

## 1 选择题

1.  $A$  是  $n$  阶矩阵, 则  $|A| = 0$  的必要条件是 ( C )

- (A)  $A$  中必有一行(或一列)元素全为零;  
(B)  $A$  中必有两行元素成比例;  
(C)  $A$  中必有一行是其余各行的线性组合;  
(D)  $A$  中任何一行必是其余各行的线性组合.

2. 设方阵  $A$  满足  $A^2 - 2A = O$ , 则下列矩阵中必为可逆矩阵的是 ( B )

- (A)  $A$ ; (B)  $A + E$ ; (C)  $A^2 - 2A$ ; (D)  $A - 2E$ .

3. 若矩阵  $A$  中有一个三阶非零子式, 则 ( C )

- (A) 矩阵  $A$  的秩  $r(A) = 3$ ; (B) 矩阵  $A$  的秩  $r(A) \leq 3$ ;  
(C) 矩阵  $A$  的秩  $r(A) \geq 3$ ; (D) 矩阵  $A$  的秩  $r(A) > 3$ ;

4.

设四阶行列式  $D = \begin{vmatrix} a & c & d & a \\ b & b & b & b \\ d & c & d & c \\ d & a & a & c \end{vmatrix}$ ,  $A_{3j}$  是元素  $a_{3j}$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) 的代数余子式,

则  $A_{31} + A_{32} + A_{33} + A_{34}$  的值等于 ( A )

- (A) 0; (B) 1; (C)  $a + b + c + d$ ; (D)  $(a - b)(c - d)$ .

5. 向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  ( $s > 1$ ) 线性相关的充要条件是 ( A )

- (A)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  中至少有一个向量是其余向量的线性组合;  
(B) 对任意一组不全为零的数  $k_1, k_2, \dots, k_s$ , 都有  $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s = 0$ ;  
(C)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  中必有两个向量, 其分量成比例.  
(D)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  中每个向量都可由其余向量线性表示;

6. 设  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = m$ , 则  $\begin{vmatrix} a_2 & b_2 & c_2 \\ 3a_1 & 3b_1 & 3c_1 \\ a_3 - 2a_1 & b_3 - 2b_1 & c_3 - 2c_1 \end{vmatrix} =$  ( C )

- (A)  $3m$ ; (B)  $-6m$ ; (C)  $-3m$ ; (D)  $6m$ .

7. 若向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关,  $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  线性相关, 则 ( C )

- (A)  $\alpha_1$  必可由  $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  线性表出; (B)  $\alpha_2$  必不能由  $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$  线性表出;

(C)  $\alpha_4$ 必可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出; (D)  $\alpha_4$ 必不能由 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表出.

8. 设 $A$ 与 $B$ 均为 $n$ 阶方阵,则必有 ( C )

- (A)  $|A+B| = |A| + |B|$ ; (B)  $AB = BA$ ;  
(C)  $|AB| = |BA|$ ; (D)  $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ .

9. 下列矩阵中,与 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 等价的矩阵是 ( D )

- (A)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ; (B)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  
(C)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ; (D)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

10.

设 $A$ 为任意3阶矩阵,将 $A$ 的第一列与第二列交换得到 $B$ ,再把 $B$ 的第二列加到第三列得到 $C$ ,则满足 $AQ = C$ 的可逆矩阵 $Q$ 为 ( A )

- (A)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; (B)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  
(C)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; (D)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

11. 设 $f(x) = \begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2x \\ 3 & x & 4 \end{vmatrix}$  则多项式 $f(x)$ 的最高次的系数为 ( B )  
(A) -3; (B) -2; (C) 2; (D) 3.

12. 已知向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 1)^T, \alpha_2 = (2, 0, 3)^T, \alpha_3 = (1, k, 2)^T$ 的秩为2,则 ( B )

- (A)  $k = 2$ ; (B)  $k = -2$ ; (C)  $k = 0$ ; (D)  $k = 1$ .

13.  $A, B$ 均为 $n$ 阶方阵,则下述命题一定正确的是 ( D )

- (A) 若 $|A| = |B|$ ,则必有 $A = B$ ; (B) 若 $A \neq B$ ,则必有 $|A| \neq |B|$ ;  
(C) 若 $A = B$ ,则 $|A+B| = |A| + |B|$ ; (D) 若 $A = B$ ,则必有 $|A| = |B|$ .

