第一章 质点的运动

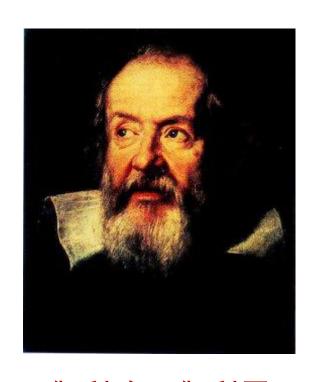
1.1 质点运动学

2 1.2 质点动力学

3 1.3 动量及机械能守恒定律

## 1.2 质点动力学

质点动力学主要研究作用于物体上的力和物体运动的变化之间的规律,核心问题是运用牛顿运动定律求解质点间相互作用力和加速度。



伽利略·伽利雷 (1564.2.15 - 1642.1.8)



艾萨克·牛顿 (1643.1.4—1727.3.31)

# 一、力

- (1) 定义: 力是物体与物体之间的相互作用;
- (2) 要素:大小、方向和作用点;
- (3) 效果: 引起物体的形变和运动状态的改变。

分类

从<mark>性质</mark>可分为万有引力、电弱相互作用(电磁 力和弱相互作用)和强相互作用。

从<mark>作用效果</mark>上可分为重力、弹性力、摩擦力、电 磁力等。

# 四种基本相互作用

力的种类	相互作用的粒子	力的强度	力程
万有引力	一切质点	$10^{-38}$	无限远
弱力	大多数粒子	$10^{-13}$	小于10 <sup>-17</sup> m
电磁力	电荷	$10^{-2}$	无限远
强力	核子、介子等	1*	$10^{-15}$ m



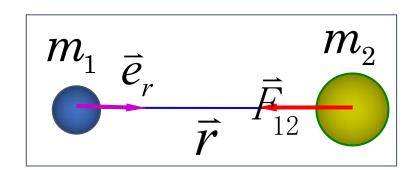
- > 三人于1979年荣获诺贝尔物理学奖。
- ▶ 鲁比亚, 范德米尔实验证明电弱相互作用, 1984年获诺贝尔奖。

```
电弱相互作用 "大统一"(尚未实现)万有引力作用
```

## 二、几种常见的力

## (1) 万有引力

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{e}_{\rm r}$$



万有引力常数 
$$G = 6.67 \times 10^{-11} \,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$$

万有引力定律只适用于两个质点。

$$\vec{P} = m \ \vec{g}$$

重力:地球对地面附近物体万有引力的分力。

$$g = Gm_E/r^2 \approx Gm_E/R^2 = 9.82 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

## (2) 弹性力:(张力、压力、支持力等)

- ——物体这种抵抗外力试图恢复原状的力称为弹性力。
- > 在弹性限度内弹性力遵从胡克定律

$$F = -kx$$

# (3) 摩擦力

——当相互接触的物体作相对运动或有相对运动的趋势 时,它们之间所产生的阻碍相对运动的力称为摩擦力。

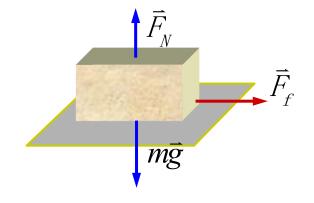
# 二、几种常见的力

- 摩擦力可分为滚动摩擦力、滑动摩擦力和静摩擦力。
- ◆ 滑动摩擦力

$$F_{\rm f} = \mu F_{\rm N}$$

◆ 静摩擦力

$$0 < F_{\rm f0} \leqslant F_{\rm f0m}$$



最大静摩擦力

$$F_{\text{f0m}} = \mu_0 F_{\text{N}}$$

ightharpoonup 一般情况下,滑动摩擦因数略小于静摩擦因数, 不做严格要求  $\mu = \mu_0$ 。

(4) 电磁相互作用:存在于一切带电体之间。

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}$$

注意: 带电粒子间的电磁力比引力强得多,约1037倍。

- (5) 核力相互作用: 只在10-15 m 的范围内起作用,短程力。
  - 1) 强相互作用:在原子核内才表现出来,其强度是 电磁力的百倍,力程: $\sim 10^{-15}$ m。
  - 2) 弱相互作用:存在于基本粒子之间,强度只是强力的百万亿分之一,力程: $\sim 10^{-17}$ m。

# 三、国际单位制(SI) 量纲

# (1) 七个基本物理量

长度(L,m); 时间(t,s); 质量(m,Kg); 电流(I,A); 热力学温度(T,K); 物质的量(v,mol); 发光强度(I,cd)

## (2) 导出量

由基本物理量通过一定函数关系导出的物理量。

## (3)量纲

不考虑数字因素时, 导出量与基本量之间的关系可以用 量纲来表示。

力学量
$$Q$$
的量纲:  $[Q] = L^p M^q T^s$ 

# 一、牛顿第一定律

## (1) 牛顿第一定律的描述

任何物体都将保持其运动状态不变,直到有其它物体对其作用迫使它改变运动状态。

数学形式:  $\vec{F} = 0$  时,  $\vec{v} =$  常矢量

(2) 惯性: 任何物体都有保持其运动状态不变的性质。

惯性参考系:物体在某参考系中,不受其他物体作用而保持静止或匀速直线运动状态,这个参考系称为惯性系;相对惯性系静止或匀速直线运动的参考系也是惯性系。

# 二、牛顿第二定律

物体动量随时间的变化率  $\mathrm{d}\bar{p}/\mathrm{d}t$  等于作用于物体的合外力 $\bar{F}=\sum_i \bar{F}_i$  ,即

