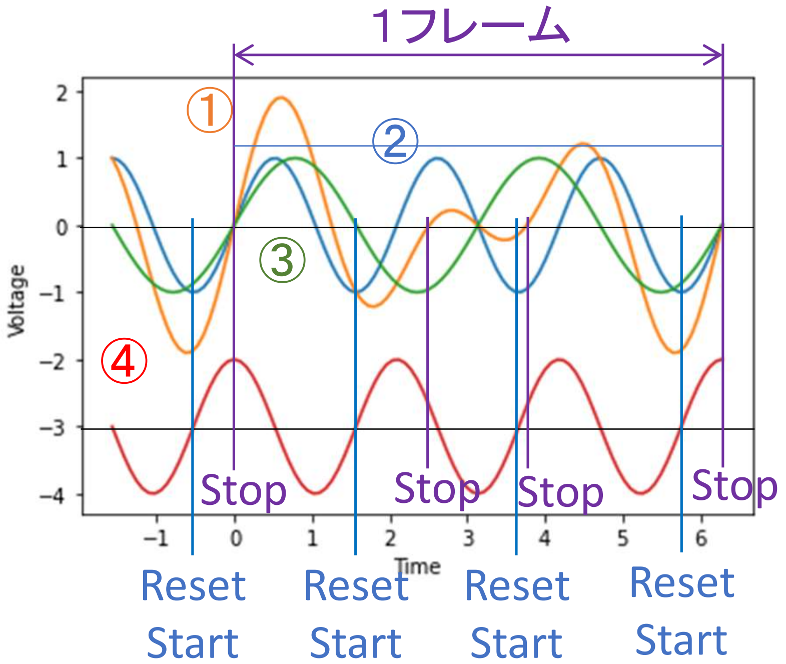
連続積算位相差処理に関する考察

Fujifilm Internal Use Only
開示範囲：先端研内
作成／日付：先端研 園田慎一郎
取扱い指定：ー

2022/08/15
園田　慎一郎

X軸測定センサー信号①（測定対象）とX軸駆動信号④（設定条件）から
真のX軸センサー信号②とX軸駆動信号④ の位相差を求めたい。
但し、X軸測定センサー信号① は真のX軸センサー信号②に真のY軸センサー信号③
が混ざった信号となっている。（ MEMSセンサ信号の観測結果を反映させている。）



連続積算位相差の測定方法
X軸駆動信号④において傾き正で0Vを通過した時刻からカウンタ値をReset・Startする。
X軸測定センサー信号①において傾き正で0Vを通過した時刻でカウンタ値をStopする。
記録したカウンタ値から位相差を求める。求めた位相差を「1フレーム」（②と③が同時に傾き正で0Vとなる時刻の間）、連続して位相差を積算する。

Fujifilm Internal Use Only
開 示 範 囲：先端研内
作成／日付：先端研 薗田慎一郎
取扱い指定：—

連続積算位相差処理の1例

周波数比が 3:2 の場合（下図参照）

X軸測定センサー信号① = 真のX軸センサー信号② + 真のY軸センサー信号③

（ MEMSセンサ信号の観測結果を反映させている。）

X軸駆動信号④（設定条件）= 位相をΔシフトした真のX軸センサー信号②

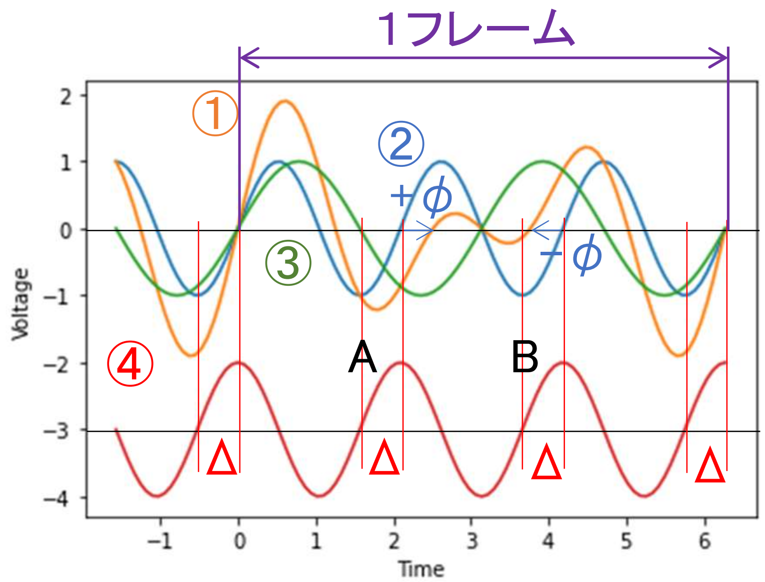
（ MEMS駆動信号と動作周波数が一致することを実験で確認している。またΔは共振周波数からのずれで変化するが実際は、概ねπ/2（1周期を2π）付近で動作させている。）

