

测验.

$R(-1, 1, 2)$

1. 已知点  $P(1, -1, 0)$ ,  $Q(2, 1, -1)$ , 求  $S_{\triangle PQR}$ .

(2). 求一个垂直于  $PQR$  平面的单位向量.

解: (1).  $S_{\triangle PQR} = \frac{1}{2} |\vec{PR} \times \vec{PQ}|$

$$\vec{PR} = (-2, 2, 2), \quad \vec{PQ} = (1, 2, -1).$$

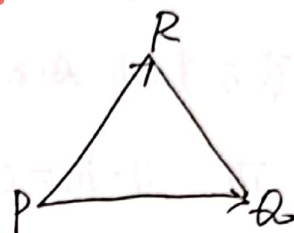
$$\vec{PR} \times \vec{PQ} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (-6, 0, -6) = -6(1, 0, 1).$$

$$S_{\triangle PQR} = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} = 3\sqrt{2}.$$

(2). 取  $\vec{a} = \vec{PR} \times \vec{PQ} = -6(1, 0, 1)$ . (或取  $\vec{b} = -\frac{1}{6} \vec{PR} \times \vec{PQ} = (1, 0, 1)$ )

$$\vec{e} = \pm \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \pm \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

$$\vec{e} = \pm \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \pm \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$



2. 过点  $(2, 4, 5)$  且垂直于平面  $3x + 7y - 5z = 21$  的直线方程. \_\_\_\_\_

解: 取  $\vec{s} = \vec{n} = (3, 7, -5)$ .

$$\text{直线方程为 } \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{7} = \frac{z-5}{-5}$$

3. 过点  $(2, 4, 5)$  且垂直于直线  $\frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4}$  的平面. \_\_\_\_\_

解: 取  $\vec{n} = \vec{s} = (1, 3, 4)$ .

$$\text{平面方程为: } 1(x-2) + 3(y-4) + 4(z-5) = 0.$$

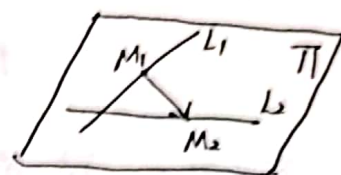
$$x + 3y + 4z - 34 = 0.$$



4. 求两直线  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  和  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{-4}$  关系.

若相交, 求出两直线所确定平面.

解:  $L_1: \vec{S}_1 = (2, 3, 4), M_1(1, 2, 3).$   
 $L_2: \vec{S}_2 = (1, 2, -4), M_2(2, 4, -1).$



1)  $\vec{S}_1 \neq \lambda \vec{S}_2, \therefore L_1$  不平行于  $L_2$

(因为咱们没有讲异面情况,  $\therefore L_1$  从  $L_2$  默认为相交, 但严谨地求解应

证明  $L_1, L_2$  共面. 证明如下:  $\vec{M}_1\vec{M}_2 = (1, 2, -4).$

$$[\vec{M}_1\vec{M}_2, \vec{S}_1, \vec{S}_2] = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} \begin{matrix} (r_1=r_2 \text{ 两行相同}) \\ \uparrow \\ = 0 \end{matrix} \therefore \vec{S}_1, \vec{S}_2 \text{ 共面.}$$

因此,  $L_1$  与  $L_2$  相交.

2)  $\vec{n} = \vec{S}_1 \times \vec{S}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} = (-20, 12, 1).$

$\therefore$  平面方程为:  $-20(x-1) + 12(y-2) + (z-3) = 0.$

即:  $20x - 12y - z + 7 = 0.$

5. 点  $(0, 1, 1)$  到平面  $4y + 3z = -12$  距离.

解:  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|4 + 3 + 12|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{19}{5}.$

6. 直线  $L: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$  到平面  $x + 2y + 6z = 10$  距离.

