第一章　随机事件及其概率

一、随机现象

1．确定性现象→在一定条件下必然发生的现象称为确定性现象。

2．随机现象→在一定的条件下，可能出现这样的结果，也可能出现那样的结果，而在试验或观察之前不能预知确切的结果。

二、随机试验

1．如果一个试验都具有以下的特点：

(1)可以在相同的条件下重复地进行；

(2)每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果；

(3)进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现。在概率论中，我们将具有上述三个特点的试验称为**随机试验**。

2．我们把随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为 E 的**样本空间**，记为 Ω。样本空间的元素，即 E 的每个结果，称为**样本点**，记为 ω。

3．在随机试验中，可能发生也可能不发生的事情就叫**随机事件**。随机事件常用大写字母 A、B、C、….表示，它是样本空间 Ω 的子集合。在每次试验中，当且仅当子集 A 中的一个样本点出现时，称事件 A 发生。

三、 事件间的关系与运算

设试验 E 的样本空间为 Ω，而 A, B, A_k (k=1,2,….)是 Ω 的子集。

(1)**事件的包含与相等:**若事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 A 包含事件 B，记为$B \supset A$或者$A \subset B$。若$B \supset A$且$A \supset B$，即 A=B，则称事件 A 与事件 B 相等。

(2)**事件的和:** 事件 A 与事件 B 至少有一个发生的事件称为事件 A 与事件 B 的和事件，记为 A∪B。事件 A∪B 发生意味着：或事件 A 发生，或事件 B 发生，或事件 A 与事件 B 都发生。

(3)**事件的积:**事件 A 与事件 B 都发生的事件称为事件 A 与事件 B 的积事件，记为 A∩B，也简记为 AB。事件 A∩B（或 AB）发生意味着事件 A 发生且事件 B 也发生，即 A 与 B 都发生。

(4)**事件的差:**事件 A 发生而事件 B 不发生的事件称为事件 A 与事件 B 的差事件，记为 A-B。

(5)**互不相容事件(互斥):**若事件 A 与事件 B 不能同时发生，即 AB=∅，则称事件 A 与事件 B 是互斥的，或称它们是互不相容的。若事件$A_1, A_2, \dots, A_n$中的任意两个都互斥，则称这些事件是两两互斥的。

(6)**对立事件:**"A 不发生"的事件称为事件 A 的对立事件，记为$\bar{A}$，A 和$\bar{A}$满足：$A \cup \bar{A} = \Omega$，$A\bar{A} = \emptyset$，$\bar{\bar{A}} = A$。

(7)**事件运算满足的定律**　设 A, B, C 为事件，则有

交换律：A∪B=B∪A；AB=BA。结合律:(A∪B)∪C=A∪(B∪C)；(AB)C=A(BC)。

分配律：(A∪B)C==(AC)∪(BC)；(AB)∪C=(A∪C)(B∪C)。对偶律:$\overline{A \cup B} = \bar{A}\bar{B}$；$\overline{AB} = \bar{A} \cup \bar{B}$。

四、 频率

设 E 为任一随机试验，A 为其中任一事件，在相同条件下，把 E 独立的重复做 n 次，n_A表示事件 A 在这 n 次试验中出现的次数（称为**频数**）。比值$f_n(A) = n_A/n$称为事件 A 在这 n 次试验中出现的**频率**。

五、 概率的统计定义

1．设有随机试验 E，若当试验的次数 n 充分大时，事件 A 的发生频率$f_n(A)$稳定在某数 p 附近摆动，则称数 p 为事件的**概率**，记为：P(A)=p。

2．**概率的性质**

(1)0≤P(A) ≤1；(2)P(∅)=0, P(Ω)=1 ；(3)若 AB=∅，则 P(A∪B)=P(A)+P(B)；

(4)P($\bar{A}$)=1-P(A)；(5)P(B-A)=P(A$\bar{B}$)=P(B)-P(AB)，特别地，若$A \subset B$，P(B-A)=P(B)-P(A)，P(B) ≥P(A)；

(6)对任意两个事件 A, B，有 P(A∪B)=P(A)+P(B)-P(AB)；

(7)对任意三个事件 A,B,C 有 P(A∪B∪C)=P(A)+P(B)+ P(C)-P(AB) -P(AC) -P(BC) +P(ABC)。

六、 古典概型（等可能概型）

如果做某个随机试验 E 时，只有有限个事件$A_1, A_2, \dots, A_n$可能发生，且事件$A_1, A_2, \dots, A_n$满足下面三条：

(1)发生的可能性相等（等可能性）；(2)在任意一次试验中至少有一个发生（完备性）；

(3)在任意一次试验中至多有一个发生（互不相容性）。具有上述特性的概型称为**古典概型**或**等可能概型**。$A_1, A_2, \dots, A_n$称为**基本事件**。

等可能概型中事件概率的计算：设在古典概型中，试验 E 共有 n 个基本事件，事件 A 包含了 m 个基本事件，则事件 A 的概率为 P(A)=m/n。

七、 条件概率

设 A, B 是两个事件，且 P(A)>0，称 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$ 为在事件 A 发生的条件下事件 B 发生的**条件概率。**

八、 乘法公式

由条件概率的定义容易推得概率的**乘法公式**：P(AB)=P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)

九、全概率公式与贝叶斯公式

$A_1, A_2, \dots, A_n$为样本空间 Ω 的一个事件组，且满足：

(1) 互不相容，且 $P(A_i)>0$, i=1,2,…,n；(2)$\bigcup_{i=1}^{n} A_i=\Omega$，则对 Ω 中的任意一个事件 B 都有

全概率公式：$P(B)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+\cdots+P(A_n)P(B|A_n)$

贝叶斯公式：$P(A_i|B)=\frac{P(A_iB)}{P(B)}=\frac{P(A_iB)}{P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+\cdots+P(A_n)P(B|A_n)}=\frac{P(A_iB)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)}$, i=1,2,…,n

十、 事件的独立性

1.若两事件 A，B 满足 P(AB)=P(A)P(B)，则称 A 与 B **相互独立**

2. 若四对事件{A, B}, {A, $\bar{B}$}, {$\bar{A}$, B}, {$\bar{A}$, $\bar{B}$}中有一对是相互独立的，则另外三对也是相互独立的.

3. 设 A, B, C 是三个事件，如果满足：P(AB)=P(A)P(B), P(AC)=P(A)P(C), P(BC)=P(B)P(C)

则称这三个事件 A, B, C 是**两两独立**的。

4. 设 A, B, C 是三个事件，如果满足：P(AB)=P(A)P(B), P(AC)=P(A)P(C), P(BC)=P(B)P(C), P(ABC)=P(A)P(B)P(C)

则称这三个事件 A, B, C 是**相互独立**的。三个事件相互独立一定是两两独立的，但两两独立未必是相互独立。

第二章 随机变量

一、 随机变量的定义

1．设 Ω 是随机试验 E 的样本空间，若对每个 ω∈Ω 有一个实数 X(ω) 和它对应，就得到一个定义在 Ω 上的单值实函数 X(ω) ，称 X(ω) 为随机变量。随机变量通常用英文大写字母 X,Y, Z 或希腊字母Ξ,Ψ, Z等表示。随机变量的取值一般用小写字母 x, y, z 等表示。

2．随机变量的分类

(1)离散型随机变量-所有取值可以逐个列举；

(2)连续型随机变量-全部可能取值不仅有无穷多，而且不能一一列举，充满某些区间。

二、随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，x为任意实数，称函数 $F(x)=P\{X\le x\}$ 为 X 的**分布函数。**

分布函数的性质

(1)$F(-\infty)=\lim_{x\to-\infty} F(x)=0$, $F(+\infty)=\lim_{x\to+\infty} F(x)=1$;

(2) $F(x)$是自变量x的非降函数，即当$x_1<x_2$时，必有$F(x_1)<F(x_2)$；

(3) $F(x)$对自变量x右连续，即对任意实数x，$F(x+0)=F(x)$。

(4) 对于任意实数 a, b，且$a\le b$有 $P\{a<X\le b\}=F(b)-F(a)$

三、离散型随机变量的概率分布

1．设离散型随机变量 X 可能取的值为$x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$，且 X 取这些值的概率为

$$P\{X = x_k\} = p_k, k = 1, 2, \cdots, n, \cdots$$

则称上述一系列等式为随机变量 X 的**概率分布**。

为了直观起见，有时将 X 的取值及其对应的概率列表如下

X	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	$\cdots$	$\boldsymbol{x_n}$	$\cdots$
$\boldsymbol{p}$	p_1	p	$\cdots$	p_n	$\cdots$

我们称这种表为离散型随机变量 X 的**概率分布表**。式子$P\{X = x_k\} = p_k$，$(k = 1, 2, \cdots, n, \cdots)$和概率分布表都称为离散型随机变量 X 的**分布律.**

离散型随机变量 X 的概率分布具有以下两个**性质**：

(1)非负性：$P\{X = x_k\} = p_k \geq 0$，$(k = 1, 2, \cdots, n, \cdots)$。

(2)归一性：$\sum P\{X = x_k\} = \sum p_k$=1。

四、 连续性随机变量的概率密度函数

1.设随机变量 X 的的分布函数为 F(x)，如果存在一个非负可积函数 $f(x)$，使得对于任意实数x，有

F(x)=$\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

则称 X 为连续型随机变量，而 $f(x)$称为 X 的**分布密度函数**（或**概率密度函数**），简称**分布密度**（或**概率密度**）。

由分布密度的定义及概率的性质可知**分布密度** $f(x)$**必须满足**：

(1) $f(x) \geq 0$ ，从几何上看，分布密度函数的曲线在横轴的上方；

(2) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$=1 ；

(3) 对于任意实数 a, b，且$a \leq b$有$P\{a < X \leq b\} = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx$；

(4)若 $f(x)$在点x处连续，则有$F'(x) = f(x)$.

注: 对于任意实数a有 P{X=a}=0 . 即连续型随机变量取某一实数值的概率为零。

第三章 随机向量

一、 二维随机变量及其分布函数

1. 设试验 E 的样本空间为Ω，X=X(ω)与 Y= Y(ω)是定义在Ω上的两个随机变量, 由它们构成的向量 (X,Y) 称为二维随机向量，称(X,Y)的取值规律为**二维分布.**

2. 设(X,Y)是二维随机变量，对于任意实数x, y，二元函数 F(x,y)=P{X≤x, Y≤y}称为二维随机变量(X,Y)的**分布函数**，或称为(X,Y)的**联合分布函数。**

3. 如果把二维随机变量(X,Y)看作平面上具有随机坐标(X,Y)的点，那末分布函数 F(x,y)在(x,y)处的函数值就是随机点(X,Y)落在以点(x, y)为顶点而位于该点左下方的无穷矩形域内的概率。

4. 二维随机变量的分布函数的性质

(1)$0 \leq F(x, y) \leq 1$ ；

(2)$F(x, y)$是变量x, y的不减函数，即对于任意固定的y，当$x_1 < x_2$时，有$F(x_1, y) \leq F(x_2, y)$；对于任意固定的x，当$y_1 < y_2$时，有$F(x, y_1) \leq F(x, y_2)$；

(3)对于任意固定的y，$F(-\infty, y) = \lim\limits_{x \to -\infty} F(x, y)$=0；对于任意固定的$x$，$F(x, -\infty) = \lim\limits_{y \to -\infty} F(x, y)$=0,并且 $F(-\infty, -\infty) = \lim\limits_{\substack{y \to -\infty \\ x \to -\infty}} F(x, y)$=0 ，$F(+\infty, +\infty) = \lim\limits_{\substack{y \to +\infty \\ x \to +\infty}} F(x, y)$=1;

(4)P{x_1<X≤x_2 , y_1<Y≤y_2}=F(x_2, y_2)-F(x_2, y_1)- F(x_1, y_2)+F(x_1, y_1).

二、二维离散型随机变量的概率分布

1.如果二维随机变量(X, Y)可能取的值只有有限个或可列个，则称(X,Y)为**二维离散型随机变量**。

如果(X,Y)是二维离散型随机变量，则 X, Y 均为一维离散型随机变量；反之亦成立。

2.设二维随机变量(X,Y)所有可能取的值为(x_i, y_j)，$i, j = 1,2,\cdots$；

则称$P\{X = x_i, Y = y_j\} = p_{ij}$，$i, j = 1,2,\cdots$;称为(X,Y)的**概率分布**，或称为(X,Y)的**联合分布**。

二维离散型随机变量(X,Y)的联合分布有时也用如下的概率分布表来表示：

X \ Y	y_1	y_2	⋯	y_j	⋯
x_1	p_{11}	p_{12}	⋯	p_{1j}	⋯
x_2	p_{21}	p_{22}	⋯	p_{2j}	⋯
⋮	⋮	⋮	⋯	⋮	⋮
x_n	p_{i1}	p_{i2}	⋯	p_{ij}	⋯
⋮	⋮	⋮	⋯	⋮	⋯

联合概率分布具有以下性质：

(1) $\mathrm{P}\{X = x_i, Y = y_j\} = p_{ij} >= 0$；$i, j = 1,2,\cdots$；

(2) $\sum_i \sum_j \mathrm{P}\{X = x_i, Y = y_j\} = \sum_i \sum_j p_{ij} = 1$；

(3)如果(X,Y)是二维离散型随机变量，那末它的分布函数可按下式求得

$F(x,y) = \sum_{x_i \le x} \sum_{y_j \le y} P\{X = x_i, Y = y_j\} = \sum_{x_i \le x} \sum_{y_j \le y} p_{ij}$ ，这里和式是对一切满足不等式$x_i \le x$，$y_j \le y$的i, j来求和。

三、 二维连续型随机变量的概率分布

1. 设(X,Y)是二维随机变量，如果存在一个非负函数$f(x,y)$，使得对于任意实数x, y，都有

$$F(x,y)=P\{X \le x, Y \le y\} = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f(u,v)dudv$$

则称(X,Y)是**二维连续型随机变量**，函数$f(x,y)$称为二维连续型随机变量(X,Y)的**分布密度**，或称为(X,Y)的联合密度。

二维分布密度具有以下性质：

(1) $f(x,y) \ge 0$ ； (2) $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy=1$；

(3)P{(X,Y)∈ D}=$\iint_D f(x,y)dxdy$ ，其中 D 为 XOY 平面上的任意一个区域；

(4)如果二维连续型随机变量(X,Y)的密度$f(x,y)$连续，(X,Y)的分布函数为$F(x,y)$，则$f(x,y) = \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x \partial y}$

