

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ



NGUYỄN ĐÌNH DŨNG

**ĐỘNG LỰC HỌC NGƯỢC VÀ ĐIỀU KHIỂN CHUYỂN ĐỘNG
CỦA ROBOT SONG SONG DELTA KHÔNG GIAN**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT CƠ KHÍ VÀ CƠ KỸ THUẬT

Hà Nội – 2018

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC

VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

NGUYỄN ĐÌNH DŨNG

**ĐỘNG LỰC HỌC NGƯỢC VÀ ĐIỀU KHIỂN CHUYỂN ĐỘNG
CỦA ROBOT SONG SONG DELTA KHÔNG GIAN**

Chuyên ngành: Cơ kỹ thuật

Mã số: 9 52 01 01

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT CƠ KHÍ VÀ CƠ KỸ THUẬT

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:

1. GS. TSKH. Nguyễn Văn Khang
2. PGS. TS. Nguyễn Quang Hoàng

Hà Nội – 2018

LỜI CẢM ƠN

Lời đầu tiên, tác giả xin gửi lời cảm ơn chân thành và sâu sắc tới GS. TSKH. Nguyễn Văn Khang cùng PGS. TS. Nguyễn Quang Hoàng. Các thầy đã tận tình hướng dẫn và truyền cho tôi những kinh nghiệm quý báu trong nghiên cứu khoa học. Tác giả xin gửi lời cảm ơn tới Viện Cơ học – Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam đã tạo mọi điều kiện thuận lợi trong suốt quá trình làm luận án này. Tác giả xin cảm ơn sự ủng hộ của bạn bè, đồng nghiệp đã giúp đỡ tạo điều kiện thuận lợi trong quá trình làm luận án.

Cuối cùng, tác giả xin chân thành cảm ơn đến gia đình đã động viên ủng hộ trong suốt quá trình làm luận án.

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, các kết quả nghiên cứu được trình bày trong luận án là trung thực, khách quan và chưa từng được công bố trong bất kỳ công trình nào khác.

Tôi xin cam đoan rằng mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận án đã được cảm ơn, các thông tin trích dẫn trong luận án này đều được chỉ rõ nguồn gốc.

Hà Nội, ngày..... tháng..... năm 2018

Tác giả luận án

Nguyễn Đình Dũng

MỤC LỤC

LỜI CẢM ƠN	I
LỜI CAM ĐOAN.....	II
DANH MỤC CÁC BẢNG	VIII
DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ	VIII
MỞ ĐẦU	1
Chương 1 TỔNG QUAN VỀ BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VÀ ĐIỀU KHIỂN ROBOT SONG SONG.....	3
1.1 Robot có cấu trúc song song.....	3
1.2 So sánh robot nối tiếp và robot song song.....	3
1.3 Giới thiệu về hai robot song song Delta không gian 3RUS và 3PUS đã chế tạo	5
1.4 Ứng dụng của robot song song	7
1.4.1 Ứng dụng trong công nghiệp.....	7
1.4.2 Ứng dụng trong mô phỏng	8
1.4.3 Ứng dụng trong y học	10
1.4.4 Các ứng dụng khác	11
1.5 Một số nghiên cứu về động lực học và điều khiển robot song song ở ngoài nước	12
1.5.1 Động lực học robot song song.....	12
1.5.2 Điều khiển bám quỹ đạo robot song song.....	14
1.6 Các nghiên cứu tại Việt Nam.....	15
1.7 Xác định vấn đề cần nghiên cứu của luận án	17
Kết luận chương 1	18
Chương 2 XÂY DỰNG MÔ HÌNH CƠ HỌC VÀ MÔ HÌNH TOÁN HỌC CHO ROBOT SONG SONG DELTA KHÔNG GIAN.....	19
2.1 Mô hình động học robot song song Delta không gian	19
2.1.1 Mô hình động học robot song song Delta không gian 3RUS	20
2.1.2 Mô hình động học robot song song Delta không gian 3PUS.....	22
2.2 Mô hình động lực học robot song song Delta không gian.....	25
2.2.1 Mô hình động lực học robot song song Delta không gian 3RUS.....	25
2.2.2 Mô hình động lực học robot song song Delta không gian 3PUS	26
2.3 Dạng ma trận mới phương trình Lagrange dạng nhân tử [51].....	26

2.4 Thiết lập phương trình chuyển động của robot song song Delta không gian 3RUS	28
2.4.1 Thiết lập phương trình chuyển động cho mô hình 1 của robot 3RUS.....	28
2.4.2 Thiết lập phương trình chuyển động cho mô hình 2 của robot 3RUS.....	38
2.5 Thiết lập phương trình chuyển động robot song song Delta không gian 3PUS	43
2.5.1 Thiết lập phương trình chuyển động mô hình 1 của robot 3PUS.....	43
2.5.2 Thiết lập phương trình chuyển động mô hình 2 của robot 3PUS.....	50
2.6 So sánh phương trình chuyển động các mô hình của robot	53
Kết luận chương 2	53
Chương 3 MÔ PHỎNG SỐ ĐỘNG HỌC NGƯỢC VÀ ĐỘNG LỰC HỌC NGƯỢC ROBOT SONG SONG DELTA KHÔNG GIAN.....	54
3.1 Tính toán động học ngược robot song song bằng phương pháp Newton – Raphson cải tiến	54
3.1.1 Thiết lập công thức tính vận tốc và gia tốc suy rộng.....	54
3.1.2 Các công thức xác định véc tơ tọa độ suy rộng $\mathbf{q}(t)$	55
3.1.3 Thuật toán hiệu chỉnh độ chính xác véc tơ tọa độ suy rộng $\mathbf{q}(t)$ tại mỗi bước tính	56
3.1.4 Đánh giá sai số	57
3.2 Phương pháp số giải bài toán động lực học ngược robot song song	58
3.2.1 Bài toán động lực học ngược	58
3.2.2 Giải bài toán động lực học ngược bằng phương pháp khử các nhân tử Lagrange [4].....	59
3.3 Mô phỏng số bài toán động học ngược robot song song Delta không gian	61
3.3.1 Mô phỏng số bài toán động học ngược robot 3RUS	61
3.3.2 Mô phỏng số bài toán động học ngược robot Delta 3PUS	66
3.4 Mô phỏng số bài toán động lực học ngược robot song song Delta không gian	68
3.4.1 Mô phỏng số bài toán động lực học ngược robot Delta 3RUS.....	68
3.4.2 Mô phỏng số bài toán động lực học ngược robot Delta không gian 3PUS	72
Kết luận chương 3	73
Chương 4 ĐIỀU KHIỂN BÁM QUỲ ĐẠO CHUYỂN ĐỘNG ROBOT SONG SONG DELTA KHÔNG GIAN DỰA TRÊN CÁC MÔ HÌNH CƠ HỌC	74
4.1 Tổng quan về điều khiển bám quỹ đạo của khâu thao tác.....	74
4.1.1 Giới thiệu chung.....	74
4.1.2 Bài toán điều khiển trong không gian khớp.....	74
4.1.3 Bài toán điều khiển trong không gian thao tác.....	75

4.2 Điều khiển bám quỹ đạo robot song song trong không gian khớp dựa trên phương trình Lagrange dạng nhân tử.....	75
4.2.1 Cơ sở động lực học hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng	75
4.2.2 Cơ sở lý thuyết xây dựng các thuật toán điều khiển.....	78
4.3 Mô phỏng số các luật điều khiển cho robot song song Delta không gian dựa trên các mô hình động lực	89
4.3.1 Sơ đồ mô phỏng số các phương pháp điều khiển.....	89
4.3.2 Mô phỏng số các phương pháp điều khiển robot song song Delta không gian 3RUS	90
4.3.3 Mô phỏng số các phương pháp điều khiển robot song song Delta không gian 3PUS.....	98
Kết luận chương 4	106
KẾT LUẬN.....	107
DANH MỤC CÔNG TRÌNH CỦA TÁC GIẢ.....	110
TÀI LIỆU THAM KHẢO	111
PHỤ LỤC	119

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU

M	Ma trận khối lượng
C	Ma trận quán tính ly tâm và Coriolis
Φ_s	Ma trận Jacobi
g	Véc tơ gia tốc trọng trường
s	Véc tơ tọa độ suy rộng dư
\dot{s}	Véc tơ vận tốc suy rộng dư
\ddot{s}	Véc tơ gia tốc suy rộng dư
q	Véc tơ tọa độ khớp
\dot{q}	Véc tơ vận tốc khớp
\ddot{q}	Véc tơ gia tốc khớp
q_a	Véc tơ tọa độ suy rộng khớp chủ động (active joints)
\dot{q}_a	Véc tơ vận tốc suy rộng khớp chủ động
\ddot{q}_a	Véc tơ gia tốc suy rộng khớp chủ động
q_p	Véc tơ tọa độ suy rộng khớp bị động (passive joints)
\dot{q}_p	Véc tơ vận tốc suy rộng khớp bị động
\ddot{q}_p	Véc tơ gia tốc suy rộng khớp bị động
x	Véc tơ tọa độ suy rộng khâu thao tác
\dot{x}	Véc tơ vận tốc suy rộng khâu thao tác
\ddot{x}	Véc tơ gia tốc suy rộng khâu thao tác
z	Véc tơ tọa độ suy rộng phụ thuộc dư
f	Véc tơ các phương trình liên kết
τ_a	Véc tơ mô men/ lực dẫn động
λ	Véc tơ các nhân tử Lagrange
u	Véc tơ lực điều khiển
R	Bán kính bàn máy cố định
r	Bán kính bàn máy di động
L_1	Chiều dài khâu chủ động
L_2	Chiều dài khâu bị động
I	Ma trận của ten xơ quán tính khối trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm

VII

\mathbf{J}_T	Ma trận Jacobi tịnh tiến
\mathbf{J}_R	Ma trận Jacobi quay
ω	Véc tơ vận tốc góc khâu
T	Động năng cơ hệ
π	Thế năng cơ hệ
V	Hàm Lyapunov
\mathbf{e}_a	Véc tơ sai số vị trí các khớp chủ động
e_x	Sai số vị trí khâu thao tác theo phương x
e_y	Sai số vị trí khâu thao tác theo phương y
e_z	Sai số vị trí khâu thao tác theo phương z

DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

RUS	Revolute-Universal-Spherical
PUS	Presmatic - Universal-Spherical
PD	Proportional - Derivate
PID	Proportional - Integral – Derivate
RBF	Radial Basic Functions

DANH MỤC CÁC BẢNG

Bảng 1.1: So sánh robot chuỗi và robot song song.....	4
Bảng 1.2: Tham số robot Delta 3RUS.....	6
Bảng 1.3: Bảng các tham số robot 3PUS.....	6
Bảng 1.4: Thông số kỹ thuật động cơ bước của hai robot 3RUS và 3PUS.....	7
Bảng 2.1: So sánh phương trình chuyển động của mô hình 1 và 2.....	53
Bảng 3.1: Các tham số robot theo tài liệu [61]	64
Bảng 4.1: Bảng so sánh sai số bám quỹ đạo của robot	91
Bảng 4.2: Bảng so sánh lực điều khiển robot	95
Bảng 4.3: Bảng so sánh sai số bám quỹ đạo của robot	99
Bảng 4.4: Bảng so sánh mô men điều khiển.....	103

DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ

Hình 1.1. Cấu trúc robot song song.....	3
Hình 1.2: Robot Puma [67].....	4
Hình 1.3: Robot thực 3RUS đã chế tạo	5
Hình 1.4: Robot Delta 3PUS đã chế tạo	5
Hình 1.5: Sơ đồ điều khiển robot	6
Hình 1.6: Cơ cấu song song Gough [67]	7
Hình 1.7: Robot Delta ứng dụng trong công nghệ thực phẩm [29]	8
Hình 1.8: Cơ cấu song song Stewart [67].....	9
Hình 1.9: Sản phẩm Persival của École National d'Elquitation (Pháp) [67]	9
Hình 1.10: Bộ mô phỏng xe đạp của Viện KAIST và sản phẩm Caren của Motek [67]	9
Hình 1.11: Sản phẩm SuriScope đang vận hành, Đại học Humboldt (Berlin, Đức) [43] ...	10
Hình 1.12: Robot CRIGOS dùng để phẫu thuật tái tạo xương	10
Hình 1.13: Robot song song kiểu Stewart [67].....	11
Hình 1.14: Robot Delta [29]	11
Hình 1.15: Cấu trúc chấp hành song song 3RPS [96].....	12
Hình 2.1: Robot song song Delta không gian 3RUS.....	20
Hình 2.2: Mô hình động học robot Delta 3RUS	21
Hình 2.3: Tọa độ suy rộng định vị	21
Hình 2.4: Mô hình thiết kế robot Delta 3PUS	23
Hình 2.5: Mô hình động học robot 3PUS.....	24
Hình 2.6: Định vị khâu BiDi.....	24
Hình 2.7: Mô hình 1 robot 3RUS.....	25
Hình 2.8: Mô hình 2 robot 3RUS.....	25
Hình 2.9: Mô hình 1 robot 3PUS	26
Hình 2.10: Mô hình 2 robot 3PUS	26
Hình 3.1: Sơ đồ khối bài toán động lực học ngược.....	58
Hình 3.2: Robot Delta 3RUS đã chế tạo tại Đại học Kinh doanh và Công nghệ Hà Nội ...	61
Hình 3.3 Tọa độ các khớp chủ động $\theta_1, \theta_2, \theta_3$	62
Hình 3.4 Tọa độ các khớp bị động ψ_1, ψ_2, ψ_3	62
Hình 3.5: Tọa độ các khớp bị động $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$	62

Hình 3.6: Vận tốc góc các khâu chủ động.....	63
Hình 3.7: Gia tốc góc các khâu chủ động.....	63
Hình 3.8: Sai số phương trình liên kết 1, 2, 3.....	63
Hình 3.9: Sai số phương trình liên kết 4, 5, 6.....	63
Hình 3.10: Sai số phương trình liên kết 7, 8, 9.....	64
Hình 3.11: So sánh kết quả bài toán động học ngược với tài liệu [61].....	65
Hình 3.13: Tọa độ suy rộng các khớp chủ động.....	66
Hình 3.12: Robot thực đã chế tạo 3PUS.....	66
Hình 3.14: Tọa độ suy rộng các khớp bị động.....	66
Hình 3.15: Tọa độ suy rộng các khớp bị động.....	67
Hình 3.16: Vận tốc suy rộng các khớp chủ động.....	67
Hình 3.17: Gia tốc suy rộng các khớp chủ động.....	67
Hình 3.18: Đồ thị sai số phương trình liên kết 1, 2, 3.....	67
Hình 3.19: Kết quả mô phỏng robot 3RUS.....	69
Hình 3.20: So sánh kết quả của luận án với công trình [61].....	70
Hình 3.21: So sánh kết quả luận án với công trình [92].....	71
Hình 3.22: Kết quả mô phỏng số động lực học ngược robot 3PUS.....	72
Hình 4.1: Sơ đồ điều khiển trong không gian khớp.....	75
Hình 4.2: Sơ đồ điều khiển trong không gian thao tác.....	75
Hình 4.3: Mạng nơ ron RBF.....	86
Hình 4.4: Sơ đồ điều khiển robot.....	89
Hình 4.5: Sai số vị trí khớp chủ động.....	91
Hình 4.6: Sai số vị trí khớp chủ động.....	91
Hình 4.7: Sai số vị trí bàn máy động.....	91
Hình 4.8: Sai số vị trí bàn máy động.....	91
Hình 4.9: Sai số vị trí khớp chủ động.....	91
Hình 4.10: Sai số vị trí khớp chủ động.....	91
Hình 4.11: Sai số vị trí bàn máy động.....	91
Hình 4.12: Sai số vị trí bàn máy động.....	91
Hình 4.13: Sai số vị trí khớp chủ động.....	92
Hình 4.14: Sai số vị trí khớp chủ động.....	92
Hình 4.15: Sai số vị trí bàn máy động.....	92
Hình 4.16: Sai số vị trí bàn máy động.....	92
Hình 4.17: Sai số vị trí khớp chủ động.....	92
Hình 4.18: Sai số vị trí khớp chủ động.....	92
Hình 4.19: Sai số vị trí bàn máy động.....	92
Hình 4.20: Sai số vị trí bàn máy động.....	92
Hình 4.21: Sai số vị trí khớp chủ động.....	93
Hình 4.22: Sai số vị trí khớp chủ động.....	93
Hình 4.23: Sai số vị trí bàn máy động.....	93
Hình 4.24: Sai số vị trí bàn máy động.....	93
Hình 4.25: Sai số vị trí khớp chủ động.....	93
Hình 4.26: Sai số vị trí khớp chủ động.....	93

Hình 4.27: Sai số vị trí bàn máy động.....	93
Hình 4.28: Sai số vị trí bàn máy động.....	93
Hình 4.29: Sai số vị trí khớp chủ động.....	94
Hình 4.30: Sai số vị trí khớp chủ động.....	94
Hình 4.31: Sai số vị trí bàn máy động.....	94
Hình 4.32: Sai số vị trí bàn máy động.....	94
Hình 4.33: Sai số vị trí khớp chủ động.....	94
Hình 4.34: Sai số vị trí khớp chủ động.....	94
Hình 4.35: Sai số vị trí bàn máy động.....	94
Hình 4.36: Sai số vị trí bàn máy động.....	94
Hình 4.37: Sai số vị trí khớp chủ động.....	99
Hình 4.38: Sai số vị trí khớp chủ động.....	99
Hình 4.39: Sai số vị trí bàn máy động.....	99
Hình 4.40: Sai số vị trí bàn máy động.....	99
Hình 4.41: Sai số vị trí khớp chủ động.....	99
Hình 4.42: Sai số vị trí khớp chủ động.....	99
Hình 4.43: Sai số vị trí bàn máy động.....	99
Hình 4.44: Sai số vị trí bàn máy động.....	99
Hình 4.45: Sai số vị trí khớp chủ động.....	100
Hình 4.46: Sai số vị trí khớp chủ động.....	100
Hình 4.47: Sai số vị trí bàn máy động.....	100
Hình 4.48: Sai số vị trí bàn máy động.....	100
Hình 4.49: Sai số vị trí khớp chủ động.....	100
Hình 4.50: Sai số vị trí khớp chủ động.....	100
Hình 4.51: Sai số vị trí bàn máy động.....	100
Hình 4.52: Sai số vị trí bàn máy động.....	100
Hình 4.53: Sai số vị trí khớp chủ động.....	101
Hình 4.54: Sai số vị trí khớp chủ động.....	101
Hình 4.55: Sai số vị trí bàn máy động.....	101
Hình 4.56: Sai số vị trí bàn máy động.....	101
Hình 4.57: Sai số vị trí khớp chủ động.....	101
Hình 4.58: Sai số vị trí khớp chủ động.....	101
Hình 4.59: Sai số vị trí bàn máy động.....	101
Hình 4.60: Sai số vị trí bàn máy động.....	101
Hình 4.61: Sai số vị trí khớp chủ động.....	102
Hình 4.62: Sai số vị trí khớp chủ động.....	102
Hình 4.63: Sai số vị trí bàn máy động.....	102
Hình 4.64: Sai số vị trí bàn máy động.....	102
Hình 4.65: Sai số vị trí khớp chủ động.....	102
Hình 4.66: Sai số vị trí khớp chủ động.....	102
Hình 4.67: Sai số vị trí bàn máy động.....	102
Hình 4.68: Sai số vị trí bàn máy động.....	102

MỞ ĐẦU

Lý do chọn đề tài

Robot công nghiệp từ khi mới ra đời đã được áp dụng trong nhiều lĩnh vực dưới góc độ thay thế sức người. Mục tiêu ứng dụng robot công nghiệp là nhằm góp phần nâng cao năng suất, giảm giá thành, tăng chất lượng và khả năng cạnh tranh của sản phẩm đồng thời cải thiện năng suất lao động. Trong ngành cơ khí robot được sử dụng nhiều trong kỹ thuật ô tô, công nghệ hàn, công nghệ đúc, phun phủ kim loại, tháo lắp vận chuyển phôi và lắp ráp sản phẩm.

