期中测试

一、选择题：(4分/题，共20分)

1. 设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，则必有(　　)

A、$\vec{a}-\vec{b}=\vec{0}$　B. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$　C. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$　D. $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$

2. 方程$\frac{x^2}{4}+y^2=z^2$表示的是(　　)

A 锥面　B. 椭球面　C. 双曲面　D. 双曲线

3. 曲面$xy+yz+zx=0$上平行于平面$x+2y+3z=2$的切平面方程为(　　)

A. $x+2y+3z=0$　B. $x+2y+3z=1$　C. $x+2y+3z=2$，D $x+2y+3z=-1$

4. 函数$z=f(x,y)$在点(x_0,y_0)处连续是它在点偏导存在的(　　)

A 必要而非充分条件　B. 充分而非必要条件

C. 充分必要条件.　D. 既非充分而非必要条件

5. 二元函数$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+y^2} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$在点$(0,0)$处(　　)

A. 连续，偏导数存在.　B. 连续，偏导不存在

C. 不连续，偏导存在.　D. 不连续，偏导不存在.

二、填空（4分/题，共20分）

1. 平行于xoy平面且垂直于$4\vec{i}-3\vec{j}-2\vec{k}$的向量 ________

2. 已知点$M_1(1,-1,2)$，$M_2(3,3,1)$，$M_3(3,1,3)$在平面π上，$\vec{n}$是π的单位法向量，且$\vec{n}$与z轴成锐角，则$\vec{n}=$ ________

3. 设函数$F(x,y,z)$可微，曲面$F(x,y,z)=0$过点$P(1,-2,3)$且$F_x(P)=4$，$F_y(P)=3$，$F_z(P)=-2$，则曲面$F(x,y,z)=0$在点P的切平面方程：________

4. 曲线$\begin{cases}z^2=2+(x^2+y^2)\\ x=1\end{cases}$在点$(1,2,\sqrt{7})$处的切线对$y$轴斜率为 ________

5. 设$u=x^4+y^4-4x^2y^2$，则$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=$ ________

三. 计算（6分/题，共48分）.

1. 直线 l 过点 $M(1,2,3)$ 且与两平面 $x+2y-z=0$, $2x-3y+5z=6$ 都平行，求此直线的对称式方程.

2. 求过平面 $4x-y+3z-1=0$ 和 $x+5y-z+2=0$ 的交线且过点 $P(1,1,1)$ 的平面

3. 求圆锥面 $x^2+y^2-2z^2=0$ 在点 $(1,-1,1)$ 处的切平面和法线方程.

4. 设 $z=\ln(2x^2y^3)$ 求 dz.

5. 求函数 $z=x^2-3xy+3y^2-2x+3y+4$ 的极值.

6. 求函数 $u=xy^2z^3$ 在点 $(1,1,1)$ 处方向导数的最大值与最小值.

7. 设 $z=f(xe^y, xy)$. 其中 f 具有一阶连续偏导数. 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$

8. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sqrt{\tan(x+y)+1}-1}{\tan(x+y)}$

四. 证明题.（4分/题，共12分）

1. 设 $\vec{a}\neq\vec{0}$，证明向量 $\vec{p}=\vec{b}-\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 垂直.

2. 函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\frac{1}{z}-\frac{1}{x}=f\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)$ 所确定，f 具有连续一阶导数

试证：$x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=z^2$.

3. 证明极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x-y}{x+y}$ 不存在.