四、 边缘分布

1.设(X,Y)是二维随机变量，称分量 X 的概率分布为(X,Y)关于 X 的边缘分布；分量 Y 的概率分布为(X,Y)关于 Y 的边缘分布。它们的分布函数与密度函数分别记作 $F_X(x), F_Y(y)$与$f_X(x), f_Y(y)$。

2. 若已知$\mathrm{P}\{X = x_i, Y = y_j\} = p_{ij}$，$i, j = 1,2,\cdots$;则随机变量 X 的概率分布为(X,Y)关于 X 的边缘分布如下：

$$p_{i\cdot} = \mathrm{P}\{X = x_i\}=\sum_j P\{X = x_i, Y = y_j\}=\sum_j p_{ij},\ i = 1,2,\cdots;$$

同样得到(X,Y)关于 Y 的边缘分布：

$$p_{\cdot j} = \mathrm{P}\{Y = y_j\}=\sum_i P\{X = x_i, Y = y_j\}=\sum_i p_{ij},\ j = 1,2,\cdots;$$

3. 设$f(x,y)$是(X,Y)的联合密度函数，则

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy,\quad f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx$$

分别是(X,Y)关于 X, Y 的边缘分布密度函数。

六、随机变量的独立性

1. 设(X,Y)是二维随机变量，如果对于任意x, y有$F(x,y)$=$P\{X \le x, Y \le y\} = P\{X \le x\}P\{Y \le y\} = F_X(x), F_Y(y)$，则称随机变量 X 与 Y 是**相互独立**的。

2. 设(X,Y)是二维离散型随机变量，p_{ij}， $p_{i\cdot}$， $p_{\cdot j}$依次是(X,Y)**,** X, Y 的概率分布，则 X, Y 相互独立的充要条件是：对于(X,Y)所有可能的取值(x_i, y_j)，$i, j = 1,2,\cdots$;都有$P\{X = x_i, Y = y_j\} = P\{X = x_i\}P\{Y = y_j\}$， 即对所有的$i, j$都有 p_{ij}= $p_{i\cdot} \times p_{\cdot j}$。

3. 设(X,Y)是二维连续型随机变量，$f(x,y), f_X(x), f_Y(y)$分别是联合密度函数与边缘密度函数，则 X, Y 相互独立的充要条件是：对任意的实数x, y，都有 $f(x,y) = f_X(x), f_Y(y)$。

七、 两个随机变量的函数的分布

1. 和的分布

已知(X,Y)的联合密度为$f(x,y)$，求 Z=X+Y 的密度函数。

Z 的分布函数 $f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(z-y,y)dy=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,z-x)dx$

特别当 X, Y 相互独立时， $f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(z-y)f_Y(y)dy=\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)f_Y(z-x)dx$；

2. M = max(X,Y) 及 N = min(X,Y) 的分布

设 X,Y 是两个相互独立的随机变量,分布函数分别为 $F_X(x)$和 $F_Y(y)$，则随机变量 M 和 N 的分布函数分别为

$$F_M(z) = F_X(z)\,F_Y(z),$$

$$F_N(z) = 1-[1-F_X(z)][1-F_Y(z)]$$

3. 设$X_1, X_2, \cdots, X_n$相互独立，且$X_k \sim N(\mu_k, \sigma_k^2)$，$k=1,2,\ldots,n$，则其和$Z = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$仍服从正态分布，且

$$Z \sim N(\textstyle\sum_{k=1}^{n} \mu_k, \sum_{k=1}^{n} \sigma_k^2)$$

第四章 随机变量的数字特征

一、 数学期望：

1. 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X=x_k\}=p_k$，$k=1,2,\ldots$.若级数$\sum_{i=1}^{\infty} x_k P\{X=x_k\} = \sum_{i=1}^{\infty} x_k p_k$绝对收敛，则称其为随机变量 X 的**数学期望**或**均值**．记为$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_k p_k$．若级数$\sum_{i=1}^{\infty} |x_k p_k|$发散，则称随机变量 X 的**数学期望不存在．**
2. ．设连续型随机变量 X 的分布密度函数为$f(x)$，若积分$\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$绝对收敛，则称其为 X 的**数学期望**或**均值**．记为$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$.
3. 随机变量的函数的数学期望

设 Y 为随机变量 X 的函数$Y = g(X)$ (g 是连续函数)

(1) X 是离散型随机变量，分布律为 $P\{X=x_k\}=p_k$，$k=1,2,\ldots$；若级数$\sum_{i=1}^{\infty} g(x_k)p_k$绝对收敛，则有

$$E(Y) = E[g(X)] = \sum_{i=1}^{\infty} g(x_k)p_k。$$

(2) X 是连续型随机变量，它的分布密度为$f(x)$，若积分$\int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)dx$绝对收敛，则有

$$E(Y) = E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)dx。$$

4. 设 Z 是随机变量(X, Y)的连续函数 Z=g(X, Y)

(1) 设(X, Y)是二维离散型随机变量，联合分布律为$P\{X=x_i, Y=y_j\} = p_{ij}$，$i,j=1,2,\cdots$;；则有

$$E(Z)=E[g(X,Y)]=\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty} g(x_i,y_j)p_{ij} \quad \text{(设该级数绝对收敛)；}$$

(2) 设(X, Y)是二维连续型随机变量，联合分布密度为$f(x,y)$，则有

$$E(Z)=E[g(X,Y)]=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} g(x,y)f(x,y)dxdy \text{(设该积分绝对收敛)。}$$

5. 数学期望的性质

(1)设 C 是常数，则有 $E(C)=C$；

(2)设 X 是随机变量，设 C 是常数，则有 $E(CX)=CE(X)$；

(3)设 X, Y 是随机变量，则有 $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$；

(4)设 X, Y 是相互独立的随机变量，则有 $E(XY)=E(X)E(Y)$。

二、 方差

1. 方差的概念

设 X 是随机变量，$E\{[X-E(X)]^2\}$存在，就称其为 X 的**方差**，记为 D(X)(或 Var(X))，即

$$D(X)= E\{[X-E(X)]^2\}$$

称$\sqrt{D(X)}$为**标准差**.

2. 方差的计算

(1) $D(X)=E(X^2)-E^2(X)$；

(2) X 是离散型随机变量，分布律为 $P\{X=x_k\}=p_k$，$k=1,2,\ldots$;；则$D(X) = \sum_{i=1}^{\infty}[x_k - E(X)]^2 p_k$；

(3) X 是连续型随机变量，它的分布密度为$f(x)$，则$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty}[x-E(X)]^2 f(x)dx$。

3. 方差的性质

(1)设 C 是常数，则有 D(C)=0；

(2)设 X 是随机变量，设 C 是常数，则有 D(CX)= C^2D(X)；

(3)设 X, Y 是相互独立的随机变量，则有 D(X+Y)=D(X)+D(Y)；

(4)设$X_1, X_2, \cdots, X_n$是相互独立的随机变量，则$D(\sum_{i=1}^{n} C_i X_i) = \sum_{i=1}^{n} C_i^2 D(X_i)$。

三、协方差及相关系数、矩

1. 协方差及相关系数的定义

设有二维随机变量(X, Y)，如果$E[X-E(X)][Y-E(Y)]$存在，则称$E[X-E(X)][Y-E(Y)]$为随机变量 X 与 Y 的**协方差**．记为 Cov(X, Y)，即

$$\mathrm{Cov}(X, Y)= E[X-E(X)][Y-E(Y)]$$

称$\rho_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$为随机变量 X 与 Y 的**相关系数**．若 Cov(X, Y)=0，称 X 与 Y **不相关**.

2. 协方差与相关系数的性质

协方差的性质

(1) Cov(X, Y)= Cov(Y, X)；

(2) Cov(X, Y)=E(XY)-E(X)E(Y)；

(3) D(X±Y)=D(X)+D(Y) ±2 Cov(X, Y)；

(4) Cov(aX, bY)=ab Cov(X, Y)；

(5) Cov(X+Y, Z)= Cov(X, Z)+ Cov(Y, Z)；

(6) 若 X 与 Y 相互独立，则 Cov(X, Y)=0，即 X 与 Y 不相关；反之，若 X 与 Y 不相关，X 与 Y 不一定相互独立；

(7) 设 X 是随机变量，设 C 是常数, 则有 Cov(X, C)=0。

相关系数的**性质**

(1)$|\rho_{XY}| \le 1$；

(2) 若 X 与 Y 相互独立，则$\rho_{XY} = 0$；

(3) 当 X 与 Y 有线性关系时，即当 Y=aX+b（a, b 为常数，a≠0）时，$|\rho_{XY}| = 1$，且$\rho_{XY} = \begin{cases} 1, a > 0 \\ -1, a < 0 \end{cases}$；

(4) $|\rho_{XY}| = 1$的充要条件是，存在常数 a, b 使 P{Y=aX+b}=1。

3. 矩

设 X 与 Y 是随机变量，若$E(X^k), k=1,2,\cdots$存在，称它为 X 的 k 阶**原点矩**，简称 k 阶**矩**．若$E\{[X-E(X)]^k\}, k=1,2,\cdots$存在，称它为 X 的 k 阶**中心矩**．若$E(X^kY^l), k,l=1,2,\cdots$存在，称它为 X 和 Y 的$k+l$阶**混合矩**．若$E\{[X-E(X)]^k[Y-E(Y)]^l\}, k,l=1,2,\cdots$存在，称它为 X 和 Y 的$k+l$阶**混合中心矩**.

第五章　　大数定理与中心极限定理

一、(切比雪夫不等式)设随机变量 X 有期望 m 和方差 σ^2，则对任给的 ε, 有

$$P\{|X-\mu| < \varepsilon\} \geqslant 1 - \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2} \text{ 或 } P\{|X-\mu| \ge \varepsilon\} \leqslant \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

二、设 $X_1, X_2, \ldots$是一随机变量序列。如果对任意的 n>1， $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$相互独立,则称 $X_1, X_2, \ldots$相互独立。

三、(切比雪夫大数定律)设随机变量序列 $X_1, X_2, \ldots$ 相互独立，且有相同的期望和方差:

$E(X_i)=\mu$, $D(X_i)=\sigma^2$，i=1, 2, …则对任意的 ε>0，有

$$\lim_{n\to\infty} P\{|\bar{X}_n - \mu| < \varepsilon\} = 1 \text{ 其中} \bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

四、(贝努里大数定律)设 n_A 是 n 重贝努里试验中事件 A 发生的频数， p 是 A 发生的概率，对任给的 ε> 0，有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{n_A}{n} - p\right| < \varepsilon\right\} = 1 \text{或} \lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{n_A}{n} - p\right| \ge \varepsilon\right\} = 0$$

五、(辛钦大数定律)设随机变量序列 $X_1, X_2, \ldots$ 独立同分布，有有限的数学期 $E(X_i)=\mu$, i=1,2,⋯， 则对任给 ε> 0 ，有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i-\mu\right|<\varepsilon\right\}=1\text{或}\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i-\mu\right|\geq\varepsilon\right\}=0$$

六、(列维——林德伯格定理)设 $X_1, X_2, \ldots$ 是独立同分布随机变量序列，且 $E(X_i)=\mu$, $D(X_i)=\sigma^2$ (i=1，2，…)，对任给 $x\in(-\infty,+\infty)$，均有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i-n\mu}{\sigma\sqrt{n}}\leq x\right\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\Phi(x)$$

七、(棣莫佛——拉普拉斯定理)设随机变量 Y_n 服从参数为 (n, p) 的二项分布($0<p<1$)，则对任意 $x\in(-\infty,\infty)$，均有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{Y_n-np}{\sqrt{np(1-p)}}\leq x\right\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\Phi(x)$$

第六章　样本与统计量

一、总体与样本

在数理统计中，研究问题所涉及对象的全体称为**总体**，总体中的每个成员称为**个体**。

为评价某种产品质量的好坏，通常的做法是：从全部产品中随机(任意)地抽取一些样品进行观测(检测)，统计学上称这些样品为一个**样本**

对一个总体，如果用 X 表示其数量指标，那么，X 的值对不同的个体就取不同的值。因此，如果我们随机地抽取个体，则 X 的值也就随着抽取个体的不同而不同，所以，X 是一个随机变量。

既然总体是随机变量 X，自然就有其概率分布。我们把 X 的分布称为**总体分布**。

总体的特性是由总体分布来刻画的。因此，常把总体和总体分布视为同义语。.

二、统计量

不含任何未知参数的样本的函数称为统计量，设$X_1, X_2, \cdots, X_n$为总体 X 的样本，则下列各量均是统计量。

(1) $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_i^n X_i$，$\bar{X}$称为样本均值。

(2)$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_i^n (X_i-\bar{X})^2$，$S^2$称为样本方差。

(3)$S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_i^n (X_i-\bar{X})^2}=\sqrt{S}$, S 称为样本标准差。

(4)$A_k=\frac{1}{n}\sum_i^n X_i^k$, A_k称为样本k阶原点矩。

(5)$B_k=\frac{1}{n}\sum_i^n (X_i-\bar{X})^k$，$B_k$称为样本$k$阶中心矩

三、χ^2分布

1. 设$X_1, X_2, \cdots, X_n$为相互独立的随机变量，它们都服从标准正态 N(0,1)分布，则称随机变量$Y=X_1^2+X_2^2+\cdots+X_n^2$
服从自由度为 n 的χ^2**分布**，记作$Y\sim\chi^2(n)$.

2. 设$Y\sim\chi^2(n)$, 则 $E(Y)=n$, $D(X)=2n$. 。

3. 设Y_1, Y_2是相互独立的随机变量，$Y_1\sim\chi^2(n)$，$Y_2\sim\chi^2(m)$，则$Z=Y_1+Y_2\sim\chi^2(n+m)$

四、 t 分布和 F 分布

1.设 X~N(0,1)，$Y\sim\chi^2(n)$，X 与 Y 独立，则称随机变量$T=\frac{X}{\sqrt{Y/n}}$服从自由度为 n 的 t **分布**，记成 T~t(n).

2. 设$X\sim\chi^2(n)$，$Y\sim\chi^2(m)$，X 与 Y 独立，则称随机变量$F=\frac{X/n}{Y/m}$
服从自由度为 (n, m)的 F **分布**，记成 F~F(n, m).