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$

ightharpoonup 物体的动量  $\vec{p}=m\vec{v}$  ,当 v<<c0时,m是常量,则

$$\vec{F} = m \, \vec{a}$$

牛顿第二定律只适用于质点问题,质点的加速度与所受的合外力具有瞬时对应关系。

# 二、牛顿第二定律

直角坐标表示
$$\begin{cases}
F_x = ma_x = m \frac{dv_x}{dt} \\
F_y = ma_y = m \frac{dv_y}{dt} \\
F_z = ma_z = m \frac{dv_z}{dt}
\end{cases}$$

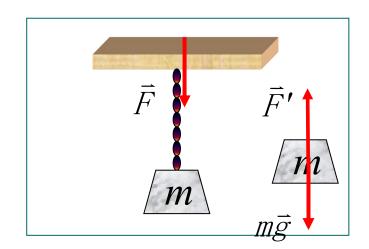
自然坐标表示
$$\begin{cases}
F_{t} = ma_{t} = m\frac{dv}{dt} = mr\alpha \\
F_{n} = ma_{n} = m\frac{v^{2}}{r} = mr\omega^{2}
\end{cases}$$

$$F_{\rm n} = ma_{\rm n} = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2$$

# 三、牛顿第三定律

两个物体之间的作用力 $\vec{F}_{12}$ 和反作用力 $\vec{F}_{21}$ ,沿同一直线、大小相等、方向相反、分别作用在两个物体上,

即  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$  。



- 作用力和反作用力是同种性质的力。
- 牛顿三定律只在惯性参考系中成立。

## 讨论:绳中的张力

绳加速时 
$$\Delta F_{T} = F_{T}(l + \Delta l) - F_{T}(l) = \lambda \Delta la$$

绳静止时 
$$F_{T}(l + \Delta l) - F_{T}(l) = 0$$

若线密度  $\lambda \to 0$ ,  $\Delta F_{\rm T} \to 0$  绳各处张力相等。

# 解题思路

- (1) 选择惯性参考系,确定研究对象,进行受力分析;
  - (隔离物体, 画受力分析图, 不要画力的分解图)
- (2) 确定作用点,建立坐标系;
- (3) 列每个方向的动力学方程;
- (4) 利用其他约束条件列补充方程;
- (5) 先用文字符号求解,后代入数据计算结果。

例 一长为 L 的悬线拉着质量为m的小球,从水平高度由静止释放,求小球在任意位置处的速率 $\nu$ 和悬线对小球的拉力 $F_{T}$ 。

解: 选取小球为研究对象, 建立自然坐标系

$$F_{t} = mg\cos\alpha = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = mv\frac{dv}{Ld\alpha}$$

$$\int_{0}^{v}vdv = \int_{0}^{\alpha}Lg\cos\alpha d\alpha \longrightarrow v = \sqrt{2Lg\sin\alpha}$$

$$F_{n} = F_{T} - m\sin\alpha = m\frac{v^{2}}{L}$$

$$F_{T} = mg\sin\alpha + m\frac{2Lg\sin\alpha}{L} = 3mg\sin\alpha$$

例 由地面沿竖直向上发射质量为m的航天飞机,求航天飞机能脱离地球引力所需的最小初速度。(地球半径  $R = 6.378 \times 10^6 m$ )

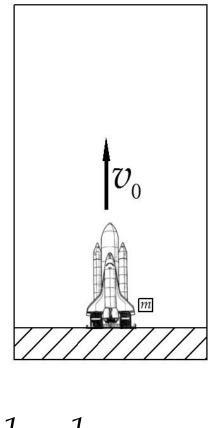
解:以地面为参考系,取竖直向上为y轴正方向

$$F = -G \frac{mM}{y^2} \approx -\frac{mgR^2}{y^2}$$

$$F = -\frac{mgR^2}{y^2} = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} = mv \frac{dv}{dy}$$

$$\int_{R}^{y} -gR^{2} \frac{dy}{y^{2}} = \int_{v_{0}}^{v} v dv \longrightarrow v^{2} = v_{0}^{2} - 2gR^{2}(\frac{1}{R} - \frac{1}{y})$$

$$y \to \infty, v \ge 0$$
  $v_0 = \sqrt{2gR} = 11.2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 



例 在倾角 $\alpha$ 固定于水平地面的光滑斜面上有两物体通过滑轮相连,已知物体的质量分别为 $m_1$ 和 $m_2$ ,且滑轮和绳子质量可忽略,试求物体的加速度 $\alpha$ 及绳子的张力 $F_T$ 。