X軸測定センサー信号①とX軸駆動信号④の位相差（傾き正で0Vを通過する時刻差）を「1 フレーム」の間、積算すると その平均がΔとなる。（下式参照）

これは、A地点の位相差とB地点の位相差が相殺されるためである。

<u>周波数比は3:2以外の任意の周波数比において、ある制約条件のもとで成立する。</u>

<u>（次ページ以降で解説する。）</u>

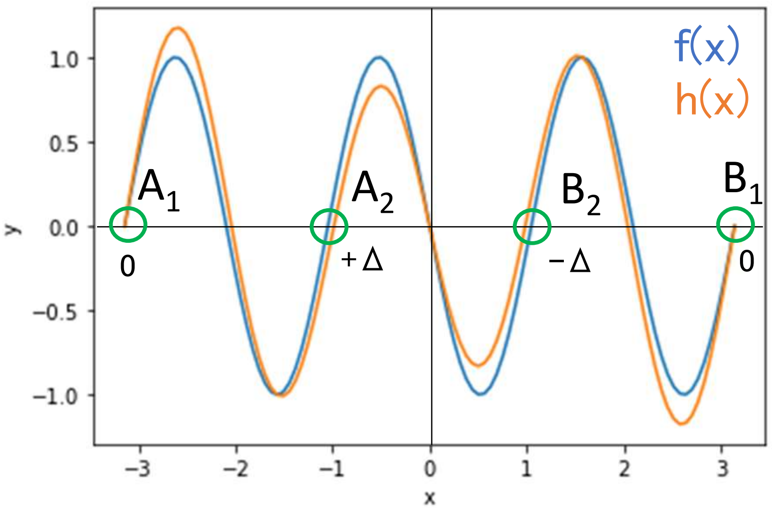


①と④の連続積算した位相差の平均値

$$\frac{(\Delta) + (\Delta + \phi) + (\Delta - \phi) + (\Delta)}{4} = \Delta$$

②と④の位相差 $= \Delta$

連続積算位相差処理の一般化



★ f(x)（真値：mが奇数の時）
h(x)（クロストーク有）
が奇関数であるから、
A_1とB_1,A_2とB_2の位相差が相殺し、
全位相差の積算は0となる。

m = 3（奇数）
n = 2
A = 1
B = 0.2
のプロット

$-\pi \le x \le \pi$

$f(x) = sin(m(x-\pi))$ f(x)が真のX軸センサー信号②

$= (-1)^m sin(mx)$

$g(x) = sin(n(x-\pi))$ g(x)が真のY軸センサー信号③

$= (-1)^n sin(nx)$

$m, n \in \mathbb{N}$において$f(x), g(x)$は奇関数となる。

$A, B \in \mathbb{R}$

$h(x) = Af(x) + Bg(x)$とすると$f(x), g(x)$は奇関数より$h(x)$も奇関数となる。

h(x)がX軸測定センサー信号①（測定対象）

$m = 2M+1 \quad M \in \mathbb{N}$

$\alpha < 0$において$f(\alpha) = 0$を満たす$\alpha_{i-} = -\pi + \frac{2\pi i}{2M+1} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M)$

$\alpha > 0$において$f(\alpha) = 0$を満たす$\alpha_{i+} = \pi - \frac{2\pi i}{2M+1} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M)$

となる。 (ただしf'（α）> 0なるαを考える。)

$\beta < 0$において

$h(\beta) = 0$を満たす$\beta_{i-} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M')$の中で

α_{i-}に最も距離が近いβ_{i-}を$\beta'_{i-} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M)$とする。

$\beta > 0$において

$h(\beta) = 0$を満たす$\beta_{i+} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M')$の中で

α_{i+}に最も距離が近いβ_{i+}を$\beta'_{i+} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M)$とする。

(ただしh'（β）> 0なるβを考える。)