解:  $\vec{S} = (1, 1, -\frac{1}{2}), M_0(2, 1, -\frac{1}{2}) \in L, \vec{n} = (1, 2, 6).$

$\vec{S} \cdot \vec{n} = 1 + 2 - 3 = 0, \therefore \vec{S} \perp \vec{n}, \therefore L \parallel \pi.$

$d = \frac{|2 + 2 - 3| \cdot |0|}{\sqrt{1 + 4 + 36}} = \frac{9}{\sqrt{41}}$



7. 求过直线  $L: \begin{cases} x+2y-z-6=0 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$  平面  $\pi$ , 使它垂直于  $\pi_1: x+2y+z=0$

解: 设平面方程:  $\pi: x+2y-z-6+\lambda(x-2y+z)=0$ .

$$\text{即 } (1+\lambda)x+(2-2\lambda)y+(\lambda-1)z-6=0.$$

$$\pi_1 \perp \pi, \vec{n}_1 \cdot \vec{n} = 0. \quad 1+\lambda+2(2-2\lambda)+\lambda-1=0.$$

$$\lambda=2.$$

$$\therefore \pi: 3x-2y+z-6=0.$$

8. (1) 将  $xOz$  坐标面上的抛物线  $z^2=5x$  绕  $x$  轴旋转一周所成曲面方程

(2)  $\dots\dots\dots$  圆  $x^2+z^2=9$  绕  $z$  轴  $\dots\dots\dots$

解: (1).  $y^2+z^2=5x$

(2).  $x^2+y^2+z^2=9.$



历年考题:

1. 点  $M(1, 2, 1)$  到平面  $x+2y+2z-10=0$  距离为: 1

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

2. 关于直线  $\begin{cases} 3x+2z=0 \\ 5x-1=0 \end{cases}$  正确的说法是: A

A. 平行  $y$  轴. B. 垂直  $y$  轴. C. 平行  $x$  轴. D. 平行  $zOx$  面.

解:  $\vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 0 & 2 \\ 5 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0, 10, 0) = 10\vec{j}$ .  $\vec{s} \parallel \vec{j}$ .

3. 方程  $x^2=2y$  在空间表示的是 B

A. 抛物面. B. 抛物柱面. C. 母线平行于  $x$  轴的柱面. D. 旋转面.

4. 若  $\begin{cases} 2x+3y-z+D=0 \\ 2x-2y+2z-6=0 \end{cases}$  与  $x$  轴有交点, 则  $D = \underline{-6}$ .

解: 设交点为  $(x_0, 0, 0)$ , 代入直线方程:  $\Rightarrow x_0=3, D=-6$

5.  $A(3, -1, 2), B(1, 3, -2), C(2, 7, 6)$

$x-x_1$	$y-y_1$	$z-z_1$
$x_2-x_1$	$y_2-y_1$	$z_2-z_1$
$x_3-x_1$	$y_3-y_1$	$z_3-z_1$

(1). 求  $AB$  所在直线方程. (2).  $A, B, C$  三点所在平面. (3). 角  $\angle ABC$ .

解: (1).  $\vec{s} = \vec{AB} = (-2, 4, -4)$ .  $\therefore$  直线方程,  $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{-4}$

(2).  $\vec{AC} = (-1, 8, 4)$ .  $\vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 4 & -4 \\ -1 & 8 & 4 \end{vmatrix} = (48, 12, -12) = 12(4, 1, -1)$

平面方程,  $4(x-3) + y+1 + (-1)(z-2) = 0$  即:  $4x+y-z-9=0$ .

(3).  $\cos \angle ABC = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{(2, -4, 4) \cdot (1, 4, 8)}{\sqrt{4+16+16} \cdot \sqrt{1+16+64}} = \frac{1}{3}$

$\angle ABC = \arccos \frac{1}{3}$ .





6. 直线  $\frac{x-a}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{a}$  在平面  $3x+4y-az=3a-1$  内, 则  $a = \underline{1}$

解:  $(a, 0, 1)$  在  $\pi$  内, 代入:  $3a - a = 3a - 1, \therefore a = 1$

7. 曲线  $\begin{cases} z^2 = 5x \\ y = 0 \end{cases}$  绕  $x$  轴旋转所形成的旋转面方程为  $\underline{y^2 + z^2 = 5x}$

8. 已知  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ .

(1). 求一个同时垂直于  $\vec{a}, \vec{b}$  的单位向量.

(2). 计算以  $\vec{a}, \vec{b}$  为邻边的平行四边形面积

叉乘的几何意义

解:  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (-3, 3, 3)$

(1)  $\vec{c} = \pm \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|} = \pm \frac{1}{\sqrt{9+9+9}} (-3, 3, 3) = \pm \frac{1}{3} (-1, 1, 1)$ .

