$

曲线无拐点

$$\text{因为 } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (2x + \frac{8}{x}) = \infty$$

所以铅直渐近线 $x = 0$ 8 分