# Điều khiển robot song song phẳng 3RRR dựa trên mô hình động lực và bộ ước lượng động học

Control of a 3RRR planar parallel robot based on a dynamic model and a kinematic estimator

Nguyễn Quang Hoàng<sup>1</sup>, Vũ Đức Vương<sup>1,2</sup>, Nguyễn Tùng Lâm<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Viện Cơ khí, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

<sup>2</sup>Khoa Kỹ thuật điện tử, Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp, Đại học Thái Nguyên

Email: hoang.nguyenquang@hust.edu.vn; ducvuong86@gmail.com

#### Tóm tắt

Từ khóa:

Mô hình hóa; Điều khiển chuyển động; Robot song song 3RRR; Ước lượng động học; Mô phỏng số. Các tọa độ suy rộng dư thường được sử dụng để thiết lập mô hình động lực cho robot song song để bài toán được đơn giản. Kết quả cho ta phương trình vi phân đại số (DAEs) mô tả động lực học robot song song. Các phương trình này sau đó được biến đổi về dạng tọa độ tối thiểu để phục vụ cho việc thiết kế bộ điều khiển phản hồi. Bộ điều khiển được thiết kế thường yêu cầu phản hồi tất cả các tọa độ suy rộng dư và các đạo hàm của nó. Về mặt thực tế, để đáp ứng được các yêu cầu này của bộ điều khiển, đòi hỏi phải trang bị cho robot nhiều loại cảm biến để đo không chỉ các biến khớp chủ động mà còn đo cả các biến khớp phụ trợ và thậm chí cả vị trí và vận tốc của bàn máy động. Tuy nhiên, một số tọa độ rất khó có thể đo được một cách dễ dàng bằng các cảm biến thông thường như encoder. Trong bài báo này, một phương pháp ước lượng các tọa độ suy rộng phụ thuộc cũng như chuyển động của bàn máy động được trình bày. Kỹ thuật phản hồi sai số động học được khai thác để đảm bảo chuyển động ước lượng tiệm cận với chuyển động thực của robot. Các kết quả mô phỏng số được thực hiện để khẳng định sự khả thi và tin cậy của phương án đề xuất.

#### **Abstract**

Keywords:

Modelling; Motion control; 3RRR planar parallel robot; Kinematic estimation; Numerical simulation.

Redundant coordinates are often used to establish the dynamics equations of parallel robots because that makes the problem simpler in comparison to the case of using minimal coordinates. The obtained results are a set of differential algebraic equations (DAEs). After that, these equations are transformed to the form of minimal coordinates to design a feedback controller. This controller requires feedbacks of all the redundant coordinates and their derivatives. In practice, to have all feedback variables for the controller, a robot needs more sensors than its degree of freedom. These sensors measure not only the actuated joint variables, but also the auxiliary variables and position and velocity of the moving platform. However, some coordinates can not be easily measured by sensors like encoder. In this paper, a novel method is introduced to estimate dependently generalized coordinates and motion of the moving platform. A kinematic error feedback technique is exploited to ensure the estimated motion converge to the actual motion of the robot. Numerical simulation results are performed to confirm the reliability and efficiency of the proposed method.

Ngày nhận bài: 14/7/2018 Ngày nhận bài sửa: 10/9/2018 Ngày chấp nhận đăng: 15/9/2018

## 1. GIỚI THIỆU

Trong sản xuất hiện đại, robot song song ngày càng được sử dụng nhiều do các ưu điểm của nó như độ chính xác và độ cứng cao hơn, tỷ lệ tải trên khối lượng robot cao hơn so với robot chuỗi. Các đặc điểm này có được là do tính liên kết thành vòng kín của các khâu. Tuy nhiên, khi nhắc tới robot song song chúng ta cũng phải thường nhắc tới một số nhược điểm rất lớn như: không gian làm việc nhỏ và có nhiều điểm kỳ dị trong không gian làm việc[1][2], số lượng khóp động cần giám sát lớn và khó bố trí cảm biến. Tương tự như đối với tay máy chuỗi, có nhiều luật điều khiển đã được thiết kế cho robot song song [3]–[6] như: PD+bù trọng lực, tuyến tính hóa chính xác, điều khiển trượt, thích nghi, điều khiển mờ, điều khiển dựa trên mạng nơ ron,.... Với các phương pháp này, bộ điều khiển được xây dựng dựa trên nền tảng mô hình động lực học hay chính là các phương trình vi phân đại số mô tả hệ [7][8]. Để có đủ thông tin tính toán các bộ điều khiển robot song song thường yêu cầu phản hồi tất cả các tọa độ suy rộng dư và các đạo hàm của nó sau đó tính toán để đưa ra thông số điều khiển hợp lý [9][10].

Trên robot song song, các khâu của robot thường mảnh nên chúng ta rất khó bố trí cảm biến tại các khớp bị động, hơn nữa robot song song có số lượng khớp lớn nên phương án bố trí cảm biến trên tất cả các khớp sẽ dẫn tới giá thành sản phẩm cao[11][12]. Do đó, yêu cầu đầy đủ thông tin trực tiếp từ các khớp phản hồi về bộ điều khiển robot không phải lúc nào cũng dễ dàng đáp ứng được. Để khắc phục được những hạn chế này, bài báo đề xuất phương án sử dụng bộ ước lượng động học để xác định các tọa độ suy rộng phụ thuộc và các đạo hàm của nó. Ngoài ra, kỹ thuật phản hồi sai số động học được khai thác để đảm bảo chuyển động ước lượng tiệm cận với chuyển động thực của robot.