(2)  $S_{\square} = |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{9+9+9} = 3\sqrt{3}$ .

9. 平面  $x+2y-z=1$  与  $2x-y=6$  位置关系是 垂直

解:  $\vec{n}_1 = (1, 2, -1), \vec{n}_2 = (2, -1, 0), \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$

10. 曲面  $x^2 + y^2 = 9z^2$  是: (D).

A. 球面

B.  $xOz$  面上曲线  $x^2 = 9z^2$  绕  $x$  轴旋转面所

C.  $--- y = 3z \dots y \dots$

D.  $yOz \dots z \dots$

11.  $A(3, 2, -1), B(7, -2, 3)$  取点  $M$  使  $\vec{AM} = 2\vec{MB}$ , 则  $\vec{OM} = ?$

解: 设  $M(x, y, z)$ .

$\Rightarrow \begin{cases} x-3 = 14-2x \\ y-2 = -4-2y \\ z+1 = 6-2z \end{cases} \therefore (x, y, z) = (\frac{17}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{5}{3})$

$\vec{AM} = (x-3, y-2, z+1) = 2\vec{MB} = 2(7-x, -2-y, 3-z)$



12. 求 A, B. 使平面  $\pi: Ax + By + 6z - 7 = 0$  与直线  $l: \frac{x-4}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-1}{3}$  垂直.

解:  $\vec{n} = (A, B, 6), \vec{s} = (2, -4, 3)$ .

$$\pi \perp l \Rightarrow \vec{n} \parallel \vec{s} \Rightarrow \vec{n} = \lambda \vec{s}. \quad \frac{A}{2} = \frac{B}{-4} = \frac{6}{3}.$$

$$\therefore A = 4, B = -8.$$

13.  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$ . 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 3 \times 4 \times \cos \frac{\pi}{3} = 6$$

14. 过点  $(4, -1, 3)$ , 且垂直于平面  $2(x-3) + y + 5(z-1) = 0$  的直线

方程:  $\frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{5}$ .

15. 平面曲线  $4x^2 + 3y^2 = 36$ . 绕  $x$  轴旋转所生成的旋转曲面方程

$$4x^2 + 3(y^2 + z^2) = 36$$

16. 过直线  $\begin{cases} x+y+3z=0 \\ x-y-z=0 \end{cases}$  且与平面  $x+y-z=0$  垂直的平面方程.

解: 过直线的平面束:  $x+y+3z + \lambda(x-y-z) = 0$

$$\text{即 } (1+\lambda)x + (1-\lambda)y + (3-\lambda)z = 0.$$

过直线的平面与已知平面垂直.  $\therefore 1 \cdot (1+\lambda) + 1 \cdot (1-\lambda) - 1 \cdot (3-\lambda) = 0$

$$\lambda = 1. \quad \therefore \pi: 2x + 2z = 0. \quad \text{即 } x + z = 0$$

17.  $\vec{u} = (1, -2, 2), \vec{v} = (1, -3, 5)$ . 则与  $2\vec{u} - \vec{v}$  方向一致单位

解:  $2\vec{u} - \vec{v} = (1, -1, -1) \quad |2\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{3}.$

$$\therefore \vec{e} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$



18. 过点  $(4, -1, 3)$ . 且平行于直线  $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$  直线方程 \_\_\_\_\_

$\vec{S} = (2, 1, 5)$ .  $\therefore \frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{5}$

19. 一平面过点  $(1, 0, -1)$ . 通过直线  $\begin{cases} x+2y+1=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$ . 则平面方程为:

解: 平面束  $x+3y+z=0$

20.  $\vec{a} = (1, -1, 1)$ .  $\vec{b} = (-3, 1, 2t)$  垂直. 则  $t = \boxed{0}$  ( $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ )

21.  $A(1, 1, -1)$ .  $B(-2, 1, 2)$  求 (1)  $AB$  中点  $M$ . 且  $\vec{AM} = 2\vec{MB}$ .

(2)  $\vec{OM}$ . (3) 与  $\vec{OM}$  方向一致的单位向量.

解: (1) 同11题.  $M(-1, 1, 1)$

(2)  $\vec{OM} = (-1, 1, 1)$

(3)  $\vec{e}_{\vec{OM}} = \frac{\vec{OM}}{|\vec{OM}|} = \frac{(-1, 1, 1)}{\sqrt{3}}$

22. 平面过点  $(1, 1, 1)$ . 且与直线  $\begin{cases} x-y+z-1=0 \\ x+y+z=0 \end{cases}$  垂直. 求平面.