$f(x)$と$h(x)$の積算位相差ψを

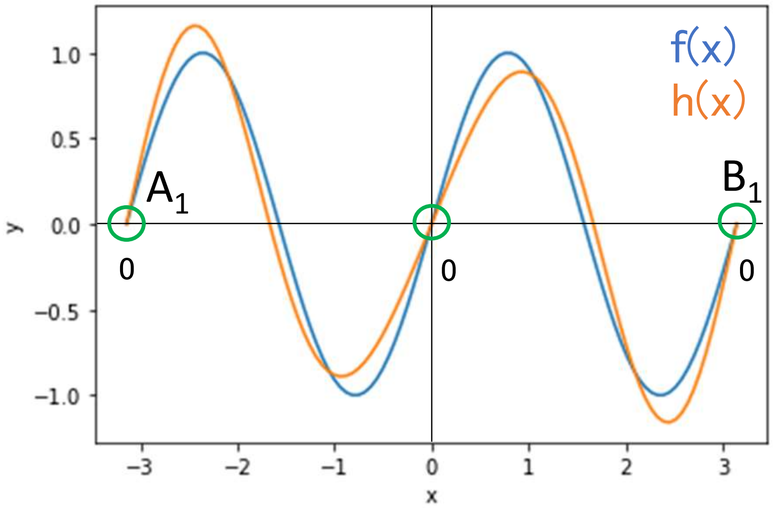
$\psi = \sum_{n=0}^{M}((\beta'_{i-} - \alpha_{i-}) + (\beta'_{i+} - \alpha_{i+}))$

$f(x), h(x)$は奇関数より

$f(x) = -f(-x) = 0$より$\alpha_{i+} = -\alpha_{i-}$

$h(x) = -h(-x) = 0$より$\beta'_{i+} = -\beta'_{i-}$

よって$\psi = 0$となる。



★ f(x)（真値:mが偶数の時）
h(x)（クロストーク有）
が奇関数であるから、
A_1とB_1の位相差が相殺する。
x=0の位相差が0となれば、
全位相差の積算は0となる。

m = 2（偶数）
n = 3
A = 1
B = 0.2
のプロット

$m = 2M \quad M \in \mathbb{N}$

$\alpha < 0$において$f(\alpha) = 0$を満たす$\alpha_{i-} = -\pi + \frac{2\pi i}{2M} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M-1)$

$\alpha > 0$において$f(\alpha) = 0$を満たす$\alpha_{i+} = \pi - \frac{2\pi i}{2M} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M-1)$

$f(\alpha_{M+}) = f(\alpha_{M-}) = 0$を満たす。$\alpha_{M+} = \alpha_{M-} = 0$

となる。<u>（ただしf’（α）> 0なるαを考える。）</u>

$\beta < 0$において

$h(\beta) = 0$を満たす$\beta_{i-} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M'-1)$の中で

α_i-に最も距離が近いβ_{i-}を$\beta'_{i-} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M-1)$とする。

$\beta > 0$において

$h(\beta) = 0$を満たす$\beta_{i+} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M'-1)$の中で

α_{i+}に最も距離が近いβ_{i+}を$\beta'_{i+} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, M-1)$とする。

★$h(\beta'_{M+}) = h(\beta'_{M-}) = 0$を満たす、$\beta'_{M+} = \beta'_{M-} = 0$の場合、
すなわちα_{M+}及びα_{M-}に最も近いβ'_{M+}, β'_{M-}が0の時を考える。

<u>（ただしh’（β）> 0なるβを考える。）</u>

$f(x)$と$h(x)$の積算位相差ψを

$\psi = (\beta'_{M+} - \alpha_{M+}) + \sum_{n=0}^{M-1}((\beta'_{i-} - \alpha_{i-}) + (\beta'_{i+} - \alpha_{i+}))$

