

装  
订  
线

座位号:

新疆大学 2018 — 2019 学年度第一学期期末考试

## 《线性代数》试卷 (18 周汉 A 卷)

姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 专业: \_\_\_\_\_

学院: 班级:

2019 年 1 月

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分	评卷人

**一、单项选择题**（本大题共 5 小题，每题只有一个正确答案，答对一题得 2 分，共 10 分）

1、行列式  $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 7 \\ y & x & 8 \end{vmatrix}$  中元素  $x$  的余子式和代数余子式值分别为 【   】

A.  $-9, -9$       B.  $-9, 9$       C.  $9, -9$       D.  $9, 9$

2、设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ , 若  $AB = BA$ , 则必有 **【      】**

A.  $b_{11} = b_{22}$       B.  $b_{12} = b_{21}$       C.  $b_{12} = 0$       D.  $b_{11} + b_{22} = 0$

3、向量组  $\alpha, \beta, \gamma$  线性相关的充要条件是 【 】

A.  $\alpha, \beta, \gamma$  中有一个零向量

B.  $\alpha, \beta, \gamma$  中任意两个向量分量成比例

C.  $\alpha, \beta, \gamma$  中有一个向量是其余向量的线性组合

D.  $\alpha, \beta, \gamma$  中任意一个向量都是其余向量的线性组合

4、二次型的标准形为  $f = y_1^2 - y_2^2 + 3y_3^2$ ，则二次型的正惯性指数为【      】

A. 2                      B. -1                      C. 1                      D. 3

5、设三阶矩阵  $A$  的特征值为 2, 1, 1, 则  $A^{-1}$  的特征值为 【    】

- A. 4, 1, 1    B. 2, 1, 1    C. 4, 2, 2    D.  $\frac{1}{2}, 1, 1$

得分	评卷人

**二、判断题**(本大题共 5 小题, 每题 2 分, 共 10 分, 答 A 表示说法正确. 答 B 表示说法不正确, 本题只需指出正确与错误, 不需要修改)

- 6、克拉默法则可用于解任意的线性方程组. (    )  
 7、对任意矩阵  $A$ ,  $A^T A$  是对称矩阵. (    )  
 8、基础解系中解向量的个数等于系数矩阵的秩. (    )  
 9、若  $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \cdots + k_n\alpha_n = 0$ , 则  $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$  线性相关. (    )  
 10、二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2^2 + 6x_3^2$  的秩等于 2. (    )

得分	评卷人

**三、填空题**(本大题共 10 小题, 每题 2 分, 共 20 分)

- 11、五阶行列式的项  $a_{13}a_{22}a_{35}a_{41}a_{54}$  的符号为\_\_\_\_\_。  
 12、四阶行列式  $D$  中第 3 列元素依次为 -1, 2, 0, 1, 它们的代数余子式的值依次为 5, 3, -7, 4, 则  $D =$ \_\_\_\_\_。  
 13、如果矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 则  $A^n =$ \_\_\_\_\_。  
 14、 $n$  阶方阵  $A$  满足  $A^2 - 3A + 2E = 0$ , 则  $A^{-1} =$ \_\_\_\_\_。  
 15、如果向量  $\beta = (1, 0, k, 2)$  能由向量组  $\alpha_1 = (1, 3, 0, 5)$ ,  $\alpha_2 = (1, 2, 1, 4)$ ,  $\alpha_3 = (1, 1, 2, 3)$  线性表示, 则  $k =$ \_\_\_\_\_。

- 16、设齐次线性方程组  $Ax = 0$  有非零解,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & t & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ , 则  $t =$ \_\_\_\_\_。

18、设向量  $\alpha = (2, -1, \frac{1}{2}, 1)$ ，则  $\alpha$  的长度为\_\_\_\_\_。

19、二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + tx_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3$  是正定的, 则  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

20、已知矩阵  $A$  与对角矩阵  $\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  相似, 则  $A^2 =$  \_\_\_\_\_。

得分	评卷人

四、计算题(本大题共 5 小题, 每题 10 分, 共 50 分)

21、已知行列式  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 & 5 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -7 & 6 \end{vmatrix}$ , 计算  $A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14}$

( $A_{ij}$  是行列式中元素  $a_{ij}$  的代数余子式).

22、已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ , 且  $AB = A + 2B$ , 求矩阵  $B$ .

23、讨论  $a$  为何值时, 线性方程组 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = a \\ x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = -1 \end{cases} \quad \text{有解,}$$

当方程组有解时, 求出方程组的通解.

$$\alpha_4 = (4, -2, 5, 6)$$

- 25、已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

- (1) 求矩阵  $A$  的特征值与特征向量;
- (2) 求一个正交矩阵  $P$  使得  $P^{-1}AP$  为对角矩阵;
- (3) 写出矩阵  $A$  所对应的二次型, 并求正交变换  $x = Py$  化该二次型为标准形.

得分	评卷人

### 五、证明题（本大题共 1 小题，共 10 分）

26、设  $\beta_1 = \alpha_1, \beta_2 = \alpha_1 + \alpha_2, \dots, \beta_r = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_r$ ，且向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  线性无关，

证明：向量组  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r$  线性无关.