Về mặt cơ học, robot song song là hệ nhiều vật có cấu trúc vòng động học kín trong đó các khâu được nối với nhau bằng các khớp động. Mặc dù robot song song có cấu trúc động học phức tạp, khó thiết kế và điều khiển, nhưng nó có một số ưu điểm nổi trội so với robot nối tiếp như: chịu được tải trọng lớn, độ cứng vững cao do kết cấu hình học của chúng, có thể thực hiện những thao tác phức tạp và hoạt động với độ chính xác cao. Vì vậy việc đi sâu nghiên cứu bài toán động lực học và điều khiển robot song song để tận dụng những ưu điểm của nó là một vấn đề khoa học và có ý nghĩa thực tế.

Mục tiêu nghiên cứu

Mục tiêu của luận án là áp dụng Phương trình Lagrange dạng nhân tử nghiên cứu về động lực học và điều khiển robot song song Delta không gian. Trong đó chủ yếu xây dựng mô hình cơ học và mô hình toán học, xây dựng các thuật toán điều khiển cho robot song song Delta làm cơ sở khoa học cho việc nghiên cứu thiết kế, chế tạo robot song song Delta.

Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu: Động lực học và điều khiển hai loại robot song song Delta không gian là robot 3RUS và robot 3PUS.

Phạm vi nghiên cứu: Nghiên cứu bài toán xây dựng mô hình toán học và cơ học, nghiên cứu các thuật toán động lực học và điều khiển cho robot song song Delta. Trong luận án không nghiên cứu bài toán thiết kế và chế tạo robot song song Delta.

Phương pháp nghiên cứu

Luận án sử dụng Phương trình Lagrange dạng nhân tử để thiết lập phương trình chuyển động của robot song song Delta không gian. Sử dụng phương pháp số cho việc giải bài toán động lực học và điều khiển robot song song không gian có mô hình toán là các phương trình vi phân – đại số.

Bố cục của luận án

Ngoài phần mở đầu và kết luận, luận án gồm những phần chính sau đây:

Chương 1: Trình bày tổng quan về tình hình nghiên cứu động lực học và điều khiển robot song song không gian ở trong và ngoài nước. Từ đó, hướng đi của luận án được lựa chọn sao cho có ý nghĩa khoa học và có tính ứng dụng thực tiễn cao.

Chương 2: Trình bày việc xây dựng các mô hình cơ học và áp dụng các phương trình Lagrange dạng nhân tử để xây dựng mô hình toán học cho hai robot song song Delta không gian. Mỗi robot đưa ra hai mô hình cơ học: Mô hình thứ nhất thay thế khâu nối hình bình hành bằng một thanh có khối lượng phân bố đều trên toàn chiều dài thanh, mô hình thứ hai thay thế khâu nối hình bình hành bằng một thanh không trọng lượng mang hai khối lượng ở hai đầu. Mô hình thứ hai thô hơn nhưng dễ thiết lập phương trình chuyển động hơn.

Chương 3: Trình bày một số cải tiến về phương pháp số để giải bài toán động học ngược và động lực học ngược robot song song. Bài toán động học ngược được giải bằng cách áp dụng phương pháp Newton – Raphson cải tiến. Bài toán động lực học ngược được giải bằng cách khử các nhân tử Lagrange để tính mô men hoặc lực dẫn động ở các khớp chủ động.

Chương 4: Trình bày việc điều khiển bám quỹ đạo robot song song Delta dựa trên mô hình toán học của robot song song là hệ các phương trình vi phân – đại số. Việc điều khiển bám quỹ đạo của các robot dạng chuỗi mô tả bởi các phương trình vi phân thường đã được nghiên cứu nhiều. Trong khi bài toán điều khiển bám quỹ đạo robot song song Delta dựa trên mô hình toán là hệ phương trình vi phân – đại số còn ít được nghiên cứu. Các thuật toán điều khiển như điều khiển PD, điều khiển PID, điều khiển trượt, điều khiển trượt sử dụng mạng nơ ron được nghiên cứu trong chương này.

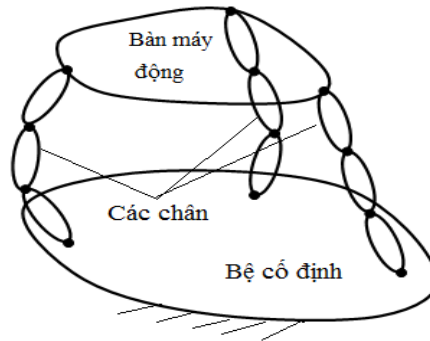
Chương 1

TỔNG QUAN VỀ BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VÀ ĐIỀU KHIỂN ROBOT SONG SONG

1.1 Robot có cấu trúc song song

Do được ứng dụng rộng rãi nên robot được phát triển rất đa dạng và phong phú. Khái niệm robot có cấu trúc song song được Gough và Whitehall đưa ra vào năm 1962 [43] và sự chú ý ứng dụng của nó được khởi động bởi Stewart vào năm 1965. Ông là người cho ra đời một phòng tập lái máy bay dựa trên cơ cấu song song. Ngày nay, robot song song đã có những sự phát triển vượt bậc và có khả năng đạt được 6 bậc tự do.

Robot có cấu trúc song song thường gồm có bàn máy động được nối với giá cố định, dẫn động theo nhiều nhánh song song hay còn gọi là chân. Thường số chân bằng số bậc tự do, được điều khiển bởi nguồn phát động đặt trên giá cố định hoặc ngay trên chân. Do đó, robot song song đôi khi được gọi là robot có bộ.



Hình 1.1. Cấu trúc robot song song

1.2 So sánh robot chuỗi và robot song song

Thiết kế robot truyền thống dựa trên chuỗi nối tiếp các khâu cứng được liên kết bởi các khớp quay hoặc khớp trượt. Một đầu của chuỗi này là cố định được gọi là bộ hoặc đế cố định, và đầu kia của chuỗi được trang bị một bàn kẹp được gọi là khâu thao tác. Loại robot chuỗi này, được mô phỏng theo cánh tay của con người, có lợi thế là không gian làm việc lớn nhưng khả năng chịu tải tương đối kém. Các cấu trúc chuỗi như vậy có xu hướng lớn và đắt tiền do yêu cầu về độ cứng liên kết và

truyền tải lực giữa các khâu. Chúng có thể được phân loại thêm như các thao tác không gian và phẳng. Robot Puma là loại thao tác không gian điển hình (Hình 1.2). Do cấu trúc nối tiếp, tải trọng của loại tay máy này bị giới hạn bởi mô men xoắn dẫn động của các động cơ trong chuỗi động. Các động cơ và các khâu của các khớp kế tiếp trở thành tải trọng của các khớp trước đó. Như vậy, tải trọng của các tay máy có thể chịu được là thấp và ảnh hưởng của quán tính rất lớn. Kết quả là, tốc độ và khả năng tăng tốc của khâu thao tác có thể đạt được là tương đối thấp. Khi ta nhìn vào các thông số kỹ thuật của một số robot chuỗi sẽ thấy rằng nó rất lớn và nặng nhưng chỉ có khả năng gấp những vật nhẹ [67]. Hơn nữa, các sai số về truyền động được tích lũy từng khâu và cộng dồn đến khâu thao tác.



Hình 1.2: Robot Puma [67]

Robot song song có độ cứng vững cao và khả năng chịu tải từ các thiết bị truyền động hoạt động song song để hỗ trợ tải. Độ chính xác vị trí của robot song song cao vì các sai số được bù trung bình từ sai số của từng khâu do cấu trúc song song mà không bị tích lũy như robot chuỗi. Trong khi các chuỗi động học tạo ra các ràng buộc và giới hạn về không gian làm việc, các thiết kế điển hình có đặc tính quán tính thấp. Các lĩnh vực ứng dụng robot song song bao gồm: Máy CNC, máy chính xác cao, máy móc tự động hóa trong bán dẫn và công nghiệp lắp ráp điện tử tốc độ và gia tốc cao. Để so sánh giữa robot chuỗi với robot song ta có bảng sau:

Bảng 1.1: So sánh robot chuỗi và robot song song

STT	Tính năng	Robot nối tiếp	Robot song song
1	Độ chính xác	Thấp hơn	Cao hơn
2	Không gian làm việc	Lớn hơn	Nhỏ hơn
3	Độ cứng vững	Thấp hơn	Cao hơn

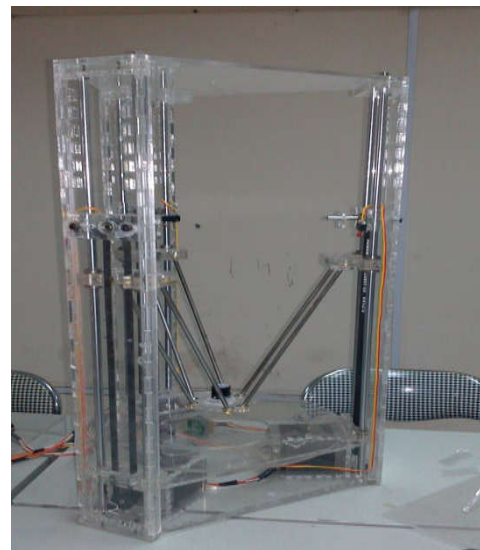
4	Tỉ số tải/khối lượng	Thấp hơn	Cao hơn
5	Tải trọng quán tính	Lớn hơn	Nhỏ hơn
6	Tốc độ làm việc	Thấp hơn	Cao hơn
7	Độ phức tạp thiết kế/điều khiển	Đơn giản	Phức tạp
8	Mật độ điểm suy biến (kỳ dị)	Ít hơn	Nhiều hơn

Loại robot song song được nghiên cứu nhiều nhất là bộ Stewart và các biến thể của nó. Dạng đơn giản nhất của bộ Stewart là một bát giác với hình tam giác trên đỉnh và bộ bên dưới được kết nối bởi sáu chân. Sự sắp xếp này tạo cho bộ ổn định với sáu bậc tự do. Bộ Stewart hiện nay thường được sử dụng cho các chuyến bay giả lập và ghế ngồi giải trí, những nơi có yêu cầu gia tốc được kiểm soát nhưng có tải trọng lớn và không gian thao tác nhỏ. Điều này rất khó thực hiện với robot chuỗi 6 bậc tự do (DOF), chỉ cần tưởng tượng là thiết bị truyền động cơ sở lớn đến mức nào để có thể đỡ các thiết bị truyền động khác, các liên kết trong chuỗi và tải trọng. Loại bộ đầu tiên được sử dụng bởi Gough [43] năm 1949 để thử nghiệm lốp xe và sau đó Stewart [94] ứng dụng trong mô hình bay giả lập. Kể từ đó, nhiều biến thể đã được đề xuất bởi các tác giả khác nhau và chúng được gọi là “Stewart Platforms”.

1.3 Giới thiệu về hai robot song song Delta không gian 3RUS và 3PUS đã chế tạo



Hình 1.3: Robot thực 3RUS đã chế tạo



Hình 1.4: Robot Delta 3PUS đã chế tạo

Đối tượng nghiên cứu của luận án là hai robot song song Delta không gian 3RUS và 3PUS. Hai robot này đã được nhóm nghiên cứu chế tạo tại Khoa Cơ khí, Trường Đại học Kinh doanh và Công nghệ Hà Nội (hình 1.3 và 1.4) với các tham số động học và động lực học như trong bảng 1.2 và 1.3.

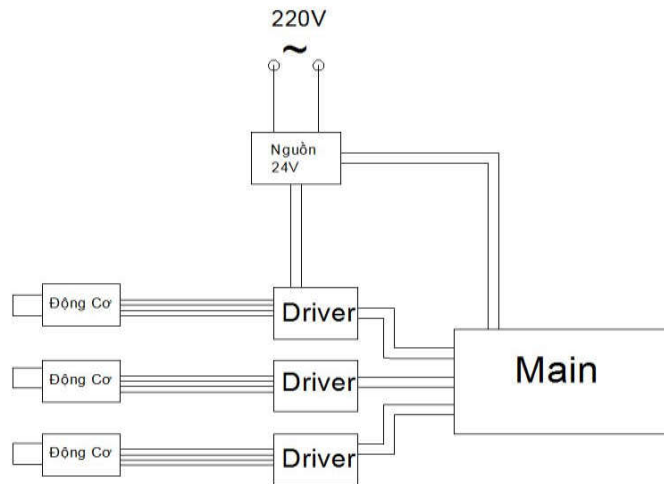
Bảng 1.2: Tham số robot Delta 3RUS

L_1	L_2	R	r	α_1	α_2	α_3	m_1	m_2	m_p
0.3 (m)	0.8 (m)	0.266 (m)	0.04 (m)	0 (rad)	$2\pi/3$ (rad)	$4\pi/3$ (rad)	0.42 (kg)	2x0.2 (kg)	0.75 (kg)

Bảng 1.3: Bảng các tham số robot 3PUS

L	R	r	α_1	α_2	α_3	m_1	m_2	m_p
0.242 (m)	0.16 (m)	0.029 (m)	0 (rad)	$2\pi/3$ (rad)	$4\pi/3$ (rad)	0.12 (kg)	2x0.15 (kg)	0.2 (kg)

Sơ đồ điều khiển của hai robot 3RUS và 3PUS như sau:



Hình 1.5: Sơ đồ điều khiển robot

Trong đó:

Khối Nguồn 24V: làm nhiệm vụ biến đổi dòng điện xoay chiều 220V thành dòng điện 1 chiều 24V.

Khối Main: làm nhiệm kết nối với máy tính và nhận tín hiệu từ phần mềm Matlab tính toán vị trí các khớp chủ động và biến đổi thành tín hiệu dạng xung để cấp cho khối Driver.

Khối Driver: Nhận tín hiệu từ khối Main dưới dạng xung để điều khiển số bước động cơ.

Khối động cơ: gồm 3 động cơ bước 5 pha kèm hộp giảm tốc có các thông số kỹ thuật cụ thể như Bảng 1.4.

Bảng 1.4: Thông số kỹ thuật động cơ bước của hai robot 3RUS và 3PUS

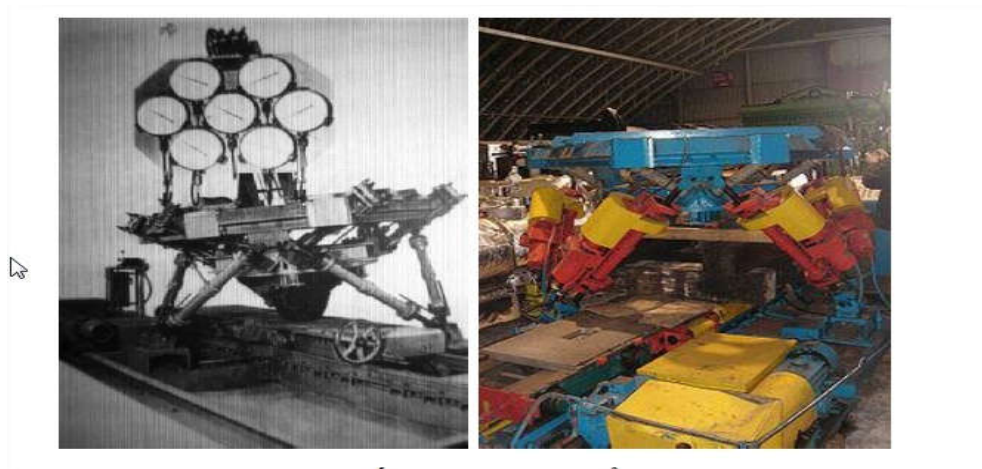
	Robot 3RUS	Robot 3PUS
Mã hiệu động cơ	103 – 817 – 5234	103 – 814 – 5214
Số bước/vòng	5000	5000
Điện áp	24V	24V
Dòng điện	2,4A/pha	1,4A/pha
Mô men xoắn	~350N.m	150 N.m

Từ sơ đồ điều khiển (hình 1.5) ta thấy đây là kiểu điều khiển hở không có tín hiệu phản hồi.

1.4 Ứng dụng của robot song song

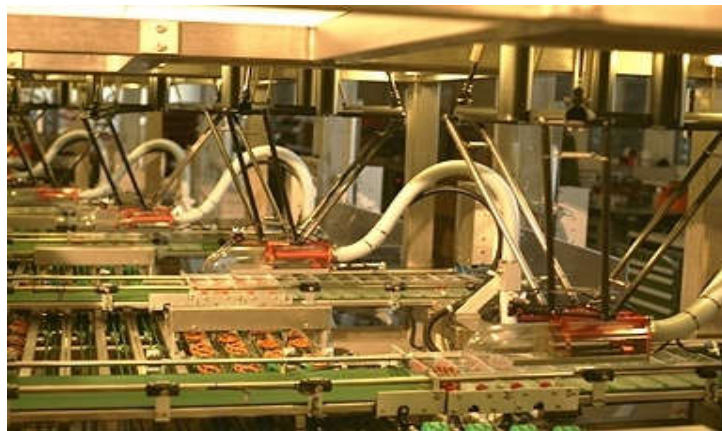
Robot song song đã được ứng dụng rộng rãi trong cuộc sống. Một số ứng dụng cụ thể bao gồm:

1.4.1 Ứng dụng trong công nghiệp



Hình 1.6: Cơ cấu song song Gough [67]

Vào năm 1949, Eric Gough đã đưa ra nguyên lý cơ bản và phát triển thiết bị tên là: “Universal Tyre-Testing machine” (hay còn gọi là Universal Rig) dùng để kiểm tra lốp xe cho hãng Dunlop (Hình 1.6). Thiết bị này chính thức đi vào vận hành năm 1955. Tầm dịch chuyển của thiết bị này có hình lục giác, mỗi góc nối với các khâu dẫn động tịnh tiến bằng các khớp cầu. Đầu còn lại của các khâu tác động được nối với bộ bằng các khớp Cardan. Các khâu có chiều dài thay đổi do cơ cấu dẫn động tịnh tiến. Thiết bị này vẫn sử dụng đến năm 2000. Hiện nay, thiết bị này đang được trưng bày tại viện bảo tàng khoa học Anh.



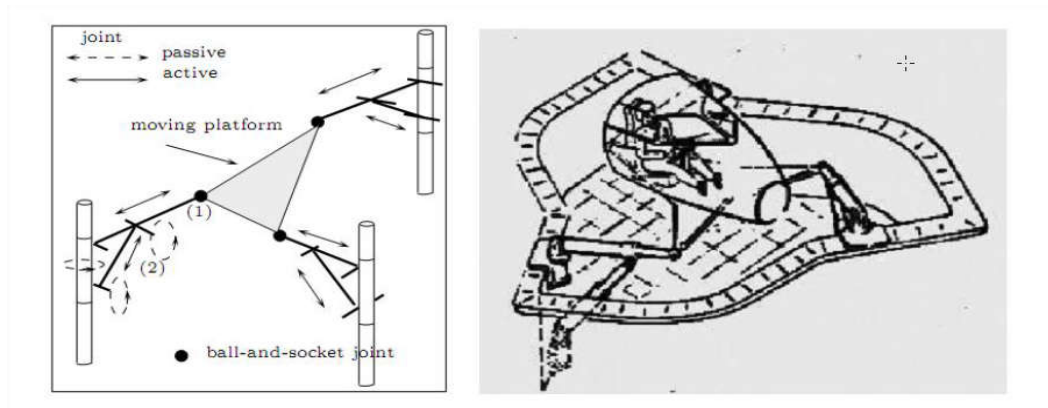
Hình 1.7: Robot Delta ứng dụng trong công nghệ thực phẩm [29]

Một loại robot khác được ứng dụng rộng rãi trong công nghiệp là robot Delta [29]. Robot song song Delta được sáng chế bởi Raymond Clavel vào đầu thập niên 1980 với ý tưởng là dùng các hình bình hành để chế tạo robot song song có 3 bậc tự do chuyển động tịnh tiến và một bậc chuyển động quay. Robot Delta đã nhận được 36 bằng phát minh, trong đó có những bằng sáng chế quan trọng như của WIPO (WO 87/03528 cấp này 18/06/1987), bằng sáng chế Hoa Kỳ (US 4, 976, 582 cấp ngày 11/12/1990) và bằng sáng chế châu Âu (EP 0 250 470 cấp ngày 17/07/1991). Robot Delta được dùng trong dây chuyền đóng gói thực phẩm, làm thiết bị nâng gấp... Gần đây, Corves [31] đã khảo sát khá đầy đủ về các loại biến thể, các lĩnh vực ứng dụng và đánh giá thị trường sử dụng robot này.