$f(x), h(x)$は奇関数より

$f(x) = -f(-x) = 0$より$\alpha_{i+} = -\alpha_{i-}$

$h(x) = -h(-x) = 0$より$\beta'_{i+} = -\beta'_{i-}$

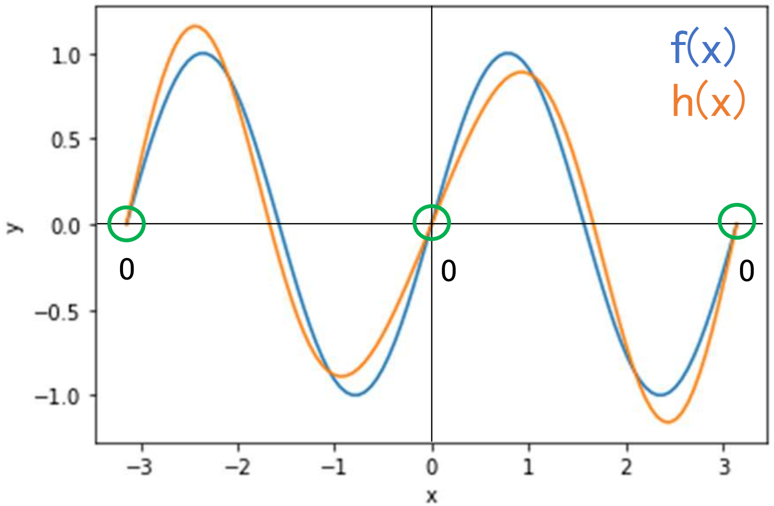
よって$\psi = 0$となる。

★ の制約条件を与えた。

クロストークの量（Aに対するBの量）に制約がある。

何故クロストークの量（Aに対するBの量）に制約があるのか？

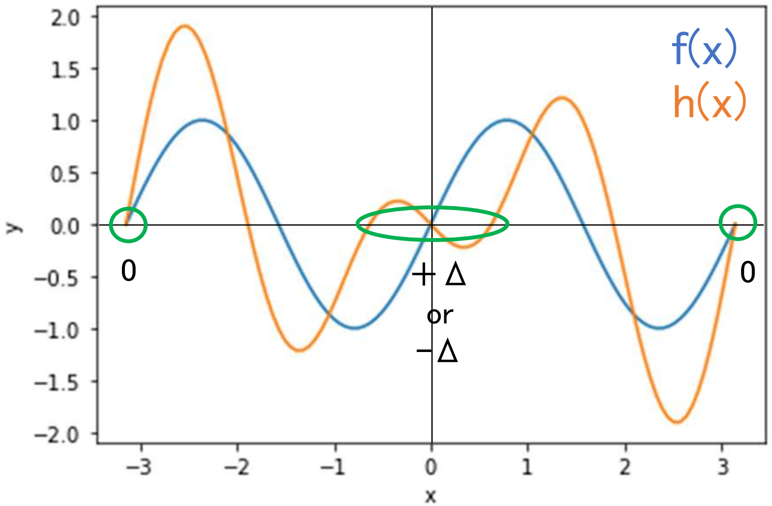
積算=0が成立する例（x=0の位相差が0）



m = 2（偶数）
n = 3
A = 1.0
B = 0.2
のプロット

Aに比べてBが小さい時
≒クロストークが比較的小さい時

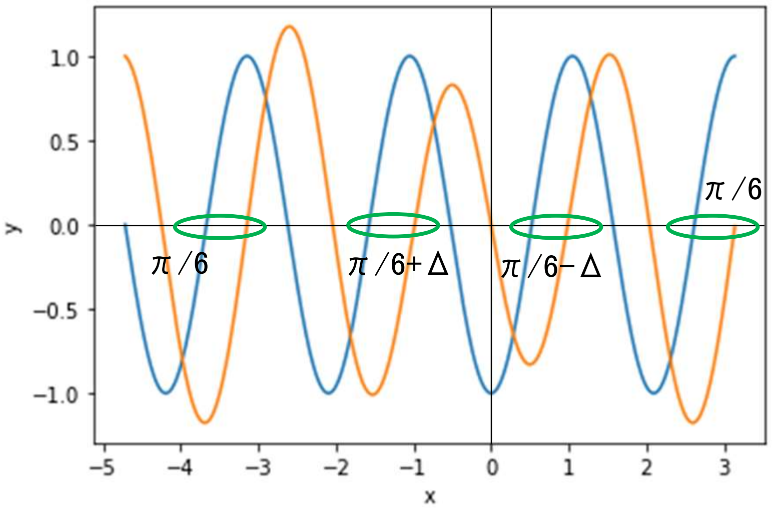
積算=0が成立しない例（x=0の位相差≠0）



m = 2（偶数）
n = 3
A = 1.0
B = 1.0
のプロット

Aに比べてBが同等の時
≒クロストークが比較的大きい時

実際のMEMSデバイスにおいて
A=1.0,B=0.15程度であるのでクロストークは十分小さく、積算=0が成立する。



f(x)（真値）
h(x)（クロストーク有）

m = 3（奇数）
n = 2
A = 1
B = 0.2
ϕ = $\pi/6$
のプロット

実際の測定は$h(x)$と$f(x+\phi)$の位相差を比較する。

★この時、$h(x)$の位相揺らぎがϕより小さければ、

$h(x)$と$f(x)$の積算位相差測定におけるそれぞれの測定点に位相差ϕのシフトが加算される。

$m = 2M + 1 \quad M \in \mathbb{N}$

$$\psi = \sum_{i=0}^{M} ((\beta'_{i-} - \alpha_{i-}) + (\beta'_{i+} - \alpha_{i+}))$$
$$= (2M + 2)\phi$$