Phần còn lại của bài báo được cấu trúc như sau: Phần 2.1 trình bày về mô hình của robot song song dẫn động bởi động cơ điện. Phần 2.2 trình bày việc thiết kế bộ điều khiển dựa trên mô hình động lực với giả thiết rằng toàn bộ tọa độ suy rộng dư được đo. Phần 2.3 trình bày về bộ ước lượng động học để xác định các tọa độ suy rộng phụ thuộc. Các kết quả mô phỏng số được trình bày trong mục 3. Cuối cùng là phần kết luận.

#### 2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

#### 2.1. Mô hình động lực của robot song song dẫn động bằng động cơ điện

Khảo sát robot song song n bậc tự do được dẫn động bằng n động cơ điện. Để mô tả động lực học robot song song các tọa độ suy rộng dư thường được sử dụng, vì nó cho phép dễ dàng hơn trong việc thiết lập phương trình vi phân chuyển động và cũng thuận tiện hơn để mô phỏng trên máy tính. Gọi  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, ..., q_m]^T = [\boldsymbol{\theta}^T, \mathbf{y}^T]^T, \ m > n$  là véctơ tọa độ suy rộng dư cho robot, trong đó  $\boldsymbol{\theta}$  - biến khớp chủ động,  $\boldsymbol{y}$  - tọa độ bàn máy động và các biến phụ trợ. Việc thiết lập các phương trình vi phân chuyển động cho các hệ này đã được trình bày trong rất nhiều các tài liệu tham khảo[1][6][13][14][15]. Với các nhân tử Lagrange phương trình vi phân chuyển động cho hệ được viết ở dạng sau:

$$\boldsymbol{M}_{s}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}_{s}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}_{s}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{B}_{s}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{\Phi}_{q}^{T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\lambda}. \tag{1}$$

$$\phi(q) = 0$$
,  $\Phi(q) = \partial \phi / \partial q$  (2)

trong đó:  $\boldsymbol{M}_s(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{J}_m r^2 \boldsymbol{Z}$  - ma trận khối lượng,  $\boldsymbol{C}_s(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$  - ma trận Coriolis và ly tâm được xác định từ ma trận khối lượng theo công thức Christoffel[4][7] hoặc sử dụng tích Kronecker [16],  $\boldsymbol{D}_s = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{D}_m + \boldsymbol{K}_m \boldsymbol{R}_a^{-1} \boldsymbol{K}_e) r^2 \boldsymbol{Z}$  là ma trận cản,  $\boldsymbol{g}_s(\boldsymbol{q})$  - véc tơ lực suy rộng do

trọng lực,  $\boldsymbol{B}_s = \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_m\boldsymbol{R}_a^{-1}r$  - ma trận đầu vào điều khiển. Chi tiết về các đại lượng trong phương trình trên được trình bày trong các bài báo [11][12][15].

Để thuận tiện cho việc thiết kế bộ điều khiển dựa trên mô hình động lực, hệ phương trình vi phân đại số (1)&(2) sẽ được biến đổi về dạng tọa độ khớp chủ động. Bằng cách sử dụng ma trận  $\mathbf{R}(q) \in \mathbb{R}^{m \times n}$  được định nghĩa như sau:

$$R(q) = \begin{bmatrix} E \\ -\mathbf{\Phi}_{y}^{-1}\mathbf{\Phi}_{\theta} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

trong đó  $\mathbf{\Phi}_{\theta}(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{\phi} / \partial \mathbf{\theta}$ ,  $\mathbf{\Phi}_{y}(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{\phi} / \partial \mathbf{y}$  lần lượt là ma trận Jacobi của véc tơ phương trình liên kết theo véc tơ tọa độ suy rộng chủ động và phụ thuộc, phương trình động lực học của robot song song được chuyển về dạng

$$M_{a}(\theta)\ddot{\theta} + C_{a}(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} + D_{a}\dot{\theta} + g_{a}(\theta) = R^{T}B_{c}u =: \tau_{a},$$
 (4)

với 
$$m{M}_{ heta}(m{ heta}) = m{R}^T m{M}_s(m{q}) m{R}, \ m{M}_{ heta} \in \mathbb{R}^{n imes n}, \ m{C}_{ heta}(m{ heta}, \dot{m{ heta}}) = m{R}^T \left[ m{M}_s(m{q}) \dot{m{R}} + m{C}_s(m{q}, \dot{m{q}}) m{R} 
ight] \ m{D}_{ heta} = m{R}^T m{D}_s m{R}, \ m{g}_{ heta}(m{ heta}) = m{R}^T m{g}_s(m{q}), \ m{g}_{ heta} \in \mathbb{R}^n.$$

Phương trình (4) vẫn đảm bảo tính chất:  $M_{\theta}(\theta)$  là ma trận xác định dương và  $N_{\theta} = \dot{M}_{\theta}(\theta) - 2C_{\theta}(\theta,\dot{\theta})$  là ma trận phản đối xứng. Phương trình (4) là cơ sở để thiết kế bộ điều khiển cho robot trong phần sau.