五、 分位数（点）

设 X 的分布函数为 F(x)，对于任意给定的数 $\alpha(0<\alpha<1)$满足 $P\{X>\lambda\}=\alpha$ 所决定的数 λ 称为分布 F(x)的上 α 分位数。

(1) 若随机变量 X 服从标准正态分布，即 X~N(0,1)，对于任意给定的数 $\alpha(0<\alpha<1)$称由 $P\{X>\lambda\}=\alpha$ 所决定的数 λ 称为标准正态分布的上 α 分位数，记作 z_α， 即 $\lambda=z_\alpha$， $z_\alpha=-z_{1-\alpha}$。

(2)若随机变量 $X\sim\chi^2(n)$，对于任意给定的数 $\alpha(0<\alpha<1)$称由满足 $P\{X>\lambda\}=\alpha$ 所决定的数 λ 称为自由度为 n 的 χ^2 的上 α 分位数, 记作 $\chi_\alpha^2(n)$，即 $\lambda=\chi_\alpha^2(n)$。

(3)若随机变量 $X\sim t(n)$，对于任意给定的数 $\alpha(0<\alpha<1)$称由 $P\{X>\lambda\}=\alpha$ 所决定的数 λ 称为自由度为 n 的 t 分布的上 α 分位数, 记作 $t_\alpha(n)$, 即 $\lambda=t_\alpha(n)$, $t_\alpha(n)=-t_{1-\alpha}(n)$。

(4)若 $X\sim F(m, n)$，对于任意给定的数 $\alpha(0<\alpha<1)$称由 $P\{X>\lambda\}=\alpha$ 所决定的数 λ 称为称为第一自由度为 m，第二自由度为 m 的 F 分布的上α 上分位数，即 $\lambda=F_\alpha(m, n)$，$F_\alpha(m,n)=\frac{1}{F_{1-\alpha}(n,m)}$。

六、 正态总体的抽样分布

设总体 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为总体 X 的样本，$\overline{X}$为样本均值，S^2 为样本方差，则

(1) $\bar{X}\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$或$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$；

(2) $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(n)$

(2) $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$；

(3) $\overline{X}$与S^2相互独立；

(4) $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$.

第七章 参数估计

一、 矩估计法

若总体 X 的 k 阶矩存在，$E(X^k)=a_k$，用样本 k 阶原点矩$A_k=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^k$来近似总体的 k 阶矩 a_k，这种用样本原点矩去估计总体相应原点矩的方法，一般地，若总体的分布有 m 个参数$\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_m$，则显然，总体的 k 阶矩（$k\leqslant m$）a_k 如果存在的话，必依赖这些参数，即

$$a_k=a_k(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_m), k=1,2,\cdots,m$$

按照用样本矩近似真实矩的原则，可得方程

$$\begin{cases} A_1=a_1(\theta_1,\theta_2,\cdots,m) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ A_m=a_m(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_m) \end{cases}$$

若上述关于$\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_m$的方程组有唯一的解

$$\hat{\theta}=(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2,\cdots,\hat{\theta}_m)$$

则称$\hat{\theta}_i$是θ_i的**矩估计量**或矩估计。

二、 极大似然估计

关键有两步：第一步写出某样本$X_1,X_2,\cdots,X_n$出现概率的表达式$L(\theta)$，对于离散型总体 X，设它的分布列为$p(k_i,\theta), i=1,2,\cdots$，则样本出现的概率为

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}p(X_i,\theta)$$

对于固定的样本，$L(\theta)$是参数θ的函数，我们称之为**似然函数**。第二步则是求$\hat{\theta}$, 使得 $L(\theta)$ 达到最大，此$\hat{\theta}$即为所求的参数θ的极大似然估计。这里还需要着重强调几点：

(1) 当总体 X 是连续型随机变量时似然函数。

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i,\theta)$$

(2) 为了计算方便，常对似然函数$L(\theta)$取对数，并称$ln[L(\theta)]$为**对数似然函数**

(3)对对数似然函数关于θ_i求导，再令之为 0，即得

$$\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial\theta_i}=0,\quad \theta=(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_m),\quad i=1,2,\cdots,m$$

解上述方程，即得到θ_i的**极大似然估计**.

三、估计量的评价准则

1. 设$\hat{\theta}=\hat{\theta}(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是$\theta$的一个估计量，若$E(\hat{\theta})=\theta$，则称$\hat{\theta}$是$\theta$的**无偏估计量**

2. $\hat{\theta}=\hat{\theta}(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是随机变量，通常用其均值衡量估计误差的大小，为了防止求均值时正、负误差相互抵消，我们先将其平方后再求均值，并称其为均方误差，即 MSE($\hat{\theta}$)=E($\hat{\theta}-\theta$)。对θ的两个估计$\hat{\theta}_1$和$\hat{\theta}_2$哪个估计的均方误差小，就称哪个估计比较优，这种判定估计优劣的准则为“均方误差准则”。 均方误差可分解成两部分: MSE($\hat{\theta}$)=D($\hat{\theta}$)+[E($\hat{\theta}$)-θ]^2。

四、区间估计

1. 对于参数θ，如果有两个统计量$\hat{\theta}_1=\hat{\theta}_1(X_1,X_2,\cdots,X_n)$，$\hat{\theta}_2=\hat{\theta}_2(X_1,X_2,\cdots,X_n)$，对给定的$\alpha\in(0,1)$，满足$P\{\hat{\theta}_1\le\theta\le\hat{\theta}_2\}=1-\alpha$，则称区间$[\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2]$是θ的一个区间估计或置信区间，$\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$分别称作置信下限、置信上限，$1-\alpha$称为置信水平。

2.设 0<α<1，对随机变量 X，称满足 P(X>z_α)=α 的点 z_α为 X 的上α分为点

3.总体方差 σ 已知时将总体期望μ 按已知置信度进行区间估计:$\left[\bar{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\frac{\alpha}{2}},\ \bar{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\alpha/2}\right]$

4.总体方差 σ 未知时将总体期望μ 按已知置信度进行区间估计:$\left[\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\ \bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right]$

5.总体期望 μ 已知时将总体方差σ 按已知置信度进行区间估计:$\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)},\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right]$

6.总体期望 μ 未知时将总体方差σ 按已知置信度进行区间估计:$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)},\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right]$

7. 当σ_1^2，σ_2^2均已知，总体期望之差$\mu_1-\mu_2$ 按已知置信度进行区间估计:

$$[\bar{X}-\bar{Y}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{m}},\ \bar{X}-\bar{Y}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{m}}]$$

8.当σ_1^2=σ_2^2=σ^2，但σ未知，总体期望之差$\mu_1-\mu_2$ 按已知置信度进行区间估计:

$$[\bar{X}-\bar{Y}-t_{\alpha/2}(n+m-2)S_\omega\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}},\ \bar{X}-\bar{Y}+t_{\alpha/2}(n+m-2)S_\omega\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}]$$

其中$S_\omega^2=\frac{(n-1)S_1^2+(m-1)S_2^2}{n+m-2}$

9. 当$\mu_1-\mu_2$均已知，总体方差比σ_1^2/σ_2^2 按已知置信度进行区间估计:

$$[\frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)}\frac{m\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_1)^2}{n\sum_{i=1}^{m}(Y_i-\mu_2)^2},\quad \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)}\frac{m\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_1)^2}{n\sum_{i=1}^{m}(Y_i-\mu_2)^2}\ ]$$

10. 当$\mu_1-\mu_2$均未知，总体方差比σ_1^2/σ_2^2 按已知置信度进行区间估计:

$$[\frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)}\frac{S_1^2}{S_2^2},\quad \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)}\frac{S_1^2}{S_2^2}\ ]$$

一个正态总体参数的区间估计

总体期望μ 按已知置信度进行区间		总体方差σ 按已知置信度进行区间估计	
总体方差σ已知	$\left[\bar{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\alpha/2},\quad \bar{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\alpha/2}\right]$	总体期望 μ 已知	$\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)},\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right]$
总体方差σ未知	$\left[\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right]$	总体期望 μ 未知	$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)},\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right]$

两个正态总体参数的区间估计(其中$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自正态总体$X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$的样本，$Y_1$，$Y_2$，$\cdots$，$Y_m$是来自正态总体$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$的样本而且两个总体相互独立，$S_\omega^2=$

$\frac{(n-1)S_1^2+(m-1)S_2^2}{n+m-2}$)。

总体期望之差$\mu_1-\mu_2$ 按已知置信度进行区间		总体方差σ 按已知置信度进行区间估计	
当σ_1^2，σ_2^2均已知	$\left[\bar{X}-\bar{Y}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{m}},\ \bar{X}-\bar{Y}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{m}}\right]$	当 $\mu_1-\mu_2$ 均已知	$\left[\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)}\frac{m\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_1)^2}{n\sum_{i=1}^{m}(Y_i-\mu_2)^2},\ \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)}\frac{m\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_1)^2}{n\sum_{i=1}^{m}(Y_i-\mu_2)^2}\right]$
当σ_1^2=σ_2^2=σ^2，但σ未知	$\left[\bar{X}-\bar{Y}-t_{\alpha/2}(n+m-2)S_\omega\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}，\bar{X}-\bar{Y}+t_{\alpha/2}(n+m-2)S_\omega\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}\right]$	当 $\mu_1-\mu_2$ 均未知	$\left[\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)}\frac{S_1^2}{S_2^2},\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)}\frac{S_1^2}{S_2^2}\right]$

第八章 假设检验

一、 基本概念

1.一个待检验的假设记为“**原假设**”或“**零假设**”,记成“H_0”，原假设的对立面是，称为“**对立假设**”或“**备择假设**”，记成 “H_1”。
2.当检验一个假设 H_0 时，有可能犯以下两类错误之一：H_0 是正确的，但被我们拒绝了，这就犯了“**弃真**”的错误，即抛弃了正确假设；H_0 是不正确的，但被我们接受了，这就犯了“**取伪**”的错误，即采用了伪假设。检验统计量总是随机的，所以，我们总是以一定的概率犯以上两类错误。通常用 α 和 β 记犯第一、第二类错误的概率，即α=P{拒绝 $H_0|H_0$ 为真}，β=P{接受 $H_0|H_0$ 为假}，在检验问题中，犯“弃真”和“取伪”两类错误都总是不可避免的，并且减少犯第一类错误的概率，就会增大犯第二类错误的概率;反之亦然。犯两类错误的概率不能同时得到控制。
3.统计学中，通常控制犯第一类错误的概概率。一般事先选定一个数 $\alpha(0<\alpha<1)$，要求犯第一类错误的概率不超过 α，即 P{犯第一类错误}≤α。称 α 为假设检验的**显著性水平**，简称水平。

二、单正态总体 N(μ, σ²)均值 μ 的检验

一个正态总体均值检验的拒绝域

假 设		拒绝域应满足的条件	
H_0	H_1	σ^2 已知	σ^2 未知
		$Z=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(01)$	$T=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n\text{-}1)$
$\mu=\mu_0$	$\mu\neq\mu_0$	$\lvert Z\rvert>z_{\alpha/2}$	$\lvert T\rvert>t_{\alpha/2}(n-1)$
$\mu\le\mu_0$	$\mu>\mu_0$	$Z>z_\alpha$	$T>t_\alpha(n-1)$
$\mu\ge\mu_0$	$\mu<\mu_0$	$Z<-z_\alpha$	$T<-t_\alpha(n-1)$

一个正态总体方差检验的拒绝域

假 设		拒绝域应满足的条件	
H_0	H_1	μ已知	μ未知
		$\chi^2=\frac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(n)$	$\chi^2=(n-1)\frac{S^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n\text{-}1)$

$\sigma^2=\sigma_0^2$	$\sigma^2\neq\sigma_0^2$	$\chi^2>\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)$或 $\chi^2>\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)$	$\chi^2>\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$或 $\chi^2>\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$
$\sigma^2\leq\sigma_0^2$	$\sigma^2>\sigma_0^2$	$\chi^2>\chi^2_{\alpha}(n)$	$\chi^2>\chi^2_{\alpha}(n-1)$
$\sigma^2\geq\sigma_0^2$	$\sigma^2<\sigma_0^2$	$\chi^2<\chi^2_{1-\alpha}(n)$	$\chi^2<\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$

三、 两个正态总$X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$和$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$的假设检验

设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自正态总体$X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$的样本，$Y_1$，$Y_2$，$\cdots$，$Y_m$是来自正态总体$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$的样本而且两个总体相互独立。

检验统计量	原假设 H_0	备则假设 H_1	拒绝域
σ_1^2，σ_2^2已知$Z=\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\sigma_1^2/n+\sigma_2^2/m}}$	$\mu_1=\mu_2$	$\mu_1\neq\mu_2$	$\|Z\|>z_{\alpha/2}$
	$\mu_1\leq\mu_2$	$\mu_1>\mu_2$	$Z>z_\alpha$
	$\mu_1\geq\mu_2$	$\mu_1<\mu_2$	$Z<-z_\alpha$
σ_1^2=σ_2^2但未知$T=\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{S_\omega\sqrt{1/n+1/m}}$	$\mu_1=\mu_2$	$\mu_1\neq\mu_2$	$\|T\|>t_{\alpha/2}(n+m-2)$
	$\mu_1\leq\mu_2$	$\mu_1>\mu_2$	$T>t_\alpha(n+m-2)$
	$\mu_1\geq\mu_2$	$\mu_1<\mu_2$	$T<-t_\alpha(n+m-2)$
μ_1与μ_2已知F=$\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(X_i-\mu_1)^2}{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^m(Y_i-\mu_2)^2}$	$\sigma_1^2=\sigma_2^2$	$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$	$F<F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n,m)$ 或 $F>F_{\frac{\alpha}{2}}(n,m)$
	$\sigma_1^2\leq\sigma_0^2$	$\sigma_1^2>\sigma_2^2$	$F>F_\alpha(n,m)$
	$\sigma_1^2\geq\sigma_0^2$	$\sigma_1^2<\sigma_2^2$	$F<F_{1-\alpha}(n,m)$
μ_1与μ_2未知F=$\frac{S_1^2}{S_2^2}$	$\sigma_1^2=\sigma_2^2$	$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$	$F<F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)$ 或 $F>F_{\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)$
	$\sigma_1^2\leq\sigma_0^2$	$\sigma_1^2>\sigma_2^2$	$F>F_\alpha(n-1,m-1)$
	$\sigma_1^2\geq\sigma_0^2$	$\sigma_1^2<\sigma_2^2$	$F<F_{1-\alpha}(n-1,m-1)$

常用分布的数学期望和方差

	名称	记法	分布或密度	期望	方差
1	两点分布	$X\sim B(1,p)$	$P\{X=k\}=p^k(1-p)^{1-k}$； $k=0,1$	p	$p(1-p)$
2	二项分布	$X\sim B(n,p)$	$P\{X=k\}=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$；$k=0,1,\ldots,n$	np	$np(1-p)$
3	泊松分布	$X\sim P(\lambda)$	$P\{X=k\}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda},k=0,1,2,\cdots$	λ	λ
4	几何分布	$X\sim G(p)$	$P\{X=k\}=p(1-p)^{k-1}$ ； $k=1,2,3,\ldots,$	$1/p$	$(1-p)/p^2$