測定個数$2M+2$でわった平均の位相差はϕになる。

$m = 2M \quad M \in \mathbb{N}$

$$\psi = (\beta'_{M+} - \alpha_{M+}) + \sum_{i=0}^{M-1} ((\beta'_{i-} - \alpha_{i-}) + (\beta'_{i+} - \alpha_{i+}))$$
$$= (2M + 1)\phi$$

測定個数$2M+1$でわった平均の位相差はϕになる。

★

の制約条件を与えた。

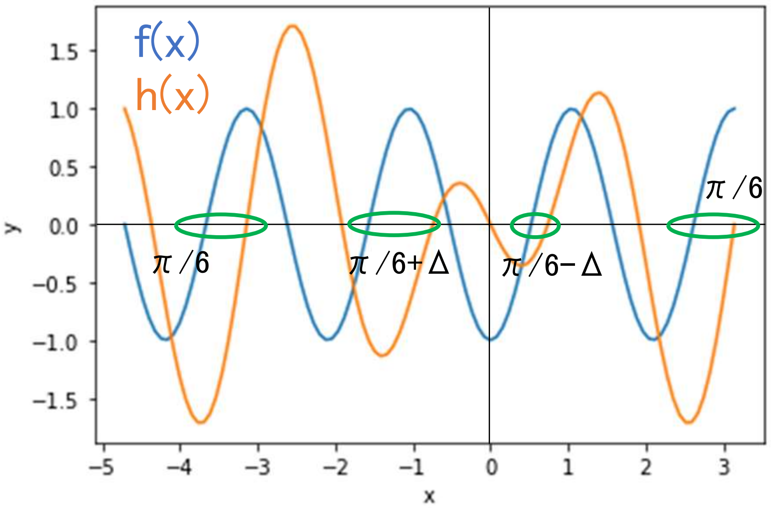
クロストークの量（h(x)の揺らぎがϕを超えない）に制約がある。

任意の周波数比において、クロストーク量の制約条件のもとで成立する。

Fujifilm Internal Use Only
開示範囲：先端研内
作成/日付：先端研 園田慎一郎
取扱い指定：ー

何故クロストークの量(h(x)の揺らぎがφを超えない)に制約があるのか？

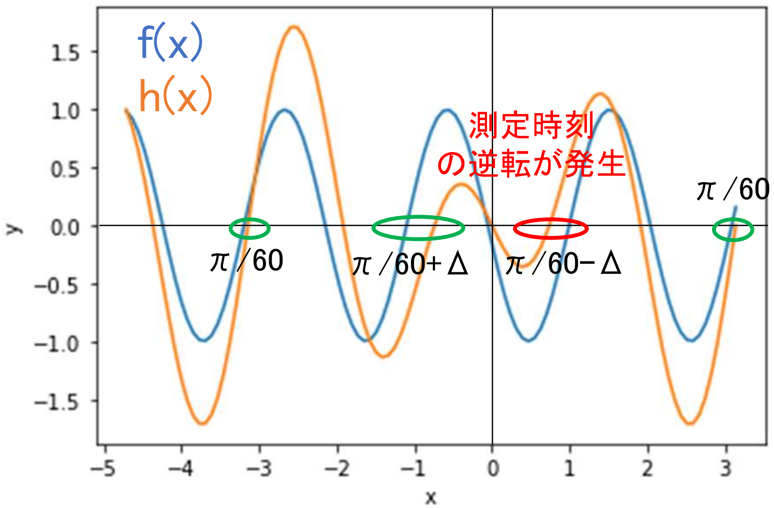
成立例(φ=π/6の時)



m = 3 (奇数), n = 2
A = 1, B = 0.8
φ = π/6のプロット

傾き正,f(x)=0から測定始まる。
傾き正,h(x)=0の時刻が
測定開始より遅い場合は問題ない。

非成立例(φ=π/60)



m = 3 (奇数), n = 2
A = 1, B = 0.8
φ = π/60のプロット

傾き正,f(x)=0から測定始まる。
傾き正,h(x)=0の時刻が
測定開始より早い場合は測定できない。

実際のMEMSデバイスにおいて、
共振付近でMEMSが動作しているためφ(π/6付近)がh(x)の揺らぎに対して
十分大きいため、問題にはならない。