Assignment of Data Mining (3) April 26, 2022

Name: 階戸　弾　　**Student Number:** 1224525046

1. Find the posterior distribution of parameter μ of a multinomial distribution.

   (See p.17-19 in the lecture slides)

   ディリクレ分布は,

$$Dir(\mu|\alpha) = \frac{\Gamma(\sum_{k=1}^{K}\alpha_k)}{\prod_{k=1}^{K}\Gamma(\alpha_k)}\prod_{k=1}^{K}\mu_k^{\alpha_k-1} = \frac{1}{X(a)}\prod_{k=1}^{K}\mu_k^{\alpha_k-1} \qquad (1)$$

   とする.

   ベイズの定理より,

$$p(\mu|m,\alpha) = \left(\frac{n!}{\prod_{k=1}^{K}m_k!}\prod_{k=1}^{K}\mu_k^{m_k}\right)\left(\frac{\Gamma(\sum_{k=1}^{K}\alpha_k)}{\prod_{k=1}^{K}\Gamma(\alpha_k)}\prod_{k=1}^{K}\mu_k^{\alpha_k-1}\right)$$

$$= \frac{n!}{\prod_{k=1}^{K}m_k!}\frac{\Gamma(\sum_{k=1}^{K}\alpha_k)}{\prod_{k=1}^{K}\Gamma(\alpha_k)}\prod_{k=1}^{K}\mu_k^{m_k+a_k-1}$$

$$= \frac{1}{X(\alpha+m)}\prod_{k=1}^{K}\mu_k^{m_k+\alpha_k-1}$$

   これは(1)より$Dir(\mu|\alpha+m)$と同じである.

$$p(\mu|m,\alpha) = \frac{1}{X(\alpha+m)}\prod_{k=1}^{K}\mu_k^{m_k+\alpha_k-1} = Dir(\mu|\alpha+m)$$

以上よりパラメータμの事後分布はディリクレ分布と同じであることがいえる.