### 2.2. Thiết kế bộ điều khiển phản hồi dựa trên mô hình động lực

Mục tiêu của bài toán điều khiển là tìm luật mô men các động cơ để bàn máy động chuyển động theo qui luật cho trước  $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_d(t)$ . Luật điều khiển có thể được thiết kế trong không gian khóp để  $\mathbf{e}_{\theta} = \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta}_d(t) - \boldsymbol{\theta}(t) \to 0$ , hoặc cũng có thể được thiết kế trong không gian thao tác để  $\mathbf{e}_x = \tilde{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}_d(t) - \boldsymbol{x}(t) \to 0$ . Trong phần này phương pháp thiết kế điều khiển trong không gian khóp được trình bày. Để áp dụng được điều khiển trong không gian khóp, từ chuyển động mong muốn  $\boldsymbol{x}_d(t)$  của bàn máy động ta cần thiết phải giải bài toán động học ngược để tìm  $\boldsymbol{\theta}_d(t)$ . Phần sau đây sẽ trình bày về việc thiết kế điều khiển trong không gian khớp cho robot song song.

## 2.2.1. Điều khiển vị trí: điều khiển PD + bù trọng lực

Đối với bài toán điều khiển vi trí, ta có thể áp dung luật PD + bù trong lực như sau:

$$u = (\mathbf{R}^T \mathbf{B}_s)^{-1} \left( \mathbf{K}_p \mathbf{e}_\theta + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_\theta + \mathbf{g}_\theta(\boldsymbol{\theta}) \right), \text{ v\'oi } \mathbf{e}_\theta = \boldsymbol{\theta}_d - \boldsymbol{\theta}.$$
 (5)

Sự ổn định của hệ với luật điều khiển trên được chứng minh bằng cách chọn hàm Lyapunov sau

$$V = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{\theta}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\theta}}. \tag{6}$$

Đạo hàm theo thời gian hàm V, chú đến phương trình (4), và chú ý đến tính chất phản đổi xứng của ma trận  $[\dot{M}_{_{\theta}}-2C_{_{\theta}}]$ , ta có được

$$\dot{V} = \dot{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{M}_{\theta}(\boldsymbol{\theta}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\theta}}^T \dot{\boldsymbol{M}}_{\theta}(\boldsymbol{\theta}) \dot{\boldsymbol{\theta}} + \dot{\boldsymbol{e}}_{\theta}^T \boldsymbol{K}_{\theta} \boldsymbol{e}_{\theta} = -\dot{\boldsymbol{\theta}}^T \left( \boldsymbol{D}_{\theta}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{K}_{d} \right) \dot{\boldsymbol{\theta}} \le 0$$
(7)

#### 2.2.2. Điều khiển theo mô men tính toán

Bằng phương pháp điều khiển theo mô men tính toán (hoặc phương pháp tuyến tính hóa chính xác), ta chọn luật điều khiển như sau:

$$\boldsymbol{u} = (\boldsymbol{R}^T \boldsymbol{B}_s)^{-1} \left[ \boldsymbol{M}_{\theta}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{v} + \boldsymbol{C}_{\theta}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{D}_{\theta} \dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{g}_{\theta}(\boldsymbol{\theta}) \right], \tag{8}$$

với 
$$\mathbf{v} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d + \boldsymbol{K}_D \dot{\boldsymbol{e}}_\theta + \boldsymbol{K}_P \boldsymbol{e}_\theta + \boldsymbol{K}_I \int_0^t \boldsymbol{e}_\theta(\tau) d\tau$$
. (9)

Tác động điều khiển (8) lên hệ (4) ta nhận được: 
$$\mathbf{M}_{a}(\boldsymbol{\theta})(\ddot{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{v}) = \mathbf{0}$$
. (10)

Vì ma trận 
$$\mathbf{M}_{\theta}(\boldsymbol{\theta})$$
 là xác định dương, nên từ (10) ta có:  $\ddot{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{v} = \mathbf{0}$  (11) Chú ý đến (9) ta được

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d} - \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{K}_{D}\dot{\boldsymbol{e}}_{\theta} + \boldsymbol{K}_{P}\boldsymbol{e}_{\theta} + \boldsymbol{K}_{I}\int_{0}^{t} \mathbf{e}_{\theta}(\tau)d\tau = \mathbf{0}$$
(12)

hay 
$$\ddot{e}_{\theta} + \mathbf{K}_{D}\dot{e}_{\theta} + \mathbf{K}_{P}e_{\theta} + \mathbf{K}_{I}\int_{0}^{t} e_{\theta}(\tau)d\tau = \mathbf{0}.$$
 (13)

Đạo hàm phương trình (13) theo thời gian ta nhận được

$$\ddot{\mathbf{e}}_{\theta} + \mathbf{K}_{D} \ddot{\mathbf{e}}_{\theta} + \mathbf{K}_{P} \dot{\mathbf{e}}_{\theta} + \mathbf{K}_{I} \mathbf{e}_{\theta} = \mathbf{0}. \tag{14}$$

