

课程代码:

座位号:

新疆大学 2018 — 2019 学年度第一学期期末考试

《线性代数》试卷 (18 周汉本)

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

学院: _____ 班级: _____

2019 年 1 月

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分	评卷人

一、单项选择题 (本大题共 5 小题, 每题只有一个正确答案, 答对一题得 2 分, 共 10 分)

1、行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 7 \\ y & x & 8 \end{vmatrix}$ 中元素 x 的余子式和代数余子式值分别为 【 】

A. $-9, -9$ B. $-9, 9$ C. $9, -9$ D. $9, 9$

2、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$, 若 $AB = BA$, 则必有 【 】

A. $b_{11} = b_{22}$ B. $b_{12} = b_{21}$ C. $b_{12} = 0$ D. $b_{11} + b_{22} = 0$

3、向量组 α, β, γ 线性相关的充要条件是 【 】

A. α, β, γ 中有一个零向量
 B. α, β, γ 中任意两个向量分量成比例
 C. α, β, γ 中有一个向量是其余向量的线性组合
 D. α, β, γ 中任意一个向量都是其余向量的线性组合

4、二次型的标准形为 $f = y_1^2 - y_2^2 + 3y_3^2$, 则二次型的正惯性指数为 【 】

A. 2 B. -1 C. 1 D. 3



装订线内答题无效

5、设三阶矩阵 A 的特征值为 2, 1, 1, 则 A^{-1} 的特征值为

【 】

- A. 4, 1, 1 B. 2, 1, 1 C. 4, 2, 2 D. $\frac{1}{2}, 1, 1$

得分	评卷人

二、判断题(本大题共 5 小题, 每题 2 分, 共 10 分, 答 A 表示说法正确, 答 B 表示说法不正确, 本题只需指出正确与错误, 不需要修改)

- 6、克拉默法则可用于解任意的线性方程组. ()
- 7、对任意矩阵 A , $A^T A$ 是对称矩阵. ()
- 8、基础解系中解向量的个数等于系数矩阵的秩. ()
- 9、若 $k_1 \alpha_1 + k_2 \alpha_2 + \cdots + k_n \alpha_n = 0$, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ 线性相关. ()
- 10、二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 4x_1 x_2 + 2x_1 x_3 - 2x_2^2 + 6x_3^2$ 的秩等于 2. ()

得分	评卷人

三、填空题(本大题共 10 小题, 每题 2 分, 共 20 分)

- 11、五阶行列式的项 $a_{13}a_{22}a_{35}a_{41}a_{54}$ 的符号为_____。
- 12、四阶行列式 D 中第 3 列元素依次为 -1, 2, 0, 1, 它们的代数余子式的值依次为 5, 3, -7, 4, 则 $D =$ _____。
- 13、如果矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $A^n =$ _____。
- 14、 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - 3A + 2E = 0$, 则 $A^{-1} =$ _____。
- 15、如果向量 $\beta = (1, 0, k, 2)$ 能由向量组 $\alpha_1 = (1, 3, 0, 5)$, $\alpha_2 = (1, 2, 1, 4)$, $\alpha_3 = (1, 1, 2, 3)$ 线性表示, 则 $k =$ _____。

- 16、设齐次线性方程组 $Ax = 0$ 有非零解, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & t & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, 则 $t =$ _____。



17、设 $3(\alpha_1 - \alpha) + 2(\alpha_2 + \alpha) = 5(\alpha_3 + \alpha)$, 其中 $\alpha_1 = (2, 5, 1, 3)$, $\alpha_2 = (10, 1, 5, 10)$,

$\alpha_3 = (4, 1, -1, 1)$, 则 $\alpha =$ _____。

18、设向量 $\alpha = (2, -1, \frac{1}{2}, 1)$, 则 α 的长度为_____。

19、二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + tx_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3$ 是正定的, 则 t 的取值范围是_____。

20、已知矩阵 A 与对角矩阵 $\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 相似, 则 $A^2 =$ _____。

得分	评卷人

四、计算题(本大题共 5 小题, 每题 10 分, 共 50 分)

21、已知行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 & 5 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -7 & 6 \end{vmatrix}$, 计算 $A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14}$

(A_{ij} 是行列式中元素 a_{ij} 的代数余子式)。



22、已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 且 $AB = A + 2B$, 求矩阵 B .

23、讨论 a 为何值时, 线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = a \\ x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = -1 \end{cases}$$
 有解,

当方程组有解时, 求出方程组的通解.



*
*
*
*
*
*
*
*
*
*
*
装
*
*
*
*
*
*
*
*
*
*
*
订
*
*
*
*
*
*
*
*
*
*
*
线
*
*
*
*
*
*
*
*

$$\alpha_4 = (4, -2, 5, 6)$$

- (1) 求向量组的秩;
- (2) 求向量组的一个最大无关组, 并将其余向量用该最大无关组线性表示出来.

25、已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

- (1) 求矩阵 A 的特征值与特征向量;
- (2) 求一个正交矩阵 P 使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵;
- (3) 写出矩阵 A 所对应的二次型, 并求正交变换 $x = Py$ 化该二次型为标准形.



得分	评卷人

五、证明题（本大题共 1 小题，共 10 分）

26、设 $\beta_1 = \alpha_1, \beta_2 = \alpha_1 + \alpha_2, \dots, \beta_r = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_r$ ，且向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 线性无关，

证明：向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r$ 线性无关。