5	均匀分布	X~U(a, b)	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, a<x<b\\ 0, 其它\end{cases}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
6	指数分布	X~E(λ)	$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, x>0\\ 0, 其它\end{cases}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
7	正态分布	X~N(μ , σ^2)	$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $-\infty<x<+\infty$	μ	σ^2

试卷(1)

一、填空题

1.设 P(A)=0.2 ，P(AUB)=0.6，若 A,B 互斥，则 P(B)=_____ 。

2. 设 P(A)=0.8，P(B|A)=0.4，则 P(AB)=__________。

3. 设 X~B(6, p)，E(X)=3.6，则 p=____________。

4. 设 X~P(λ)，且 P{X=1}=P{X=2}，则λ=_________。

5. 将一颗均匀的骰子连掷两次，则两次出现的点数之和等于 **9** 的概率为___________。

6.设 X~U(1, 3)，Y~B(5, 0.6)且机变量 X ，Y 相互独立，则 D(X-Y-1)=__________。

7. 设随机变量 X 的期望为 μ，方差为 D(X)=2，利用切比雪夫不等式估计 P{|X-μ|<2}> _______。

8. 设 X_1，X_2， …，X_{10} 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$的简单样本，$\bar{X}$是样本均值，S^2 是样本方差，则统计量 $9S^2/\sigma^2$ 服从 ________。

9. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是总体 $N(\mu, \sigma^2)$的样本，则___________可以作为σ^2的无偏估计量。

10. 若随机变量 X 与 Y 有 D(X)=4，D(Y)=1，Cov(X,Y)=1，则 D(X+2Y)= ______。

11. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，样本 $X_1, X_2, \dots, X_n$，当μ已知时，则假设$\mathrm{H_0}:\sigma^2 \geq \sigma_0^2 \leftrightarrow H_1:\sigma^2 < \sigma_0^2$的检验统计量为______，拒绝域为______，其中显著性水平为α 。

二、解答题

1. 射手对目标独立射击 5 发,单发命中概率为 0.6，求

(1)恰好命中两发的概率;

(2)至多命中 3 发的概率；

(3)至少命中一发的概率。

2. 仓库中有 10 箱统一规格的产品，其中 2 箱由甲厂生产，3 箱由乙厂生产，5 箱由丙厂生产，三厂产品的合格率分别为 85%，80%和 90%，从这 10 箱中任取一箱，再从该箱中任取一件。

(1) 求这批产品的合格率;

(2)已知该件产品为合格品，求此产品属于甲厂生产的概率。

3. 已知二维随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}A(1+y+xy), 0\leq x\leq 2, 0\leq y\leq 1\\ \qquad 0\text{，}\qquad \text{其它}\end{cases}$

(1) 试确定常数 C;

(2) 求 X 和 Y 的边缘分布并判断 X 和 Y 是否独立；'

(3) 求 P{X<1，Y>-1}。

4. 设 X 与 Y 相互独立，都服从[0，2]区间上的均匀分布，求 E(XY)和 D(XY)。

5. 设总体 X 具有概率密度$f(x,\theta)=\begin{cases}\theta x^{\theta}, 0\leq x\leq 1\\ \quad 0\text{，其它}\end{cases}$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$为一样本，未知参数 θ>0，求 θ 的矩估计量和最大似然估计。

6. 机器自动包装某食品，设每袋食品的净重量服从正态分布，从中随机抽查 9 袋，测得净重为：9, 12, 11, 8, 7, 13, 9, 14, 12 试求 μ 的置信度为 0.90 的置信区间

(已知 $z_{0.1}$=1.29, $z_{0.05}$=1.65, $t_{0.05}(8)$=1.8595, $t_{0.1}(8)$=1.3968)

（1）σ^2=4已知；

（2）σ未知。

7. 某天开工时，需检验自动包装机工作是否正常，根据以往的经验，其包装的质量在正常情况下服从正态分布 $N(100,1.5^2)$(单位：kg)，先抽测了 9 包，其质量为：

99.3，98.7，100.5，101.2，98.3，99.7，102.0，100.5，99.5

问这天包装机工作是否正常？(显著性水平α=0.05, $z_{0.025}$=1.96, $z_{0.05}$=1.65)

试卷(2)

一、填空题

1、在图书馆中随意抽取一本书，事件：A 表示数学书，B 表示中文书，C 表示平装书，则$AB\bar{C}$ 表示____。

2、设 $P(A)=p$, $P(B)=q$ 且事件 A 与 B 独立，则 $P(A\cup B)=$___________。

3、某射手射击的命中率为 **0.6**，在 **4** 次射击中两次且只有前两次命中的概率是______。

4、袋中有 4 个白球和 5 个黑球. 现从中任取两个球. 则两个球均为白球的概率为______。

5、设随机变量 X 服从二项分布 B(8,0.2)，则 D(X)=________。

6、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，X_1, X_2, X_3 是来自 X 的样本，常数 b=__时，$\hat{\mu}=\frac{1}{3}X_1+bX_2+\frac{1}{4}X_3$为 μ 的无偏估计。

7、设总体 X 服从正态 $N(\mu,\sigma^2)$，则统计量$\bar{X}$服从____________分布。

8、设随机变量 X 的概率分布列为 P(X=0)=0.5, P(X=1)=0.3, P(X=2)=0.2； 则 E(X)= ________。

9、设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立且服从 $N(0,1)$，则随机变量$Y=X_1^2+X_2^2+X_3^2$服从 ________分布。

10、设 $X\sim N(10,0.01^2)$，则 P{9.977<X<10.023}=_____ 。（已知 Φ(2.3)=0.9893）。

11. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，样本 $X_1, X_2, \dots, X_n$，当σ^2已知时，则假设$H_0: \mu=\mu_0 \leftrightarrow H_1: \mu=\mu_0$的检验统计量为______，拒绝域为______，其中显著性水平为α。

二．解答题

1. 已知 10 把钥匙中 3 把能打开门，今任取两把，求能打开门的概率。

2. 设同一年级有两个班：一班 30 名学生，其中 10 名女生；二班 20 名学生，其中 8 名女生；在两个班中任选一个班，然后从中挑选一名学生，求选出的是女生的概率。

3.设随机变量 X 与 Y 的联合概率分布如下, 求

(1) Y 的概率分布；(2) 2X+3Y 的概率分布; (3) E(X)

Y \ X	0	1	2
0	0.1	0.25	0.15
1	0.15	0.2	0.15

4. 设随机变量 X 的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases}Ax(x+1), 0\le x\le 1\\ 0\ ,\text{其它}\end{cases}$

(1)确定常数 A； (2)计算概率 P{-1<x<0.5}。

5. 设随机变量(X,Y)的联合密度函数为：$f(x,y)=\begin{cases}2e^{-2x-y}, x>0, y>0\\ 0\ ,\ \text{其它}\end{cases}$

(1) 求随机变量 X 与 Y 的边缘密度； (2) 判断随机变量 X 与 Y 是否相互独立？为什么？

6. 设某机床加工的零件长 度 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，今抽查 8 个零件，测得长度(单位:mm)如下：

12.15, 12.01, 12.08, 12.01, 12.13, 12.07, 12.11, 12.06;

在置信度为 95%时，试求总体方差σ^2的置信区间

(已知 $t_{0.025}(8)=2.306$, $t_{0.025}(7)=2.3646$, $\chi^2_{0.975}(7)=1.6899$, $\chi^2_{0.025}(7)=16.0128$)

7. 设总体 X 的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, x>0\\ 0\ ,\text{其它}\end{cases}$ ， 其中λ为未知参数，又设 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是总体 X 的一组样本观测值。求：(1) 未知参数λ的矩估计值； (2) 未知参数λ的最大似然估计值。

8. 已知某种元件的寿命服从正态分布，要求该元件的平均寿命不低于 1000 小时，现从这批元件中随机抽取 25 只，测得平均寿命$\bar{X}=980$小时，标准差 S=65 小时，确定这批元件是否合格。(已知显著性水平α=0.05, $t_{0.025}(24)=2.0639$, $t_{0.05}(24)=1.7109$)

试卷(3)

一、填空题

1、设 A，B，C 为随机事件，则 A，B，C 不都发生的事件可表示为______。

2、设 P(A)=0.8，P(B|A) =0.2，则 P(AB)=___________。

3、某射手射击的命中率为 **0.5**，在 **4** 次射击中命中 **3** 次的概率是_______。

4、设 A，B 为两个随机事件，已知 P(A)=0.4，P(B)=0.3，P(AB)=0.1，则事件 A 与 B 至少有一个发生的概率为_________。

5、设随机变量 X 服从二项分布 B(3, 0.75),则 E(X)=________。

6、设总体 X~N(μ,σ²)，$X_1, X_2, \cdots, X_n$是来自 X 的样本，当常数 b=__ 时，$\hat{\mu} = \frac{1}{3}X_1 + bX_2 + \frac{1}{6}X_3$为μ 的无偏估计。

7、设总体 X 服从正态 N(μ,σ²)，则统计量$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$服从_____________分布。

8、设随机变量ζ的概率分布为 P(ζ=1)=0.5, P(ζ=2)=0.3, P(ζ=3)=b，则 b =_______。

9、随机变量 X 与 Y 相互独立，E(X)=E(Y)=2，E(X^2)=E(Y^2)=5，则 D(3X-2Y)=________。

10、若$\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \cdots, X_n)$是参数 θ 的无偏估计量，则 MSE($\hat{\theta}$)=________________。

11、设总体 X 服从正态 N(μ,σ²)，μ 未知，$X_1, X_2, \cdots, X_n$是来自该总体的样本，样本方差为 S^2，对假设$H_0: \sigma^2 \geq 16 \leftrightarrow H_1: \sigma^2 < 16$的检验统计量为_______，拒绝域为________。

二、解答题

1. 已知 10 只晶体管中有 4 只次品，在其中任取两只，求下列事件的概率：
(1)两只都是次品；(2) 一只是正品一只是次品；(3)第二次取出的是正品。

2. 三个厂家生产同一批产品，各工厂的产量分别占总产量的 40%，25%，35%，其产品的不合格率依次为 0.05 ，0.04，0.02。现从出厂的产品中任取一件，求
(1)恰好取到不合格品的概率；(2)若已知取到的是不合格品，它是第二家工厂生产的概率。

3.设随机变量 X 的概率密度为$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{x\ln 2}, 1 \leq x \leq 2 \\ 0\text{，其它} \end{cases}$,试求(1) 常数 A;随机变量 X 的数学期望。

4.设随机变量 X 服从在[1,6]上的均匀分布求一元二次方程 $x^2+Xx+1=0$ 无实根的概率。

5.设随机向量(X,Y)的联合密度函数为$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-y}, 0 \leq x \leq 2, y > 0 \\ 0\text{，其它} \end{cases}$，试求
(1) 随机变量 X 与 Y 的边缘密度函数，并判断随机变量 X 与 Y 是否相互独立？
(2) E(XY)

6.设总体 N(μ,σ²),若样本观测值为:1，2，5，7，5，4 求: (1) 已知 σ=16，求总体均值 μ 的置信度为 0.95 的置信区间； (2) 未知 σ，求总体均值 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。
(已知 $z_{0.025}$=1.96, $z_{0.05}$=1.65, $t_{0.025}(6)$=2.4469, $t_{0.025}(5)$=2.5706)

7.设总体 X 的概率密度为$f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, 0 \leq x \leq 1 \\ 0\text{，其它} \end{cases}$ 试求：(1) 未知参数 θ 的矩估计量；
(2) 当样本观测值为 0.3, 0.8, 0.7, 0.35, 0.62, 0.55 时，求 θ 的矩估计值。

8.某厂生产的一种电池，其寿命长期以来服从方差 σ²=5000 (小时)的正态分布，现有一批这种电池，从生产的情况来看，寿命的波动性有所改变，现随机地抽取 26 只电池，测得寿命的样本方差 S^2=9200(小时)2，问根据这一数据能否推断这批电池寿命的波动性较以往有显著性的变化 (已知显著性水平 α=0.02，$\chi^2_{0.01}(25) = 44.3141$，$\chi^2_{0.99}(25) = 11.524$，$\chi^2_{0.02}(25) = 41.5661, \chi^2_{0.98}(25) = 12.6973$)。

试卷(4)

一、填空题

1.若 P(A)=0.8, P(AB)=0.5，则 $P(A\overline{B})=$____________。

2.一口袋中放有 5 只白球，3 只黑球，从中任取一个球，此球为黑球的概率为________。

3.设 X~U(3, 5)，则 E(X)=_______，D(X)=______。

4.设随机变量 X~N(1, 4)，则概率密度函数 $f(x)$=______________。

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$的样本，$\overline{X}$ 是样本均值,S 是样本标准差，则统计量$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{10}}$服从 _____。

6. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$的样本，则样本方差 S^2 可以作为____的无偏估计量。

7.设两个相互独立的随机变量 X, Y 的方差分别是 2 和 1，则 D(3X+2Y)=_________。

8.设随机变量 X 的分布 P{X=-1}=0.5C，P{X=0}=0.3C，P{X=1}=1.2C；则 C=________。

9.设随机变量 X,Y 相互独立且都服从 N(0,1)，则随机变量 $Z=X^2+Y^2$ 服从________分布。

10. 设 $X_1, X_2, \cdots X_n$ 是来自 0-1 分布：P{X=1}=p，P{X=0}=1-p 的样本，则$E(\bar{X})=$____，$D(\bar{X})$=____。

11. 某青工以往的记录是：平均每加工 100 个零件中有 60 个一等品，今年考核他，在他加工零件中随机抽取 100 件，发现有 70 个是一等品，这个成绩是否说明该青工的技术水平有了显著性的提高（取$\alpha = 0.05$）？对此问题，假设检验问题应设为________________。

二、解答题

1. 一批产品共有 20 件，其中有 6 件次品，任取 3 件产品，求(1)恰有 1 件次品的概率；(2)没有次品的概率；(3)次品不少于 2 件的概率。

2. 某工厂有甲、乙、丙三个车间，生产同一种产品，每个车间的产量分别占全厂的 25%、35%、40%，各车间产品的次品率分别为 5%、4%、2%，求全厂产品的次品率。

3. 有一个盒子里有8张无奖彩票，2张有奖彩票，现从中取出3张，用 X 代表所取出的有奖彩票数，求：X 的概率分布列。

4. 设随机向量 X 的分布函数为$F(x)=\begin{cases} 0,\ x<0 \\ Ax^2, 0\le x<1, \\ 1,\ x\ge 1 \end{cases}$ 试求(1)系数 A；(2)概率密度函数；(3) E(X), D(X)。

5. 设二维随机变量(X, Y)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases} Axy^2, 0\le x\le 2, 0\le y\le 1 \\ 0\ , \quad\quad 其它 \end{cases}$ 试求

(1)参数 A；(2)X 和 Y 的边缘分布并判断 X 和 Y 是否独立；(3) P{X≥1, Y≤0.5}

6. 设总体 X 的概率密度为$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{\theta^2}(\theta-x), 0\le x\le\theta \\ 0,\quad 其它 \end{cases}$

(1) 求未知参数θ的矩估计量；(2) 当样本观测值为 0.55, 0.7, 0.75, 0.65, 0.62 时，求θ的矩估计值。

7. 设电子元件的寿命服从正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$。抽样检查 10 个元件，得到样本均值$\bar{X}=1500$小时，样本标准差 S=14 小时，试求:总体均值μ的置信度为 0.99 的置信区间.