Nếu các ma trận xác định dương  $\mathbf{K}_D$ ,  $\mathbf{K}_P$ ,  $\mathbf{K}_I$  được chọn là dạng đường chéo, từ (14) ta có được hệ các phương trình vị phân tuyến tính bậc 3 như sau

$$\ddot{e}_{\theta i} + k_{Di} \dot{e}_{\theta i} + k_{Pi} \dot{e}_{\theta i} + k_{Ii} e_{\theta i} = 0, \ i = 1, 2, ..., n$$
(15)

Phương trình đặc trưng của (15) có dạng

$$\lambda_i^3 + k_{Di}\lambda_i^2 + k_{Pi}\lambda_i + k_{Ii} = 0, \ i = 1, 2, ..., n$$
(16)

Các điều kiện để nghiệm của phương trình đặc trưng (16) có phần thực âm được đưa ra theo tiêu chuẩn Hurwitz như sau:

$$k_{Di} > 0, \quad k_{Pi} > 0, \quad k_{Ii} > 0, \quad k_{Di}k_{Pi} - k_{Ii} > 0, \quad i = 1, 2, ..., n$$
 (17)

Như thế, nếu ta chọn các hệ số  $k_{Di}, k_{Pi}, k_{Ii}$  thỏa mãn điều kiện (17), thì nghiệm của hệ (15) sẽ tiệm cận về không theo luật mũ. Điều này dẫn tới  $\theta(t) \to \theta_d(t)$ .

## 2.3. Thiết kế bộ ước lượng động học dựa trên phương trình liên kết

Luật điều khiển (5) và (8) yêu cầu không chỉ các biến khớp chủ động  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$  mà nó còn yêu cầu cả các biến  $y,\dot{y}$ . Để có các biến này cho phản hồi, đòi hỏi phải trang bị thêm cho robot nhiều cảm biến khác nữa ngoài các encoder đo biến khớp chủ động. Để tránh sự tốn kém này, trong bài báo đề xuất phương án ước lượng các biến cần đo này từ các phương trình liên kết động học. Phần này trình bày việc xây dựng bộ ước lượng đáp ứng yêu cầu trên.

Các phương trình liên kết động học ở mức vị trí được viết lại như sau

$$\phi(q) \equiv \phi(\theta, y) = 0. \tag{18}$$

Từ đây nhận được các phương trình liên kết ở mức vận tốc

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{y})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{y})\dot{\boldsymbol{y}}$$
(19)

Xét trường hợp không kỳ dị, từ phương trình trên ta giải được

$$\dot{\boldsymbol{y}} = -\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{y}}^{-1}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{y}}^{-1}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{y})\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{y})\dot{\boldsymbol{\theta}}$$
(20)

Tích phân phương trình (20) với điều kiện đầu y(0) cho ta giá trị của đại lượng y(t). Các giá trị y(t) nhận được sau khi tích phân phương trình (20) có thể sẽ không còn thỏa mãn phương trình liên kết (18) do những sai số tích lũy khi tính toán. Do sai số của phương trình liên kết nên hoàn toàn có thể dẫn đến sự trôi dạt vị trí và vận tốc trong mô phỏng số. Để loại bỏ sự trôi dạt này, ở đây đề xuất sử dụng kỹ thuật phản hồi sai số động học. Ý tưởng của phương pháp là thay vì giải tìm  $\dot{y}$  từ phương trình (19), ta sử dụng phương trình

$$\dot{\phi}(q) = -K\phi(q), \text{ v\'oi } K > 0.$$
(21)

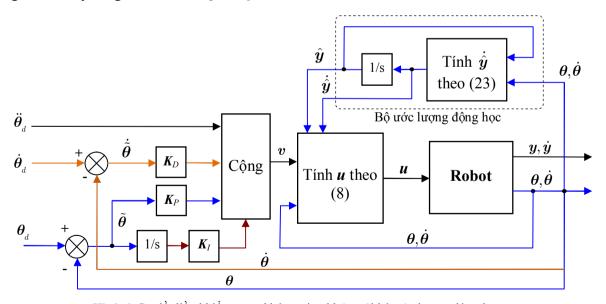
Khi đó phương trình (19) được hiệu chỉnh thành

$$\dot{\phi}(q) = \Phi_{q}(q)\dot{q} = \Phi_{\theta}(\theta, y)\dot{q} + \Phi_{q}(\theta, y)\dot{y} = -K\phi(q)$$
(22)

Từ đây giải được

$$\dot{\hat{y}} = -\boldsymbol{\Phi}_{y}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \hat{y}) \left[ \boldsymbol{\Phi}_{\theta}(\boldsymbol{\theta}, \hat{y}) \dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{K} \phi(\boldsymbol{\theta}, \hat{y}) \right]. \tag{23}$$

Trong phương trình (23) các ký hiệu  $\hat{y}$  và  $\hat{y}$  đã được sử dụng để phân biệt với các biến trong tọa độ suy rộng của robot là  $\dot{y}$  và y.