解: 以地面为参考系

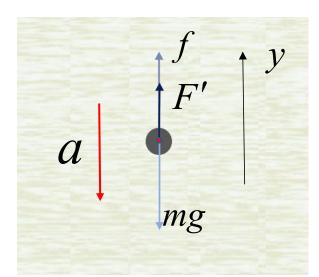
对m<sub>1</sub>: 
$$F_T - m_1 g \sin \alpha = m_1 a$$

对
$$m_2$$
:  $m_2 g - F_T = m_2 a$ 

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g \sin \alpha}{m_1 + m_2}$$

$$F_{T} = \frac{m_{1}m_{2}g(1+\sin\alpha)}{m_{1}+m_{2}}$$

例 一质量为m的小球从静止开始在流体中下落,小球所受到的黏滞阻力与物体运动速率成正比,即 f=-kv,设物体受到的浮力为  $\bar{F}'$ ,求该小球在流体中的下落速率以及终极速率。



解:以地面为参考系,取竖直向上为 y轴正方向

$$-mg + F' + kv = -ma = -m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{mg - F' - kv} = \frac{dt}{m} \qquad \longrightarrow \int_0^v \frac{dv}{mg - F' - kv} = \int_0^t \frac{dt}{m}$$

$$v = \frac{mg - F'}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t}) \qquad \longrightarrow t \to \infty \text{ fit, } v = \frac{mg - F'}{k}$$

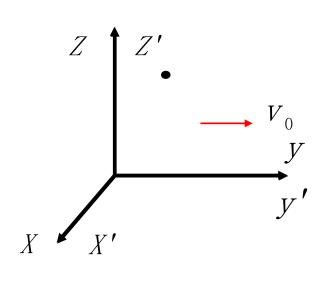
# 一、力学相对性原理

# 由伽利略速度变换式

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_o$$

因  $\vec{v}_{\alpha}$ 为常矢量,则  $\vec{a}=\vec{a}'$ 

$$\vec{F} = m\vec{a}$$
  $\vec{F}' = m\vec{a}'$ 



- 凡相对于惯性系作匀速直线运动的一切参考系都是惯性系。
- 对于不同惯性系,牛顿力学的规律都具有相同的形式,与惯性系的运动无关。

# 二、惯性系和非惯性系

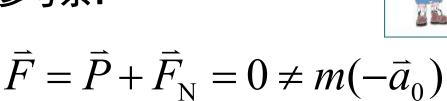
## (1) 惯性系和非惯性系

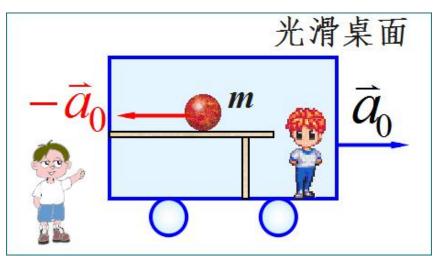
对某一特定物体, 惯性定律成立的参考系叫做惯性参考系, 相对惯性系做加速运动的参考系为非惯性参考系。

### 地面参考系:

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_{N} = 0$$

### 车厢参考系:

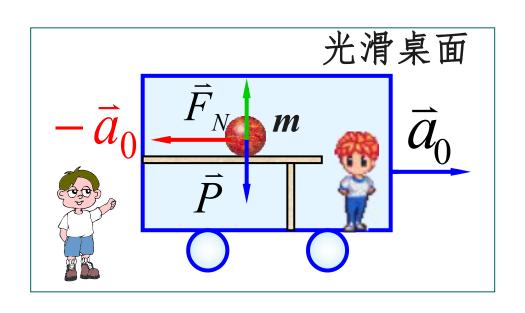




## (2) 惯性系力

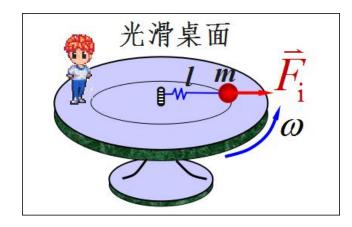
> 平动非惯性系中惯性力

$$\vec{F}_{\rm i} = -m\vec{a}_0$$



> 转动非惯性系中惯性力

$$\vec{F}_{\rm i} = -m\omega^2 l\vec{e}_{\rm n}$$



惯性力——虚拟的力——无施力物体。

例 升降机相对于地面以加速度  $\bar{a}_0$ 竖直向上运动,升降机顶部挂着一质量不计的滑轮,滑轮两边用细绳悬挂质量分别为 $m_1$ 和 $m_2$ 的货物,且 $m_1$ > $m_2$ ,试求:货物相对于升降机的加速度。

解:(1)选取升降机为参考系,取竖直向下或向上为正方向,设货物对升降机的加速度为  $\bar{a}_r$ ,分别受力分析得

对
$$\mathbf{m}_1$$
:  $m_1 g + m_1 a_0 - F_T = m_1 a_r$ 
对 $\mathbf{m}_2$ :  $F_T - m_2 g - m_2 a_0 = m_2 a_r$   $a_r = \frac{(m_1 - m_2)(g + a_0)}{m_1 + m_2}$ 