1.4.2 Ứng dụng trong mô phỏng

Vào năm 1965, Stewart [94] đã đề xuất sử dụng cơ cấu song song để làm thiết bị mô phỏng bay (Hình 1.8). Hãng École Nationale d'Élitation (Pháp) đã phát

triển một thiết bị được đặt tên là Persival dùng để huấn luyện các nài ngựa (Hình 1.9). Sản phẩm này đã được thương mại hóa.

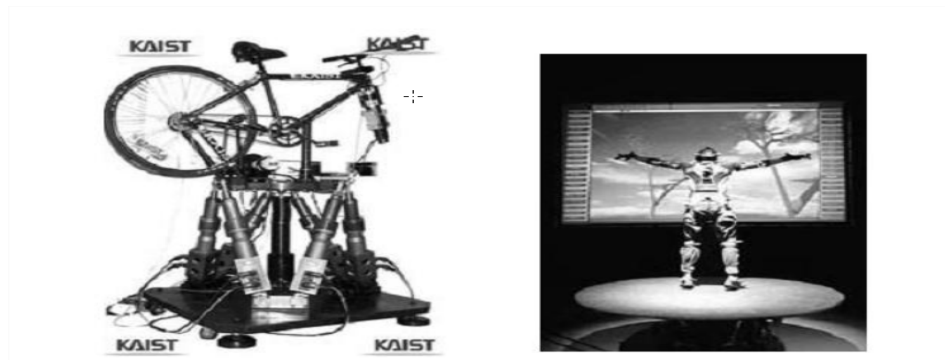


Hình 1.8: Cơ cấu song song Stewart [67]



Hình 1.9: Sản phẩm Persival của École National d'Elquitation (Pháp) [67]

Viện KAIST (Hàn Quốc) đã phát triển thiết bị mô phỏng xe đạp (Hình 1.10). Motek đã chế tạo Caren dùng để huấn luyện thể thao và phục hồi chức năng cho người bệnh và khuyết tật.



Hình 1.10: Bộ mô phỏng xe đạp của Viện KAIST và sản phẩm Caren của Motek [67]

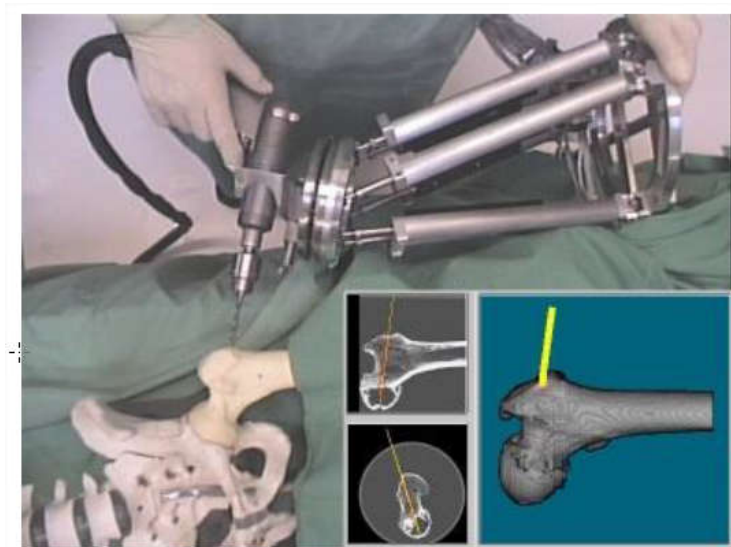
1.4.3 Ứng dụng trong y học

Công ty Elekta (Thụy Điển), một công ty chuyên về các trang thiết bị y tế đã dùng robot Delta để làm thiết bị nâng giữ kính hiển vi có khối lượng 20 kg dùng trong việc giải phẫu (Hình 1.11).



Hình 1.11: Sản phẩm SuriScope đang vận hành, Đại học Humboldt (Berlin, Đức) [43]

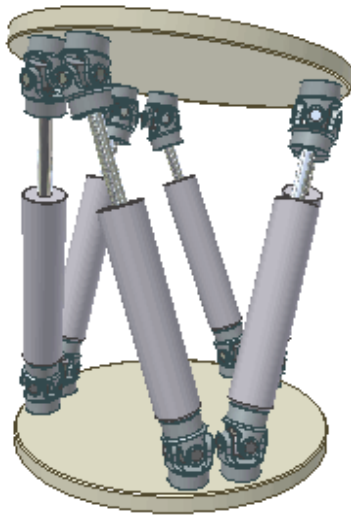
Một dự án của châu Âu chế tạo robot CRIGOS (Compact Robot for Image Guided Orthopedic) sử dụng cơ cấu Gough-Stewart nhằm hỗ trợ cho các bác sĩ một công cụ phẫu thuật xương hiệu suất cao (Hình 1.12).



Hình 1.12: Robot CRIGOS dùng để phẫu thuật tái tạo xương

1.4.4 Các ứng dụng khác

Phòng thí nghiệm PCR tại Đại học kỹ thuật Sharif đã thiết kế, mô phỏng, phân tích động học và chế tạo một loại tay máy song song dùng để leo cột điện thay bóng đèn thay cho công nhân. Đây là loại robot có 3 chuỗi động học, mỗi chuỗi động học được bố trí các khớp là UPU (U: Khớp Cardan, P: Khớp trượt).



Hình 1.13: Robot song song kiểu Stewart [67]

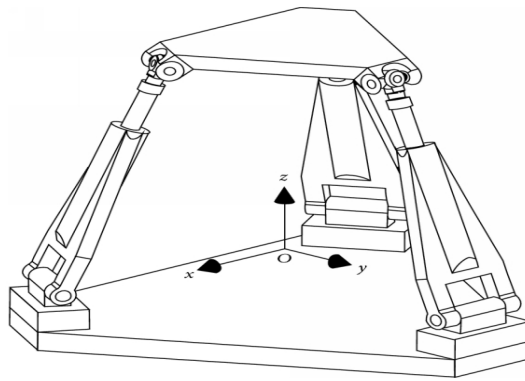


Hình 1.14: Robot Delta [29]

Một trong những công trình đầu tiên là của Stewart năm 1965 [94], trong đó ông đã giới thiệu cách sử dụng các cấu trúc song song (ngày nay thường được biết đến với tên gọi bộ Stewart) cho việc mô phỏng bay. Kể từ đó nhiều phiên bản của bộ này đã được đề xuất và nghiên cứu. Thật vậy, hầu hết các công trình công bố được tập trung vào các bộ Stewart hoặc các biến thể của nó. Một số ví dụ đã được đưa ra trong các mục trước. Một số ví dụ khác có thể tìm thấy trong các kỹ yếu của một số hội thảo gần đây [37, 38, 54, 55, 59].

Một robot song song rất phổ biến là robot Delta [29]. Đặc điểm nổi bật của các loại robot này là ở chỗ bàn máy động chuyển động tịnh tiến nhờ các cơ cấu hình bình hành. Đặc điểm này cùng với độ chính xác và độ cứng vững cao, loại robot song song Delta ngày nay được sử dụng nhiều trong công nghệ in 3D. Hiện có rất nhiều phiên bản khác nhau được nghiên cứu và phát triển [17, 23, 65, 68].

Robot song song 3RPS [58, 89, 96] thường được thiết kế để mang phôi gia công và lắp đặt trên bàn gá phôi của máy phay. Ba chân với chiều dài có thể thay đổi được nhờ các xi lanh thủy lực do đó khâu thao tác sẽ mang phôi chuyển động theo một quỹ đạo xác định trước. Hai đầu của các chân một đầu được liên kết với đế cố định bằng khớp bản lề và một đầu được liên kết với khâu thao tác bằng khớp cầu (Hình 1.15). Ưu điểm của loại robot này là khối lượng nhỏ, cấu trúc gọn nhẹ, độ cứng vững cao, có 3 bậc tự do và độ chính xác cao.



Hình 1.15: Cấu trúc chấp hành song song 3RPS [96]

1.5 Một số nghiên cứu về động lực học và điều khiển robot song song ở ngoài nước

1.5.1 Động lực học robot song song

Về mặt cơ học, robot song song là hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng. Tính toán động lực học là bài toán cần thiết để thiết kế và nâng cao chất lượng điều khiển của robot song song. Các tài liệu về lý thuyết và phương pháp tính toán động lực học robot chuỗi khá phong phú [47, 73, 85-88, 96, 103]. Các phương pháp thiết lập phương trình động lực học của hệ nhiều vật cấu trúc mạch vòng được đề cập khá kỹ trong các tài liệu [88, 103]. Sau đó bài toán động học, động lực học được đề cập cụ thể hơn trong các tài liệu về robot song song [67, 96].

Wittenburg [103] là một trong những người đầu tiên đề xuất việc sử dụng các khái niệm về tách cấu trúc để giải bài toán động lực học của hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng. Nakamura [77] và Schiehlen [28] sử dụng các khớp chủ động để tham số hóa không gian cấu hình cho bài toán động lực học. Sau đó, các công trình

khác được trình bày và phân tích tổng quát hơn để giải bài toán động lực học các robot song song dựa trên các dạng phương trình chuyển động khác nhau. Ví dụ như [57, 64] sử dụng phương trình Lagrange-Euler, sử dụng nguyên lý công ảo [33, 96, 97]. Staicu và đồng nghiệp [91, 93] đề xuất phương pháp ma trận truy hồi (Recursive matrix method) để tính toán động lực học cho robot song song. Abdellatif và Heimann [25] sử dụng phương trình Lagrange dạng nhân tử để giải bài toán động lực học ngược một robot song song cụ thể.

Một công trình nghiên cứu gần đây của nhóm tác giả Corves [30] đã đồng thời tính toán động lực học ngược robot song song Delta bằng ba phương pháp: Lagrange dạng nhân tử, nguyên lý công ảo, phương trình Newton – Euler sau đó giải các phương trình bằng phương pháp số thu được kết quả tương tự nhau. Tuy nhiên, phương pháp Lagrange dạng nhân tử có thời gian tính toán ít nhất. Mô hình hai chất điểm ở hai đầu của khâu hình bình hành của robot Delta được S. B Park [78] sử dụng để thiết lập phương trình chuyển động bằng phương pháp Lagrange dạng nhân tử và tính toán động lực học ngược. Nhóm tác giả Q. Zhang [106] sử dụng phần mềm ANSYS để tính toán độ bền, biến dạng và tần số dao động riêng của robot này và R. Kelaiaia [48] đã phân tích biến dạng tĩnh cho việc bù biến dạng để nâng cao độ chính xác của robot này.

Một loại robot song song có tên 3-PRS được nhóm nghiên cứu của tác giả M.S. Tsai [98-100, 105] nghiên cứu và chế tạo. Trong đó, bài toán động học thuận được giải bằng phương pháp số, bài toán động lực học ngược giải bằng cách thiết lập phương pháp Lagrange dạng nhân tử, phương pháp điều khiển dựa trên mô hình cũng được áp dụng thực nghiệm vào robot thực. Dựa trên cơ sở đó, các tác giả Q. Xu và Y. Li [62, 63, 104] phát triển thêm phương pháp điều khiển dựa trên mô hình sử dụng mạng nơ ron. Gần đây, một dạng biến thể của robot này cũng được phát triển bởi H. Sun [95] và Q. Li [60].

Nhóm tác giả Mueller đã xây dựng mô hình một loại robot song song dư dẫn động PKM [69-72]. Trong đó, bài toán động lực học ngược được giải bằng phương pháp số và mô phỏng số phương pháp điều khiển dựa trên mô hình.

Trong các tài liệu, hầu hết các nhà nghiên cứu thu được các phương trình chuyển động bằng cách xây dựng các giả định đơn giản hóa, chẳng hạn như tách một số khớp và kết nối với hệ thống như là một hệ thống cây với các phương trình liên kết, và áp dụng các nguyên lý động lực học cho các hệ thống cây trong khi bỏ qua mô men xoắn ở các khớp cắt. Phương pháp này được gọi là tách cấu trúc (Subsystem) [67].

Trong các nghiên cứu kể trên về robot song song Delta không gian, các phương pháp được sử dụng để thiết lập phương trình chuyển động là Lagrange dạng nhân tử, nguyên lý công ảo, phương trình Newton – Euler, tách cấu trúc... Khi thiết lập phương trình, thanh nối giữa hai khâu dẫn và bàn máy động được mô hình hóa bằng thanh đồng chất hoặc bằng hai khối lượng tập chung ở hai đầu thanh. Cho đến nay chưa có công trình nào so sánh, đánh giá hai loại mô hình này.

1.5.2 Điều khiển bám quỹ đạo robot song song

Các tài liệu về điều khiển robot rất phong phú. Có nhiều phương pháp tiếp cận khác nhau để điều khiển robot được đưa ra bởi Spong và Vidyasagar [90], Sciavicco và Siciliano [87]. Tuy nhiên, những công trình này ít tập trung vào các vấn đề cụ thể của robot song song. Ghorbel [39-41] và Murray [73] đã chứng minh phương trình động lực của robot song song tương tự như các phương trình động lực học của robot chuỗi. Do đó, hầu hết các thuật toán điều khiển robot chuỗi có thể áp dụng cho các robot song song. Tuy nhiên, những phương pháp đặc trưng mà có thể sử dụng để tận dụng những lợi thế cụ thể của robot song song chưa được giải quyết thỏa đáng. Một trong những nỗ lực đầu tiên thực hiện điều này là Nakamura [77], người sử dụng các tọa độ dư dẫn động để tối ưu các hàm mục tiêu. Trong khi Kock đề xuất khái niệm điều khiển độ cứng động [55] và tải trọng đặt trước (preloading) [56]. F. Aghili [26, 27] đề xuất phương pháp điều khiển dựa trên mô hình bằng các tọa độ phụ thuộc. Harada [44] sử dụng phương pháp điều khiển trở kháng trong không gian thao tác cho hai robot song song tác hợp bằng cách sử dụng tựa nghịch đảo ma trận Jacobi để phân bổ lực điều khiển cho các động cơ. Các vấn đề điều khiển bám quỹ đạo khâu thao tác của robot song song là vấn đề thời sự hiện nay.

Gần đây, các công trình về nâng cao chất lượng điều khiển robot Delta cũng được công bố khá nhiều. Các công trình này xây dựng luật điều khiển dựa trên phương trình chuyển động được thiết lập bằng cách đơn giản hóa mô hình động lực học đó là mỗi khâu hình bình hành được mô hình bằng hai chất điểm ở hai đầu. Phương pháp tuyến tính hóa mô hình được sử dụng để thiết lập các luật điều khiển đơn giản, B. Hemici và đồng nghiệp [80-82] đã thiết kế các bộ điều khiển PID, H_∞ dựa trên mô hình tuyến tính để điều khiển chuyển động bám quỹ đạo bền vững cho robot Delta. Mô hình này cũng được A. Mohsen [68] sử dụng để thiết lập các luật điều khiển PD, PID kết hợp với logic mờ để điều khiển bám quỹ đạo khâu thao tác. Kenmochi [49] sử dụng phương trình Lagrange thiết lập phương trình vi phân chuyển động, sau đó phương pháp tuyến tính hóa chính xác được áp dụng để thiết kế các bộ điều khiển cho bài toán điều khiển bền vững vị trí của robot. Canahuire [36] đã thiết kế các luật điều khiển PD và toàn phương tuyến tính (LQR) dựa trên phương trình động học ngược mà không cần thiết lập phương trình vi phân chuyển động để điều khiển bám quỹ đạo, tuy nhiên sai lệch so với quỹ đạo mong muốn là khá lớn. Mô hình động lực học đơn giản này được J. Du và Y. Lou [35] áp dụng để điều khiển robot theo thời gian thực bằng phương pháp động lực học ngược. Các phương pháp điều khiển PID kết hợp với bù trọng lực và PD kết hợp bộ quan sát được sử dụng cho mục đích điều khiển bám quỹ đạo của khâu thao tác [79, 83]. Điều khiển mờ và điều khiển thích nghi sử dụng mạng nơ ron cũng được áp dụng để điều khiển bám quỹ đạo robot Delta [32, 46, 66, 102].

Các công trình này sử dụng các bộ điều khiển khác nhau với mục đích cường bức chuyển động của khâu thao tác bám theo một quỹ đạo mong muốn. Các bộ điều khiển này phần nào đáp ứng được các yêu cầu đặt ra. Tuy nhiên còn thiếu các nghiên cứu so sánh đánh giá các bộ điều khiển và đưa ra khuyến cáo khi nào nên sử dụng bộ điều khiển nào là thích hợp.

1.6 Các nghiên cứu tại Việt Nam

Các vấn đề động học, động lực học của hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng được tác giả Nguyễn Văn Khang đề cập khá kỹ trong [4, 6, 50, 51]. Trong các tài liệu này, tác giả đưa ra cách thức thiết lập các phương trình động lực học của hệ

nhiều vật có cấu trúc cây bằng các phương trình Lagrange loại 2. Với các robot song song tác giả sử dụng phương pháp tách cấu trúc và phương pháp Lagrange dạng nhân tử để thiết lập phương trình chuyển động của robot. Tác giả đã trình bày hai phương pháp số giải bài toán động lực học ngược robot song song [5, 8-10]. Đó là phương pháp dựa trên các phương trình Lagrange dạng nhân tử và phương pháp dựa trên các phương trình vi phân thu gọn về các tọa độ tối thiểu. Đặc biệt phương pháp thứ hai rất thuận tiện cho bài toán điều khiển robot. Ngoài ra, tác giả cũng đề xuất ba thuật toán biến đổi phương trình chuyển động của hệ nhiều vật cấu trúc mạch vòng từ dạng phương trình vi phân - đại số sang phương trình vi phân thường để giải bài toán động lực học thuận [4, 7]. Các kết quả bài toán động lực học ngược và điều khiển trượt sử dụng mạng nơ ron robot dư dẫn động cũng được nhóm nghiên cứu của tác giả công bố [52, 53].

Nhóm nghiên cứu của tác giả Nguyễn Quang Hoàng đã đề nghị giải pháp ổn định hóa phương trình liên kết của hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng dựa trên nguyên lý trượt [2], phương pháp số giải bài toán động lực học ngược robot song song và chuỗi [3, 45].

Nhóm nghiên cứu của tác giả Chu Anh Mỹ [74-76] đã phân tích thiết kế và tính toán động lực học một robot hỗn hợp song song – chuỗi ứng dụng trong ngành hàn.

Nhóm nghiên cứu của tác giả Phạm Văn Bạch Ngọc [13] đã lựa chọn mô hình, mô phỏng động lực học và tính toán thiết kế để chế tạo một robot cơ cấu song song Hexapod ứng dụng trong gia công cơ khí. Các máy công cụ truyền thống sau khi thêm bộ đồ gá vạn năng có thể gia công được những chi tiết có bề mặt phức tạp mà trước đây không thực hiện được. Nhóm tác giả cũng đã chế tạo thành công thiết bị này và thiết bị hiện đang được trưng bày tại Viện Cơ học. Đặc biệt gần đây nhóm cũng chế tạo thành công và đề xuất một phương pháp điều khiển robot song song không gian Delta ba bậc tự do tịnh tiến [12, 14].

Nhóm nghiên cứu của tác giả Lê Hoài Quốc và đồng nghiệp [15, 16], sử dụng phương pháp lý thuyết vít và dùng tọa độ Plücker nghiên cứu về cấu hình kỳ dị và khả năng tải của tay máy song song với các chân dẫn động phụ phân bố ngoài không gian làm việc.

Nhóm nghiên cứu của tác giả Nguyễn Xuân Vinh và đồng nghiệp [24] xác định được tập hợp cấu hình đặc biệt của tay máy song song dùng lý thuyết vít.

Nhóm tác giả Tường Phước Thọ [22, 34] đã thiết kế cơ khí cho một mô hình robot Delta cụ thể trên cơ sở đó các tác giả đã tính toán động học ngược để phục vụ cho việc điều khiển robot.

