

装

订

线

考试时间: 2013. 3. 16

《线性代数》试卷 (18周)

学院: _____ 班级: _____

学号: _____ 姓名: _____

题号	一	二	三	四	总分	合分人签名
得分						

得分	评卷人

一、单项选择题 (本大题共 8 小题, 每题只有一个正确答案, 答对一题得 2 分, 共 16 分)

1. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $AB - BA =$ ()

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

2. 设 A 为 3 阶方阵, 且 $-\frac{1}{3}A = \frac{1}{3}$, 则 $|A| = (\quad)$

A.-9 B.-3 C.-1 D.9

3. 设 A, B 为 n 阶方阵, 满足 $A^2=B^2$, 则必有 ()

$$A \cdot A = B$$
$$B.A = -B$$
$$C, |A| = |B|$$

D. $|A|^2 = |B|^2$

4. 设向量 $\alpha_1 = (a_1, b_1, c_1)$, $\alpha_2 = (a_2, b_2, c_2)$, $\beta_1 = (a_1, b_1, c_1, d_1)$, $\beta_2 = (a_2, b_2, c_2, d_2)$, 下列命题中正确的是 ()

A. 若 α_1, α_2 线性相关, 则必有 β_1, β_2 线性相关

B. 若 a_1, a_2 线性无关, 则必有 β_1, β_2 线性无关

C. 若 β_1, β_2 线性相关, 则必有 α_1, α_2 线性无关

D. 若 β_1, β_2 线性无关, 则必有 α_1, α_2 线性相关

5. 设 $m \times n$ 矩阵 A 的秩 $r(A) = n-3$ ($n > 3$), α, β, γ 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的三个线性无关的解向量, 则方程组 $Ax=0$ 的基础解系为 ()

A. $a, \beta, a + \beta$ B. $\beta, \gamma, \gamma - \beta$ C. $a - \beta, \beta - \gamma, \gamma - a$ D. $a, a + \beta, a + \beta + \gamma$

6. 设 A 为 n ($n \geq 2$) 阶矩阵, 且 $A^2 = E$, 则必有 ()

- A. A 的行列式等于 1 B. A 的逆矩阵等于 E C. A 的秩等于 n D. A 的特征值均为 1

7. 已知矩阵 A 与对角矩阵 $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 相似, 则 $A^2 =$ ()

- A. A B. D C. E D. $-E$

8. 下列向量中与 $\alpha = (1, 1, -1)$ 正交的向量是 ()

- A. $\alpha_1 = (1, 1, 1)$ B. $\alpha_2 = (-1, 1, 1)$ C. $\alpha_3 = (1, -1, 1)$ D. $\alpha_4 = (0, 1, 1)$

得分	评卷人

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每题 3 分, 共 24 分)

9. 设 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $AB =$ _____.

10. 设 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____.

11. 设 A 为 3×3 矩阵, 且方程组 $Ax = 0$ 的基础解系含有两个解向量, 则秩(A) = _____.

12. 已知 A 有一个特征值 -2 则 $B = A^2 + 2E$ 必有一个特征值 _____.

13. 向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 0)$, $\alpha_2 = (1, 1, 0)$, $\alpha_3 = (-5, 2, 0)$ 的秩是 _____.

14. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 的全部特征向量是 _____.

15. 若 $\alpha = (1, -2, x)$ 与 $\beta = (2, 1, y)$ 正交, 则 $xy =$ _____.

16. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 所对应的二次型是 _____.

装
 订
 线

得分	评卷人

三、计算题(大题共5小题,每题10分,合计50分)

17. 计算四阶行列式

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

的值。

18. 已知 $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$, X 满足 $AX+B=C$, 求 X .

19. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 1, 3)$, $\alpha_2 = (4, -1, -5, -6)$, $\alpha_3 = (1, -3, -4, -7)$ 的秩和其中一个最大无关组。

20. 当 a, b 为何值时, 方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + (a+2)x_3 = b+3 \end{cases}$$
 有无穷多解? 并求出其通解。

21. 用正交变换化二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$ 为标准型, 并写出所作的变换。

得分	评卷人

四、证明题: (分值说明: 采矿 11-1, 3 资源 11-1, 3 勘查 11-1 材化 11-1 能源 11-1, 3 食品 11-1 生工 11-1 化工 11-1, 3, 5 环境 11-1 高分子 11-1 化机 11-1 的考生任选一题, 答对 10 分, 其余考生 22, 23 两题都答, 每题 5 分, 共 10 分)

22. 设 a, b, c 为任意实数, 证明向量组 $\alpha_1 = (1, a, 1, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, b, 1, 0)^T$, $\alpha_3 = (1, c, 0, 0)^T$ 线性无关。

23. 设 x_1, x_2 是矩阵 A 的不同特征值的特征向量, 证明: $x_1 + x_2$ 不是 A 的特征向量。