解:  $\vec{n} = \vec{S} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-2, 0, 2) = -2(1, 0, -1)$ .

点法式:  $x-1-(z-1)=0$ . 即  $x-z=0$

23. 一平面过点  $(0, 0, 0)$ . 且与直线  $\begin{cases} x+2y-4z+7=0 \\ 3x+5y-2z-1=0 \end{cases}$  垂直. 求平面.

解: 平面束.

$22x+37y-18z=0$





24. 直线  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$  与  $x-y+z=1$  位置关系. 平行.

解.  $\vec{S} = (2, 1, -1)$ ,  $\vec{n} = (1, -1, 1)$ ,  $\vec{S} \cdot \vec{n} = 0$ ,  $\vec{S} \perp \vec{n}$ ,  $\perp \parallel \pi$ .

25.  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$ . 求  $\vec{a} + \vec{b}$  与  $\vec{a} - \vec{b}$  夹角  $\theta$ .

解.  $\cos \theta = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{2}{\sqrt{4+\sqrt{3}} \sqrt{4-\sqrt{3}}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 3 - 1 = 2.$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})} = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{4 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})} = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{4 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{4 + \sqrt{3}}, \quad |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{4 - \sqrt{3}}$$

26. 过点  $(3, 1, -2)$  且与平面  $x+2z=1$ ,  $y-3z=2$  平行直线方程.

解.  $\vec{S} \perp \vec{n}_1$ ,  $\vec{S} \perp \vec{n}_2$ ,  $\vec{n}_1 = (1, 0, 2)$ ,  $\vec{n}_2 = (0, 1, -3)$

$$\vec{S} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = (-2, 3, 1)$$

$$\frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{1}$$

27. 过点  $A(3, 2, 9)$ ,  $B(-6, 0, -4)$ , 垂直于平面  $\pi: 2x - y - 4z - 8 = 0$  平面.

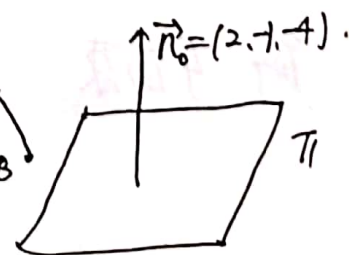
解.  $\vec{AB} = (-9, -2, -13)$ .

$$\vec{n} \perp \vec{AB}, \quad \vec{n} \perp \vec{n}_0$$

$$\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{n}_0 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -9 & -2 & -13 \\ 2 & -1 & -4 \end{vmatrix} = (-2, -6, 5)$$

$$-2(x-3) - 6(y+2) + 5(z-9) = 0$$

即:  $2x + 6y - 5z + 106 = 0$ .





28. 下列平面方程中, 过  $y$  轴 平面方程为: C  $B=D=0$ .

A.  $x+y+z=1$ . B.  $x+y+z=0$ . C.  $x+z=0$ . D.  $x+z=1$

29.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ ,  $\vec{a} \times \vec{b} = (1, -1, 1)$ .  $\tan(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

解:  $\left. \begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \theta \\ \sqrt{3} &= |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \theta \end{aligned} \right\} \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

30. 抛物面  $z = x^2 + y^2$  与抛物面  $z = 2 - x^2 - y^2$  的交线在  $xOy$  坐标面上的投影曲线.

解:  $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ z = 2 - x^2 - y^2 \end{cases}$  约去  $z$ , 得投影柱面.  $x^2 + y^2 = 1$ .

$\therefore$  投影曲线:  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$  三维空间中的柱面

加上 " $z=0$ " 这一条件限制, 形成了  $xOy$  平面上的曲线

31.  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z+3}{1}$ .  $L_2: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-1}$  的夹角.

解:  $\vec{s}_1 = (1, -4, 1)$ ,  $\vec{s}_2 = (2, -2, -1)$

$\cos \theta = \frac{|\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2|}{|\vec{s}_1| \cdot |\vec{s}_2|} = \frac{2+8-1}{\sqrt{1+16+1} \cdot \sqrt{4+4+1}} = \frac{9}{3\sqrt{18}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .  $\theta = \frac{\pi}{4}$ .