Hình 1. Sơ đồ điều khiển trong không gian khóp với bộ ước lượng động học

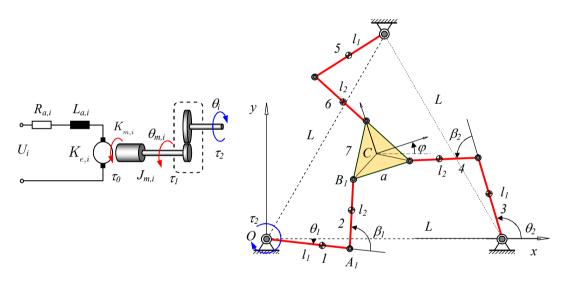
Lưu ý rằng, phương trình (21) tương đương với  $\dot{e} + Ke = 0$ , do đó với K có dạng đường chéo xác định dương thì nghiệm của nó có dạng  $e_i(t) = e_i(0) \exp(-k_i t)$ . Hiển nhiên là các

nghiệm này sẽ hội tụ về không, tức là sai số của phương trình liên kết được đảm bảo hội tụ về không. Như thế các liên kết vẫn được đảm bảo mà không bị phá vỡ.

Từ các cơ sở lý thuyết trên ta có sơ đồ điều khiển robot song sơng sử dụng ước lượng động học như trên Hình 1.

## 3. KÉT QUẢ VÀ THẢO LUÂN

Luật điều khiển và bộ ước lượng động học trình bày phần trên sẽ được áp dụng đối với robot song song phẳng 3RRR chuyển động trong mặt phẳng ngang. Robot này có bàn cố định và bàn máy động là các tam giác đều  $O_1O_2O_3$  cạnh dài  $L_0$  và  $B_1B_2B_3$  cạnh dài a, ba chân như nhau gồm hai khâu có chiều dài tương ứng  $O_iA_i=l_1$ ,  $A_iB_i=l_2$ . Các khớp chủ động được dẫn động bằng các động cơ điện DC thông qua bộ truyền giảm tốc (Hình 2).



Hình 2. Mô hình robot phẳng song song 3RRR cùng với động cơ DC và hộp giảm tốc

## 3.1. Mô hình động lực của robot song song phẳng 3RRR

Để cho đơn giản khi thiết lập mô hình động lực, khối lượng  $m_2$  của thanh nối  $A_iB_i$  coi như tập trung tại hai đầu thanh. Khi đó véc tơ tọa độ suy rộng dư cho robot được chọn như sau:  $\boldsymbol{q} = [\boldsymbol{\theta}^T, \boldsymbol{y}^T]^T = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, x_C, y_C, \varphi]^T$ .

Biểu thức động năng của hệ có dạng đơn giản như sau:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{3} (J_m r^2 + J_{C1} + \frac{1}{4} m_1 l_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_1^2) \dot{\theta}_k^2 + \frac{1}{2} (m_3 + 3 \cdot \frac{1}{2} m_2) (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2) + \frac{1}{2} (J_{C3} + 3 \cdot \frac{1}{2} m_2 b^2) \dot{\varphi}^2$$
(24)

Lực suy rộng do mô men động cơ truyền lên khâu dẫn thông qua bộ truyền được tính từ các phương trình sau:

$$L_{a}\frac{di}{dt} + R_{a}i = U - K_{e}\dot{\theta}_{m}, \ \tau_{0} = K_{m}i$$
 (25)

với  $u_i$  - điện áp đặt vào động cơ thứ i (V), r - tỷ số truyền hộp giảm tốc,  $J_m$  - mô men quán tính khối rô tô động cơ (kg.m²),  $R_a$  - điện trở cuộn dây động cơ (Ohm),  $K_e$  - hằng số phản sức điện động (Vs/rad),  $K_m$  - hằng số mô men động cơ (Nm/A).

Do hằng số thời gian điện nhỏ hơn hằng số thời gian cơ rất nhiều, nên có thể sử dụng xấp xỉ  $L_z di / dt \approx 0$  khi  $t \geq \varepsilon > 0$  từ hai phương trình trên ta nhận được mô men động cơ:

$$\tau_0 = K_m i = K_m R_c^{-1} (U - K_c \dot{\theta}_m) \tag{26}$$

Thông qua bộ truyền giảm tốc, mô men dẫn động đặt lên khâu dẫn sẽ là:

$$\tau = r\tau_0 = rK_m R_a^{-1} U - r^2 K_m K_a R_a^{-1} \dot{\theta}$$
 (27)

Nếu kể đến lực cản nhớt với hệ số d (Nms/rad) tác dụng lên khâu dẫn, tổng mô men dẫn và cản tác dụng lên khâu dẫn là:

$$\tau = rK_{-}R_{-}^{-1}U - (r^{2}K_{-}K_{-}R_{-}^{-1} + d)\dot{\theta} = kU - c\dot{\theta}$$
(28)

với 
$$k = rK_{m}R_{a}^{-1}, c = r^{2}K_{m}R_{a}^{-1}K_{e} + d$$
.

Robot song song phẳng 3RRR làm việc trong mặt phẳng nằm ngang nên thế năng trọng trường của hệ bằng hằng số:  $\Pi = const$ .