(已知 $t_{0.01}(10)=2.7638$, $t_{0.005}(10)=3.1693$, $t_{0.01}(9)=2.8214$, $t_{0.005}(9)=3.2498$)

8. 某种导线，要求其电阻的标准不得超过 0. 005（欧姆），今在生产的一批导线中取样品 9 根，测得 $S=0.007$（欧姆），设总体为正态分布，问能否认为这批导线的标准差显著性地偏大？

(已知显著性水平α=0.05, $\chi^2_{0.05}(8)=15.5073, \chi^2_{0.025}(8)=17.5345$)。

试卷(5)

一、 填空题

1．设 A，B，C 为三个随机事件，试用 A, B, C 表示下列事件：

（1）A，B，C 都不发生________；（2）A，B，C 至少有一个发生__________。

2．设 P(A)=0.2 ，P(AUB)=0.6，若 A, B 互不相容，则 P(B)=________________。

3.三人独立破译密码,他们能单独译出的概率分别为$\frac{1}{5},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$则此密码能被译出的概率为_________。

4．设随机变量 X 服从泊松分布 P(4)，则 D(X)= ___________。

5．设 X，Y 时随机变量且 D(X)=4，D(Y)=1，Cov(X,Y)=1，则 D(-2X+4Y)= __________。

6.若 P(A)=0.3，P(AB)=0.18，则 P(B|A)= ___________。

7.设总体 X 服从正态 N(μ,σ²)，则统计量$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$服从___________分布。

8.某射手射击的命中率为 0.4,在 4 次射中 3 次的概率是______,至少命中一次的概率是_________。

9.随机变量 $X_1, X_1, \ldots, X_n$ 相互独立且都服从 N(0,1),则$X = X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2$服从_______分布。

10．如果$\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_1(X_1, X_2, \cdots, X_n)$，$\hat{\theta}_2 = \hat{\theta}_2(X_1, X_2, \cdots, X_n)$都是参数θ的无偏估计量，若它们满足_________，则称$\hat{\theta}_1$比$\hat{\theta}_2$有效。

11.当H_0实际上成立时，会由于抽样后检验发现拒绝 H_0，出现这种情形称为犯__________错误。

二、简答题

1．已知 10 只晶体管中有 3 只次品，在其中任取两只，求下列事件的概率：

(1) 两只都是次品；(2) 一只是正品，一只是次品；(3) 第二次取出的是正品。

2．有朋自远方来，乘火车、船、汽车、飞机来的概率分别为 0.3，0.2，0.1，0.4，迟到的概率分别为 0.25，0.3，0.1，0；求他迟到的概率。

3．设随机变量 X 的概率密度函数为$f(x) = \begin{cases} Ax, 0 \le x \le 1 \\ 0\ ,其它 \end{cases}$试求

(1)系数 A；(2)X 的分布函数 F(x)；(3)求概率 P{0.3<X<0.8}。

4．设随机变量(X,Y)的联合概率密度$f(x,y) = \begin{cases} 6e^{-(2x+3y)}, x > 0, y > 0 \\ 0\ ,其它 \end{cases}$

(1)求 X，Y 的边缘概率密度；(2)证明 X 与 Y 相互独立。(3) 求 E(XY)

5．设随机变量 X 的概率分布为 P{X=0}=a, P{X=1}=0.1, P{X=2}=b, P{X=3}=0.4 且 E(X)=1.7，求 (1) 常数 a，b；(2) 计算 D(X)。

6．设总体 X 的概率密度为$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, 0 < x < \theta \\ 0,\ \ 其它 \end{cases}$，试求(1)未知参数 θ的矩估计量；

(2)当样本观测值为 0.3,0.8,0.7,0.35,0.62,0.55 时，求θ的矩估计值。

7. 设有某种油漆干燥时间 X~N(μ,σ²)，现有 9 个样品其干燥时间(以小时记)分别为：6.0,5.7,5.8,6.5,7.0,6.3,5.6,6.1,5.0；并且已知σ=0.16,求总体均值μ的置信度为0.95的置信区间。

(已知 $z_{0.05}$=1.645, $z_{0.025}$=1.96, $t_{0.05}(9)$=1.8331, $t_{0.025}(8)$=2.306)

8．机器自动包装食盐，设每袋盐的净重服从正态分布，规定每袋盐的标准重量为 500 克，标准差不超过 10 克. 某天开工以后，为了检查机器工作是否正常，从已包装好的食盐中随机抽取 9 袋，测得其重量（克）为：497，507，510，475，484，488，524，491，515 问这天自动包装机工作是否正常？(已知显著性水平α=0.05，$t_{0.05}(8)$=1.8595, $t_{0.025}(8)$=2.306，$\chi^2_{0.05}(8) = 15.5073, \chi^2_{0.025}(8) = 17.5345$)。

试卷(6)

一、填空题

1. 设 $P(A)=p, P(B)=q$ 且事件 A 与 B 相互独立，则 $P(A\cup B)=$_________。

2. 设 $X\sim U(3, 5)$，则 $E(X)=$____，$D(X)=$___。

3. 对于两个随机事件 A 与，若 $P(AB)=P(A)P(B)$，则称事件 A 与 B 是______。

4. 设随机变量 X 服从指数分布 $E(\lambda)$且 $E(X)=0.25$, 则 $D(X)=$_________。

5. 设随机变量 X 的期望μ, 方差 $D(X)=4$, 利用切比雪夫不等式估计：$P\{|X-\mu|<3\}\geq$________。

6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立且 $X\sim N(0,1), Y\sim\chi^2(n)$，则随机变量$t=\frac{X}{\sqrt{Y/n}}$服从________分布。

7. 设抽样得到的样本观测值为：8, 9, 8, 7, 6, 则样本均值$\bar{X}$ =_____, 样本方差S^2 =_______。

8. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$的样本，则样本均值$\bar{X}$可以作为____的无偏估计量。

9. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 都服从 $N(0,1)$, 则随机变量 $Z=X^2+Y^2$ 服从__________分布。

10. 若二维随机变量$(X,Y)\sim N(\mu_x,\mu_y,\sigma_x^2,\sigma_y^2,\rho)$且 X 与 Y 相互独立，则__________。

11. 当H_0实际上不成立时，会由于抽样后检验发现接受 H_0，出现这种情形称为犯__________错误。

二、解答题

1. 从 5 双不同颜色的袜子中取 4 只, 求 4 只袜子中至少有 2 只配成一双的概率。

2. 设同一年级有两个班：一班 50 名学生, 其中 10 名女生；二班 30 名学生, 其中 18 名女生. 在两个班中任选一个班, 然后从中先后挑选两名学生. 求先选出的是女生的概率。

3. 设某种元件的寿命(以小时计)的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\frac{1000}{x^2}, x\geq 1000\\ 0\ , x<1000\end{cases}$, 一台设备中装有 3 个这样的元件, 求：

(1) 最初 1500 个小时内没有一个损坏的概率；

(2) 最初 1500 个小时内只有一个损坏的概率?

4. 设随机变量(X,Y)的联合概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}A(6-x-y), 0<x<2, 2<y<4\\ 0,\ 其它\end{cases}$

(1) 确定常数 A；

(2) 求 $P\{X<1, Y<3\}$。

5. 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 其中 X_1 服从区间[0, 6]上的均匀分布，$X_2\sim N(0,4)$，$X_3\sim P(3)$, 记 $Y=X_1-2X_2+3X_3$, 求 E(Y)和 D(Y) 。

6. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(1,4)$，求概率 $P\{-0.4\leq X\leq 1.6\}$(已知 $\Phi(0.3)=0.6179$)。

7. 设总体 X 的概率密度为$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^\theta, 0<x<1\\ 0,\ 其它\end{cases}$其中 $\theta>-1$ 是未知参数, 样本观测值为$x_1, x_2, \cdots, x_n$, 试求参数 θ 的矩估计和极大似然估计值。

8. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, 若样本观测值为：14, 15, 15, 16, 14, 16, 求

(1)已知$\sigma^2=16$, 求总体均值μ的置信度为 0.95 的置信区间；

(2)未知σ, 求总体均值μ的置信度为 0.95 的置信区间。

（已知 $t_{0.025}(5)=2.5706$, $t_{0.05}(5)=2.015$）

9. 测定定某种溶液中的水份，由它的 10 个测定值，算得 $\bar{x}=0.452\%$, $s=0.037\%$；设测定值总体服从正态分布，能否认为该溶液含水量小于 0.5%。

（已知 $\alpha=0.05$，$t_{0.05}(9)=1.833$, $t_{0.025}(9)=2.2622$）。

试卷(7)

一、填空题

1. 设 P(A)=p, P(B)=q 且事件 A 与 B 相互独立，则 P(AB)=____________。

2. 将一颗均匀的骰子连掷两次，则两次出现的点数之和等于 5 的概率为______。

3. 对于两个随机事件 A 与 B，若 P(AB)=0，则称事件 A 与 B 是_________。

4. 设随机变量 X 服从在[2,6]上的均匀分布 X~U[2,6], 则 E(X)=_______，D(X)=_______。

5. 设随机变量 X 的期望μ, 方差 D(X)=9, 利用切比雪夫不等式估计：P{|X-μ|≥4}≤ _______。

6. 设总体 X 服从正态分布 N(μ,σ^2)，则统计量$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$服从_______分布。

7. 设总体 X 服从正态分布 N(μ,σ^2)，则统计量$\frac{n-1}{\sigma^2}S^2$服从________分布

8. 若随机变量 X 与 Y 有 D(X)=9,D(Y)=4,Cov(X,Y)=3, 则随机变量 X 与 Y 相关系数ρ=______。

9. 设随机变量 X，Y，Z 相互独立且都服从标准正态分布, 则随机变量 U=$X^2+Y^2+Z^2$ 服从______分布。

10. 若二维随机向量$(X,Y)\sim N(\mu_x,\mu_y,\sigma_x^2,\sigma_y^2,\rho)$，则 X 与 Y 相互独立的充分必要条件是________。

11. 假设检验中，显著水平α表示　　　　　　　　　　　　　　。

二、简答题

1. 一批产品共有 100 件，其中有 4 件次品，求

(1)任取 3 件产品恰有 1 件次品的概率；

(2)任取 3 件产品没有次品的概率；

(3)任取 3 件产品中次品不少于 2 件的概率。

2. 已知男人中有 5%是色盲患者，女人中有 2. 5%是色盲患者，今从男女人数相等的人群中任选一人，求恰好是色盲患者的概率。

3. 设随机变量 X 服从正态分布 N(-1, 16)，求概率 P{-5≤X≤2}（已知 Φ(1)=0.8413, Φ(0.75)=0.7734)。

4. 甲乙两人射击，中靶率分别为 0.6 与 0.7，两人同时射击且两人中靶为相互独立，今各射击 3 次，求

甲比乙中靶次数多的概率。答案 0. 243

5. 设 (X, Y)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}Kxy, 0\le x\le 1, 0\le y\le 2\\ 0,\ \text{其它}\end{cases}$，试求

(1) 常数 K；

(2) 随机变量 X 的边缘密度函数 $f_X(x)$。

6. 设随机变量 X 具有概率分布表：

P{X=0}=0.25, P{X=1}=0.25, P{X=2}=0.125, P{X=3}=0.125, P{X=4}=0.25;

求 E(X)及 D(X)。

7. 设总体 X 以概率 $1/\theta$ 取值 1, 2, …, θ; 求未知参数θ 的矩估计。

8. 一台自动车床加工的零件长度 X~N(μ, σ^2)。从该车间加工的零件中随机地抽取 4 个，测得其长度如下:12.6 , 13.4 , 12.8 , 13.2,试求

(1)样本方差 S^2 ；

(2)总体方差σ^2的置信度为 0.95 的置信区间。

（已知$\chi^2_{0.025}(3)=9.3484, \chi^2_{0.975}(3)=0.2158, \chi^2_{0.025}(4)=11.1433, \chi^2_{0.975}(4)=0.4844$）

9. 某厂生产的某种产品，由以往经验知其强力标准差为 7.5kg 且强力服从正态分布，改用新原料后，从新产品中抽取 25 件作强力试验，算得 S=9.5kg ，问新产品的强力标准差是否有显著变化？

（已知 α=0. 05 ，$\chi^2_{0.05}(24)=36.415, \chi^2_{0.95}(24)=13.8484$)。

试卷(8)

一、填空题

1、若事件A，B互斥，且P(A)=0.4，P(B)=0.3，则P($\bar{A}\bar{B}$)=________。

2、甲、乙、丙三人等可能地被分到四个房间中的任一内，则三人分在同间的概率为________。

3、若随机变量X~U[a, b]，,则随机变量X的概率密度函数为________。

4、若随机变量X~N(2, σ^2)，且P{2<X<4}=0.3，则P{X<0}=________。

5、设随机变量 X 的标准差是3，则D(-3X+1)=________。

6、设随机变量X与Y的联合分布函数为$F(x, y)$，则F(-∞,y) =________。

7、设随机变量X~B(10, 0.5)，Y~N(2, 10) ,又E(XY)=14，则 X 与Y 相关系数ρ_{XY}=________。

8、设随机变量 X 的期望E(X)=100，方差D(X)=10，则由切比雪夫不等式，P{80<X<100} ⩾_____。

9、若$X_1, X_2, \cdots, X_{16}$是来自总体来自总体X~N(2, σ^2)的样本，$\bar{X}$为样本均值，则$\frac{4\bar{X}-8}{\sigma}$服从__分布 。

