课程代码：　　　　　　　　　　　　　　　　　　座位号：

新疆大学2020—2021 学年度第二学期期末考试

《概率论与数理统计》试卷A

姓名:________________学号:__________________专业:_____________

学院:________________________班级:____________________________

2021 年 6 月

一、选择题（本大题共5小题，每题2分，共10分）

1. 下列问题可设为离散型随机变量的是　　　　　　　　　　　　　　【　　】

　　A. 新生儿的身高和体重

　　B. 在区间(0,5)内任取2个数，这两个数的差

　　C. 根据某商店过去销售记录为保证不脱销，某商品的进货数

　　D. 两人相约于10：00-11：00会面，他们的会面时刻

2. 假设样本$X_1,X_2,X_3,\dots,X_n$来自正态总体$N(\mu,\sigma^2)$，期望μ未知，则下列估计量中关于σ^2的无偏估计量是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　【　　】

A. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$　　　　B. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

C. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　　　D. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

3. 设$X_1,X_2,\dots,X_n$为取自$N(0,1)$的样本，样本均值为$\overline{X}$，样本方差为S^2，则【　　】

A. $n\overline{X}\sim N(0,1)$　　　　B. $nS^2\sim\chi^2(n)$

C. $\frac{(n-1)\overline{X}}{S}\sim t(n-1)$　　　　D. $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^{n}X_i^2}\sim F(1,n-1)$

4. 如果随机变量X，Y 的相关系数ρ_{XY}=0，则下列结论与之等价的是　　　【　　】

A. $cov(X,Y)=0$　　　　B. X,Y相互独立

C. $D(XY)=D(X)D(Y)$　　　　D. X与Y不一定不相关

5. 可以作为随机变量X的概率密度函数的是　　　　　　　　　　　　　【　　】

A. $f(x)=\begin{cases}1/3, x\in[0,1]\\ 2/9,\ x\in[3,6]\\ 0,\quad 其他\end{cases}$　　B. $f(x)=\begin{cases}4x/\pi^2, x\in(0,\pi)\\ \\ 0,\quad 其他\end{cases}$

C. $f(x)=\begin{cases}1-5e^{-5x}, x\in(0,+\infty)\\ 0,\quad 其他\end{cases}$　　　　D. $f(x)=\frac{1}{2\pi\sigma}e^{-\frac{x^2}{2\sigma}}$

二、填空题（本大题共 10 空，每空 2 分，共 20 分）

6. 设 A、B、C 为 3 个随机事件，则 A,B,C 至少有一个发生表示为____________，若 $P(A)=P(B)=0.25, P(C)=1/3, P(AB)=P(BC)=0, P(AC)=1/12$，则 A,B,C 至少有一个事件发生的概率为____________。

7. 设随机变量 X 服从指数分布，概率密度函数$f(x)=\begin{cases}\theta e^{-\theta x},\ x>0,\\ 0, 其他。\end{cases}$， 则随机变量 X 的分布函数为 F(x)=____________,期望为______,方差为 D(X)=_______。

8. 随机变量$X\sim N(\mu_1,\sigma^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma^2)$，则 2X-Y 服从分布为____________。

9. 随机变量 X 与 Y 相互独立，对应分布函数分别为$F_X(x),F_Y(y)$设 M=Max{X，Y}，则其分布函数为__________。

10. 在假设检验中，容易出现两类错误，$P\{拒绝H_0|H_0为真\}=\alpha$为_________概率。

11. 在正态总体期望μ已知，方差未知时，n 个简单随机样本，统计量$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$服从________分布。

12. 在掷骰子游戏中，假设骰子密度均匀，外形规则，连续掷骰子 3 次，这 3 次点数都大于 3 的概率是_________。

三、计算题（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

13. 有朋自远方来，不亦乐乎。甲乙两人相约在甲所在地见面，假设乙前往目的地的交通有火车，飞机，汽车三种方式，其乘坐的概率分别为 0.3，0.5，0.2，假设这三种交通方式晚点的概率分别为 0.05，0.01，0.1。

求：1）乙前往目的地晚点的概率；（6 分）
  2）现假设乙已经晚点，未在约定时间见面，乙乘火车的概率是多少？（4 分）

14. 设离散型随机变量分布律为$P\{X=k\}=\frac{1}{2^k}, k=1,2,3,\cdots,$

求(1)X 为偶数的概率;（6 分）
 (2)计算 X 的区间概率$P\{2<X<=5\}$。(4 分)

15. 设二维随机向量(X,Y)的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}1/4, & x\in[0,2], y\in[0,2],\\ 0, & 其他.\end{cases}$$

求 (1)X，Y 的边缘密度$f_X(x),f_Y(y)$,并判断 X 与 Y 是否相互独立。（6 分）
 (2)求随机变量函数 Z=X+Y 的概率密度函数。（4 分）

四、统计题（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

16. 设总体 X 服从泊松分布$X_1,X_2,\cdots X_n$，为简单随机样本，其样本观测值为 $x_1,x_2,\cdots x_n$ 。

(1) (8 分) 试求泊松分布未知参数λ 的最大似然估计。$(其中\lambda>0)$

(2) (2 分) 请问你所得到得最大似然估计值是否满足无偏性？

17. 从一批滚珠中抽样 5 个，测得其直径样本均值和方差为：$\overline{x}=14.95$，$s^2=0.2062$。若直径$X\sim N(\mu,\sigma^2)$ ，求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。

（注：$\Phi(1.96)=0.975,\Phi(1.65)=0.95,t_{0.025}(4)=2.7764,t_{0.025}(5)=2.5706$，保留四位小数）

18. 某工厂对某项工艺进行了技术革新，从革新后的产品中随机抽取 26 件，测得其零件的厚度，计算得样本方差为 s^2=0.00066(mm^2)。设零件厚度服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，已知革新前零件的厚度$\sigma^2=0.0012$，问这批产品厚度的方差较以往有无显著性变化？（显著性水平$\alpha=0.05$保留三位小数）

（注：$\chi^2_{0.025}(25)=37.652,\chi^2_{0.025}(26)=38.885$, $\chi^2_{0.975}(25)=13.120,\chi^2_{0.975}(26)=13.844.$）

五、应用题（本大题共 1 小题，共 10 分）

19. 现有一本 20 万字的长篇小说需进行排版。假定(1)每个字是否被错排是相互独立的；(2)每个字被错排的概率为$p=1\times10^{-5}$。

试求这本小说出版后发现有 5 个以上错字的概率。

（注：$\Phi(3.5)=0.9998,\Phi(2.12)=0.9830$，$\Phi(1.5)=0.9332$）