

一. 选择题 (每题3分)

1. 方程 $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ 所表示的曲面为 ()
A. 椭球面 B. 柱面 C. 双曲抛物面 D. 椭圆抛物面
2. 过点 $(1, 2, 3)$ 且与直线 $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{0}$ 平行的直线方程为 ()
A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{0}$ B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{0}$ C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ D. $2x-y=0$
3. 向量 $\vec{a} = (1, 1, \sqrt{2})$ 与 z 轴夹角为 ()
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{8}$
4. 点 $(1, 1, 1)$ 到平面 $x-2y+2z=5$ 的距离是 ()
A. 2 B. $-\frac{4}{3}$ C. 2 D. $\frac{4}{3}$
5. 直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ 与 $x-y+z=1$ 的位置关系为 ()
A. 垂直 B. 平行 C. 夹角为 $\frac{\pi}{3}$ D. 夹角为 $\frac{\pi}{4}$

二. 填空题 (每题2分)

1. 过点 $(1, 2, 4)$ 且与平面 $2x-3y+z=4$ 垂直的直线方程 _____
2. 若直线过点 $(1, 1, 1)$ 和 $(2, 3, 4)$ 则直线方程 _____
3. 已知向量 $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, $\vec{a} \perp \vec{b}$ 则 $|\vec{a}+\vec{b}|=$ _____
4. 设 α, β, γ 是向量 \vec{a} 的三个方向角, 其中 γ 为锐角, 若 $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\gamma =$ _____
5. 直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$ 与直线 $\frac{x}{k} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1-k}$ 垂直则 $k =$ _____
6. xoy 平面上曲线 $y=e^x$, 绕 z 轴旋转一周, 所生成的旋转曲面方程是 _____
7. 向量 $\vec{a} = (2, 1, 2)$ $\vec{b} = (4, -1, 10)$, $\vec{c} = \vec{b} - \lambda \vec{a}$ 且 $\vec{a} \perp \vec{c}$, 则 $\lambda =$ _____
8. 已知向量 $\vec{a} = (-2, 3, -1)$, 则向量 \vec{a} 与 z 轴方向角 $\alpha =$ _____
9. 平面 $x+2y+kz+1=0$ 与平面 $y+x-z=5$ 垂直, 则 $k =$ _____
10. 过点 $(-1, 2, 1)$ 且与 xoy 面垂直的直线方程为 _____

三. 计算: (每题5分)

1. 求过点 $(1, 0, -1)$ 且通过直线 $\begin{cases} x+2y+1=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$ 的平面方程

2. 已知空间三点 $A(1, -1, 2)$ $B(4, 5, 4)$ $C(2, 2, 2)$ 求 $\triangle ABC$ 中 AC 边的高.

3. 已知向量 $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 1$, 且它们的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 求向量 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 的夹角.

4. 求点 $P(3, -1, 2)$ 到直线 $\frac{x-1}{0} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{3}$ 的距离.

5. 求直线 $\begin{cases} x-y+z-1=0 \\ x+y+z-2=0 \end{cases}$ 在平面 $2x-y+z-2=0$ 上的投影直线方程.

6. 求过直线 $\begin{cases} x-2y+2z+1=0 \\ x+y-z-2=0 \end{cases}$ 且与平面 $2x-y-z-2=0$ 垂直的平面方程.

7. 求直线 $l_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z+3}{1}$ 和 $l_2: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ 的夹角

8. 求过两点 $A(1, 1, 1)$ 和 $B(0, 1, -1)$ 且垂直于平面 $x+y+z=0$ 的平面方程.

9. 求过点 $(2, -1, 3)$ 且与直线 $\begin{cases} x-y+z-1=0 \\ x+y+z-2=0 \end{cases}$ 平行的直线方程

10. 求过点直线 $\begin{cases} 3x-4y+z=0 \\ 3x-y-2z-9=0 \end{cases}$ 且与 x 轴平行的平面方程.

11. 求过点 $(3, 1, -2)$ 且与平面 $x+2z=1$ 和 $y-3z=2$ 都平行的直线方程

12. 已知空间两点 $A(1, 1, -1)$, $B(-2, 1, 2)$

求在 AB 上求一点 M , 使 $\vec{AM} = 2\vec{MB}$. 且求 \vec{OM} 同向单位向量.

13. 求点 $P(1, -1, 3)$ 到直线 $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{0}$ 的距离.