14. 设三阶矩阵 $A$ 的行列式 $|A| = 2$ , 则 $||A|A| =$  ( C )
- (A) 2 ; (B) 4 ; (C) 16 (D) 32 .
15. 设 $\alpha = (1, 0, -1, 2), \beta = (0, 1, 0, 2)$ , 矩阵 $A = \alpha^T \beta$ , 则 $r(A) =$  ( A )
- (A) 1 ; (B) 2 ; (C) 3 (D) 4 .
16. 设有向量组(I) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 及(II) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ , 则有 ( D )
- (A) (I) 线性无关 $\Rightarrow$  (II) 线性无关; (B) (I) 线性无关 $\Rightarrow$  (II) 线性相关 ;
- (C) (I) 线性相关 $\Rightarrow$  (II) 线性无关; (D) (I) 线性相关 $\Rightarrow$  (II) 线性相关 .
17. 下列命题正确的是 ( D )
- (A)  $AB = E_n$  (其中 $E_n$ 是 $n$ 阶单位阵), 则矩阵 $A$ 必可逆;
- (B) 若 $A, B$ 均为 $n$ 阶可逆矩阵, 则 $A + B$ 必可逆;
- (C) 若 $A, B$ 均为 $n$ 阶不可逆矩阵, 则 $A - B$ 必不可逆;
- (D) 若 $A, B$ 均为 $n$ 阶可逆矩阵, 则 $AB$ 必可逆 .
18. 若 $n$ 阶方阵 $A$ 与 $n$ 阶方阵 $B$ 等价, 那么必有 ( B )
- (A)  $|A| = |B|$ ; (B) 若 $|A| \neq 0$ , 则 $|B| \neq 0$ ;
- (C)  $|A| \neq |B|$ ; (D) 若 $|A| > 0$ , 则 $|B| > 0$ .
19. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无, 则下列向量组中线性无关的是 ( C )
- (A)  $\alpha_1 - 2\alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3$ ; (B)  $3\alpha_1 + 2\alpha_2, \alpha_1 - \alpha_3, 2\alpha_2 + 3\alpha_3$ ;
- (C)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$ ; (D)  $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ .
20. 设矩阵 $A, B, C$ 满足 $A = BC$  则下列说法正确的是 ( D ).
- (A).  $A$ 的列向量组一定能由 $C$ 的列向量组线性表示;
- (B).  $A$ 的列向量组一定不能由 $C$ 的列向量组线性表示;
- (C).  $A$ 的行向量组一定不能由 $B$ 的行向量组线性表示;
- (D).  $A$ 的列向量组一定能由 $B$ 的列向量组线性表示.

1.  $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ x & 3 & 1 \\ 4 & x & 5 \end{vmatrix}$  中代数余子式  $A_{12} = -1$ , 则  $A_{21} =$  \_\_\_\_\_. (2)

2. 设向量组  $\alpha_1 = (1, 3, 4, -2), \alpha_2 = (2, 1, 3, t), \alpha_3 = (3, -1, 2, 0)$  线性相关, 则  $t =$  \_\_\_\_\_. (-1)

3. 设  $\beta_1 = \alpha_2 + \alpha_3, \beta_2 = \alpha_1 + \alpha_3, \beta_3 = \alpha_1 + \alpha_2$ , 且  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关, 则秩  $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) =$  \_\_\_\_\_. (3)

4. 已知  $n$  阶方阵  $A$  的行向量组线性相关, 则  $|A| =$  \_\_\_\_\_. (0)

5. 设  $A, B$  是 3 阶方阵,  $|A| = 2, |B| = -4$ , 则  $|2B^*A^{-1}| =$  \_\_\_\_\_. (64)

1. (10 分)

设矩阵  $A, B$  满足关系式  $AB = A - B$ , 其中

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix},$$

求矩阵  $B$ .

答案:  $B = (A + E)^{-1}A = \begin{pmatrix} \frac{17}{9} & -1 & -\frac{4}{9} \\ 2 & 1 & \frac{1}{9} \\ -\frac{9}{9} & 1 & \frac{9}{9} \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

1. 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 与向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 等价, 则 $s = t$ . (    ☐  $\times$     ).

2. 设 $A, B$ 为 $n$ 阶( $n \geq 2$ )可逆矩阵, 则 $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ . (    ☐  $\times$     ).

3. 若 $A$ 为 $n$ 阶矩阵, 已知矩阵 $B, C$  满足 $BA = CA$ , 而且 $|A| \neq 0$ , 则 $B = C$ . (    ☒  $\sqrt$     ).

4. 任何两个矩阵都可以做加法运算. (    ☐  $\times$     ).

5. 任何一个向量组的秩一定不超过其中向量的个数 (    ☒  $\sqrt$     ).

6. 已知多项式 $f(x) = x^2 - 2x + 1, A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , 则 $f(A) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + 1$  (    ☐  $\times$     ).

7. 若 $A$ 为初等矩阵, 则 $A^{-1} = A$  (    ☐  $\times$     ).

8. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 的秩为 $r$  ( $r < s$ ), 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任何含 $r$ 个向量的部分组都是线性无关的. (    ☐  $\times$     ).

9.  $a_i, b_i, c_i, d_i (i = 1, 2) \in R$ , 则有 $\begin{vmatrix} a_1 + a_2 & b_1 + b_2 \\ c_1 + c_2 & d_1 + d_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{vmatrix}$  (    ☐  $\times$     ).

10. 如果秩 $r(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{s-1}) = r(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{s-1})$ , 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关. (    ☒  $\sqrt$     ).

.