10、设总体 X 服从二项分布B(n, p)，$X_1, X_2, \cdots, X_n$为来自总体 X 的简单随机样本，其均值和方差分别为样本，其均值和方差分别为$\bar{X}$和S^2，若$\bar{X}+kS^2$为np^2无偏估计，则k=________。

二、单项选择题

1、已知事件$\bar{A}$、$\bar{B}$互斥，则P($\overline{A\cup B}$) =[ ]。

A. 1-$P(A)$ B. 1-P(A)-P(B) C. 0 D. P($\bar{A}$)$P(\bar{B})$

2、一次抛3枚质地均匀的硬币，恰好有两正面向上概率为[ ]。

A. 0.75 B. 0.25 C. 0.625 D. 0.375

3、随机变量、随机变量 X 与Y 独立同分布，P{X=-1}=0.5, P{X=1}=0.5,则下列结果不正确的是[ ]。

A. P{XY=1}=0.5 B. P{X+Y=0}=0.5 C. P{X=Y}=1 D. P{X=Y}=0.5

4、设随机变量X 与Y相互独立，分别服从正态分布N(0, 1)和N(1, 1)，则[ ]。

A. P{X+Y⩾0}=0.5 B. P{X+Y⩽1}=0.5 C. P{X-Y⩽0}=0.5 D. P{X-Y⩽1}=0.5

5、若$X_1, X_2, \cdots, X_n$相互独立，且均服从参数为p的0-1分布，记$Y_n=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-np}{\sqrt{np(1-p)}}$，则$n$充分大时，$Y_n$近似服从[ ]。

A. 非标准正态分布 B. 标准正态分布 C. 二项分布 D. 不确定

三、计算题

1、一道单项选择题，列有m个答案，学生甲知道正确答案的概率为p，而乱猜的概率为$1-p$。设他乱猜而猜对的概率为1/m。求(1)学生甲答对的概率; (2)如果他答对了，问他确实知道正确答案的概率。

2、设随机变量X的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases}kx^2, 0\le x\le 2\\ 0，其它.\end{cases}$求(1)常数$k$; (2)X 的分布函数F($x$); (3)P{1<X<2}。

3、设二维随机变量(X, Y)的分布律为

X \ Y	0	1
0	0	1/3
1	1/3	1/3

，求(1)X和Y的边缘分布；(2)Cov(X, Y)；(3) ρ_{XY}。

4、设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}Ae^{-y}, x>0, y>x;\\ 0，其它.\end{cases}$

(1) 确定常数 A；(2) 求 X，Y 的边缘概率密度，并判断 X 与 Y 是否相互独立；(3)求 P{2X>Y}。

四、统计题

1、设总体 X 的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\frac{2}{a^2}(a-x),0<x<a\\ \quad 0\ ,\quad 其它.\end{cases}$，求未知参数$a$的矩估计。

2、从某超市一年的来的发票存根中随机抽取26张，计算得平均金额为78.5元，样本标准差为20元，假设发票金额服从正态分布，试给出该超市一年来发票平均金额的90%的置信区间。

3、以往一台机器生产的垫圈的平均厚度为0.05cm，为了检查这台机器是否处于正常状态，现抽取9个垫圈的一组样本，测得其平均厚度为0.053cm，样本方差为0.0033^2，已知垫圈厚度服从正态分布，检验机器是否处于正常工作状态(已知显著水平为 α=0.05)。

五、 应用题:一个复杂的系统由100个相互独立起作用的部件所组成，在整个运行期间每个部件损坏的概率为0.1，为使整个系统工作，至少有85个部件正常工作，求系统能正常工作的概率。

试卷(9)

一、填空题

1、设A，B为随机事件，且P(A)=0.4，P(B)=0.3，P(A∪B)=0.5，则P($A\bar{B}$)=________。

2、甲、两人独立地向目标各射击一次，其命中的概率分别为0.6和0.5，现已知目标被击中，则它是由甲击中的概率为________。

3、已知离散型随机变量X的分布律为$P\{X=k\}=(k+1)p^{k+1}$, k=0,1; 则p=________。

4、设随机变量的密度函数$f(x)=Ae^{-\frac{1}{4}(x^2+2x+1)}$($-\infty<x<+\infty$)，则A=________。

5、设随机变量X在[$-a$, a]上服从均匀分布，其中a>0，,且P{X>1}=1/3，, 则a=________。

6、设随机变量X~N(2, 4)， Y=3X-4，则E(Y)=________，D(Y)=_______ 。

7、设随机变量X服从参数为100的泊松分布，则用切比雪夫不等式估计可以得到P{75<X<125}>______。

8、设$X_1, X_2, \cdots, X_n$为来自总体X~B(1, p)的一个简单随机样本，则E(S^2)=______。

9、设X_1, X_2, X_3, X_4为来自总体X~N(0, σ^2)的一个简单随机样本，则统计量$\frac{(X_1+X_2)^2}{(X_3-X_4)^2}$服从______分布。

二、单项选择题

1、关于随机事件A和B有P(AB)=0，则 [ ]。

A. A和B相互独立 B. AB=∅ C. AB未必为∅ D. P(A)=0 或 P(B)=0

2、设随机变量X与Y独立并且同分布，分布函数为F(x)，则Z=max{X,Y}的分布函数为[ ]。

A.$[F(x)]^2$ B. $F(x)F(y)$ C.$1-[1-F(x)]^2$ D. $[1-F(x)][1-F(y)]$

3、设随机变量X~N(0,1)，Y~N(1, 4)，且相关系数$\rho_{XY}=1$，则 [ ]。

A.$P\{Y=-2X-1\}=1$ B. $P\{Y=2X-1\}=1$ C.$P\{Y=-2X+1\}=1$ D. $P\{Y=2X+1\}=1$

4、设随机变量X~t(n) (n>1)，Y=1/X²，则 [ ]。

A.$Y\sim F(1,n)$ B. $Y\sim F(n,1)$ C.$Y\sim \chi^2(n)$ D. $Y\sim\chi^2(n-1)$

5、设随机向量(X, Y)服从二维正态分布，且X与Y不相关，则错误的结论是 [ ]。

A. 一定独立 B. (X, Y)一定服从正态分布 C. 未必独立 D. X+Y服从一维正态分布

三、计算题

1、设某厂甲、乙两个车间生产同一种产品，产量分别占全厂的55%，45%，两个车间的次品率分别为3 %，5%。(1)现从出厂的产品中任取一件，求其为次品的概率；(2)若已知取出的一件为次品，求该产品是由甲车间生产的概率。

2、设随机变量X的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases}kx^3, 0\le x\le 1\\ 0，其它.\end{cases}$求

(1)常数k; (2)X 的分布函数F(x)；(3)P{-1<X<1/2}。

3、设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}C(1-x)y, 0<x<1, 0<y<1;\\ 0，其它.\end{cases}$

(1) 确定常数C；(2) 求X，Y的边缘概率密度，并判断X与Y是否相互独立；(3)求P{X+Y≤1}。

四、统计题

1、设总体 X 的概率密度为$f(x,\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}x^{\theta-1}, 0<x<1\\ 0，其它.\end{cases}$，求未知参数$\theta$的最大似然估计量。

2、有一大批糖果，现从中随机抽取16袋，称平均重量(单位：克)$\bar{x}=503$，样本方差$s^2=6.2^2$。设袋装糖果的重量近似服从正态分布X~N(μ, σ^2)，试求(1)总体均值的置信度为95%的置信区间；(2)总体方差的置信度为95%的置信区间

3、设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机地抽取36位考生的成绩，算得平均成绩为

66.5，标准差为15分，问在显著性水平0.01下，是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为70分？

五、应用题：某保险公司多年的统计资料表明，在索赔户中被盗占某保险公司多年的统计资料表明，在索赔户中被盗占20%，以X表示被抽查的100个索赔户中因被盗向保险公司的数。(1)写出X的概率分布；(2)利用中心极限定理，求100个索赔户中被盗索赔户不少于14户且不多于30户的概率。

新疆大学 2018—2019 学年度第 二 学期期末考试

一、 单项选择题（每小题 2 分，共 20 ）

1. 事件 A,B 且 $P(AB)=0.3$, $P(B)=0.5$,则 $P(B\bar{A})$=[ ].
   A. 0.2 B. 0.3 C. 0.5 D. 0.8
2. 设 $X\sim B(n,p)$ ，且 E(X)= 2, D(X)=1 则下列正确的是[ ].
   A. $n=6,p=\frac{2}{3}$ B. $n=5,p=\frac{1}{4}$ C. $n=4,p=\frac{1}{2}$ D. $n=7,p=\frac{1}{3}$
3. 设 $X\sim N(0,1)$ ，$Y=2X-2$ ，则$Y\sim$ [ ]
   A. $N(-2,1)$ B. $N(-1,4)$ C. $N(-2,4)$ D. $N(0,1)$
4. 如果随机变量 X 与 Y 相互独立则有[ ].
   A . $E(XY)=0$ B. $Cov(X,Y)=0$ C. D(X −Y) = D(X)−D(Y) D. D(XY)=D(X) · D(Y)
5. 有两种花籽，发芽的概率分别为 0.8 、0.9 ，从中各取一颗，设各花籽是否发芽相互独立，则至少有一颗花籽能发芽的概率为[ ].
   A. 0.98 B. 0.72 C. 0.26 D. 0.74
6. 设随机变量 X~P(3), Y~P(5)，若 X 与 Y 相互独立，则 D(X-Y+3)=[ ].
   A. 5 B. 2 C. 8 D. 11
7. 若随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, $Y\sim N(0,1)$ ， 则 $X=$[ ].
   A. $\frac{Y-\mu}{\sigma}$ B. $\sigma Y+\mu$ C. $\sigma Y-\mu$ D. $\sigma(Y-\mu)$
8. 设$X_1,X_2,\ldots,X_n$是来自总体 X 的样本，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$为其样本均值，则方差 D(X)与 D($\bar{X}$)的关系是[ ].
   A. D(X)=D($\bar{X}$) B. D($\bar{X}$)=$\frac{1}{n}$D(X) C. D($\bar{X}$)=nD(X) D. 无法确定
9. 有一批树苗，成活率为 p ，现种植了 100 棵，则有 9 棵成活的概率为 [ ].
   A． $p^9(1-p)^{100-9}$ B. $9p^9(1-p)^{91}$ C. $C_{100}^9p^9(1-p)^{91}$ D. $C_{91}^9p^9(1-p)^{n-9}$
10. 若二维随机变量(X,Y)~N($\mu_1,\sigma_1^2,\mu_2,\sigma_1^2,\rho$)，则下列说法不正确的是[ ].
    A. 若 $\rho=0$, 则 X 与 Y 相互独立 B. 若 X 与 Y 相互独立，则 $\rho=0$
    C. 由边缘分布可确定联合分布 D. $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$

二、 填空题（每空 2 分，共 10 分）

11. 设 $P(A)=0.6, P(B|A)=0.4, P(A|B)=0.5$ ，则 $P(A\cup B)=$_____.
12. 已知随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=\frac{a}{2^k}$ (k=0,1,2), 则 $E(X)$ =_____, D(X)=_____.
13. 若随机变量$X\sim N(3,9)$ ，且由契比雪夫不等式得 $P\{|X-3|\ge\varepsilon\}\le 0.3$，则 $\varepsilon=$_____.
14. 设$X\sim N(0,4)$,$Y\sim\chi^2(4)$, 且 X 与 Y 相互独立, 若 $t=AX/\sqrt{Y}\sim t(4)$, 则 $A=$_____.

三、 计算题（每小题 10 分，共 40 分）

15. 仓库中有 10 箱统一规格的产品，其中 2 箱由甲厂生产，3 箱由乙厂生产，5 箱由丙厂生产，三厂产品的合格率分别为 85%，80%和90%，从这 10 箱中任取一箱，再从该箱中任取一件
    (1)求这批产品的合格率;
    (2)已知该件产品为合格品，求此产品属于甲厂生产的概率。
16. 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}a(4x-2x^2), & 0<x<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$
    求(1)常数 a ;
    (2) $P(1<X<2)$
17. 设二维离散型随机变量(X,Y) ，其联合分布律如下表, 求求随机变量 X 与 Y 的边缘分布律及 $E(Y^2+1)$.

Y \ X	1	2	3
1	0.05	0.05	0.20
2	0.05	0	0.25
3	0	0.30	0.10

18. 设总体 X 具有概率密度$f(x)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$,$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为一样本,未知参数$\theta>0$,求θ 的矩估计量和最大似然估计.

四、 统计题（本大题有 2 个小题，每题 10 分，共 20 分）

19. 设电子元件的寿命服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 抽样检查 25 个元件，得到样本均值$\bar{X} = 1500(h)$ ，样本标准差 S=14(h), 试求:

(1)数学期望μ 的置信水平为 0.95 的置信区间;

(2)总体方差σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间.

20. 某种矿砂的 5 个样品中的含镍量（%）经测定为：3.24, 3.26, 3.24, 3.27, 3.25

设含镍量服从正态分布，问在α=0.01 下能否接收假设：这批矿砂的含镍量为 3.25?

新疆大学 2019—2020 学年度第二学期期末考试

一、 计算小题(本大题共 6 小题，每题 5 分，共 30 分.要求：写出计算步骤.）

1. 设 P(A)=0.25， P(B)=0.2， P(A∪C)=0.3， 求$P(\bar{A}\cup\bar{B})$.
2. 从整数范围 400~999 中随机地取 1 个数，求它不能同时被 2 和5 整除的概率.
3. 对二维随机变量(X,Y)，已知 D(X)=4， D(Y)=9，ρ_{XY}= 0.5，求 D(X-2Y).
4. 对二维随机变量(X, Y)，已知 E(X)=1， E(Y)=2， D(X)=1， D(Y)=4， ρ_{XY}= -0.5，利用切比雪夫不等式估计 P{|2X-Y|≥10}的值.
5. 设总体的数学期望μ和方差σ^2都存在，X_1,X_2,X_3为来自总体的一个样本，验证下面的估计量为μ的无偏估计，并指出哪一个估计有效。$\hat{\mu}_1=\frac{1}{5}X_1+\frac{3}{10}X_2+\frac{1}{2}X_3$， $\hat{\mu}_2=\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{5}{12}X_3$
6. 设X~N(0,1)，X_1,X_2,X_3,X_4,X_5,X_6是来自总体 X 的容量为 6 的样本, 已知统计量$\frac{c(X_1-3X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}}$服从 *t* 分布，确定常数 *c* 和 *t* 分布的自由度.

