课程代码　　　　　　　　　　座位号

装订线内答题无效

** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 装 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 订 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 线 **

新疆大学 2016—2017 学年度第二学期期末

《高等数学》试卷（汉本下册）

姓名:__________学号:__________专业:__________

学院: __________班级:__________

2017 年 6 月 19 日

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

得分	评卷人

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、设 $\vec{u}=(1,-2,2)$，$\vec{v}=(1,-3,5)$，则与向量 $2\vec{u}-\vec{v}$ 方向一致的单位向　　（　　）

(A) $(1,-1,-1)$　　(B) $(\frac{1}{\sqrt{3}},-\frac{1}{\sqrt{3}},-\frac{1}{\sqrt{3}})$

(C) $(-\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}})$　　(D) $(-1,1,1)$

2、平面曲线 $4x^2-9y^2=36$，绕 y 轴旋转所生成的旋转曲面方程是　（　　）

(A) $4x^2-9(y^2+z^2)=36$　　(B) $4x^2-9y^2+9z^2=36$

(C) $4x^2-9y^2-4z^2=36$　　(D) $4x^2-9y^2+4z^2=36$

3、将二次积分 $\int_0^1 dy\int_y^1 f(x,y)dx$ 交换积分次序，其所得结果是　（　　）

(A) $\int_0^y dx\int_0^1 f(x,y)dy$　　(B) $\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)dy$

(C) $\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy$　　(D) $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy$

4、$\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$ 是级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛的　（　　）

(A) 必要条件　　(B) 充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既非充分又非必要条件

5、 设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数，且 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi)$ 上为奇函数，

而 a_0、a_n、b_n $(n=1,2,3,\cdots)$ 为 $f(x)$ 的傅里叶系数，则 （ ）

(A) $b_n=0$ $(n=1,2,3,\cdots)$ (B) $a_n=0$ $(n=0,1,2,3,\cdots)$

(C) $a_n\neq 0$ $(n=0,1,2,3,\cdots)$ (D) $a_0\neq 0$ $a_n\neq 0$ $b_n\neq 0$ $(n=1,2,3,\cdots)$

得分	评卷人

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、过点 $(4,-1,3)$，且平行于直线 $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{5}$ 的直线方程是

____

2、函数 $z=\ln(y^2-2x+1)$ 的定义域______________________________

3、抛物面 $z=x^2+y^2$ 上点 $(1,1,2)$ 处的切平面方程是______________________________

4、曲线积分 $\int_L(3xy^2-y^3)dx+(6x^2y-3xy^2)dy$ 与路径 __________ （有关、无关）

5、设向量场 $\vec{F}(x,y,z)=xy^2\,\vec{i}+x^2y\,\vec{j}-(x^2+y^2)z\,\vec{k}$，则该向量场 $\vec{F}(x,y,z)$ 的散度

$div\,\vec{F}=$ ______________________________

得分	评卷人

三、向量部分计算题（每题 6 分，共 12 分）

1、已知空间三点 $M(1,1,1)$，$A(2,2,1)$，$B(2,1,2)$．求三角形 ΔMAB 的面积

2、一平面过点 $(1,0,-1)$，且通过直线 $\begin{cases}x+2y+1=0\\ y+z-1=0\end{cases}$，试求该平面方程

装订线内答题无效	** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 装 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 订 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 线 ** **

得分	评卷人

四、多元函数微分法计算题（每题 6 分，共 18 分）

1、$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{\sin(xy)}{2-\sqrt{\sin(xy)+4}}$

2、由方程 $x+2y-3z=\sin(x+2y-3z)$ 所确定的隐函数是 $z=z(x,y)$

试证 $\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=1$

3、设 f 具有二阶连续偏导数,且 $z=f(x^2+y^2,xy)$　求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

得分	评卷人

五、多元函数积分题（共3题，6分+6分+8分=20分）

1、$\iint_D xydxdy$ 其中D是由两条抛物线 $y=\sqrt{x}, y=x^2$ 所围成的闭区域．

2、$\iint_\Sigma \sqrt{1+4z}\,ds$ 其中 Σ 是抛物面 $z=x^2+y^2$ 上 $z\le 1$ 的部分曲面.

3、计算 $\iint_\Sigma x^3dydz+2xz^2dzdx+3y^2zdxdy$ 其中 Σ 是抛物面 $z=4-x^2-y^2$ 被平面 $z=0$ 所截下的有限部分的上侧．

装订线内答题无效

** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 装 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 订 ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** 线 ** **

得分	评卷人

六、级数部分计算题（每题 7 分，共 14 分）

1、求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{2^n}x^n$ 的收敛域及在收敛域内的和函数．

2、将函数 $f(x)=\frac{1}{x^2+3x+2}$ 展成 $x-1$ 的幂函数，并求其收敛域.

得分	评卷人

七、应用题 （6 分）

要用铁板做一个体积为$2m^3$的有盖长方体水箱，问长、宽、高各取怎样的尺寸时，才能使用料最省？

新疆大学2016—2017学年度第二学期

《高等数学》（下册）汉本试卷（标准答案）

2017年6月19日

一、选择题　（每小题3分，共15分）

1、B　　2、D　　3、C　　4、A　　5、B

二、填空题（每小题3分，共15分）

1、$\frac{x-4}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{5}$　　　　2、$\{(x,y)|\,y^2>2x-1\}$

3、$2x+2y-z-2=0$　　　4、有关　　　5、0

三、向量部分计算题（每题6分，共12分）

1、解：$\overrightarrow{MA}=(1,1,0)$　　$\overrightarrow{MB}=(1,0,1)$　　………… 2分

$\overrightarrow{MA}\times\overrightarrow{MB}=(1,-1,-1)$　　………… 4分

$S_{\Delta MAB}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{MA}\times\overrightarrow{MB}\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}$　　………… 6分