Nhóm nghiên cứu của tác giả Nguyễn Minh Thanh [19, 20, 42] đã mô hình hóa và phân tích các yếu tố ảnh hưởng đến không gian thao tác trong quá trình mô hình hóa, đồng thời nhóm cũng đề xuất phương pháp tối ưu hóa thiết kế của tay máy song song dùng thuật toán di truyền.

Các tác giả Trịnh Hoàng Kiên, Phạm Huy Hoàng [11] đã mô phỏng không gian thao tác và động lực học ngược robot song song phẳng ba bậc tự do 3RRR.

Các tác giả Lê Đức Thọ, Nguyễn Hưng Long [21] đã nghiên cứu so sánh cấu trúc của robot song song dư dẫn động với cấu trúc của robot song song 6-RUS từ đó đưa ra cấu trúc robot tối ưu hơn.

Nhóm nghiên cứu của tác giả Đỗ Sanh [18, 84] đã áp dụng nguyên lý phù hợp để thiết lập phương trình cơ hệ chịu liên kết và đề xuất phương pháp số giải phương trình đó.

Nhìn chung, các công trình chủ yếu tập chung vào việc giải bài toán động học, thiết lập phương trình chuyển động và trình bày phương pháp giải các phương trình chuyển động này. Bài toán điều khiển còn ít được quan tâm nghiên cứu.

1.7 Xác định vấn đề cần nghiên cứu của luận án

Việc nghiên cứu động lực học robot song song có hai xu hướng chính. Thứ nhất sử dụng các hệ chương trình tính toán động lực học hệ nhiều vật như ADAMS (của Mỹ) hay SIMPACK (của Đức) tính toán một số dạng bài toán cụ thể của hệ. Thứ hai sử dụng các phần mềm tính toán đa năng ký tự và số như MAPLE, MATLAB để thiết lập và giải các phương trình chuyển động của hệ. Trong luận án này đi theo hướng thứ hai.

Việc nghiên cứu điều khiển robot song song cũng có hai xu hướng chính. Thứ nhất sử dụng các phân tích động học kết hợp các đo đạc trên hệ thực để điều khiển

chuyển động khâu thao tác. Thứ hai sử dụng các mô hình động lực học để điều khiển chuyển động khâu thao tác. Luận án này đi theo hướng thứ hai.

Từ sự xem xét, đánh giá các công trình mà các nhà khoa học đã và đang nghiên cứu về loại robot song song Delta không gian, luận án này sẽ đi vào nghiên cứu những vấn đề sau:

Xây dựng thuật giải cho bài toán động học ngược với mục đích nâng cao độ chính xác nghiệm số.

Nghiên cứu, so sánh các mô hình động lực học khác nhau đối với một robot song song. So sánh độ phức tạp của các mô hình và ảnh hưởng của nó đến mô men tính toán. Trên cơ sở đó khuyến cáo cho người sử dụng nên sử dụng mô hình nào là hợp lý trong từng điều kiện cụ thể.

Thiết kế các luật điều khiển trực tiếp dựa trên các phương trình vi phân – đại số.

Nghiên cứu so sánh chất lượng của các bộ điều khiển khi sử dụng các mô hình cơ học khác nhau.

Kết luận chương 1

Động lực học và điều khiển robot song song không gian là vấn đề khoa học phức tạp và còn cần thiết đi sâu nghiên cứu. Robot song song có một số lợi thế nhất định so với robot chuỗi nên thu hút sự quan tâm nghiên cứu của các nhà khoa học. Trên cơ sở tổng hợp những kết quả đạt được từ các nghiên cứu trong và ngoài nước, luận án đã xác định được vấn đề cần đi sâu nghiên cứu nhằm mục đích nâng cao chất lượng điều khiển cho robot song song là xây dựng các mô hình cơ học, mô hình toán học và các thuật toán số giải bài toán động lực học và điều khiển cho hai loại robot song song là 3RUS và 3PUS.

Chương 2

XÂY DỰNG MÔ HÌNH CƠ HỌC VÀ MÔ HÌNH TOÁN HỌC CHO ROBOT SONG SONG DELTA KHÔNG GIAN

Các robot song song không gian là các hệ nhiều vật không gian có cấu trúc mạch vòng. Việc thiết lập các phương trình chuyển động của các hệ nhiều vật không gian là bài toán rất phức tạp. Vì vậy, người ta thường sử dụng các phần mềm của Động lực học hệ nhiều vật, chẳng hạn các phần mềm ADAMS, SIMPACK, AUTOLEV,...[85], để xây dựng các phương trình vi phân – đại số của hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng. Khi đó, ta không biết được dạng tường minh của các phương trình chuyển động.

Sử dụng khái niệm tích Kronecker của hai ma trận GS. Nguyễn Văn Khang đã thiết lập dạng ma trận mới của phương trình Lagrange dạng nhân tử [51]. Phương trình này đã được một số tác giả ở Trung Quốc, Ấn Độ và Việt Nam sử dụng.

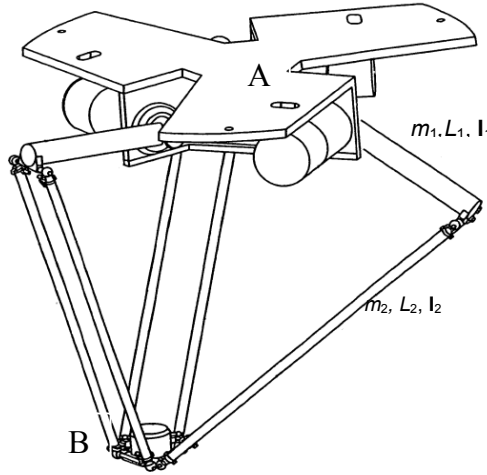
Trong luận án này, dạng ma trận mới của các phương trình Lagrange dạng nhân tử [51] được sử dụng để thiết lập phương trình chuyển động của hai loại robot song song không gian là robot 3RUS và robot 3PUS. Nhờ các phần mềm đa năng MAPLE hoặc MATLAB, ta nhận được dạng giải tích của các phương trình vi phân – đại số mô tả chuyển động của robot song song.

2.1 Mô hình động học robot song song Delta không gian

Việc xây dựng các mô hình cơ học (mô hình động học, mô hình động lực học) cho các robot song song là bài toán không đơn giản. Dưới đây, ta sẽ trình bày việc xây dựng các mô hình cơ học cho hai loại robot song song Delta không gian 3RUS và 3PUS. Chú ý rằng trong các robot này, người ta có sử dụng khớp Cardan và khớp cầu để mô hình khớp nối các khâu. Do đó, việc thiết lập các phương trình chuyển động là bài toán khá phức tạp.

2.1.1 Mô hình động học robot song song Delta không gian 3RUS

2.1.1.1 Cấu tạo robot song song Delta 3RUS thực



Hình 2.1: Robot song song Delta không gian 3RUS

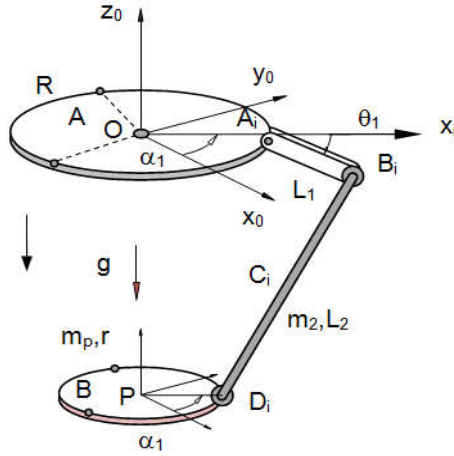
Cấu tạo của robot bao gồm các phần như sau (Hình 2.1 và Hình 2.2):

- Bàn máy cố định A, bàn máy động B.
- Bakhâu chủ động A_1B_1 , A_2B_2 , A_3B_3 liên kết với bàn máy cố định bằng các khớp quay và được dẫn động bởi 3 động cơ, các động cơ này gắn chặt với bàn máy cố định A.
- Ba khâu bị động B_1D_1 , B_2D_2 , B_3D_3 , mỗi khâu là một cấu trúc hình bình hành.

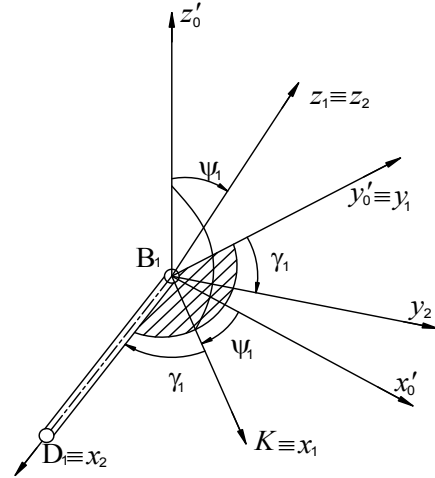
Nhờ tính chất của các khâu hình bình hành nên bàn máy động là một vật rắn chuyển động tịnh tiến trong không gian. Như vậy robot có 3 bậc tự do xác định bởi 3 tọa độ θ_1 , θ_2 , θ_3 trong không gian khớp.

2.1.1.2 Xây dựng mô hình động học robot song song Deltakhoảng gian 3RUS

Từ mô hình thực của robot như hình 2.1 ta thấy có các khâu hình bình hành nên việc tính toán động học trực tiếp trên robot thực là khá phức tạp. Để đơn giản ta xây dựng mô hình động học của robot dựa trên mô hình thực, nghĩa là ta thay thế các khâu hình bình hành bằng một thanh có chiều dài bằng chiều dài khâu hình bình hành. Các thanh này một đầu được nối với các khâu dẫn động của robot bằng các khớp Cardan tại B_i và đầu còn lại được nối với bàn máy động bằng các khớp cầu D_i như hình 2.2.



Hình 2.2: Mô hình động học robot Delta 3RUS



Hình 2.3: Tọa độ suy rộng định vị khâu $B_1 D_1$

Từ mô hình động học của robot (hình 2.2) ta xây dựng các hệ tọa độ khảo sát như sau: chọn hệ tọa độ cố định $Ox_0y_0z_0$ gắn với bàn máy cố định, với gốc O là tâm bàn máy cố định. Trục Oz_0 hướng thẳng đứng lên trên, trục Ox_0 đi qua A_1 (tâm động cơ dẫn động) của chân 1, trục Oy_0 được chọn sao cho hệ $Ox_0y_0z_0$ thuận.

Chọn lần lượt 3 hệ trục tọa độ cố định $Ox_iy_iz_i$ ($i=1, 2, 3$) để khảo sát các khâu $A_1B_1D_1$, $A_2B_2D_2$, $A_3B_3D_3$ của robot. Trong đó trục Oz_i trùng với Oz_0 , trục Ox_i đi qua điểm A_i , trục Oy_i được chọn sao cho hệ trục $Ox_iy_iz_i$ thuận. Như vậy, cùng với hệ tọa độ cố định $Ox_0y_0z_0$ ban đầu kí hiệu là (R_0) , ta có thêm 3 hệ tọa độ cố định $Ox_iy_iz_i$ ($i=1, 2, 3$) kí hiệu là (R'_0) , (R''_0) , (R'''_0) . Như vậy, các hệ (R'_0) , (R''_0) , (R'''_0) được tạo ra khi quay hệ (R_0) quanh trục Oz_0 một góc α_i (trong đó α_i lần lượt là 0° , 120° , 240°).

2.1.1.3 Phân tích chuyển động các khâu

Từ hình 2.2 ta thấy: Robot có tất cả bảy khâu chuyển động bao gồm:

Ba khâu dẫn động A_1B_1 , A_2B_2 , A_3B_3 là các thanh có chiều dài L_1 chuyển động quay quanh trục vuông góc với mặt phẳng (Ox_iz_i) tại A_i , khảo sát chuyển động các khâu này ta sử dụng các tọa độ θ_1 , θ_2 , θ_3 tương ứng (xem hình 2.2). Bàn máy động B là một vật rắn chuyển động tịnh tiến trong không gian. Do vậy, để khảo sát chuyển động của bàn máy động ta chỉ cần khảo sát tọa độ của điểm P , tâm của bàn máy động. Tọa độ điểm P có trong hệ (R_0) là: x_P , y_P , z_P .

Việc xác định vị trí khâu B_1D_1 , B_2D_2 , B_3D_3 tương đối phức tạp. Trước hết, ta xét khâu B_1D_1 . Tại B_1 ta dựng hệ tọa độ $B_1x'_0y'_0z'_0$ như sau: Trục $B_1x'_0 // Ox_0$, $B_1y'_0 // Oy_0$, $B_1z'_0 // Oz_0$. Bài toán đặt ra là: Xác định vị trí khâu B_1D_1 của robot song song Delta 3RUS trong hệ qui chiếu $B_1x'_0y'_0z'_0$. Giả sử giao của hai mặt phẳng $(z'_0B_1x'_0)$ và $(y'_0B_1D_1)$ là đường B_1K (hình 2.3). Ta gọi B_1K là đường nút. Ký hiệu góc giữa trục $B_1x'_0$ và B_1K là ψ_1 , góc giữa trục B_1K và B_1D_1 là γ_1 . Do trục $B_1y'_0$ vuông góc với mặt phẳng $(z'_0B_1x'_0)$ mà B_1K lại nằm trong mặt phẳng $(z'_0B_1x'_0)$ nên $B_1y'_0 \perp B_1K$. Quay hệ $B_1x'_0y'_0z'_0$ quanh trục $B_1y'_0$ một góc ψ_1

$$\text{Trục: } B_1x'_0 \rightarrow B_1K \equiv B_1x_1; \text{ trục: } B_1z'_0 \rightarrow B_1z_1; \text{ trục: } B_1y'_0 \equiv B_1y_1$$

Do trục B_1z_1 vuông góc với mặt phẳng $(B_1y_1x_1)$ mà B_1D_1 lại nằm trong mặt phẳng $(B_1y_1x_1)$ nên $B_1z_1 \perp B_1D_1$. Quay hệ $B_1x_1y_1z_1$ quanh trục B_1z_1 một góc γ_1 ta được $B_1x_2y_2z_2$

$$\text{Trục: } B_1x_1 \rightarrow B_1D_1 \equiv B_1x_2; \text{ trục: } B_1y_1 \rightarrow B_1y_2; \text{ trục: } B_1z_1 \equiv B_1z_2$$

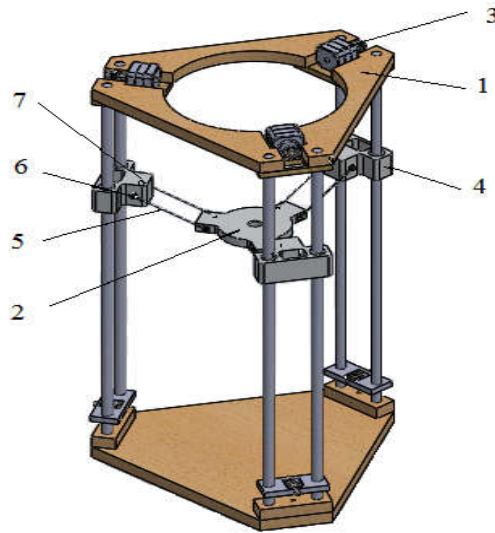
Kết luận: Vị trí khâu B_1D_1 trong hệ $B_1x'_0y'_0z'_0$ xác định bởi hai góc ψ_1 và γ_1 .

Tương tự như vậy vị trí các khâu B_2D_2 và B_3D_3 được xác định bởi các cặp góc ψ_2, γ_2 và ψ_3, γ_3 tương ứng.

2.1.2 Mô hình động học robot song song Delta không gian 3PUS

2.1.2.1 Cấu tạo robot song song Delta không gian 3PUS thực

Hình 2.4 là mô hình thiết kế robot song song 3PUS. Cấu tạo động học của robot bao gồm các phần như sau: Bàn máy cố định, bánh trượt được dẫn động bởi 3 động cơ. Các động cơ này gắn chặt với bàn máy cố định. Bánh trượt, mỗi bánh là một cấu trúc hình bình hành. Bàn máy động là một vật rắn chuyển động không gian, do tính chất của các khâu hình bình hành nên bàn máy động chuyển động tịnh tiến trong không gian. Như vậy, robot có 3 bậc tự do được xác định bởi 3 tọa độ x, y và z trong không gian.



Hình 2.4: Mô hình thiết kế robot Delta 3RUS

(1. Bàn máy cố định, 2. Bàn máy động, 3. Động cơ, 4. Khâu trượt dẫn động, 5. Thanh nối, 6-7. Khớp cầu hoặc khớp Cardan)

2.1.2.2 Xây dựng mô hình động học cho robot song song Delta không gian 3RUS

Từ mô hình thực của robot (Hình 2.4) ta thấy có các khâu hình bình hành nên việc tính toán động học trực tiếp trên robot thực là khá phức tạp. Để đơn giản ta xây dựng mô hình động học của robot dựa trên mô hình thực, nghĩa là ta thay thế các khâu hình bình hành bằng một thanh có chiều dài bằng chiều dài khâu hình bình hành. Các thanh này một đầu được nối với các con trượt dẫn động bằng các khớp Cardan và đầu còn lại được nối với bàn máy động bằng các khớp cầu như (Hình 2.5).

2.1.2.3 Chọn hệ tọa độ khảo sát

Hình 2.5 là mô hình động học robot 3RUS. Chọn hệ tọa độ cố định $Ox_0y_0z_0$ gắn với bàn máy cố định, với gốc O là tâm bàn máy cố định để khảo sát chuyển động của bàn máy di động. Trục Oz_0 hướng thẳng đứng lên trên, trục Ox_0 đi qua tâm động cơ dẫn động của chân 1, trục Oy_0 được chọn sao cho hệ $Ox_0y_0z_0$ thuận.

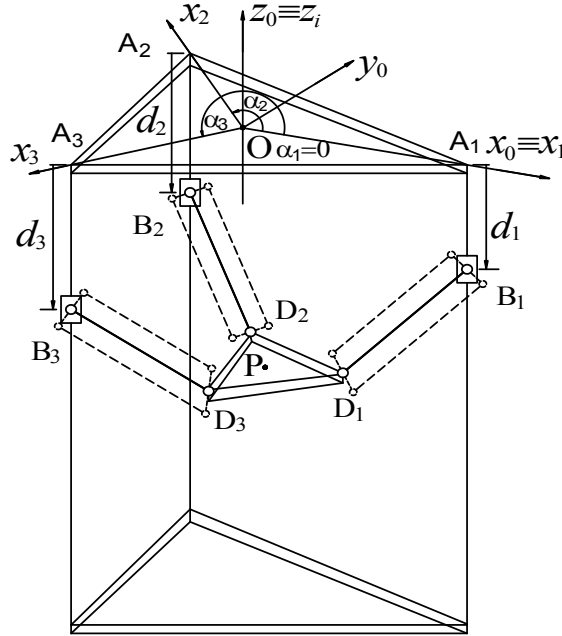
Chọn lần lượt 3 hệ trục tọa độ cố định $Ox_iy_iz_i$ ($i=1, 2, 3$) để khảo sát từng chân $A_1B_1D_1$, $A_2B_2D_2$, $A_3B_3D_3$ của robot. Trong đó trục Oz_i trùng với Oz_0 , trục Ox_i đi qua điểm A_i , trục Oy_i được chọn sao cho hệ trục $Ox_iy_iz_i$ thuận. Như vậy cùng với hệ tọa

độ cố định $Ox_0y_0z_0$ ban đầu kí hiệu là (R_0) , ta có thêm 3 hệ tọa độ cố định $Ox_iy_iz_i$ ($i=1, 2, 3$) kí hiệu là (R'_0) , (R''_0) , (R'''_0) .