二、 计算题（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

7 设甲、乙、丙 3 个班参加《概率论》考试，各班人数依次占考试总人数的 45%，30%，25%。各班试卷成绩及格率依次是 60%，75%，50%，将所有试卷混放在一起

(1) 从中任取一张试卷，求该试卷成绩及格的概率；

(2) 若任取一张试卷成绩是及格的，则它来自甲班的概率。

8. 设随机变量 X 服从拉普拉斯分布，其密度函数为$f(x)=Ae^{-|x|},-\infty<x<+\infty$

试求：(1)系数 *A*；

(2)概率 P{0<X<3}；(

(3)分布函数 *F*(*x*)。

9. 设二维随机变量(X,Y) 的联合分布密度为：$f(x,y)=\begin{cases}ke^{-(x+y)}, & x>0,y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$试求：

(1)系数 *k*；

(2)边缘概率密度$f_X(x),f_Y(y)$并判断 X 与Y 是否独立；

(3)求 Z = X/Y的密度函数。

三、 统计题（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

10. 设某种药品针对某种疾病的治愈率为 *p*, 现从患者中随机抽出 15 人服用此药，发现其中有 5 人治愈. 试求：（1）治愈率 *p* 的矩估计值 $\hat{p}_1$；

(2)治愈率 *p* 的最大似然估计值$\hat{p}_2$.

11. 某车间生产滚珠,已知其直径 X~N(μ,σ^2), 现从某一天生产的产品中随机地抽出 6 个, 测得直径的样本均值 $\bar{X}$= 14.95, 计算 (1)若σ^2=0.06，求滚珠直径 X 的均值μ的置信概率为 90%的置信区间； (2)若σ^2未知,此时测得样本方差 $S^2 = 0.226^2$，求滚珠直径 X 的均值μ的置信概率为 90%的置信区间.

12. 某粮食加工厂用自动包装机包装大米，每包的重量有服从正态分布， 要求均值 100 公斤，长期以来方差稳定在 1.2^2,某日开工后,为确定这天包装机的工作是否正常,随机抽取了 9 袋,称其重量后得:样本均值$\bar{X}$=99.978,样本方差 S^2=1.469 试问该天包装机包装的大米重量的方差是否有显著性的变化？(显著性水平α= 0.05)

四、 应用题（本大题共 1 小题，共 10 分）

13. 某厂生产的节能灯在改进工艺后，平均寿命提高到 2250 小时，标准差为250 小时。为鉴定此项新工艺，特规定：任意抽取若干只节能灯，若其平均寿命超过 2200 小时，就可承认此项新工艺。工厂为使此项工艺通过鉴定的概率不小于 0.950，问至少应抽检多少只节能灯？

新疆大学 2020—2021 学年度第二学期期末考试

一、　**选择题**（本大题共 5 小题，每题 2 分，共 10 分）

1. 下列问题可设为离散型随机变量的是　　[　]

A. 新生儿的身高和体重

B. 在区间(0,5)内任取 2 个数，这两个数的差

C. 根据某商店过去销售记录为保证不脱销，某商品的进货数

D.两人相约于 10：00-11：00 会面，他们的会面时刻

2. 假设样本$X_1, X_2, \dots, X_n$来自正态总体$N(\mu, \sigma^2)$，期望μ未知，则下列估计量中关于σ^2的无偏估计量是[　]

A. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ B. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ C. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$ D. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

3. 设$X_1, X_2, \dots, X_n$为取自$N(0,1)$的样本，样本均值为$\bar{X}$，样本方差为S^2，则[　]

A. $n\bar{X} \sim N(0,1)$　　B. $nS^2 \sim \chi^2(n)$　　C. $\frac{n-1}{S}\bar{X} \sim t(n-1)$　　D. $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^{n}X_i^2} \sim F(1, n-1)$

4. 如果随机变量X，Y的相关系数$\rho_{XY}=0$，则下列结论与之等价的是[　]

A. $cov(X,X)=0$ B. X 与Y 相互独立 C. $D(XY)=D(X)D(Y)$ D. X 与Y 不一定不相关

5. 可以作为随机变量X的概率密度函数的是[　]

A. $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}, & x\in[0,1]\\ \frac{2}{9}, & x\in[3,6]\\ 0, & 其他\end{cases}$　B. $f(x)=\begin{cases}\frac{4x}{\pi^2}, & x\in[0,\pi]\\ 0, & 其他\end{cases}$　C. $f(x)=\begin{cases}1-5e^{-5x}, & x\in(0,+\infty)\\ 0, & 其他\end{cases}$　D. $f(x)=\frac{1}{2\pi\sigma}e^{-\frac{x^2}{2\sigma}}$

二、　**填空题**（本大题共 10 空，每空 2 分，共 20 分）

6. 设A、B、C为3个随机事件，则A,B,C至少有一个发生表示为____，若P(A)=P(B)=1/4, P(C)=1/3, P(AB)=P(BC)=0, P(AC)=1/2,则A,B,C至少有一个事件发生的概率为______。

7. 设随机变量 X 服从指数分布，概率密度函数$f(x)=\begin{cases}\theta e^{-\theta x}, & x\in(0,+\infty)\\ 0, & 其他\end{cases}$，则随机变量 X的分布函数为F(x)=________,期望为_____,方差为D(X)=___________。

8. 随机变量$X\sim N(\mu_1, \sigma^2)$，$Y\sim N(\mu_2, \sigma^2)$，则2X-Y服从分布为___________。

9. 随机变量X与Y相互独立，对应分布函数分别为$F_X(x), F_Y(y)$，设M=Max{X, Y}，则其分布函数为______。

10. 在假设检验中，容易出现两类错误，P{拒绝H_0|H_0为真}=α为________概率。

11. 在正态总体期望μ已知，方差未知时，n个简单随机样本，统计量$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$服从______分布。

12. 在掷骰子游戏中，假设骰子密度均匀，外形规则，连续掷骰子3次，这3次点数都大于3的概率是_____。

三、　**计算题**（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

13. 有朋友自远方来，不亦乐乎。甲乙两人相约在甲所在地见面，假设乙前往目的地的交通有火车，飞机，汽车三种方式，其乘坐的概率分别为 0.3，0.5，0.2，假设这三种交通方式晚点的概率分别为 0.05，0.01，0.1。

求:(1)乙前往目的地晚点的概率；

(2)现假设乙已经晚点，未在约定时间见面，乙乘火车的概率是多少？

14. 设离散型随机变量分布律为$P\{X=k\}=\frac{1}{2^k}$，k=1，2，3

求(1)X 为偶数的概率;

(2)计算 X 的区间概率 $P\{2<X\le 5\}$.

15. 设二维随机向量(X,Y)的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}, & x\in[0,\ 2],\ y\in[0,y]\\ 0, & 其他\end{cases}$,

求 (1)X与Y的边缘密度$f_X(x), f_Y(y)$并判断X与Y是否相互独立

(2)求随机变量函数Z=X+Y 的概率密度函数

四、　**统计题**（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

16. 设总体 X 服从泊松分布$X_1, X_2, \dots, X_n$为简单随机样本，其样本观测值为$x_1, x_2, \dots, x_n$,求

(1)试求泊松分布未知参数 λ 的最大似然估计；

(2)请问你所得到得最大似然估计值是否满足无偏性？

17. 从一批滚珠中抽样 5 个，测得其直径样本均值和方差为：$\bar{X}=14.95$，S^2=0.206.如果直径$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，求μ的置信度为 0.95 的置信区间。

18. 某工厂对某项工艺进行了技术革新，从革新后的产品中随机抽取 26 件，测得其零件的厚度，计算得样本方差为 $S^2=0.00066(mm^2)$。设零件厚度服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，已知革新前零件的厚度$\sigma^2=0.0012$，问这批产品厚度的方差较以往有无显著性变化？（显著性水平$\alpha=0.05$保留三位小数）

五、 应用题（本大题共 1 小题，共 10 分）

19. 现有一本 20 万字的长篇小说需进行排版。假定每个字是否被错排是相互独立的且每个字被错排的概率为 $p=1\times10^{-5}$。试求这本小说出版后发现有5个以上错字的概率。

试卷(1)答案

一、填空题

1.0.4; 2.0.32; 3.0.6; 4.2; 5.1/9; 6.23/15; 7.1/2; 8. $\chi^2(9)$; 9. S^2; 10.12; 11. $\chi^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i-\mu|}{\sigma_0^2}$, $\chi^2<\chi^2_{1-\alpha}(n)$

二、解答题

1. (1) 0.2304; (2) 0.6630; (3) 0.9898.

2. (1) 0.86; (2) 0.1977.

3.(1) 1/4; (2)$f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{8}(3+x),\ 0\le x\le 2\\ \quad 0,\ 其它\end{cases}$，$f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}(1+2y),\ 0\le x\le 1\\ \quad 0,\ 其它\end{cases}$,不独立; (3) 7/16.

4. E(XY)=1, D(X)= 7/9;　5.$\hat{\theta}=\frac{2\bar{X}}{1-\bar{X}}$, .$\hat{\theta}=-n/\sum_{i=1}^{n}ln(X_i)$.

6.(1) $\bar{X}=10.556$, [9.459, 11.652] ; (2) S^2=5.7778，S=2.4037，[9.0656, 12.0459]

7. 提出假设检验问题：$H_0:\mu=100\leftrightarrow H_1:\mu\ne100$

选取检验统计量$Z=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$，$\bar{X}=99.9667$

当$\alpha=0.05$时，$z_{\alpha/2}=z_{0.025}$=1. 96 ，又$|Z|=\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{99.9667-100}{1.5/\sqrt{9}}\right|=0.0667<z_{\alpha/2}=1.96$，

即接受原假设H_0，认为包装机工作正常.

试卷（2）答案

一、填空题

1. 抽取的中文数学非平装书; 2. *p*+*q*-*pq*; 3. 0.0576; 4. 1/6; 5. 1.28; 6. 5/12; 7.$N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$; 8. 0.7; 9.$\chi^2(3)$;　10. 0.9786; 11.$Z=\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$, $|Z|>z_{\alpha/2}$.

二、解答题

1. $P(A)=\frac{C_3^1C_7^1+C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$;

2. $P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{10}{30}+\frac{1}{2}\times\frac{8}{20}=\frac{11}{30}$;;

3.

Y	0	1
P	0.5	0.5

2X+3Y	0	2	3	4	5	7
P	0.1	0.25	0.15	0.15	0.2	0.15

X	0	1	2
P	0.25	0.45	0.3

E(X)=0×0.25+1×0.45+2×0.3=1.05

4.（1）6/5,　(2) 1/5

5.　(1) $f_X(x)=\begin{cases}2e^{-2x},x>0\\ \ 0\ ,\ 其它\end{cases}$，$f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y},y>0\\ 0,\ 其它\end{cases}$; (2)$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$，相互独立

6. S^2=0.00265, [0.00116, 0.01098];　7.　(1)$\hat{\theta}=\frac{1}{\bar{X}}$; (2)　$\hat{\theta}=\frac{1}{\bar{X}}$

8. 检验假设：H_0: μ≥1000 ↔ H_1: μ<1000

属于单边（左边）t 检验，构造检验统计量$t=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$，*n*=25, $\bar{X}$ = 980,S=65, $t_{0.05}(24)$=1.7109

$t=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}=\frac{980-100}{65/\sqrt{25}}$=-1.5385>-1.7109，即接受原假设 H_0，认为这批元件是合格的。

试卷（3）答案

一、填空题

1. $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$; 2. 0.16; 3. 0.25; 4. 0.6; 5. 2.25; 6. 1/2; 7. N(0,1); 8. 0.2;　9. 13; 10.D($\hat{\theta}$);

11.$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{16}$,$\chi^2<\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$.

二、解答题

1. (1)$P(A)=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$, (2)$P(B)=\frac{C_4^1C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$, (3)$P(C)=\frac{C_4^1C_6^1+C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{13}{15}$

2. (1)0.0375; (2)0.2703;　3. (1)1; (2) 1/*ln*(2)

4. $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5},1\le x\le 5\\ 0\ ,\ 其它\end{cases}$, △=$X^2$-4<0 ➔-2<X<2, P{-2<X<2}=$\frac{1}{5}$.

5. (1) $f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, 0\le x\le 2\\ 0，其它\end{cases}$，$f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, y>0\\ 0, 其它\end{cases}$，$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$，相互独立；(2)E(XY)=1.

6. (1) $\bar{X}=4$, , [0.7994， 7.2006]; (2) $S^2=4.8$, [1.7008, 6.2992].

7. (1) $\hat{\theta}=\frac{\bar{X}}{1-\bar{X}}$; (2) 1.2388.

8. 检验假设 H_0: $\sigma^2=5000 \leftrightarrow H_1$: $\sigma^2\neq 5000$

选取统计量$\chi^2=\frac{(n-1)}{\sigma^2}S^2\sim\chi^2(n-1)$，由$\alpha=0.02$，$n=26$，$\chi^2_{0.01}(25)=44.3141$，$\chi^2_{0.99}(25)=11.524$

又统计量$\chi^2=\frac{(n-1)}{\sigma^2}S^2=\frac{25}{5000}\times 9200=46>\chi^2_{0.01}(25)=44.3141$，故拒绝原假设 H_0，即认为这批电池寿命的波动性较以往有显著性的变化.

试卷（4）答案

一、填空题

1. 0.3; 2. 3/8; 3. 4, 1/3; 4. $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-1)^2}{4}}$; 5. t(9); 6. σ^2; 7. 22; 8. 0.5; 9. $\chi^2(2)$; 10. p, $\frac{p(1-p)}{n}$;
11. H_0: $p\geqslant 60 \leftrightarrow H_1$: $p<60$

二、解答题

1. (1)$P(A)=\frac{C_{14}^2C_6^1}{C_{20}^3}$, (2)$P(B)=\frac{C_{14}^3}{C_{20}^3}$, (3)$P(C)=\frac{C_{14}^1C_6^2+C_6^3}{C_{20}^3}$

2. 0.0345; 3. P{X=0}=4/5, P{X=1}=7/15,P{X=2}=1/15

4. (1) 1; (2) $f(x)=\begin{cases}2x & 0\le x<1\\ 0 & 其他\end{cases}$, (3)2/3, 1/18.

5. (1)1.5;(2) $f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x, 0\le x\le 2\\ 0，其它\end{cases}$，$f_Y(y)=\begin{cases}3y^2, 0\le y\le 1\\ 0, 其它\end{cases}$，$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$，相互独立；(3)3/32.