Các phương trình liên kết được thiết lập từ điều kiện khoảng cách giữa các điểm A<sub>i</sub> và B<sub>i</sub>:

$$f_i = (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A)^T (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A) - l_2^2 = 0, \quad i = 1, 2, 3$$
 (29)

với 
$$\mathbf{r}_{\!\scriptscriptstyle A_{\!\scriptscriptstyle i}} = \begin{bmatrix} x_{\scriptscriptstyle O_{\!\scriptscriptstyle i}} + l_{\scriptscriptstyle 1}\cos\theta_{\scriptscriptstyle i} \\ y_{\scriptscriptstyle O_{\!\scriptscriptstyle i}} + l_{\scriptscriptstyle 1}\sin\theta_{\scriptscriptstyle i} \end{bmatrix}, \; \mathbf{r}_{\!\scriptscriptstyle B_{\!\scriptscriptstyle i}} = \begin{bmatrix} x_{\scriptscriptstyle C} + b\cos(\varphi + \alpha_{\scriptscriptstyle i}) \\ y_{\scriptscriptstyle C} + b\sin(\varphi + \alpha_{\scriptscriptstyle i}) \end{bmatrix}, \; \alpha_{\scriptscriptstyle 1,2,3} = \left[ \tfrac{7}{6}\pi, -\tfrac{1}{6}\pi, \tfrac{1}{2}\pi \right].$$

Các phương trình liên kết (29) được viết lai dang:

$$\phi(q) = \phi(\theta, y) = 0, \quad \phi \in \mathbb{R}^3. \tag{30}$$

Từ biểu thức động năng, thế năng, lực suy rộng và các phương trình liên kết, ta nhận được hệ phương trình vi phân chuyển động dạng (1) và (2) cho robot song song 3RRR với các ma trận và véc tơ như sau:

$$\begin{split} \boldsymbol{M}_s &= \mathrm{diag}([(\boldsymbol{J}_m \boldsymbol{r}^2 + \boldsymbol{J}_{C1} + \frac{1}{4} \, m_1 l_1^2 + \frac{1}{2} \, m_2 l_1^2)[1, 1, 1], (m_3 + 3 \cdot \frac{1}{2} \, m_2)[1, 1], \boldsymbol{J}_{C3} + 3 \cdot \frac{1}{2} \, m_2 b^2]), \\ \boldsymbol{C}_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \boldsymbol{O}_{6\times 6}, \qquad \boldsymbol{D}_s = \mathrm{diag}([c, c, c, \theta, \theta, \theta]), \qquad \boldsymbol{g}_s(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{O}_{6\times 1}, \\ \boldsymbol{B}_s &= \begin{bmatrix} k \boldsymbol{E}_{3\times 3} \\ \boldsymbol{O}_{3\times 3} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{u} = [u_1, u_2, u_3]^T, \qquad \boldsymbol{\varPhi}_q(\boldsymbol{q}) = \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{q}}, \quad \boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T. \end{split}$$

Để thực hiện mô phỏng, các thông số của robot được chọn như sau:  $L_0=1,2,\ l_1=0,581,\ l_2=0,620,\ a=0,2,\ b=0,185\ [m];\ m_1=2,072,\ m_2=0,750,\ m_3=0,978\ [kg];\ J_m=0,01,\ J_{CI}=0,13,\ J_{CI}=0,03,\ J_{C3}=0,007\ [kg.m^2];\ d=0,1\ [Nms/rad];\ K_m=3,0\ [Nm/A];\ K_e=0,1\ [Vs/rad];\ R_a=3,0\ [Ohm];\ r=10.$  Trong đó các thông số cơ bản được lấy từ tài liệu [12][14][19]. Hệ số của bộ ước lượng động học được chọn K=10. Trong quá trình mô phỏng số chúng ta cần giải phương

trình vi phân đại số. Nhằm mục đích ổn định hóa các liên kết trong quá trình giải phương pháp ổn định hóa Baumgarte được sử dụng trong mô phỏng [18]. Các phương trình này sẽ được triển khai trong MATLAB để mô phỏng đáp ứng của hệ tương ứng với cấu hình  $\Delta_8(-1,-1,-1)$  của robot [19].

## 3.2. Mô phỏng số trường hợp điều khiển vị trí

Trong mô phỏng này, bàn máy động của robot được điều khiển từ vị trí ban đầu có tọa độ  $\mathbf{x}_0 = [0,65\ 0,35\ 0]^T$  đi tới vị trí cuối cùng  $\mathbf{x}_d = [0,3\ 0,6\ 0,5]^T$ . Các thông số của bộ điều khiển được chọn như sau:  $\mathbf{K}_p = 600*\mathrm{diag}([1,1,1])$ ,  $\mathbf{K}_d = 200*\mathrm{diag}([1,1,1])$ . Thực hiện mô phỏng trên phần mềm MATLAB, kết quả mô phỏng số trong trường hợp này được đưa ra trên các hình 3-6, và 11.