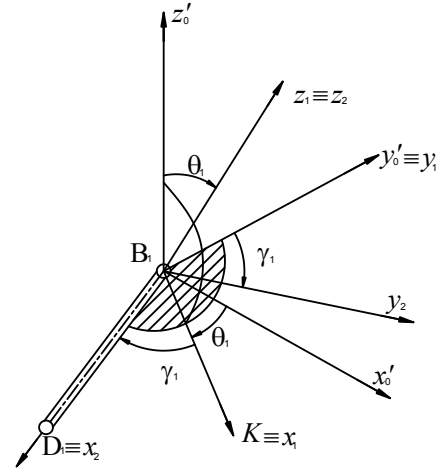
2.1.2.4 Phân tích chuyển động các khâu của robot

Từ Hình 2.5 ta thấy robot 3PUS có tất cả bảy khâu chuyển động bao gồm:

Ba khâu trượt B_1 , B_2 , B_3 là các vật rắn chuyển động tịnh tiến theo phương thẳng đứng được gọi là các khâu dẫn động, vị trí các khâu này được xác định bởi các tọa độ d_1 , d_2 , d_3 tương ứng.



Hình 2.5: Mô hình động học robot 3PUS



Hình 2.6: Định vị khâu B_1D_i

Bàn máy động $B=D_1D_2D_3$ là một vật rắn chuyển động tịnh tiến trong không gian. Do vậy, để khảo sát vị trí của bàn máy động ta chỉ cần xác định tọa độ của điểm P là tâm của bàn máy động có các tọa độ tương ứng: x_P , y_P , z_P .

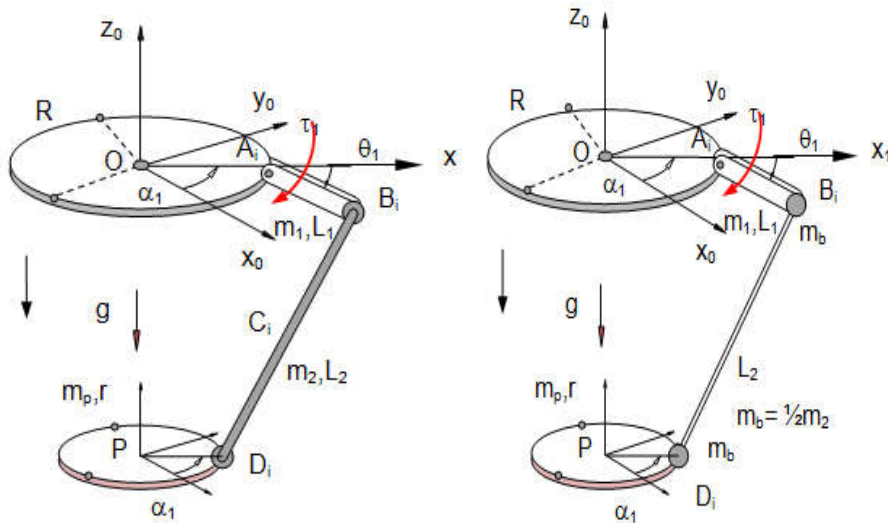
Ba khâu hình bình hành B_1D_1 , B_2D_2 , B_3D_3 được mô hình bằng các thanh B_1D_1 , B_2D_2 , B_3D_3 . Các thanh này có cùng chiều dài l được nối với các khâu dẫn động bằng các khớp Cardan tại B_1 , B_2 , B_3 và nối với bàn máy động bằng các khớp cầu tại D_1 , D_2 , D_3 . Vị trí các khâu hình bình hành này cũng được xác định tương tự như

robot 3RUS. Như vậy, vị trí mỗi khâu B_iD_i được xác định bởi hai góc θ_i, γ_i như Hình 2.6.

2.2 Mô hình động lực robot song song Delta không gian

2.2.1 Mô hình động lực robot song song Delta không gian 3RUS

Ta xây dựng mô hình động lực robot dựa trên mô hình động học mà ta đã xây dựng từ mô hình robot thực (mục 2.1.1.2, hình 2.1). Với mô hình động học đó thì mỗi khâu hình bình hành được mô hình bằng một thanh, từ đó ta xây dựng hai mô hình động lực như sau:



Hình 2.7: Mô hình 1 robot 3RUS Hình 2.8: Mô hình 2 robot 3RUS

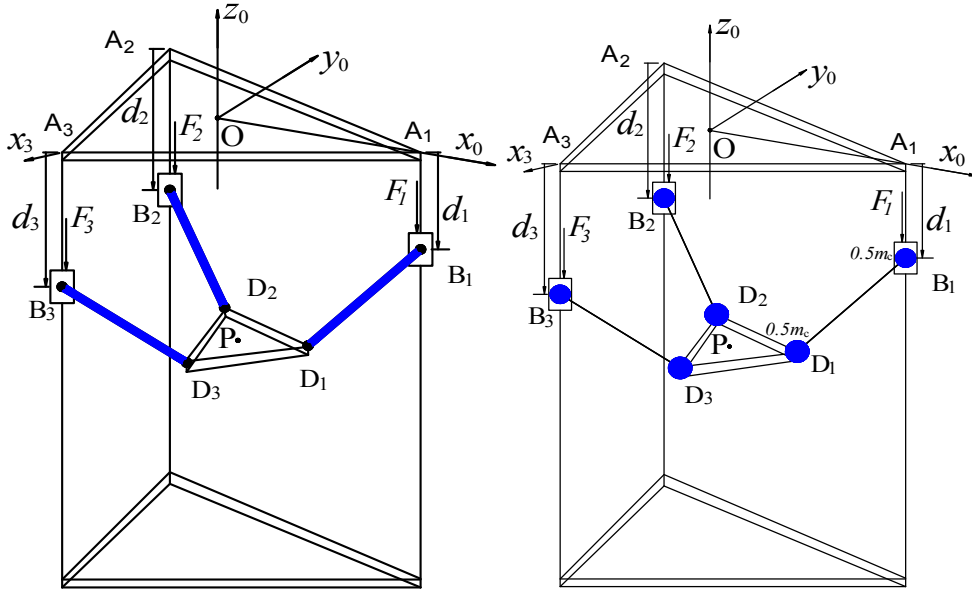
Mô hình 1: Khâu hình bình hành được mô hình bằng một thanh có khối lượng phân bố đều trên toàn chiều dài thanh như hình 2.7. Khối lượng và chiều dài thanh tương ứng bằng khối lượng và chiều dài khâu hình bình hành.

Mô hình 2: Khâu hình bình hành được mô hình bằng một thanh có khối lượng tập trung ở hai đầu, khối lượng mỗi đầu thanh bằng $\frac{1}{2}$ khối lượng khâu hình bình hành như hình 2.8.

So sánh hai mô hình động lực học của robot mà ta xây dựng với robot thực ta thấy mô hình 1 phức tạp hơn nhưng gần với robot thực hơn mô hình 2.

2.2.2 Mô hình động lực robot song song Delta không gian 3PUS

Ta xây dựng mô hình động lực robot dựa trên mô hình động học mà ta đã xây dựng từ mô hình robot thực (mục 2.1.2.2, Hình 2.5). Với mô hình động học đó thì mỗi khâu hình bình hành được mô hình bằng một thanh, từ đó ta xây dựng các mô hình động lực như sau:



Hình 2.9: Mô hình 1 robot 3PUS Hình 2.10: Mô hình 2 robot 3PUS

Mô hình 1: Khâu hình bình hành được mô hình bằng một thanh có khối lượng phân bố đều trên toàn chiều dài thanh như Hình 2.9. Khối lượng và chiều dài thanh tương ứng bằng khối lượng và chiều dài khâu hình bình hành.

Mô hình 2: Khâu hình bình hành được mô hình bằng một thanh có khối lượng tập trung ở hai đầu thanh, khối lượng ở mỗi đầu thanh bằng $\frac{1}{2}$ khối lượng khâu hình bình hành Hình 2.10.

So sánh hai mô ta thấy mô hình 1 phức tạp, nhưng gần với robot thực hơn mô hình thứ 2.

2.3 Dạng ma trận mới phương trình Lagrange dạng nhân tử [51]

Xét hệ p vật rắn chịu r liên kết hô lô nôm giữ và dừng, vị trí của cơ hệ được xác định bởi m tọa độ suy rộng dư: q_1, q_2, \dots, q_m . Như vậy, các phương trình liên kết có dạng:

$$f_i(q_1, q_2, \dots, q_m) = 0, \quad (i = 1, \dots, r) \quad (2.1)$$

Phương trình Lagrange dạng nhân tử có dạng:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k - \sum_{i=1}^r \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial q_k}, \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (2.2)$$

Đối với hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng, sử dụng khái niệm tích Kronecker của hai ma trận, dạng ma trận của các phương trình Lagrange dạng nhân tử có dạng [4]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{\Phi}_q^T \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\tau} \quad (2.3)$$

Trong đó ma trận khối lượng suy rộng $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ được xác định bởi công thức:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^p (m_i \mathbf{J}_{T_i}^T \mathbf{J}_{T_i} + \mathbf{J}_{R_i}^T \mathbf{I}_{R_i} \mathbf{J}_{R_i}) \quad (2.4)$$

Ma trận quán tính ly tâm và Coriolis có dạng

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} (\mathbf{E}_m \otimes \dot{\mathbf{q}}) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} (\dot{\mathbf{q}} \otimes \mathbf{E}_m) \right)^T \quad (2.5)$$

Trong (2.5), ký hiệu \otimes chỉ tích Kronecker của hai ma trận [4], \mathbf{E}_m là ma trận đơn vị cỡ $m \times m$.

Véc tơ $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ được xác định bởi thế năng của hệ:

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \left(\frac{\partial \pi}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \quad (2.6)$$

Ma trận Jacobi $\mathbf{\Phi}_q$ của các phương trình liên kết (2.1) có dạng

$$\mathbf{\Phi}_q = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_r}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial q_m} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

2.4 Thiết lập phương trình chuyển động của robot song song Delta không gian 3RUS

2.4.1 Thiết lập phương trình chuyển động cho mô hình 1 của robot 3RUS

2.4.1.1 Thiết lập các phương trình liên kết

Từ phân tích chuyển động các khâu của robot ở trên ta chọn các tọa độ suy rộng như sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= [\mathbf{q}_a^T \quad \mathbf{q}_p^T \quad \mathbf{x}^T]^T; \quad \mathbf{q}_a = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^T \\ \mathbf{q}_p &= [\psi_1 \quad \psi_2 \quad \psi_3 \quad \gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \gamma_3]^T; \quad \mathbf{x} = [x_P \quad y_P \quad z_P]^T \end{aligned} \quad (2.8)$$

trong đó \mathbf{q}_a , \mathbf{q}_p , \mathbf{x} lần lượt là tọa độ suy rộng độc lập của các khớp chủ động (active joints) và tọa độ suy rộng của các khớp bị động (passive joints) và tọa độ tâm P của bàn máy động B (chính là tọa độ thao tác).

Như vậy:

\mathbf{s} là véc tơ chứa các tọa độ suy rộng dư

\mathbf{q}_a là véc tơ chứa các tọa độ suy rộng độc lập tối thiểu.

$\mathbf{z} = [\mathbf{q}_p^T \quad \mathbf{x}^T]^T$ là véc tơ chứa các tọa độ suy rộng phụ thuộc (tọa độ dư).

$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_a^T \quad \mathbf{q}_p^T]^T$, \mathbf{x} lần lượt là tọa độ khớp và tọa độ thao tác

Do có 12 tọa độ suy rộng, nhưng lại chỉ có 3 tọa độ độc lập, nên ta cần thêm 9 phương trình liên kết để giải quyết bài toán động học.

Ta xét 3 vòng kín độc lập là $OA_1B_1D_1PO$, $OA_2B_2D_2PO$ và $OA_3B_3D_3PO$. Với mỗi vòng kín ta sẽ thiết lập được 3 phương trình liên kết, như vậy với 3 vòng, ta sẽ có 9 phương trình liên kết độc lập. Do tính chất đối xứng, dưới đây, ta sẽ xét việc thiết lập phương trình liên kết đối với vòng $OA_1B_1D_1PO$.

Xét trong hệ tọa độ cố định $Ox_0y_0z_0$, ta có phương trình véc tơ hình học:

$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{B_1D_1} + \overrightarrow{D_1P} = \overrightarrow{OP} \quad (2.9)$$

Để thuận tiện ta đưa vào các ký hiệu sau:

$$\vec{r}_{A_1} = \overrightarrow{OA_1}, \vec{u}_{A_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1}, \vec{u}_{B_1D_1} = \overrightarrow{B_1D_1}, \vec{u}_{D_1P} = \overrightarrow{D_1P}, \vec{r}_P = \overrightarrow{OP} \quad (2.10)$$

Thay (2.10) vào phương trình (2.9) ta thu được:

$$\vec{r}_P = \vec{r}_{A_1} + \vec{u}_{A_1B_1} + \vec{u}_{B_1D_1} + \vec{u}_{D_1P} \quad (2.11)$$

Phương trình véc tơ (2.11) được viết lại dưới dạng đại số như sau:

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{A_1} + \mathbf{u}_{A_1B_1} + \mathbf{u}_{B_1D_1} + \mathbf{u}_{D_1P} \quad (2.12)$$

Từ những phân tích động học ở trên ta có:

$${}^{(R'_0)}\mathbf{u}_{D_1P} = [-r \ 0 \ 0]^T, {}^{(R'_0)}\mathbf{r}_{A_1} = [R \ 0 \ 0]^T, {}^{(R'_0)}\mathbf{r}_P = \begin{bmatrix} x_P^{(R'_0)} & y_P^{(R'_0)} & z_P^{(R'_0)} \end{bmatrix}^T$$

$${}^{(R'_0)}\mathbf{u}_{A_1B_1} = \mathbf{A}_y(\theta_1) {}^{(R_2)}\mathbf{u}_{A_1B_1}, {}^{(R'_0)}\mathbf{u}_{B_1D_1} = \mathbf{A}_y(\psi_1) \mathbf{A}_z(\gamma_1) {}^{(R_2)}\mathbf{u}_{B_1D_1}$$

$$\text{trong đó: } {}^{(R_2)}\mathbf{u}_{A_1B_1} = [L_1 \ 0 \ 0]^T, {}^{(R_2)}\mathbf{u}_{B_1D_1} = [L_2 \ 0 \ 0]^T,$$

$$\mathbf{A}_y(\theta_1) = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_y(\psi_1) = \begin{bmatrix} \cos \psi_1 & 0 & \sin \psi_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi_1 & 0 & \cos \psi_1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_z(\gamma_1) = \begin{bmatrix} \cos \gamma_1 & -\sin \gamma_1 & 0 \\ \sin \gamma_1 & \cos \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Thay các biểu thức trên vào phương trình (2.12) ta được:

$$\begin{bmatrix} x_P^{(R'_0)} \\ y_P^{(R'_0)} \\ z_P^{(R'_0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 \cos \theta_1 \\ 0 \\ -L_1 \sin \theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1 \\ L_2 \sin \gamma_1 \\ -L_2 \sin \psi_1 \cos \gamma_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\begin{bmatrix} x_P^{(R'_0)} \\ y_P^{(R'_0)} \\ z_P^{(R'_0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R - r + L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1 \\ L_2 \sin \gamma_1 \\ -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin \psi_1 \cos \gamma_1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Chú ý đến ma trận cô sin chỉ hướng của hệ trục tọa độ $A_1x_1y_1z_1$ đối với hệ trục tọa độ $Ox_0y_0z_0$ là:

$$\mathbf{A}_z(\alpha_1) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Do vậy ta có

$$\begin{bmatrix} x_P^{(R_0)} \\ y_P^{(R_0)} \\ z_P^{(R_0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P^{(R'_0)} \\ y_P^{(R'_0)} \\ z_P^{(R'_0)} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

trong đó: $\begin{bmatrix} x_P^{(R_0)} \\ y_P^{(R_0)} \\ z_P^{(R_0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}$

Thế(2.14) vào (2.16) và viết lại ta được các phương trình liên kết của chân 1 như sau:

$$\begin{aligned} x_P &= (R - r + L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1) \cos \alpha_1 - L_2 \sin \gamma_1 \sin \alpha_1 \\ y_P &= (R - r + L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1) \sin \alpha_1 + L_2 \sin \gamma_1 \cos \alpha_1 \\ z_P &= -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin \psi_1 \cos \gamma_1 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Thiết lập tương tự với chân 2, 3 các phương trình liên kết của robot có thể viết gọn lại như sau:

$$\begin{aligned} f_1 &= x_P - (R - r + L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1) \cos \alpha_1 + L_2 \sin \gamma_1 \sin \alpha_1 = 0 \\ f_2 &= y_P - (R - r + L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1) \sin \alpha_1 - L_2 \sin \gamma_1 \cos \alpha_1 = 0 \\ f_3 &= z_P + L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \psi_1 \cos \gamma_1 = 0 \\ f_4 &= x_P - (R - r + L_1 \cos \theta_2 + L_2 \cos \psi_2 \cos \gamma_2) \cos \alpha_2 + L_2 \sin \gamma_2 \sin \alpha_2 = 0 \\ f_5 &= y_P - (R - r + L_1 \cos \theta_2 + L_2 \cos \psi_2 \cos \gamma_2) \sin \alpha_2 - L_2 \sin \gamma_2 \cos \alpha_2 = 0 \\ f_6 &= z_P + L_1 \sin \theta_2 + L_2 \sin \psi_2 \cos \gamma_2 = 0 \\ f_7 &= x_P - (R - r + L_1 \cos \theta_3 + L_2 \cos \psi_3 \cos \gamma_3) \cos \alpha_3 + L_2 \sin \gamma_3 \sin \alpha_3 = 0 \\ f_8 &= y_P - (R - r + L_1 \cos \theta_3 + L_2 \cos \psi_3 \cos \gamma_3) \sin \alpha_3 - L_2 \sin \gamma_3 \cos \alpha_3 = 0 \\ f_9 &= z_P + L_1 \sin \theta_3 + L_2 \sin \psi_3 \cos \gamma_3 = 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.4.1.2 Thiết lập phương trình chuyển động

Với mô hình này ta sử dụng phương pháp Lagrange dạng nhân tử để thiết lập phương trình vi phân chuyển động của robot. Tọa độ suy rộng dư được chọn như sau:

$$\mathbf{s} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3 \ \gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3 \ x_P \ y_P \ z_P]^T \quad (2.19)$$

Áp dụng dạng ma trận mới của phương trình Lagrange dạng nhân tử, phương trình chuyển động của robot có dạng:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \Phi_s^T(\mathbf{s})\lambda = \boldsymbol{\tau} \quad (2.20)$$

1 Tính ma trận $\mathbf{M}(\mathbf{s})$

Vị trí các khối tâm của các khâu trong hệ tọa độ cố định $Oxyz$ [6]:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{C_{1i}} &= \mathbf{A}_z(\alpha_i)\mathbf{r}_{C_{1i}}^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R + (L_1/2)\cos\theta_i \\ 0 \\ -(L_1/2)\sin\theta_i \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_{C_{2i}} &= \mathbf{A}_z(\alpha_i)\mathbf{r}_{C_{2i}}^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R + L_1\cos\theta_i + (L_2/2)\cos\psi_i\cos\gamma_i \\ (L_2/2)\sin\gamma_i \\ -L_1\sin\theta_i - (L_2/2)\sin\psi_i\cos\gamma_i \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_P &= [x_P \ y_P \ z_P]^T \end{aligned} \quad (2.21)$$

Các ma trận Jacobi tịnh tiến được tính theo các công thức:

$$\mathbf{J}_{T_{1i}} = \frac{\partial \mathbf{r}_{C_{1i}}}{\partial \mathbf{s}} = \mathbf{A}_z(\alpha_i) \frac{\partial \mathbf{r}_{C_{1i}}^{(i)}}{\partial \mathbf{s}}; \quad \mathbf{J}_{T_{2i}} = \frac{\partial \mathbf{r}_{C_{2i}}}{\partial \mathbf{s}} = \mathbf{A}_z(\alpha_i) \frac{\partial \mathbf{r}_{C_{2i}}^{(i)}}{\partial \mathbf{s}}; \quad \mathbf{J}_{T_3} = \frac{\partial \mathbf{r}_P}{\partial \mathbf{s}} \quad (2.22)$$

Do các khâu A_iB_i thực hiện các chuyển động quay quanh trục cố định, bản máy động B chuyển động tịnh tiến, nên ta có:

$$\boldsymbol{\omega}_{1i}^{(1i)} = [0 \ \dot{\theta}_i \ 0]^T, \quad \boldsymbol{\omega}_B^{(3i)} = [0 \ 0 \ 0]^T \quad (2.23)$$