32.  $\alpha, \beta, \gamma$  是向量  $\vec{a}$  的方向角.  $\gamma < \frac{\pi}{2}$ . 若  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

则  $\gamma =$  \_\_\_\_\_

解:  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ .

$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \cos^2 \gamma = 1 \Rightarrow \cos^2 \gamma = \frac{1}{4}$

$\gamma < \frac{\pi}{2}$ ,  $\cos \gamma > 0$ .  $\therefore \cos \gamma = \frac{1}{2}$ .  $\therefore \gamma = \frac{\pi}{3}$



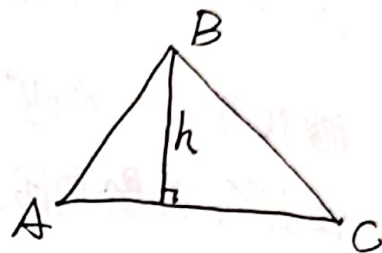
33.  $xOy$  平面上的曲线  $y=e^x$ ，绕  $x$  轴旋转一周所生成的旋转曲面方程是： $e^x = \sqrt{y^2 + z^2}$ 。

注： $\because e^x > 0$ ， $e^x = -\sqrt{y^2 + z^2}$  不存在。

34.  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(2, -2, 2)$ ,  $C(1, 1, -1)$ ，求  $\triangle ABC$  以  $AC$  边为底边所对应的高  $h$ 。

解.  $\vec{AB} = (1, -1, 0)$ ,  $\vec{AC} = (0, 2, -3)$

$$\frac{1}{2}h \cdot |\vec{AC}| = S_{\triangle} = \frac{1}{2}S_{\square} = \frac{1}{2}|\vec{AB} \times \vec{AC}|$$



35. 求过直线  $\begin{cases} 3x - 4y + z = 0 \\ 3x - y - 2z - 9 = 0 \end{cases}$  且与  $x$  轴平行的平面。

平面束：

$$\downarrow \\ y - z - 3 = 0$$

36.  $P(x, y, z)$  关于  $z$  轴对称点的坐标： $(-x, -y, z)$ 。

37.  $\vec{a} = (1, 1, 4)$ ,  $\vec{b} = (1, -2, 2)$ ，则  $\vec{a} + \vec{b}$  在  $\vec{a}$  方向上投影为  $\frac{25\sqrt{6}}{6}$ 。

$$\begin{aligned} \text{解: } \text{Pr}_{\vec{a}}(\vec{a} + \vec{b}) &= \text{Pr}_{\vec{a}}\vec{a} + \text{Pr}_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{a}| + |\vec{b}| \cos \theta = |\vec{a}| + |\vec{b}| \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} \\ &= |\vec{a}| + \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} = \sqrt{1+1+16} + \frac{1-2+8}{\sqrt{1+1+16}} = \frac{25}{\sqrt{6}} \end{aligned}$$

38.  $\vec{a} = (1, 1, 4)$ ,  $\vec{b} = (1, -2, 2)$ ，正确的是 ( )

向量点乘的结果是数，而向量叉乘的结果依旧是向量

A.  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$  都是向量. B.  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  是数.

C.  $\vec{a} \times \vec{b} = 7$ .

D.  $\vec{a} \times \vec{b} = (10, 2, -3)$ .



11.  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{a}$ . 正确的是 A

A.  $(\vec{b} + \vec{c}) \parallel \vec{a}$ . B.  $(\vec{b} - \vec{c}) \parallel \vec{a}$ . C.  $(\vec{b} + \vec{c}) \perp \vec{a}$ . D.  $(\vec{b} - \vec{c}) \perp \vec{a}$ .

解:  $\vec{a} \times \vec{b} - \vec{c} \times \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{0}$ .

12.  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  与  $z^2 = 2x$  的交线在  $xOy$  面投影. \_\_\_\_\_.

解:  $\begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2} \\ z^2 = 2x \end{cases}$  消去  $z$ , 得投影柱面.  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ .

$\therefore$  投影曲线  $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ .

13.  $\vec{a} \neq \vec{0}$ ,  $\vec{b} \neq \vec{0}$ . 则 (D.) 是错误的.

A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$  ✓

B.  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$  ✓

C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$  ✓

D.  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$  ✗