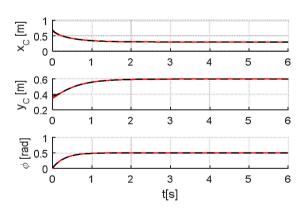
## 3.3. Mô phỏng số trường hợp điều khiển bám quĩ đạo

Thực hiện điều khiển bàn máy động của robot di chuyển theo quỹ đạo đường tròn với hướng không đổi, mô tả bởi phương trình:

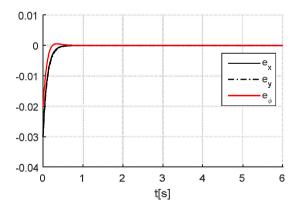
$$x = x_C + R\cos(\omega t), y = y_C + R\sin(\omega t), \varphi = 0.1 \, rad \tag{31}$$

với tọa độ tâm quỹ đạo: C(0.6, 0.4) m, bán kính quỹ đạo R=0.12 m, và  $\omega=\pi/3$  rad/s, vị trí xuất phát:  $\boldsymbol{x}_0=[0.65;0.35;0]^T$ .

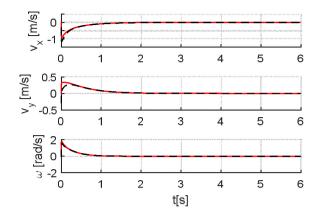
Các thông số của bộ điều khiển PID kết hợp với động lực học ngược được chọn như sau:  $\mathbf{K}_p = 600*\text{diag}([1,1,1])$ ,  $\mathbf{K}_d = 200*\text{diag}([1,1,1])$  và  $\mathbf{K}_i = 10*\text{diag}([1,1,1])$ . Thực hiện mô phỏng trên phần mềm MATLAB, kết quả mô phỏng trong trường hợp này được đưa ra trên các hình 7-10 và 12.

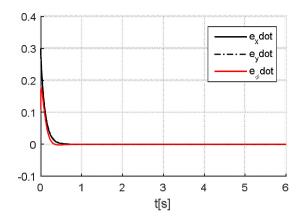


Hình 3. Tọa độ suy rộng phụ thuộc thực tế và tính toán theo thời gian



**Hình 4.** Sai lệch tọa độ suy rộng phụ thuộc thực tế và tính toán theo thời gian

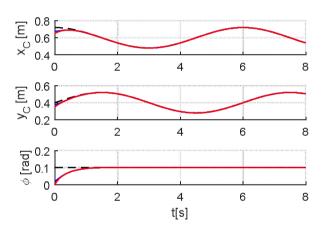




**Hình 5.** Vận tốc suy rộng phụ thuộc thực tế và tính toán theo thời gian

**Hình 6.** Sai lệch vận tốc suy rộng phụ thuộc thực tế và tính toán theo thời gian

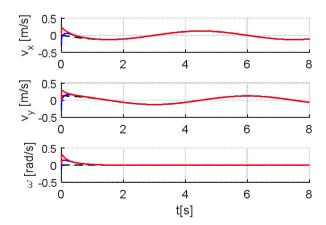
Trong các đồ thị trên: đường màu đỏ là giá trị thực tế, đường màu đen là giá trị tính toán.

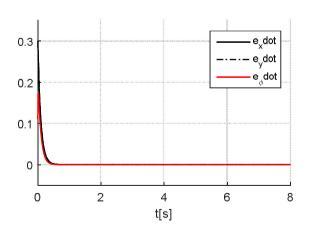


0.01 -0.01 -0.02 -0.02 -0.03 -0.04 0 2 4 6 8 t[s]

**Hình 7.** Tọa độ suy rộng phụ thuộc thiết kế, tính toán và thực tế theo thời gian

Hình 8. Sai lệch tọa độ suy rộng thực tế và tính toán theo thời gian

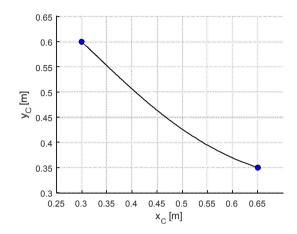


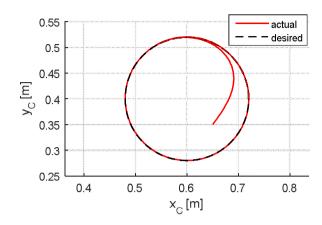


**Hình 9.** Vận tốc suy rộng phụ thuộc thiết kế, tính toán và thực tế theo thời gian

**Hình 10.** Sai lệch vận tốc suy rộng thực tế và tính toán theo thời gian

Trong các đồ thị trên: đường màu đỏ là giá trị thực tế, đường màu xanh là giá trị tính toán và đường màu đen là giá trị mong muốn.





Hình 11. Quỹ đạo chuyển động của bàn máy động trường hợp điều khiển vị trí

**Hình 12.** Quỹ đạo chuyển động của bàn máy động trường hợp điều khiển bám quỹ đạo

Nhận xét: Trong cả hai trường hợp điều khiển vị trí và điều khiển bám quĩ đạo, các biến vị trí  $\hat{y}$  và biến vận tốc  $\dot{\hat{y}}$  ước lượng đều tiệm cận với giá trị thực của nó. Sai số vị trí khi sử dụng dữ liệu ước lượng trong bộ điều khiển đều tiệm cận về không. Điều này chứng tỏ rằng các ước lượng động học là thay thế được cho các biến tọa độ suy rộng phụ thuộc đáng ra cần phải đo.