Vận tốc góc các khâu B_iD_i được xác định từ ma trận cô sin chỉ hướng như sau:

Ma trận cô sin chỉ hướng của khâu B_iD_i trong hệ tọa độ khâu có dạng:

$$\mathbf{A}_{2i}^{(2i)} = \mathbf{A}_y(\psi_i) \mathbf{A}_z(\gamma_i) = \begin{bmatrix} \cos \psi_i & 0 & \sin \psi_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi_i & 0 & \cos \psi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma_i & -\sin \gamma_i & 0 \\ \sin \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{A}_{2i}^{(2i)} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_i \cos \psi_i & -\sin \gamma_i \cos \psi_i & \sin \psi_i \\ \sin \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 \\ -\cos \gamma_i \sin \psi_i & \sin \gamma_i \sin \psi_i & \cos \psi_i \end{bmatrix}$$

Từ đó ta suy ra

$$\dot{\mathbf{A}}_{2i}^{(2i)} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi}_i \cos \gamma_i \sin \psi_i - \dot{\gamma}_i \sin \gamma_i \cos \psi_i & \dot{\psi}_i \sin \gamma_i \sin \psi_i - \dot{\gamma}_i \cos \gamma_i \cos \psi_i & \dot{\psi}_i \cos \psi_i \\ \dot{\gamma}_i \cos \gamma_i & -\dot{\gamma}_i \sin \gamma_i & 0 \\ \dot{\gamma}_i \sin \gamma_i \sin \psi_i - \dot{\psi}_i \cos \gamma_i \cos \psi_i & \dot{\psi}_i \sin \gamma_i \cos \psi_i + \dot{\gamma}_i \cos \gamma_i \sin \psi_i & -\dot{\psi}_i \sin \psi_i \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Toán tử sóng vận tốc góc khâu $B_i D_i$ trong hệ quy chiếu động gắn liền với khâu đó là

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{2i}^{(2i)} = \left(\mathbf{A}_{2i}^{(2i)} \right)^T \dot{\mathbf{A}}_{2i}^{(2i)} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\gamma}_i & \dot{\psi}_i \cos \gamma_i \\ \dot{\gamma}_i & 0 & -\dot{\psi}_i \sin \gamma_i \\ -\dot{\psi}_i \cos \gamma_i & \dot{\psi}_i \sin \gamma_i & 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Theo khái niệm toán tử sóng của véc tơ trong không gian ba chiều, từ (2.26) ta suy ra vận tốc góc của khâu $B_i D_i$ trong hệ quy chiếu động gắn liền với khâu đó là:

$$\boldsymbol{\omega}_{2i}^{(2i)} = [\dot{\psi}_i \sin \gamma_i \quad \dot{\psi}_i \cos \gamma_i \quad \dot{\gamma}_i]^T \quad (2.27)$$

Các ma trận Jacobi quay:

$$\mathbf{J}_{R_{li}}^{(li)} = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{li}^{(li)}}{\partial \dot{\mathbf{s}}}; \mathbf{J}_{R_{2i}}^{(2i)} = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{2i}^{(2i)}}{\partial \dot{\mathbf{s}}}; \mathbf{J}_{R_3}^{(3i)} = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{3i}^{(3i)}}{\partial \dot{\mathbf{s}}} \quad (2.28)$$

Thay các biểu thức (2.22), (2.23), (2.27) và (2.28) vào biểu thức

$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) = \sum_{i=1}^3 \left(\mathbf{J}_{T_{li}}^T m_1 \mathbf{J}_{T_{li}} + \mathbf{J}_{T_{2i}}^T m_2 \mathbf{J}_{T_{2i}} + \mathbf{J}_{R_{li}}^{(li)T} \mathbf{I}_{C_{li}}^{(li)} \mathbf{J}_{R_{li}}^{(li)} + \mathbf{J}_{R_{2i}}^{(2i)T} \mathbf{I}_{C_{2i}}^{(2i)} \mathbf{J}_{R_{2i}}^{(2i)} \right) + \mathbf{J}_{T_3}^T m_3 \mathbf{J}_{T_3} \quad (2.29)$$

ta được $\mathbf{M}(\mathbf{s})$ là ma trận cỡ 12×12 có các phần tử như sau:

$$\begin{aligned}
m_{1,1} &= \left(\frac{1}{4} m_1 + m_2 \right) L_1^2 + I_{y11}^{(11)}; m_{1,4} = \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \cos \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1) \\
m_{1,7} &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1); m_{2,2} = \left(\frac{1}{4} m_1 + m_2 \right) L_1^2 + I_{y12}^{(12)}; \\
m_{2,5} &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \cos \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2); m_{2,8} = \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) \\
m_{3,3} &= \left(\frac{1}{4} m_1 + m_2 \right) L_1^2 + I_{y13}^{(13)}; m_{3,6} = \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \cos \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3) \\
m_{3,9} &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3); m_{4,1} = \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \cos \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1); \\
m_{4,4} &= \left(\frac{1}{4} m_{21} L_2^2 - I_{x21}^{(21)} + I_{y21}^{(21)} \right) \cos^2 \gamma_1 + I_{x21}^{(21)} \\
m_{5,2} &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \cos \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2); m_{5,5} = \left(\frac{1}{4} m_2 L_2^2 - I_{x22}^{(22)} + I_{y22}^{(22)} \right) \cos^2 \gamma_2 + I_{x22}^{(22)} \\
m_{6,3} &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \cos \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3); m_{6,6} = \left(\frac{1}{4} m_2 L_2^2 - I_{x23}^{(23)} + I_{y23}^{(23)} \right) \cos^2 \gamma_3 + I_{x23}^{(23)} \\
m_{7,1} &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1); m_{7,7} = \frac{1}{4} m_2 L_2^2 + I_{z21}^{(21)} \\
m_{8,2} &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2); m_{8,8} = \frac{1}{4} m_2 L_2^2 + I_{z22}^{(22)} \\
m_{9,3} &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3); m_{9,9} = \frac{1}{4} m_2 L_2^2 + I_{z23}^{(23)} \\
m_{10,10} &= m_{11,11} = m_{12,12} = m_3,
\end{aligned} \tag{2.30}$$

các phần tử còn lại bằng 0.

2 Tính ma trận $\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$

Ma trận $\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$ được tính theo công thức sau:

$$\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} (\mathbf{E}_n \otimes \dot{\mathbf{s}}) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} (\dot{\mathbf{s}} \otimes \mathbf{E}_n) \right)^T \tag{2.31}$$

trong đó \mathbf{E}_n là ma trận đơn vị cỡ 12×12 . Ta tính được $\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$ là ma trận cỡ 12×12 có các phần tử như sau:

$$\begin{aligned}
c_{1,1} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [\dot{\psi}_1 \cos \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1) - \dot{\gamma}_1 \sin \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1)] \\
c_{1,4} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_1 [(2\dot{\psi}_1 - \dot{\theta}_1) \cos \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1) - 2\dot{\gamma}_1 \sin \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1)] \\
c_{1,7} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [2\dot{\gamma}_1 \cos \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1) - (2\dot{\psi}_1 - \dot{\theta}_1) \sin \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1)] \\
c_{2,2} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [\dot{\psi}_2 \cos \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) - \dot{\gamma}_2 \sin \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2)] \\
c_{2,5} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [(2\dot{\psi}_2 - \dot{\theta}_2) \cos \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) - 2\dot{\gamma}_2 \sin \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2)] \\
c_{2,8} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [2\dot{\gamma}_2 \cos \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) - (2\dot{\psi}_2 - \dot{\theta}_2) \sin \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2)] \\
c_{3,3} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [\dot{\psi}_3 \cos \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) - \dot{\gamma}_3 \sin \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3)] \\
c_{3,6} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [(2\dot{\psi}_3 - \dot{\theta}_3) \cos \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) - 2\dot{\gamma}_3 \sin \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3)] \\
c_{3,9} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [2\dot{\gamma}_3 \cos \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) - (2\dot{\psi}_3 - \dot{\theta}_3) \sin \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3)] \quad (2.32)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{4,1} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [(\dot{\psi}_1 - 2\dot{\theta}_1) \cos \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1) - 2\dot{\gamma}_1 \sin \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1)] \\
c_{4,4} &= \frac{1}{4} \cos \gamma_1 [\dot{\gamma}_1 \sin \gamma_1 (8I_{x21}^{(21)} - 8I_{y21}^{(21)} - 2m_{21}L_b^2) - m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \psi_1)] \\
c_{4,7} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_1 \sin \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1) \\
c_{5,2} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [(\dot{\psi}_2 - 2\dot{\theta}_2) \cos \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) - 2\dot{\gamma}_2 \sin \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2)] \\
c_{5,5} &= \frac{1}{4} \cos \gamma_2 [\dot{\gamma}_2 \sin \gamma_2 (8I_{x22}^{(22)} - 8I_{y22}^{(22)} - 2m_2 L_2^2) - m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2 - \psi_2)] \\
c_{5,8} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_2 \sin \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2) \\
c_{6,3} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [(\dot{\psi}_3 - 2\dot{\theta}_3) \cos \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) - 2\dot{\gamma}_3 \sin \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3)] \\
c_{6,6} &= \frac{1}{4} \cos \gamma_3 [\dot{\gamma}_3 \sin \gamma_3 (8I_{x23}^{(23)} - 8I_{y23}^{(23)} - 2m_{23}L_2^2) - m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_3 \sin(\theta_3 - \psi_3)] \\
c_{6,9} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_3 \sin \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3) \\
c_{7,1} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 [\dot{\gamma}_1 \cos \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1) + (2\dot{\theta}_1 - \dot{\psi}_1) \sin \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1)] \\
c_{7,4} &= \frac{1}{4} \sin \gamma_1 [\dot{\psi}_1 \cos \gamma_1 (m_2 L_2^2 - 4I_{x21}^{(21)} + 4I_{y21}^{(21)}) + m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \psi_1)] \\
c_{7,7} &= -\frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_1 \cos \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{8,2} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 \left[\dot{\gamma}_2 \cos \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) + (2\dot{\theta}_2 - \dot{\psi}_2) \sin \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2) \right] \\
c_{8,5} &= \frac{1}{4} \sin \gamma_2 \left[\dot{\psi}_2 \cos \gamma_2 \left(m_2 L_2^2 - 4I_{x22}^{(22)} + 4I_{y22}^{(22)} \right) + m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \psi_2) \right] \\
c_{8,8} &= -\frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_2 \cos \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) \\
c_{9,3} &= \frac{1}{4} m_2 L_1 L_3 \left[\dot{\gamma}_3 \cos \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) + (2\dot{\theta}_3 - \dot{\psi}_3) \sin \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3) \right] \\
c_{9,6} &= \frac{1}{4} \sin \gamma_3 \left[\dot{\psi}_3 \cos \gamma_3 \left(m_{23} L_b^2 - 4I_{x23}^{(23)} + 4I_{y23}^{(23)} \right) + m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \psi_3) \right] \\
c_{9,9} &= -\frac{1}{4} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_3 \cos \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3),
\end{aligned}$$

các phần tử còn lại bằng 0.

3 Tính véc tơ $\mathbf{g}(\mathbf{s})$

Thế năng trọng lực của robot

$$\pi = \sum_{i=1}^3 \left[-\frac{1}{2} m_i g L_i \sin \theta_i - m_2 g \left(L_1 \sin \theta_i + \frac{1}{2} L_2 \cos \gamma_i \sin \psi_i \right) \right] + m_3 g z_p \quad (2.33)$$

Véc tơ $\mathbf{g}(\mathbf{s})$ được tính như sau:

$$\mathbf{g}(\mathbf{s}) = \left(\frac{\partial \pi}{\partial \mathbf{s}} \right)^T \quad (2.34)$$

$\mathbf{g}(\mathbf{s})$ là véc tơ cột 12 phần tử, cụ thể như sau:

$$\begin{aligned}
g_1 &= -\left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) g L_1 \cos \theta_1 ; \quad g_2 = -\left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) g L_1 \cos \theta_2 , \\
g_3 &= -\left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) g L_1 \cos \theta_3 ; \quad g_4 = -\frac{1}{2} m_2 g L_2 \cos \gamma_1 \cos \psi_1 , \\
g_5 &= -\frac{1}{2} m_2 g L_2 \cos \gamma_2 \cos \psi_2 , \quad g_6 = -\frac{1}{2} m_2 g L_2 \cos \gamma_3 \cos \psi_3 , \\
g_7 &= \frac{1}{2} m_2 g L_2 \sin \gamma_1 \sin \psi_1 , \quad g_8 = \frac{1}{2} m_2 g L_2 \sin \gamma_2 \sin \psi_2 , \\
g_9 &= \frac{1}{2} m_2 g L_2 \sin \gamma_3 \sin \psi_3 ; \quad g_{10} = g_{11} = 0 ; \quad g_{12} = m_3 g
\end{aligned}$$

4 Tính ma trận $\Phi_s^T(\mathbf{s})$

Ma trận $\Phi_s^T(\mathbf{s})$ được tính theo công thức sau:

$$\Phi_s^T(\mathbf{s}) = \left(\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} \right)^T \quad (2.35)$$

$\Phi_s^T(\mathbf{s})$ là ma trận cỡ 12×9 có các phần tử như sau:

$$\begin{aligned} \phi_{1,1} &= L_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_1; \phi_{1,2} = L_1 \sin \alpha_1 \sin \theta_1; \phi_{1,3} = L_1 \cos \theta_1 \\ \phi_{2,4} &= L_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_1; \phi_{2,5} = L_1 \sin \alpha_1 \sin \theta_1; \phi_{2,6} = L_1 \cos \theta_1 \\ \phi_{3,7} &= L_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_1; \phi_{3,8} = L_1 \sin \alpha_1 \sin \theta_1; \phi_{3,9} = L_1 \cos \theta_1 \\ \phi_{4,1} &= L_2 \cos \alpha_1 \sin \psi_1 \cos \gamma_1; \phi_{4,2} = L_2 \sin \alpha_1 \sin \psi_1 \cos \gamma_1; \\ \phi_{4,3} &= L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1; \phi_{5,4} = L_2 \cos \alpha_2 \sin \psi_2 \cos \gamma_2 \\ \phi_{5,5} &= L_2 \sin \alpha_2 \sin \psi_2 \cos \gamma_2; \phi_{5,6} = L_2 \cos \psi_2 \cos \gamma_2 \\ \phi_{6,7} &= L_2 \cos \alpha_3 \sin \psi_3 \cos \gamma_3; \phi_{6,8} = L_2 \sin \alpha_3 \sin \psi_3 \cos \gamma_3 \\ \phi_{6,9} &= L_2 \cos \psi_3 \cos \gamma_3; \phi_{7,1} = L_2 \cos \alpha_1 \cos \psi_1 \sin \gamma_1 + L_2 \sin \alpha_1 \cos \gamma_1 \\ \phi_{7,2} &= L_2 \sin \alpha_1 \cos \psi_1 \sin \gamma_1 - L_2 \cos \alpha_1 \cos \gamma_1; \phi_{7,3} = -L_2 \sin \psi_1 \sin \gamma_1 \\ \phi_{8,4} &= L_2 \cos \alpha_2 \cos \psi_2 \sin \gamma_2 + L_2 \sin \alpha_2 \cos \gamma_2; \phi_{8,6} = -L_2 \sin \psi_2 \sin \gamma_2 \\ \phi_{8,5} &= L_2 \sin \alpha_2 \cos \psi_2 \sin \gamma_2 - L_2 \cos \alpha_2 \cos \gamma_2; \phi_{9,9} = -L_2 \sin \psi_3 \sin \gamma_3 \\ \phi_{9,7} &= L_2 \cos \alpha_3 \cos \psi_3 \sin \gamma_3 + L_2 \sin \alpha_3 \cos \gamma_3; \\ \phi_{9,8} &= L_2 \sin \alpha_3 \cos \psi_3 \sin \gamma_3 - L_2 \cos \alpha_3 \cos \gamma_3 \\ \phi_{10,1} &= \phi_{10,4} = \phi_{10,7} = \phi_{11,2} = \phi_{11,5} = \phi_{11,8} = \phi_{12,3} = \phi_{12,6} = \phi_{12,9} = 1, \end{aligned} \quad (2.36)$$

các phần tử còn lại bằng 0.

5 Các véc tơ λ và τ

$$\lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3 \quad \lambda_4 \quad \lambda_5 \quad \lambda_6 \quad \lambda_7 \quad \lambda_8 \quad \lambda_9]^T \quad (2.37)$$

$$\tau = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \tau_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.38)$$

Thay (2.30), (2.32), (2.34), (2.36), (2.37), (2.38) vào phương trình (2.20) và kết hợp với các phương trình liên kết ta được hệ phương trình vi phân – đại số là phương trình chuyển động của robot như sau:

