课程代码： 050080 考场号：　　　　　　　　座位号：

新疆大学 2019—2020 学年度第二学期期末考试
《概率论与数理统计》试卷 A

2020 年 6 月 15 日

一、计算小题(本大题共 6 小题，每题 5 分，共 30 分.要求：写出计算步骤.)

1、**(5 分)**设$P(A)=0.25, P(B)=0.2, P(A\cup B)=0.3$, 求$P(\overline{A}\cup\overline{B})$。

2、**(5 分)**从整数范围 400~999 中随机地取 1 个数，求它不能同时被 2 和 5 整除的概率。

3、**(5 分)**对二维随机变量(X,Y)，已知 $D(X)=4, D(Y)=9, \rho_{XY}=0.5$,求 $D(X-2Y)$.

4、**(5 分)**对二维随机变量(X,Y)，已知$E(X)=1$，$E(Y)=2$，$D(X)=1$，$D(Y)=4$，$\rho_{XY}=-0.5$，利用切比雪夫不等式估计$P(|2X-Y|\ge 10)$的值。

5、**(5 分)**设总体的数学期望 μ 和方差σ^2都存在，X_1, X_2, X_3 为来自总体的一个样本，验证下面的估计量为 μ 的无偏估计，并指出哪一个估计有效。

$$\widehat{\mu_1}=\frac{1}{5}X_1+\frac{3}{10}X_2+\frac{1}{2}X_3,\quad \widehat{\mu_2}=\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{5}{12}X_3$$

6、**(5 分)**设$X\sim N(0,1)$，X_1,X_2,X_3,X_4,X_5,X_6是来自总体 X 的容量为 6 的样本，当统计量$\frac{c(X_1-3X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}}$ 服从 t 分布，确定系数 c 和 t 分布的自由度。

二、计算题（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

7、**(10 分)**设甲、乙、丙 3 个班参加《概率论》考试，各班人数依次占考试总人数的 45%，30%，25%。各班试卷成绩及格率依次是 60%，75%，50%，将所有试卷混放在一起，（1）从中任取一张试卷，求该试卷成绩及格的概率；（2）若任取一张试卷成绩是及格的，则它来自甲班的概率。

8、**(10 分)**设随机变量 X 服从拉普拉斯分布，其密度函数为：

$$f(x)=Ae^{-|x|}, -\infty<x<+\infty$$

试求：（1）系数 A;（2）概率$P(0<X<1)$;（3）分布函数 $F(x)$。

9、**(10 分)**设二维随机变量(X,Y) 的联合分布密度为：

$$f(x,y)=\begin{cases} ke^{-(x+y)} & x>0, y>0 \\ 0 & 其他 \end{cases}$$

试求：

(1)系数 k;

(2)边缘概率密度$f_X(x)$，$f_Y(y)$，并判断 X 与 Y 是否独立;

(3)求$Z=X/Y$的密度函数。

三、统计题（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

10、**(10 分)**设某种药品针对某种疾病的治愈率为 p。现从患者中随机抽出 15 人服用此药，发现其中有 5 人治愈. 试求：（1）治愈率 p 的矩估计值$\hat{p}_1$;（2）治愈率 p 的最大似然估计值$\hat{p}_2$.

11、**(10 分)**某车间生产滚珠, 已知其直径$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现从某一天生产的产品

中随机地抽出 6 个，测得直径的样本均值$\overline{X}=14.95$. 计算：

(1)若 σ^2=0.06，求滚珠直径 X的均值 μ的置信概率为 90%的置信区间；
(2)若 σ^2未知,此时测得样本方差$S^2=0.226^2$，求滚珠直径 X的均值 μ的置信概率为 90%的置信区间.（$z_{0.05}=1.65$，$t_{0.05}(5)=2.015$）

12、(10 分)某粮食加工厂用自动包装机包装大米，每包的重量有服从正态分布，要求均值 100 公斤，长期以来方差稳定在 1.2^2，某日开工后，为确定这天包装机的工作是否正常，随机抽取了 9 袋，称其重量后得：

样本均值$\overline{X}=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9}X_i=99.978$, 样本方差 $S^2=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{9}(X_i-\overline{X})^2=1.469$.

试问该天包装机包装的大米重量的方差是否有显著性的变化？
（显著性水平$\alpha=0.05$ ，$\chi_{0.975}^2(8)=2.180, \chi_{0.025}^2(8)=17.535$）

四、应用题（本大题共 1 小题，共 10 分）

13、(10 分)某厂生产的节能灯在改进工艺后，平均寿命提高到 2250 小时，标准差为 250 小时。为鉴定此项新工艺，特规定：任意抽取若干只节能灯，若其平均寿命超过 2200 小时，就可承认此项新工艺。工厂为使此项工艺通过鉴定的概率不小于 0.950，问至少应抽检多少只节能灯？ （$\Phi(1.65)=0.95$，提示：用中心极限定理）

附： $z_{0.05}=1.65$，$t_{0.05}(5)=2.015$，$\Phi(1.96)=0.975, \chi_{0.975}^2(8)=2.180$，$\chi_{0.025}^2(8)=17.535$，$\Phi(1.65)=0.95$.