2、解：过已知直线的平面束方程　$x+2y+1+\lambda(y+z-1)=0$ … 2分

化简得 $x+(2+\lambda)y+\lambda z+1-\lambda=0$　　………… 3分

将点$(1,0,-1)$代入上面方程　$2-2\lambda=0$　　$\lambda=1$　……… 5分

所求平面方程　$x+3y+z=0$　　………… 6分

四、计算下列各题（每题6分，共18分）

1、解：$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin(xy)}{2-\sqrt{\sin(xy)+4}}=\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin(xy)(2+\sqrt{\sin(xy)+4})}{4-[\sin(xy)+4]}$　……3分

$=\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin(xy)(2+\sqrt{\sin(xy)+4})}{-\sin(xy)}=-4$　　………… 6分

2、解：令　$F=x+2y-3z-\sin(x+2y-3z)$　　………… 1分

$F_x=1-\cos(x+2y-3z)$　　$F_y=2-2\cos(x+2y-3z)$

$F_z=-3+3\cos(x+2y-3z)$　　………… 4分

所以　$\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$　　………… 6分

3、解：$\frac{\partial z}{\partial x}=2x\,f_1+y\,f_2$　　………… 3分

$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=2x(2yf_{11}+xf_{12})+f_2+y(2yf_{21}+xf_{22})$

$=4xyf_{11}+2(x^2+y^2)f_{12}+xyf_{22}+f_2$　　………… 6分

五、多元函数积分题（共3题，6分+6分+8分=20分）

1、解：$D:\begin{cases}x^2\le y\le\sqrt{x}\\ 0\le x\le 1\end{cases}$ … 1分　　$\iint\limits_D xydxdy=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{\sqrt{x}}xydy$　　…… 4分

$$=\frac{1}{2}\int_0^1 x(x-x^4)dx=\frac{1}{12}$$ ………………… 6分

2、解：Σ：$z=x^2+y^2$ $\quad D_{xy}:x^2+y^2\le 1$ ………………… 1分

$$\iint_{\Sigma}\sqrt{1+4z}\,ds=\iint_{D_{xy}}\sqrt{1+4(x^2+y^2)}\,\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}\,dxdy$$ ……………… 3分

$$=\iint_{D_{xy}}(1+4x^2+4y^2)dxdy=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1(1+4\rho^2)\rho d\rho=3\pi$$ …………… 6分

3、解：作辅助平面Σ_1：$z=0$ （下侧） $D_{xy}:x^2+y^2\le 4$ …………… 1分

设$\Sigma+\Sigma_1$所围区域Ω:$\begin{cases}0\le z\le 4-x^2-y^2\\ (x,y)\in D_{xy}\end{cases}$ …………… 2分

由高斯公式 $\displaystyle\oiint_{\Sigma+\Sigma_1}x^3dydz+2xz^2dzdx+3y^2zdxdy=\iiint_{\Omega}3(x^2+y^2)dxdydz$ …… 4分

$$=\iint_{D_{xy}}[\int_0^{4-x^2-y^2}3(x^2+y^2)dz]\,dxdy=\iint_{D_{xy}}3(x^2+y^2)(4-x^2-y^2)dxdy$$

$$=3\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^2(4\rho^3-\rho^5)d\rho=32\pi$$ ………………… 6分

而 $\displaystyle\iint_{\Sigma_1}x^3dydz+2xz^2dzdx+3y^2zdxdy=\iint_{D_{xy}}0dxdy=0$ ………………… 7分

$$\iint_{\Sigma}x^3dydz+2xz^2dzdx+3y^2zdxdy=(\oiint_{\Sigma+\Sigma_1}-\iint_{\Sigma_1})x^3dydz+2xz^2dzdx+3y^2zdxdy=32\pi$$ … 8分

六、级数部分计算题 （每题7分，共14分）

1、解：$S(x)=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{2^n}x^n$， $\quad \int_0^x S(x)dx=x\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{-1}{2}x)^n=\frac{2x}{2+x}$ $\quad \left|\frac{x}{2}\right|<1$ ……… 4分

所以$S(x)=\frac{4}{(2+x)^2}$ $\quad |x|<2$ … 5分 $\quad$ 当$x=\pm 2$时级数 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{2^n}(\pm 2)^n$ 发散

原幂级数的收敛域是$(-2,2)$ …… 6分 且$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{2^n}x^n=\frac{4}{(2+x)^2}$ $\quad x\in(-2,2)$ …… 7分

2、解：$f(x)=\frac{1}{(x+1)(x+2)}=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=\frac{1}{2}\frac{1}{1+\frac{x-1}{2}}-\frac{1}{3}\frac{1}{1+\frac{x-1}{3}}$ …………… 3分

$$=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(\frac{x-1}{2})^n-\frac{1}{3}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(\frac{x-1}{3})^n$$ … 6分 $\quad |x-1|<2$ ……… 7分

七、应用题 （6分） 解：设长方形水箱的长、宽、高分别为x,y,z

长方形的表面积$S=2xy+2yz+2xz$，由已知$xyz=2$ …………… 2分

作拉格朗日函数$L(x,y,z)=2xy+2yz+2xz+\lambda(xyz-2)$

$$\begin{cases}L_x=2y+2z+\lambda yz\\ L_y=2x+2z+\lambda xz\\ L_z=2x+2y+\lambda xy\\ L_\lambda=xyz-2\end{cases}$$ …… 4分

解得 $x=y=z=\sqrt[3]{2}$ ………………………… 5分

所以当长、宽、高都是$\sqrt[3]{2}$米时用料最省 ……6分