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\psi}_1 \cos \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1) + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\gamma}_1 \sin \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1) + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\psi}_1^2 \cos \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1) \\
&\quad + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\gamma}_1^2 \cos \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1) - m_2 L_1 L_2 \dot{\gamma}_1 \dot{\psi}_1 \sin \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1) + \left[\left(\frac{1}{4} m_1 + m_2 \right) L_1^2 + I_{y11}^{(11)} \right] \ddot{\theta}_1 \\
&\quad - \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) g L_1 \cos \theta_1 + \lambda_1 L_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_1 + \lambda_2 L_1 \sin \alpha_1 \sin \theta_1 + \lambda_3 L_1 \cos \theta_1 \\
\tau_2 &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\psi}_2 \cos \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2) + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\gamma}_2 \sin \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\psi}_2^2 \cos \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) \\
&\quad + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\gamma}_2^2 \cos \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) - m_2 L_1 L_2 \dot{\gamma}_2 \dot{\psi}_2 \sin \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2) + \left[\left(\frac{1}{4} m_1 + m_2 \right) L_1^2 + I_{y12}^{(12)} \right] \ddot{\theta}_2 \\
&\quad - \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) g L_1 \cos \theta_2 + \lambda_4 L_1 \cos \alpha_2 \sin \theta_2 + \lambda_5 L_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_2 + \lambda_6 L_1 \cos \theta_2 \\
\tau_3 &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\psi}_3 \cos \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3) + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\gamma}_3 \sin \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\psi}_3^2 \cos \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) \\
&\quad + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\gamma}_3^2 \cos \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) - m_2 L_1 L_2 \dot{\gamma}_3 \dot{\psi}_3 \sin \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3) + \left[\left(\frac{1}{4} m_1 + m_2 \right) L_1^2 + I_{y13}^{(13)} \right] \ddot{\theta}_3 \\
&\quad - \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) g L_1 \cos \theta_3 + \lambda_7 L_1 \cos \alpha_3 \sin \theta_3 + \lambda_8 L_1 \sin \alpha_3 \sin \theta_3 + \lambda_9 L_1 \cos \theta_3 \\
0 &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\theta}_1 \cos \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1) - \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_1^2 \cos \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1) \\
&\quad - \left(\frac{1}{2} m_2 L_2^2 - 2I_{x21}^{(21)} + 2I_{y21}^{(21)} \right) \dot{\psi}_1 \dot{\gamma}_1 \sin \gamma_1 \cos \gamma_1 + \left[\cos^2 \gamma_1 \left(\frac{1}{4} m_2 L_2^2 - I_{x21}^{(21)} + I_{y21}^{(21)} \right) + I_{x21}^{(21)} \right] \ddot{\psi}_1 \\
&\quad - \frac{1}{2} m_2 g L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1 + (\lambda_1 \cos \alpha_1 + \lambda_2 \sin \alpha_1) L_2 \sin \psi_1 \cos \gamma_1 + \lambda_3 L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1 \\
0 &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\theta}_2 \cos \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2) - \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_2^2 \cos \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) \\
&\quad - \left(\frac{1}{2} m_2 L_2^2 - 2I_{x22}^{(22)} + 2I_{y22}^{(22)} \right) \dot{\psi}_2 \dot{\gamma}_2 \sin \gamma_2 \cos \gamma_2 + \left[\cos^2 \gamma_2 \left(\frac{1}{4} m_2 L_2^2 - I_{x22}^{(22)} + I_{y22}^{(22)} \right) + I_{x22}^{(22)} \right] \ddot{\psi}_2 \\
&\quad - \frac{1}{2} m_2 g L_2 \cos \psi_2 \cos \gamma_2 + (\lambda_4 \cos \alpha_2 + \lambda_5 \sin \alpha_2) L_2 \sin \psi_2 \cos \gamma_2 + \lambda_6 L_2 \cos \psi_2 \cos \gamma_2 \\
0 &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\theta}_3 \cos \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3) - \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_3^2 \cos \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) \\
&\quad - \left(\frac{1}{2} m_2 L_2^2 - 2I_{x23}^{(23)} + 2I_{y23}^{(23)} \right) \dot{\psi}_3 \dot{\gamma}_3 \sin \gamma_3 \cos \gamma_3 + \left[\cos^2 \gamma_3 \left(\frac{1}{4} m_2 L_2^2 - I_{x23}^{(23)} + I_{y23}^{(23)} \right) + I_{x23}^{(23)} \right] \ddot{\psi}_3 \\
&\quad - \frac{1}{2} m_2 g L_2 \cos \psi_3 \cos \gamma_3 + (\lambda_7 \cos \alpha_3 + \lambda_8 \sin \alpha_3) L_2 \sin \psi_3 \cos \gamma_3 + \lambda_9 L_2 \cos \psi_3 \cos \gamma_3 \\
0 &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\theta}_1 \sin \gamma_1 \sin(\theta_1 - \psi_1) + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \gamma_1 \cos(\theta_1 - \psi_1) \\
&\quad + \dot{\psi}_1^2 \sin \gamma_1 \cos \gamma_1 \left(\frac{1}{4} m_2 L_2^2 - I_{x21}^{(21)} + I_{y21}^{(21)} \right) + \left(\frac{1}{4} m_2 L_2^2 + I_{x21}^{(21)} \right) \ddot{\gamma}_1 + \frac{1}{2} m_2 g L_2 \sin \psi_1 \sin \gamma_1 \\
&\quad + (\lambda_1 \cos \alpha_1 + \lambda_2 \sin \alpha_1) L_2 \cos \psi_1 \sin \gamma_1 + (\lambda_1 \sin \alpha_1 - \lambda_2 \cos \alpha_1) L_2 \cos \gamma_1 - \lambda_3 L_2 \sin \psi_1 \sin \gamma_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\theta}_2 \sin \gamma_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \gamma_2 \cos(\theta_2 - \psi_2) \\
&\quad + \dot{\psi}_2^2 \sin \gamma_2 \cos \gamma_2 \left(\frac{1}{4} m_2 L_2^2 - I_{x22}^{(22)} + I_{y22}^{(22)} \right) + \left(\frac{1}{4} m_2 L_2^2 + I_{z22}^{(22)} \right) \ddot{\gamma}_2 + \frac{1}{2} m_2 g L_2 \sin \psi_2 \sin \gamma_2 \\
&\quad + (\lambda_4 \cos \alpha_2 + \lambda_5 \sin \alpha_2) L_2 \cos \psi_2 \sin \gamma_2 + (\lambda_4 \sin \alpha_2 - \lambda_5 \cos \alpha_2) L_2 \cos \gamma_2 - \lambda_6 L_2 \sin \psi_2 \sin \gamma_2 \\
0 &= \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \ddot{\theta}_3 \sin \gamma_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_3^2 \sin \gamma_3 \cos(\theta_3 - \psi_3) \\
&\quad + \dot{\psi}_3^2 \sin \gamma_3 \cos \gamma_3 \left(\frac{1}{4} m_2 L_2^2 - I_{x23}^{(23)} + I_{y23}^{(23)} \right) + \left(\frac{1}{4} m_{23} L_2^2 + I_{z23}^{(23)} \right) \ddot{\gamma}_3 + \frac{1}{2} m_2 g L_2 \sin \psi_3 \sin \gamma_3 \\
&\quad + (\lambda_7 \cos \alpha_3 + \lambda_8 \sin \alpha_3) L_2 \cos \psi_3 \sin \gamma_3 + (\lambda_7 \sin \alpha_3 - \lambda_8 \cos \alpha_3) L_2 \cos \gamma_3 - \lambda_9 L_2 \sin \psi_3 \sin \gamma_3 \\
0 &= m_3 \ddot{x}_p + \lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_7 \\
0 &= m_3 \ddot{y}_p + \lambda_2 + \lambda_5 + \lambda_8 \\
0 &= m_3 \ddot{z}_p + m_3 g + \lambda_3 + \lambda_6 + \lambda_9 \\
f_1 &= x_p - (R - r + L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1) \cos \alpha_1 + L_2 \sin \gamma_1 \sin \alpha_1 = 0 \\
f_2 &= y_p - (R - r + L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \psi_1 \cos \gamma_1) \sin \alpha_1 - L_2 \sin \gamma_1 \cos \alpha_1 = 0 \\
f_3 &= z_p + L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \psi_1 \cos \gamma_1 = 0 \\
f_4 &= x_p - (R - r + L_1 \cos \theta_2 + L_2 \cos \psi_2 \cos \gamma_2) \cos \alpha_2 + L_2 \sin \gamma_2 \sin \alpha_2 = 0 \\
f_5 &= y_p - (R - r + L_1 \cos \theta_2 + L_2 \cos \psi_2 \cos \gamma_2) \sin \alpha_2 - L_2 \sin \gamma_2 \cos \alpha_2 = 0 \\
f_6 &= z_p + L_1 \sin \theta_2 + L_2 \sin \psi_2 \cos \gamma_2 = 0 \\
f_7 &= x_p - (R - r + L_1 \cos \theta_3 + L_2 \cos \psi_3 \cos \gamma_3) \cos \alpha_3 + L_2 \sin \gamma_3 \sin \alpha_3 = 0 \\
f_8 &= y_p - (R - r + L_1 \cos \theta_3 + L_2 \cos \psi_3 \cos \gamma_3) \sin \alpha_3 - L_2 \sin \gamma_3 \cos \alpha_3 = 0 \\
f_9 &= z_p + L_1 \sin \theta_3 + L_2 \sin \psi_3 \cos \gamma_3 = 0
\end{aligned} \tag{2.39}$$

2.4.2 Thiết lập phương trình chuyển động cho mô hình 2 của robot 3RUS

Với mô hình này khâu $B_i D_i$ được mô hình hóa thành hai chất điểm đặt tại B_i và D_i , mỗi chất điểm có khối lượng m_b và được nối với nhau bằng thanh cứng, không trọng lượng. Như vậy, mô hình động lực học của mô hình này bao gồm 4 vật rắn, trong đó các khâu $A_i B_i (i=1, 2, 3)$ chuyển động quay quanh các trục vuông góc với mặt phẳng $O A_i B_i$ tại A_i có khối lượng m_l và vật rắn còn lại là bàn máy động (bao gồm ba chất điểm gắn tại D_i) chuyển động tịnh tiến có khối lượng $(m_p + 3m_b)$ và 3 chất điểm đặt tại các điểm B_i có khối lượng m_b . Trong đó m_p là khối lượng của khâu thao tác. Trên các khâu $A_i B_i$ đặt các lực mô men phát động như hình vẽ 2.8. Vì mô hình này tương đối đơn giản nên ta sử dụng phương trình Lagrange dạng nhân tử

để thiết lập phương trình chuyển động. Tọa độ suy rộng dư được chọn để thiết lập phương trình chuyển động của robot là:

$$\mathbf{q} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad x_P \quad y_P \quad z_{P-}]^T \quad (2.40)$$

2.4.2.1 Thiết lập các phương trình liên kết:

Từ hình vẽ 2.8, ta có phương trình liên kết cho điểm B₁ và D₁ như sau:

$$l_2^2 - (\mathbf{r}_{D_1} - \mathbf{r}_{B_1})^T (\mathbf{r}_{D_1} - \mathbf{r}_{B_1}) = 0 \quad (2.41)$$

trong đó: \mathbf{r}_{B_1} , \mathbf{r}_{D_1} là các véc tơ định vị các điểm B₁ và D₁ trong hệ tọa độ cố định Oxyz, \mathbf{r}_{B_1} được tính theo phương trình véc tơ:

$$\mathbf{r}_{B_1} = \mathbf{r}_{A_1} + \mathbf{u}_{A_1B_1} \quad (2.42)$$

Trong đó, tọa độ của các véc tơ \mathbf{r}_{A_1} , $\mathbf{u}_{A_1B_1}$ trong hệ tọa độ Ox₁Y₁Z₁ có dạng:

$$\mathbf{r}_{A_1} = [R \quad 0 \quad 0]^T, \quad \mathbf{u}_{A_1B_1} = [l_1 \cos \theta_1 \quad 0 \quad -l_1 \sin \theta_1]^T \quad (2.43)$$

Thay (2.43) vào (2.42) ta được tọa độ \mathbf{r}_{B_1} trong hệ tọa độ Ox₁Y₁Z₁:

$$\mathbf{r}_{B_1} = [R + l_1 \cos \theta_1 \quad 0 \quad -l_1 \sin \theta_1]^T \quad (2.44)$$

Ma trận cosin chỉ hướng của hệ tọa độ Ox₁Y₁Z₁ với hệ tọa độ Oxyz là:

$$\mathbf{A}_z(\alpha_1) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Suy ra tọa độ của véc tơ \mathbf{r}_{B_1} trong hệ tọa độ Oxyz:

$$\mathbf{r}_{B_1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R + l_1 \cos \theta_1 \\ 0 \\ -l_1 \sin \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \cos \alpha_1 + l_1 \cos \alpha_1 \cos \theta_1 \\ R \sin \alpha_1 + l_1 \sin \alpha_1 \cos \theta_1 \\ -l_1 \sin \theta_1 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Tọa độ của véc tơ \mathbf{r}_{D_1} được tính như sau:

$$\mathbf{r}_{D_1} = \mathbf{r}_P + \mathbf{u}_{PD_1} = \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_P + \cos \alpha_1 r \\ y_P + \sin \alpha_1 r \\ z_P \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Kết hợp phương trình (2.46) và (2.47) ta có:

$$\mathbf{r}_{D_1} - \mathbf{r}_{B_1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 (R - r) + l_1 \cos \alpha_1 \cos \theta_1 - x_P \\ \sin \alpha_1 (R - r) + l_1 \sin \alpha_1 \cos \theta_1 - y_P \\ -l_1 \sin \theta_1 - z_P \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Thay phương trình (2.48) vào phương trình (2.41) ta được phương trình liên kết cho chân thứ nhất. Tương tự với chân thứ hai và ba, ta được các phương trình liên kết của robot như sau:

$$\begin{aligned} f_1 &= l_2^2 - (\cos \alpha_1 (R - r) + l_1 \cos \alpha_1 \cos \theta_1 - x_P)^2 - (\sin \alpha_1 (R - r) + l_1 \sin \alpha_1 \cos \theta_1 - y_P)^2 \\ &\quad - (l_1 \sin \theta_1 + z_P)^2 = 0 \\ f_2 &= l_2^2 - (\cos \alpha_2 (R - r) + l_1 \cos \alpha_2 \cos \theta_2 - x_P)^2 - (\sin \alpha_2 (R - r) + l_1 \sin \alpha_2 \cos \theta_2 - y_P)^2 \\ &\quad - (l_1 \sin \theta_2 + z_P)^2 = 0 \\ f_3 &= l_2^2 - (\cos \alpha_3 (R - r) + l_1 \cos \alpha_3 \cos \theta_3 - x_P)^2 - (\sin \alpha_3 (R - r) + l_1 \sin \alpha_3 \cos \theta_3 - y_P)^2 \\ &\quad - (l_1 \sin \theta_3 + z_P)^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.49)$$

2.4.2.2 Tính động năng, thế năng của robot:

Động năng của các khâu $A_i B_i$ được tính như sau:

$$T_{A_i B_i} = \frac{1}{2} I_{1y} \omega_{A_i B_i}^2 = \frac{1}{2} I_{1y} \dot{\theta}_i^2 \quad (2.50)$$

Động năng của khối lượng m_b đặt tại B_1 như sau:

$$T_{m_b} = \frac{1}{2} m_b v_{B_1}^2 = \frac{1}{2} m_b l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \quad (2.51)$$

Động năng của bàn máy động và các khối lượng m_b của robot có dạng:

$$T_3 = \frac{1}{2} (m_P + 3m_b) v_P^2 = \frac{1}{2} (m_P + 3m_b) (\dot{x}_P^2 + \dot{y}_P^2 + \dot{z}_P^2) \quad (2.52)$$

Kết hợp các biểu thức động năng ở trên, ta được biểu thức động năng mô hình 2 của robot:

$$T = \frac{1}{2}(I_{1y} + m_b I_1^2)(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_3^2) + \frac{1}{2}(m_p + 3m_b)(\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) \quad (2.53)$$

Thế năng của robot được tính như sau:

$$\pi = -gl_1 \left(\frac{1}{2} m_1 + m_b \right) (\sin \theta_1 + \sin \theta_2 + \sin \theta_3) + g(3m_b + m_p)z_p \quad (2.54)$$

2.4.2.3 Thiết lập phương trình vi phân chuyển động

Ta sử dụng phương trình Lagrange dạng nhân tử để thiết lập phương trình vi phân chuyển động của mô hình này với các liên kết holo-nôm có dạng như sau:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k - \sum_{i=1}^r \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial q_k} \quad (k=1,2,\dots,m) \quad (2.55)$$

trong đó q_k là các tọa độ suy rộng dư của robot, f_i là các phương trình liên kết, Q_k là các lực suy rộng, λ_i là các nhân tử Lagrange. Với mô hình này, véc tơ tọa độ suy rộng $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^6$ và số phương trình liên kết là ba, do vậy $m=6$, $r=3$. Ta phân các lực tác dụng lên robot thành các lực có thể và các lực không có thể thì lực suy rộng Q_k được tính như sau:

$$Q_k = -\frac{\partial \pi}{\partial q_k} + Q_k^{np}$$

Trong đó Q_k^{np} là các lực suy rộng ứng với các lực không có thể. Công ảo của lực suy rộng không có thể là:

$$\delta A = \tau_1 \delta \theta_1 + \tau_2 \delta \theta_2 + \tau_3 \delta \theta_3$$

Như vậy ta có: $Q_1^{np} = \tau_1$, $Q_2^{np} = \tau_2$, $Q_3^{np} = \tau_3$, các trường hợp: $Q_k^{np} = 0$ với $k=4,5,6$.

Thay các biểu thức động năng (2.53), thế năng (2.54) và các phương trình liên kết (2.49) vào phương trình (2.55), ta được phương trình chuyển động của robot là hệ phương trình vi phân – đại số như sau:

$$\begin{aligned}
(I_{1y} + m_b l_1^2) \ddot{\theta}_1 &= g l_1 \left(\frac{1}{2} m_1 + m_b \right) \cos \theta_1 + \tau_1 - \\
&\quad - 2 \lambda_1 l_1 (\sin \theta_1 (R-r) - \cos \alpha_1 \sin \theta_1 x_p - \sin \alpha_1 \sin \theta_1 y_p - \cos \theta_1 z_p); \\
(I_{1y} + m_b l_1^2) \ddot{\theta}_2 &= g l_1 \left(\frac{1}{2} m_1 + m_b \right) \cos \theta_2 + \tau_2 - \\
&\quad - 2 \lambda_2 l_1 (\sin \theta_2 (R-r) - \cos \alpha_2 \sin \theta_2 x_p - \sin \alpha_2 \sin \theta_2 y_p - \cos \theta_2 z_p); \\
(I_{1y} + m_b l_1^2) \ddot{\theta}_3 &= g l_1 \left(\frac{1}{2} m_1 + m_b \right) \cos \theta_3 + \tau_3 - \\
&\quad - 2 \lambda_3 l_1 (\sin \theta_3 (R-r) - \cos \alpha_3 \sin \theta_3 x_p - \sin \alpha_3 \sin \theta_3 y_p - \cos \theta_3 z_p); \\
(m_p + 3m_b) \ddot{x}_p &= -2 \lambda_1 (\cos \alpha_1 (R-r) + l_1 \cos \alpha_1 \cos \theta_1 - x_p) - \\
&\quad - 2 \lambda_2 (\cos \alpha_2 (R-r) + l_1 \cos \alpha_2 \cos \theta_2 - x_p) - 2 \lambda_3 (\cos \alpha_3 (R-r) + l_1 \cos \alpha_3 \cos \theta_3 - x_p); \\
(m_p + 3m_b) \ddot{y}_p &= -2 \lambda_1 (\sin \alpha_1 (R-r) + l_1 \sin \alpha_1 \cos \theta_1 - y_p) - \\
&\quad - 2 \lambda_2 (\sin \alpha_2 (R-r) + l_1 \sin \alpha_2 \cos \theta_2 - y_p) - 2 \lambda_3 (\sin \alpha_3 (R-r) + l_1 \sin \alpha_3 \cos \theta_3 - y_p); \\
(m_p + 3m_b) \ddot{z}_p &= -(3m_b + m_p) g + 2 \lambda_1 (z_p + l_1 \sin \theta_1) + 2 \lambda_2 (z_p + l_1 \sin \theta_2) + 2 \lambda_3 (z_p + l_1 \sin \theta_3);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&l_1^2 - (\cos \alpha_1 (R-r) + l_1 \cos \alpha_1 \cos \theta_1 - x_p)^2 - (\sin \alpha_1 (R-r) + l_1 \sin \alpha_1 \cos \theta_1 - y_p)^2 \\
&\quad - (l_1 \sin \theta_1 + z_p)^2 = 0 \\
&l_2^2 - (\cos \alpha_2 (R-r) + l_1 \cos \alpha_2 \cos \theta_2 - x_p)^2 - (\sin \alpha_2 (R-r) + l_1 \sin \alpha_2 \cos \theta_2 - y_p)^2 \\
&\quad - (l_1 \sin \theta_2 + z_p)^2 = 0 \\
&l_3^2 - (\cos \alpha_3 (R-r) + l_1 \cos \alpha_3 \cos \theta_3 - x_p)^2 - (\sin \alpha_3 (R-r) + l_1 \sin \alpha_3 \cos \theta_3 - y_p)^2 \\
&\quad - (l_1 \sin \theta_3 + z_p)^2 = 0
\end{aligned} \tag{2.56}$$

Phương trình (2.56) được viết lại dưới dạng ma trận:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) \ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \mathbf{\Phi}_s^T(\mathbf{s}) \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\tau} \tag{2.57}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \tag{2.58}$$

trong đó: $\mathbf{f}(\mathbf{s}) \in \mathbb{R}^3$; $\mathbf{\Phi}_s(\mathbf{s}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{s}} \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$; $\mathbf{s} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad x_p \quad y_p \quad z_p]^T$;

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \tau_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T; \boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3]^T;$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) = \text{diag}(I_{1y} + m_b l_1^2, I_{1y} + m_b l_1^2, I_{1y} + m_b l_1^2, m_p + 3m_b, m_p + 3m_b, m_p + 3m_b);$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} -gl_1(m_1/2 + m_b)\cos\theta_1; & -gl_1(m_1/2 + m_b)\cos\theta_2 \\ & -gl_1(m_1/2 + m_b)\cos\theta_3; & 0; & 0; & (m_p + 3m_b)g \end{bmatrix}^T$$

Nhận xét: Phương trình (2.56) bao gồm 6 phương trình vi phân và 3 phương trình đại số, so sánh với các phương trình chuyển động của mô hình 1 (2.39) bao gồm 12 phương trình vi phân và 9 phương trình đại số. Như vậy, ta thấy phương trình chuyển động của mô hình 2 đơn giản hơn mô hình 1 rất nhiều.