## 4. KÉT LUÂN

Bài báo đã đề xuất và triển khai thành công phương án ước lượng các tọa độ suy rộng phụ thuộc từ các phương trình liên kết động học. Ở đây kỹ thuật phản hồi sai số động học được đưa vào để đảm bảo giảm thiểu ảnh hưởng của sai số tích lũy trong quá trình tích phân, giảm thiểu số lượng các cảm biến phản hồi thông tin khớp đem lại lợi thế trong quá trình thiết kế chế tạo robot song song mà các phương án không sử dụng bộ ước lượng không có được. Các kết quả mô phỏng số với bộ điều khiển trong không gian khớp cho thấy tính hiệu quả của phương án đề xuất. Với phương án này chúng ta hoàn toàn tạo ra được các tín hiệu phản hồi cần thiết cho bộ điều khiển mà không cần thiết phải trang bị thêm các cảm biến cho robot song song. Bài toán kết hợp bộ ước lượng động học với bộ điều khiển trong không gian thao tác sẽ được nghiên cứu trong thời gian tới.

# TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. J.-P. Merlet, *Parallel Robots*, vol. 208, no. 49. Springer Science & Business Media, 2006.
- [2]. O. Bohigas, M. Manubens, and L. Ros, *Singularities of Robot Mechanisms: Numerical Computation and Avoidance Path Planning*, vol. 41. 2017.
- [3]. N. Q. Hoàng, V. Đ. Vương, and N. V. Quyền, "Mô hình hóa và điều khiển robot song song dẫn động bằng động cơ điện một chiều trong không gian thao tác," in *Hội nghị Khoa học toàn quốc lần thứ 2 về Cơ kỹ thuật và Tự động hóa*, 2016, pp. 65–72.

- [4]. N. Q. Hoang and V. D. Vuong, "Sliding mode control for a Planar parallel robot driven by electric motors in a task space," *J. Comput. Sci. Cybern.*, vol. 33, no. 4, pp. 325–337, 2017.
  - [5]. Siciliano and Khatib, Springer Handbook of Robotics. Springer, 2008.
- [6]. N. Van Khang, N. Q. Hoang, N. D. Sang, and N. D. Dung, "A comparison study of some control methods for delta spatial parallel robot," *J. Comput. Sci. Cybern.*, vol. 31, no. 1, pp. 71–81, 2015.
- [7]. C. Yang, J. Zhao, L. Li, and S. K. Agrawal, "Design and implementation of a novel modal space active force control concept for spatial multi-DOF parallel robotic manipulators actuated by electrical actuators," *ISA Trans.*, 2017.
- [8]. N. Q. Hoang, N. Van Khang, and N. D. Dung, "Influence of models on computed torque of delta spatial parallel robot," *Asia Pacific Vib. Conf.*, pp. 1–8, 2015.
- [9]. A. T. Azar, Q. Zhu, A. Khamis, and D. Zhao, "Control design approaches for parallel robot manipulators: a review," *Int. J. Model. Identif. Control*, vol. 28, no. 3, pp. 199–211, 2017.
- [10]. Z. G. Woldu, "Design and control of a five bar linkage parallel manipulator with flexible arms," *Mech. Eng. Dep.*, 2010.
- [11]. M. Sreekumar, T. Nagarajan, M. Singaperumal, M. Zoppi, and R. Molfino, "Design of SMA actuated light weight parallel manipulator with intelligent controller," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 39, no. 15, pp. 310–315, 2006.
- [12]. S. Algermissen, M. Rose, R. Keimer, and E. Breitbach, "High-speed parallel robots with integrated vibration suppression for handling and assembly," in *Smart Structures and Materials 2004: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*, 2004, vol. 5388, pp. 1–11.
- [13]. N. Q. Hoang, V. D. Vuong, and N. Van Quyen, "Modeling and Model-Based Controller Design for 3RRR Planar Parallel Robots Driven by DC Motors in Joint Space," in *The 4th International Conference on Engineering Mechanics and Automation (ICEMA 4)*, 2016, vol. 4, pp. 114–123.
- [14]. N. V. Khang, N. Đ. Dũng, and N. V. Quyền, "Điều khiển bám quỹ đạo robot song song Delta không gian 3-PRS dựa trên mô hình hệ các phương trình vi phân đại số," *Hội nghị toàn quốc về Cơ điện tử 2016*, 2016.
- [15]. N. Van Khang, N. Q. Hoang, N. D. Dung, and N. Van Quyen, "Model-based Control of a 3-PRS Spatial Parallel Robot in The Space of Redundant Coordinates," *J. Sci. Technol.*, vol. 112, pp. 049–053, 2016.
- [16]. N. Van Khang, "Kronecker product and a new matrix form of Lagrangian equations with multipliers for constrained multibody systems," *Mech. Res. Commun.*, vol. 38, no. 4, pp. 294–299, 2011.
- [17]. T. Do Thanh, J. Kotlarski, B. Heimann, and T. Ortmaier, "Dynamics identification of kinematically redundant parallel robots using the direct search method," *Mech. Mach. Theory*, vol. 55, pp. 104–121, 2012.
- [18]. J. Baumgarte, "Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 1, no. 1, pp. 1–16, 1972.
- [19]. N. Q. Hoàng, V. Đ. Vương, and N. T. Lâm, "Phân tích động học và kỳ dị các robot song song phẳng ba bậc tự do," in *Hội nghị cơ học toàn quốc lần thứ X*, 2017, pp. 436–444.