新疆大学 20　至 20　学年第二学期期末考试

{概率论与数理统计}A 试题标准答案及评分标准

开课院（系）________学生班级 _____考试方式__闭卷

一、　填空题（本大题共 10 小题，10 个空，每空 2 分，共 20 分）

1、0.1　　2、3/4　　3、 1/2　　4、 $1/\left(2\sqrt{\pi}\right)$　　5、3

6、2；36　　7、21/25　　8、 $p(1-p)$　　9、 $F(1,1)$

二、单项选择题（本大题共 5 小题，答对一题得 2 分，共 10 分）

1、C　　2、A　　3、D　　4、B　　5、C

三、计算题(本大题共 3 小题，共 30 分)

1 、解：(1) 令 $B=\{$产品为次品$\}$，A_1，A_2 分别任取一件为甲、乙车间生产的。由全概率公式，有

$P(B)=P(B|A_1)P(A_1)+P(B|A_2)P(A_2)$

$=55\%\times3\%+45\%\times5\%=3.9\%$（4 分）

(2) 由贝叶斯公式，有

$P(A_1|B)=P(B|A_1)P(A_1)/P(B)=0.55\times0.03/0.039=0.423$（3 分）

2、解：(1) $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_1^2 kx^2dx=\frac{k}{3}x^3\big|_0^2=8k/3\Rightarrow k=3/8$（3 分）

(2) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x^3/8, & 1\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$　（4 分）

(3) $P\{1/2<X\le 2\}=F(2)-F(1/2)=63/64$　（3 分）

3. 解：(1) $1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=\int_0^1\int_0^1 C(1-x)ydxdy=C/4\Rightarrow C=4$（3 分）

(2) $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^1 4(1-x)ydy=2(1-x), & 0<x<1,\\ 0, & \text{其它}\ .\end{cases}$　（2 分）

$f_Y(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_0^1 4(1-x)ydx=2y, & 0<y<1,\\ 0, & \text{其它}\ .\end{cases}$

因为对任意实数 x，y，有 $f(x,y)=f_X(x)f_Y(x)$，所以 X 与 Y 相互独立。（2 分）

(3) $P\{X+Y\le 1\}=\int_0^1\int_0^{1-x}4(1-x)ydxdy=1/2$　（3 分）

四、统计题（本大题共 3 小题，共 30 分）

1. 解： 似然函数为：

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^n f(x_i,\theta)=\begin{cases}\theta^{-n}\left(\prod_{i=1}^n x_i\right)^{(\theta-1)}, & 0<x_i<1(i=1,2,\cdots,n)\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$　（2 分）

当 $x_i>0(i=1,2,\cdots,n)$ 时，对似然函数取对数，$\ln L=-n\ln\theta+(\theta-1)\sum_{i=1}^n\ln x_i$　（3 分）

令 $\frac{d\ln L}{d\theta}= -\frac{n}{\theta}+\left(\sum_{i=1}^{n}\ln x_i\right)=0$ （2 分）

解得 θ 的极大似然估计量为 $\hat{\theta}=n\Big/\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$ （3 分）

2. 解：（1） α=0.05， $t_{0.025}(15)=2.1315$， μ 置信区间为

$$\left(\overline{X}-t_\alpha(n-1)S\big/\sqrt{n}，\overline{X}+t_\alpha(n-1)S\big/\sqrt{n}\right)=(499.6962, 506.3038)$$ （5 分）

（2） α=0.05， $\chi^2_{0.025}(15)=27.488$， $\chi^2_{0.975}(15)=6.262$， σ^2 置信区间为

$$\left((n-1)s^2\big/\chi^2_{\alpha/2}(n-1)，(n-1)s^2\big/\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)\right)=(20.976, 92.079)$$ （5 分）

3、解:建立如下假设

$H_0:\mu=\mu_0=70$, H_1： $\mu\neq\mu_0$ （2 分）

选择统计量 $T=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S\big/\sqrt{n}}$，

在原假设成立的假定下， $T\sim t(35)$ （2 分）

对于 α=0.01， $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.005}(35)=2.724$,拒绝域为 $|T|>2.724$ （2分）.

由 $\bar{x}$=66.5， $s=15$， $n=36$，

$|T|=1.4<2.724$， （2分），

因此接受 H_0，即可以认为这次考试全体考生的平均成绩为70分。（2分）

五、应用题(10 分)

1、解: $X\sim B(100, 0.2)$， $P\{X=k\}=C_{100}^{k}0.2^{k}0.8^{100-k}, (k=0,1,\cdots,100)$ （2分）

$EX=np=100\times0.2=20$ （2分）

$DX=np(1-p)=100\times0.2\times0.8=16$ （2 分）

由于 N 较大，由棣莫夫-拉普拉斯定理， X 近似服从 $N(20, 16)$

$$P\{14<X<30\}=P\left\{\frac{14-20}{\sqrt{16}}<\frac{X-20}{\sqrt{16}}<\frac{30-20}{\sqrt{16}}\right\}$$ （2分）

$$\approx\Phi(2.5)-\Phi(-2)=0.9938-(1-0.9772)=0.9834$$ （2分）