6.(1) $\hat{\theta}=6\bar{X}$; (2)$\bar{X}=0.654, \hat{\theta}=3.924$; 7. [1485.6, 1514.42]

8.正态总体方差的单边检验问题：H_0: $\sigma\leqslant 0.005 \leftrightarrow H_1$: $\sigma>0.005$

选取统计量$\chi^2=\frac{(n-1)}{\sigma^2}S^2\sim\chi^2(n-1)$，由$\alpha=0.05$，$n=9$，$S=0.007$, $\chi^2_{0.05}(8)=15.5073$

有$\chi^2=\frac{(n-1)}{\sigma^2}S^2=\frac{8}{0.005^2}\times 0.007^2=15.68>15.5073$

故拒绝原假设H_0，认为这批导线的标准差显著性地偏大。

试卷（5）答案

一、填空题

1.$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$, $A\cup B\cup C$; 2. 0.4; 3. 3/5; 4. 4; 5. 16; 6. 0.6; 7. N(0,1); 8. 0.1536,0.8704; 9. $\chi^2(n)$ χ^2_n;

10. $D(\hat{\theta}_1)<D(\hat{\theta}_2)$; 11.第一类

二、解答题

1. (1)$P(A)=\frac{C_3^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{15}$, (2)$P(B)=\frac{C_3^1C_7^1}{C_{10}^3}=\frac{7}{15}$, (3)$P(C)=\frac{C_3^1C_7^1+C_3^2}{C_{10}^3}=\frac{14}{15}$.

2. 0.145; 3. (1)A=2; (2)$F(x)=\begin{cases}0, x\le 0\\ x^2, 0<x<1\\ 1, x\ge 1\end{cases}$; (3)0.55.

4. (1) $f_X(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, x>0\\ 0，其它\end{cases}$，$f_Y(y)=\begin{cases}3e^{-y}, y>0\\ 0, 其它\end{cases}$; (2)$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$ 相互独立; (3) E(XY)=1/6

5. (1) $a=0.3$, $b=0.2$; (2) D(X)=1.61; 6. (1) $\hat{\theta}=2\bar{X}$; (2)$\bar{X}=0.5533, \hat{\theta}=1.1066$; 7. $\bar{X}=6$, [5.8955, 6.1045]

8. 设每袋盐重量为随机变量 X，则 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，

为了检查机器是否工作正常，需检验假设：H_{01}: $\mu=500$ 及 H_{02}: $\sigma^2\le 10^2$.

下面现检验假设 H_{01}: $\mu=500\leftrightarrow H_{11}$: $\mu\neq 500$

由于 σ^2 未知，故构造统计量$t=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$，$n=9$, $\bar{X}=499$, $S=16.03$, $t_{0.025}(8)=2.306$

$t=\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{499-500}{16.03/\sqrt{9}}\right|=0.187<t_{0.025}(8)=2.306$，即接受原假设 H_{01}，认为机器包装食盐的均值为 500 克，

没产生系统误差.

下面在检验假设 $H_{02}: \sigma^2 \le 10^2 \leftrightarrow H_{12}: \sigma^2 > 10^2$

$\chi^2 = \frac{(n-1)}{\sigma^2}S^2 \sim \chi^2(n-1)$，由α=0.05，$n$=9，S=0.007, $\chi^2_{0.05}(8) = 15.5073$

有$\chi^2 = \frac{(n-1)}{\sigma^2}S^2 = \frac{8}{10^2} \times 16.03^2$=20.56>15.5073，故拒绝原假设 H_{02}，接受 H_{12}，即认为其标准差超过了 10 克。

由上可知，这天机器自动包装食盐，虽没有产生系统误差，但生产不够稳定（方差偏大），从而认为这天自动包装机工作不正常.

试卷（6）答案

一、填空题

1. $p+q-pq$; 2. 4, 1/3;3. 相互独立 4. 1/16; 5. 5/9; 6. $t(n)$; 7. 6,1.3; 8. μ; 9. $\chi^2(2)$; 10. $\rho=0$; 11. 第二类

二、解答题

1.$P(A) = 1 - \frac{C_5^4 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1}{C_{10}^4} = \frac{13}{21}$

2. 0.4; 3. P{X≤1500}=1/3,Y~B(3,1/3), (1) P{Y=0}=$(2/3)^3$; (2) P{Y=1}=3×(1/3)×$(2/3)^2$

4. (1)1/8; (2)3/8; 5. E(X)=1/3, D(X)=97/72; 6. 0.2358; 7. (1) $\hat{\theta} = \frac{2\bar{X}-1}{1-\bar{X}}$; (2) $\hat{\theta} = -1 - n/\sum_{i=1}^{n}\ln(X_i)$.

8. (1) $\bar{X} = 15$，[14.872，15.128]; (2)$S^2 = 0.8$，[14.061，15.939].

9. 检验假设: H_0： $\mu \leqslant \mu_0 = 0.5\%$； $H_1: \mu > \mu_0 = 0.5\%$

$t = \frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{0.452-0.5}{0.037/\sqrt{10}}$=-4.102<$t_{0.05}(9)$=1.833，故接受 H_0 即认为溶液的含水量小于 0.5%

试卷（7）答案

一、填空题

1. pq; 2. 1/9; 3. 互斥; 4. 4, 4/3; 5. 9/16; 6. N(0,1); 7.$\chi^2(n-1)$; 8. 0.5; 9. $\chi^2(3)$; 10. $\rho=0$;

11. H_0 为真，但拒绝 H_0 的假设的概率

二、解答题

1. (1) (1)$P(A) = \frac{C_{96}^2 \cdot C_4^1}{C_{100}^3}$, (2)$P(B) = \frac{C_{96}^3}{C_{100}^3}$, (3)$P(C) = \frac{C_{96}^1 \cdot C_4^2 + C_4^3}{C_{100}^3}$

2. 0.0375; 3. 0.6147; 4. 0.243 ; 5. (1) K=1; (2) $f_X(x) = \begin{cases} 2x & 0 \le x \le 1 \\ 0 & 其它 \end{cases}$

6. E(X)=15/8，E(X^2)=47/8，D(X)=151/64

7. $\hat{\theta} = 2\bar{X} - 1$

8. $\bar{X} = 12$，$S^2 = 0.1333$，$\chi^2_{0.025}(3) = 9.3484$，$\chi^2_{0.975}(3) = 0.2158$，[0.04279, 1.8536]

9. 要检验的假设为 $H_0: \sigma^2 \le 7.5^2 \leftrightarrow H_1: \sigma^2 > 7.5^2$

故当 $\alpha = 0.05$ 时，拒绝 H_0 认为新产品强力的标准差较原来的有显著增大 。

$\chi^2 = \frac{(n-1)}{\sigma^2}S^2 \sim \chi^2(n-1)$，由α=0.05，$n$=24，S=0.007, $\chi^2_{0.05}(24) = 36.415$

有$\chi^2 = \frac{(n-1)}{\sigma^2}S^2 = \frac{24}{7.5^2} \times 9.5^2$=38.51>36.415，故拒绝原假设 H_0，接受 H_1，故认为新产品强力的标准差较原来的有显著增大 。

试卷（8）答案

一、填空题

1.0.3; 2. 1/16; 3. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b} & a < x < b, \\ 0 & 其它. \end{cases}$; 4. 0.2; 5. 81; 6. 0; 7. 0.8; 8. 0.975; 9. N(0,1);

10. -1.

二、单项选择题

1. B; 2. D; 3. C; 4. B; 5. B

三、计算题

1. (1)$\frac{1+(m-1)p}{m}$; (2)$\frac{mp}{1+(m-1)p}$. 2. (1) A=3/8; (2) ; $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{8}x^3, & 0 \le x < 2 \\ 1, & x \ge 2 \end{cases}$ (3) 7/8.

3. (1) P{X=1}=1/3, P{X=1}=2/3； (2) -1/9； (3) -1/2 .

4.(1)A=1; (2) $f_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, x>0 \\ 0,\ x\le 0 \end{cases}$，$f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y}, y>0 \\ 0,\ y\le 0 \end{cases}$，相互不独立; (3)1/2 .

四、统计题

1. $\hat{a}=3\bar{X}$; 2. (71.667,85.332)

3. 提出假设 H_0: μ =0.05；H_1: $\mu\ne 0.05$

设 X为垫圈厚度，由已知有X~N(μ, σ^2),

而 $\bar{X}=0.053$, $S^2=0.0033^2$, n=9

当H_0为成立时，取$T=\frac{\bar{X}-\mu 0}{S/\sqrt{n}}$， 有T~ t($n$-1)

当α=0.05时，查表可得$t_{\alpha/2}(n-1)=t_{0.025}(8)$=2.306， H_0的拒绝域|T|> $t_{\alpha/2}(n-1)$=2.306

计算样本数据$T=\left|\frac{\bar{X}-\mu 0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\right|=\left|\frac{0.053-0.05}{\frac{0.0033}{\sqrt{8}}}\right|=2.727>2.306$

故可以拒绝原假设H_0 ,即可以认为机器工作状态不正常

五、应用题: 0.9525

试卷（9）答案

一、填空题

1.0.1; 2. 3/4; 3.1/2; 4.$1/(2\sqrt{\pi})$; 5. 3; 2, 36; 7. 21/25; 8. $p(1-p)$; 9. F(1,1);

二、单项选择题

1. C; 2. A; 3. D; 4. B; 5. C

三、计算题

1. (1) 3. 9%； (2) 0. 423. 2. (1) A=4； (2)； $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ \frac{1}{8}x^4, & 0\le x<1 \\ 1, & x\ge 1 \end{cases}$ (3) 1/16.

3. (1) P{X=1}=1/3, P{X=1}=2/3； (2) -1/9； (3) -1/2 .

4.(1)C=4; (2) $f_X(x)=\begin{cases} 2(1-x), 0<x<1 \\ 0, \text{其它} \end{cases}$，$f_Y(y)=\begin{cases} 2y, 0<y<1 \\ 0, \text{其它} \end{cases}$，相互独立; (3)1/2 .

四、统计题

1. $\hat{\theta}=n/\sum_{i=1}^{n} lnx_i$; 2. (1) (499.6962506.3038) (2) (20.97692.079);

3. 提出假设 H_0: μ =70；H_1: $\mu\ne 70$

设 X为考生成绩，由已知有X~N(μ, σ^2),

而 $\bar{X}=66.5$, $S^2=15^2$, n=36

当H_0为成立时，取$T=\frac{\bar{X}-\mu 0}{S/\sqrt{n}}$， 有T~ t($n$-1)

当α=0.01时，查表可得$t_{\alpha/2}(n-1)=t_{0.005}(35)$=2.724， H_0的拒绝域|T|> $t_{\alpha/2}(n-1)$=2.724

计算样本数据$T=\left|\frac{\bar{X}-\mu 0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\right|=\left|\frac{66.5-70}{\frac{15}{\sqrt{36}}}\right|=1.4<2.306$

故可以接收原假设H_0 ,即，即可以认为这次考试全体考生的平均成绩为70分

六、 **应用题:** (1)X~B(100, 0.2) $P\{X=k\}=C_{100}^{k}\times 0.2^k\times 0.8^{100-k}$, k=0, 1, 2, …., 100; (2)0.9834

2018 至 2019 学年第二学期期末考试题答案

一．单选题：

1.A 2. C 3.C 4.B 5.A 6.C 7.B 8.B 9.C 10.C

二．填空题：

11.084 12.1/7, 26/49 13. $\sqrt{30}$ 14. 1

三．计算题：

15. (1)0. 86 (2) 17/86

16. (1)3/8 (2) 1/2

17.P{X=1}=0.1, P{X=2}=0.35, P{X=3}=0.55; P{Y=1}=0.3, P{Y=2}=0.2, P{Y=3}=0.4; E(Y^2+1)=6.1

18. (1) $\hat{\theta}=\frac{\theta}{\theta+1}$ (2) $\hat{\theta}=-\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} lnx_i}$

19.(1)(149.23, 1505.77) (2) (119.39 , 379.35)

20. 则接受原假设认为这批矿砂的含镍量为 3.25

五、应用题：

21. 0.0228

2019 至 2020 学年第二学期期末考试题答案

一、计算小题

1. 0.85
2. 0.9
3. 28
4. ≤3/25=0.12
5. $\hat{\mu}_1$, $\hat{\mu}_2$均为μ的无偏估计, $\hat{\mu}_2$比$\hat{\mu}_1$有效
6. $c=\sqrt{10}/5$, 自由度为 4

二、计算题

7.(1)0.62 (2) 0.435

8.(1)1 (2) $\frac{1}{2}(1-e^{-1})$ (3) $F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x}, x\le 0\\ 1-\frac{1}{2}e^{-x}, x>0\end{cases}$

9.(1)1 (2) $f_X(x)=\begin{cases}e^{-x}, x>0\\ 0, \text{其他}\end{cases}$ 独立 (3)$f_Z(z)=\begin{cases}\frac{1}{(z+1)^2}, z>0\\ 0, \text{其他}\end{cases}$

10.(1)1/3 (2)1/3

11.(1) (14.785,15.115) (2) = (14.764, 15.136)

12. 该天包装机包装的大米重量的方差没有显著性的变化

13. 至少应抽检 69 只节能灯

2020 至 2021 学年第二学期期末考试题答案

一、选择题

1.C 2.B 3.D 4.A 5. A

二、填空题

6.A∪B∪C 7.$F(x)=\begin{cases}1-e^{-\theta x}, x>0\\ 0, \text{其他}\end{cases}$,$\frac{1}{\theta}$,$\frac{1}{\theta^2}$ 8. $N(2\mu_1-\mu_2, 5\sigma^2)$ 9.第一类错误 10. $F_X(x)F_Y(y)$

11. $t(n-1)$ 12.1/8

三、计算题

13.(1)0.04 (2) 0.375

14.(1)3/4 (2) 7/32

15.(1) $f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, x\in[0,2]\\ 0, \text{其他}\end{cases}$ 独立 (2) $f_Z(z)=\begin{cases}\frac{z}{4}, z\in[0,2]\\ \frac{1}{4}(4-z), z\in(2,4]\\ 0, \text{其他}\end{cases}$

16.$\hat{\lambda}=\bar{x}$, 最大似然估计值是无偏的

17. [14.3862,15.5138]

18. 没有理由拒绝 H_0,因此我们认为革新后的产品厚度方差无显著变化

19. 这本小说有 5 个以上错字的概率为 0.017