2.5 Thiết lập phương trình chuyển động robot song song Delta không gian 3PUS

2.5.1 Thiết lập phương trình chuyển động mô hình 1 của robot 3PUS

2.5.1.1 Thiết lập phương trình liên kết

Từ phân tích động học ở trên, vị trí các con trượt B_1, B_3, B_3 lần lượt được xác định bởi các tọa độ d_1, d_2, d_3 . Vị trí các khâu B_iD_i được xác định bởi vị trí các con trượt B_i và các góc θ_i, γ_i tương ứng. Vị trí bàn máy động $D_1D_2D_3$ được xác định bởi các tọa độ x_p, y_p, z_p trong hệ tọa độ (R_0) . Do vậy, ta chọn các tọa độ suy rộng như sau:

$$\mathbf{s} = [\mathbf{q}_a^T \quad \mathbf{q}_p^T \quad \mathbf{x}^T]^T$$

$$\text{với: } \mathbf{q}_a = [d_1 \quad d_2 \quad d_3]^T, \quad \mathbf{q}_p = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \gamma_3]^T, \quad \mathbf{x} = [x_p \quad y_p \quad z_p]^T$$

Do có 12 tọa độ suy rộng, nhưng lại chỉ có 3 tọa độ độc lập, nên ta cần thêm 9 phương trình liên kết để giải quyết bài toán động học.

Từ sơ đồ thiết lập hệ tọa độ ở trên, ta xét 3 vòng kín độc lập là $OA_1B_1D_1PO$, $OA_2B_2D_2PO$ và $OA_3B_3D_3PO$. Với mỗi vòng kín ta sẽ thiết lập được 3 phương trình liên kết, như vậy với 3 vòng, ta sẽ có 9 phương trình liên kết độc lập. Do tính chất đối xứng, dưới đây, ta sẽ xét việc thiết lập phương trình liên kết đối với vòng $OA_1B_1D_1PO$.

$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{B_1D_1} + \overrightarrow{D_1P} = \overrightarrow{OP} \quad (2.59)$$

Để thuận tiện ta đưa vào các ký hiệu sau:

$$\vec{r}_{A_1} = \overrightarrow{OA_1}, \vec{u}_{A_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1}, \vec{u}_{B_1D_1} = \overrightarrow{B_1D_1}, \vec{u}_{D_1P} = \overrightarrow{D_1P}, \vec{r}_P = \overrightarrow{OP} \quad (2.60)$$

thay (2.60) vào phương trình (2.59) ta thu được:

$$\vec{r}_P = \vec{r}_{A_1} + \vec{u}_{A_1B_1} + \vec{u}_{B_1D_1} + \vec{u}_{D_1P} \quad (2.61)$$

Phương trình véc tơ (2.61) được viết lại dưới dạng đại số như sau:

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{A_1} + \mathbf{u}_{A_1B_1} + \mathbf{u}_{B_1D_1} + \mathbf{u}_{D_1P} \quad (2.62)$$

Từ những phân tích động học ở trên ta có:

$${}^{(R'_0)}\mathbf{u}_{D_1P} = [-r \ 0 \ 0]^T, {}^{(R'_0)}\mathbf{r}_{A_1} = [R \ 0 \ 0]^T, {}^{(R'_0)}\mathbf{u}_{A_1B_1} = [-d_1 \ 0 \ 0]^T$$

$${}^{(R'_0)}\mathbf{u}_{B_1D_1} = \mathbf{A}_y(\theta_1) \mathbf{A}_z(\gamma_1) {}^{(R_2)}\mathbf{u}_{B_1D_1}$$

trong đó $\mathbf{A}_y(\theta_1) = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_z(\gamma_1) = \begin{bmatrix} \cos \gamma_1 & -\sin \gamma_1 & 0 \\ \sin \gamma_1 & \cos \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$${}^{(R_2)}\mathbf{u}_{B_1D_1} = [l \ 0 \ 0]^T$$

Thay các biểu thức trên vào phương trình (2.59) ta được:

$$\begin{bmatrix} x_P^{(R'_0)} \\ y_P^{(R'_0)} \\ z_P^{(R'_0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R - r + l \cos \theta_1 \cos \gamma_1 \\ l \sin \gamma_1 \\ -d_1 - l \sin \theta_1 \cos \gamma_1 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

Chú ý đến ma trận cô sin chỉ hướng của hệ trục tọa độ (R'_0) đối với hệ trục tọa độ (R_0) là:

$$\mathbf{A}_z(\alpha_1) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Do vậy ta có

$$\begin{bmatrix} x_P^{(R_0)} \\ y_P^{(R_0)} \\ z_P^{(R_0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P^{(R'_0)} \\ y_P^{(R'_0)} \\ z_P^{(R'_0)} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Thế (2.63) vào (2.65) ta được các phương trình liên kết sau:

$$\begin{aligned} x_P &= (R-r) \cos \alpha_1 + l \cos \alpha_1 \cos \theta_1 \cos \gamma_1 - l \sin \alpha_1 \sin \gamma_1 \\ y_P &= (R-r) \sin \alpha_1 + l \sin \alpha_1 \cos \theta_1 \cos \gamma_1 + l \cos \alpha_1 \sin \gamma_1 \\ z_P &= -d_1 - l \sin \theta_1 \cos \gamma_1 \end{aligned} \quad (2.66)$$

Hoàn toàn tương tự với chân 2, 3 và viết dưới dạng hàm ta có 9 phương trình liên kết sau:

$$\begin{aligned} f_1 &= x_P - (R-r) \cos \alpha_1 - l \cos \alpha_1 \cos \theta_1 \cos \gamma_1 + l \sin \alpha_1 \sin \gamma_1 = 0 \\ f_2 &= y_P - (R-r) \sin \alpha_1 - l \sin \alpha_1 \cos \theta_1 \cos \gamma_1 - l \cos \alpha_1 \sin \gamma_1 = 0 \\ f_3 &= z_P + d_1 + l \sin \theta_1 \cos \gamma_1 = 0 \\ f_4 &= x_P - (R-r) \cos \alpha_2 - l \cos \alpha_2 \cos \theta_2 \cos \gamma_2 + l \sin \alpha_2 \sin \gamma_2 = 0 \\ f_5 &= y_P - (R-r) \sin \alpha_2 - l \sin \alpha_2 \cos \theta_2 \cos \gamma_2 - l \cos \alpha_2 \sin \gamma_2 = 0 \\ f_6 &= z_P + d_2 + l \sin \theta_2 \cos \gamma_2 = 0 \\ f_7 &= x_P - (R-r) \cos \alpha_3 - l \cos \alpha_3 \cos \theta_3 \cos \gamma_3 + l \sin \alpha_3 \sin \gamma_3 = 0 \\ f_8 &= y_P - (R-r) \sin \alpha_3 - l \sin \alpha_3 \cos \theta_3 \cos \gamma_3 - l \cos \alpha_3 \sin \gamma_3 = 0 \\ f_9 &= z_P + d_3 + l \sin \theta_3 \cos \gamma_3 = 0 \end{aligned} \quad (2.67)$$

2.5.1.2 Thiết lập phương trình chuyển động của robot

Tọa độ suy rộng dư của mô hình được chọn như sau:

$$\mathbf{s} = [d_1 \ d_2 \ d_3 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3 \ x_P \ z_P \ z_P]^T \quad (2.68)$$

Áp dụng dạng ma trận mới phương trình Lagrange dạng nhân tử, phương trình chuyển động mô hình 1 của robot có dạng như (2.20).

1 Tính ma trận $\mathbf{M}(\mathbf{s})$

Vị trí các khối tâm trong hệ tọa độ cố định R_0 như sau:

$$\mathbf{r}_{C_{li}} = \mathbf{A}_z(\alpha_i) \mathbf{r}_{C_{li}}^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ 0 \\ -d_i \end{bmatrix}; \quad \mathbf{r}_P = \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}_{C_{2i}} = \mathbf{A}_z(\alpha_i) \mathbf{r}_{C_{2i}}^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R + (l/2) \cos \theta_i \cos \gamma_i \\ (l/2) \sin \gamma_i \\ -d_i - (l/2) \sin \theta_i \cos \gamma_i \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Các ma trận Jacobi tịnh tiến được tính theo công thức:

$$\mathbf{J}_{T_{1i}} = \frac{\partial \mathbf{r}_{C_{1i}}}{\partial \mathbf{s}} = \mathbf{A}_z(\alpha_i) \frac{\partial \mathbf{r}_{C_{1i}}^{(i)}}{\partial \mathbf{s}}; \mathbf{J}_{T_{2i}} = \frac{\partial \mathbf{r}_{C_{2i}}}{\partial \mathbf{s}} = \mathbf{A}_z(\alpha_i) \frac{\partial \mathbf{r}_{C_{2i}}^{(i)}}{\partial \mathbf{s}}; \mathbf{J}_{T_3} = \frac{\partial \mathbf{r}_P}{\partial \mathbf{s}} \quad (2.70)$$

Véc tơ vận tốc góc của các con trượt, khâu B_iD_i và bàn máy động như sau:

$$\boldsymbol{\omega}_{1i}^{(1i)} = \mathbf{0}_{3 \times 1}; \boldsymbol{\omega}_{2i}^{(2i)} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_i \sin \gamma_i & \dot{\theta}_i \cos \gamma_i & \dot{\gamma}_i \end{bmatrix}^T; \boldsymbol{\omega}_B^{(3i)} = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (2.71)$$

Các ma trận Jacobi quay được tính theo các công thức:

$$\mathbf{J}_{R_{1i}}^{(1i)} = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{1i}^{(1i)}}{\partial \dot{\mathbf{s}}}; \mathbf{J}_{R_{2i}}^{(2i)} = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{2i}^{(2i)}}{\partial \dot{\mathbf{s}}}; \mathbf{J}_{R_3}^{(3i)} = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_B^{(3i)}}{\partial \dot{\mathbf{s}}} \quad (2.72)$$

Các ma trận tenxơ quán tính khối trong hệ tọa độ khâu có dạng:

$$\mathbf{I}_{C_{1i}}^{(1i)} = \mathbf{0}_{3 \times 3}; \mathbf{I}_{C_{2i}}^{(2i)} = \text{diag}(I_{2x}, I_{2y}, I_{2z})$$

Thay các biểu thức (2.70), (2.71) và (2.72) vào biểu thức

$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) = \sum_{i=1}^3 \left(\mathbf{J}_{T_{1i}}^T m_1 \mathbf{J}_{T_{1i}} + \mathbf{J}_{T_{2i}}^T m_2 \mathbf{J}_{T_{2i}} + \mathbf{J}_{R_{1i}}^{(1i)T} \mathbf{I}_{C_{1i}}^{(1i)} \mathbf{J}_{R_{1i}}^{(1i)} + \mathbf{J}_{R_{2i}}^{(2i)T} \mathbf{I}_{C_{2i}}^{(2i)} \mathbf{J}_{R_{2i}}^{(2i)} \right) + \mathbf{J}_{T_3}^T m_3 \mathbf{J}_{T_3} \quad (2.73)$$

ta được ma trận $\mathbf{M}(\mathbf{s})$ là ma trận vuông cỡ 12×12 có các phần tử như sau:

$$\begin{aligned} m_{1,1} &= (m_1 + m_2); m_{1,4} = \frac{1}{2} m_2 l \cos \theta_1 \cos \gamma_1; m_{1,7} = -\frac{1}{2} m_2 l \sin \theta_1 \sin \gamma_1 \\ m_{2,2} &= (m_1 + m_2); m_{2,5} = \frac{1}{2} m_2 l \cos \theta_2 \cos \gamma_2; m_{2,8} = -\frac{1}{2} m_2 l \sin \theta_2 \sin \gamma_2 \\ m_{3,3} &= (m_1 + m_2); m_{3,6} = \frac{1}{2} m_2 l \cos \theta_3 \cos \gamma_3; m_{3,9} = -\frac{1}{2} m_2 l \sin \theta_3 \sin \gamma_3 \\ m_{4,1} &= m_{1,4}; m_{4,4} = \left(\frac{1}{4} m_2 l^2 - I_{2x} + I_{2y} \right) \cos^2 \gamma_1 + I_{2x} \\ m_{5,2} &= m_{2,5}; m_{5,5} = \left(\frac{1}{4} m_2 l^2 - I_{2x} + I_{2y} \right) \cos^2 \gamma_2 + I_{2x} \\ m_{6,3} &= m_{3,6}; m_{6,6} = \left(\frac{1}{4} m_2 l^2 - I_{2x} + I_{2y} \right) \cos^2 \gamma_3 + I_{2x} \end{aligned} \quad (2.74)$$

$$m_{7,1} = m_{1,7}; m_{7,7} = \frac{1}{4}m_2l^2 + I_{2z}; m_{8,2} = m_{2,8}; m_{8,8} = \frac{1}{4}m_2l^2 + I_{2z};$$

$$m_{9,3} = m_{3,9}; m_{9,9} = \frac{1}{4}m_2l^2 + I_{2z}; m_{10,10} = m_{11,11} = m_{12,12} = m_P,$$

các phần tử còn lại bằng 0.

2 Tính ma trận $C(s, \dot{s})$

Ma trận $C(s, \dot{s}) \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ được tính theo công thức (2.31) thu được các phần tử:

$$c_{1,4} = -\frac{1}{2}m_2l(\cos\theta_1\sin\gamma_1\dot{\gamma}_1 + \sin\theta_1\cos\gamma_1\dot{\theta}_1); c_{1,7} = -\frac{1}{2}m_2l(\cos\theta_1\sin\gamma_1\dot{\theta}_1 + \sin\theta_1\cos\gamma_1\dot{\gamma}_1)$$

$$c_{2,5} = -\frac{1}{2}m_2l(\cos\theta_2\sin\gamma_2\dot{\gamma}_2 + \sin\theta_2\cos\gamma_2\dot{\theta}_2); c_{2,8} = -\frac{1}{2}m_2l(\cos\theta_2\sin\gamma_2\dot{\theta}_2 + \sin\theta_2\cos\gamma_2\dot{\gamma}_2)$$

$$c_{3,6} = -\frac{1}{2}m_2l(\cos\theta_3\sin\gamma_3\dot{\gamma}_3 + \sin\theta_3\cos\gamma_3\dot{\theta}_3); c_{3,9} = -\frac{1}{2}m_2l(\cos\theta_3\sin\gamma_3\dot{\theta}_3 + \sin\theta_3\cos\gamma_3\dot{\gamma}_3)$$

$$c_{4,1} = -\frac{1}{4}m_2l(\cos\theta_1\sin\gamma_1\dot{\gamma}_1 + \sin\theta_1\cos\gamma_1\dot{\theta}_1); c_{4,7} = \frac{1}{4}m_2l\cos\theta_1\sin\gamma_1\dot{d}_1$$

$$c_{4,4} = \frac{1}{4}\cos\gamma_1(-2m_2l^2\sin\gamma_1\dot{\gamma}_1 + m_2l\sin\theta_1\dot{d}_1 + 8I_{2x}\sin\gamma_1\dot{\gamma}_1 - 8I_{2y}\sin\gamma_1\dot{\gamma}_1)$$

$$c_{5,2} = -\frac{1}{4}m_2l(\cos\theta_2\sin\gamma_2\dot{\gamma}_2 + \sin\theta_2\cos\gamma_2\dot{\theta}_2); c_{5,8} = \frac{1}{4}m_2l\cos\theta_2\sin\gamma_2\dot{d}_2$$

$$c_{5,5} = \frac{1}{4}\cos\gamma_2(-2m_2l^2\sin\gamma_2\dot{\gamma}_2 + m_2l\sin\theta_2\dot{d}_2 + 8I_{2x}\sin\gamma_2\dot{\gamma}_2 - 8I_{2y}\sin\gamma_2\dot{\gamma}_2)$$

$$c_{6,3} = -\frac{1}{4}m_2l(\cos\theta_3\sin\gamma_3\dot{\gamma}_3 + \sin\theta_3\cos\gamma_3\dot{\theta}_3); c_{6,9} = \frac{1}{4}m_2l\cos\theta_3\sin\gamma_3\dot{d}_3$$

$$c_{6,6} = \frac{1}{4}\cos\gamma_3(-2m_2l^2\sin\gamma_3\dot{\gamma}_3 + m_2l\sin\theta_3\dot{d}_3 + 8I_{2x}\sin\gamma_3\dot{\gamma}_3 - 8I_{2y}\sin\gamma_3\dot{\gamma}_3)$$

$$c_{7,1} = -\frac{1}{4}m_2l(\cos\theta_1\sin\gamma_1\dot{\theta}_1 + \sin\theta_1\cos\gamma_1\dot{\gamma}_1); c_{7,7} = \frac{1}{4}m_2l\sin\theta_1\cos\gamma_1\dot{d}_1$$

$$c_{7,4} = -\frac{1}{4}\sin\gamma_1(-m_2l^2\cos\gamma_1\dot{\theta}_1 - m_2l\cos\theta_1\dot{d}_1 + 4I_{2x}\cos\gamma_1\dot{\theta}_1 - 4I_{2y}\cos\gamma_1\dot{\theta}_1)$$

$$c_{8,2} = -\frac{1}{4}m_2l(\cos\theta_2\sin\gamma_2\dot{\theta}_2 + \sin\theta_2\cos\gamma_2\dot{\gamma}_2); c_{8,8} = \frac{1}{4}m_2l\sin\theta_2\cos\gamma_2\dot{d}_2$$

$$c_{8,5} = -\frac{1}{4}\sin\gamma_2(-m_2l^2\cos\gamma_2\dot{\theta}_2 - m_2l\cos\theta_2\dot{d}_2 + 4I_{2x}\cos\gamma_2\dot{\theta}_2 - 4I_{2y}\cos\gamma_2\dot{\theta}_2)$$

$$\begin{aligned}
c_{9,3} &= -\frac{1}{4}m_2l\left(\cos\theta_3\sin\gamma_3\dot{\theta}_3 + \sin\theta_3\cos\gamma_3\dot{\gamma}_3\right); c_{9,9} = \frac{1}{4}m_2l\sin\theta_3\cos\gamma_3\dot{d}_3 \\
c_{9,6} &= -\frac{1}{4}\sin\gamma_3\left(-m_2l^2\cos\gamma_3\dot{\theta}_3 - m_2l\cos\theta_3\dot{d}_3 + 4I_{2x}\cos\gamma_3\dot{\theta}_3 - 4I_{2y}\cos\gamma_3\dot{\theta}_3\right),
\end{aligned} \tag{2.75}$$

các phần tử còn lại bằng 0.

3 Tính véc tơ $\mathbf{g}(\mathbf{s})$

Thế năng trọng lực của robot:

$$\pi = \sum_{i=1}^3 \left[-\frac{1}{2}m_i g d_i + m_2 g \left(-d_i - \frac{1}{2}l \sin\theta_i \cos\gamma_i \right) \right] + m_p g z_p \tag{2.76}$$

Véc tơ $\mathbf{g}(\mathbf{s})$ được tính theo công thức (2.34) là véc tơ cột có 12 phần tử như sau:

$$\begin{aligned}
g_1 &= g_2 = g_3 = -(m_1 + m_2)g; \\
g_4 &= \frac{1}{2}m_2gl\cos\theta_1\cos\gamma_1; \quad g_5 = \frac{1}{2}m_2gl\cos\theta_2\cos\gamma_2; \\
g_6 &= \frac{1}{2}m_2gl\cos\theta_3\cos\gamma_3; \quad g_7 = -\frac{1}{2}m_2gl\sin\theta_1\sin\gamma_1; \\
g_8 &= -\frac{1}{2}m_2gl\sin\theta_2\sin\gamma_2; \quad g_9 = -\frac{1}{2}m_2gl\sin\theta_3\sin\gamma_3; \\
g_{10} &= g_{11} = 0; \quad g_{12} = m_p g
\end{aligned} \tag{2.77}$$

4 Tính ma trận $\Phi_s^T(\mathbf{s})$

Ma trận $\Phi_s^T(\mathbf{s})$ được tính như (2.35) là ma trận cỡ 12×9 , các phần tử như sau:

$$\begin{aligned}
\phi_{4,1} &= l\cos\alpha_1\sin\theta_1\cos\gamma_1; \quad \phi_{4,2} = l\sin\alpha_1\sin\theta_1\cos\gamma_1; \quad \phi_{4,3} = l\cos\theta_1\cos\gamma_1 \\
\phi_{5,4} &= l\cos\alpha_2\sin\theta_2\cos\gamma_2; \quad \phi_{5,5} = l\sin\alpha_2\sin\theta_2\cos\gamma_2; \quad \phi_{5,6} = l\cos\theta_2\cos\gamma_2 \\
\phi_{6,7} &= l\cos\alpha_3\sin\theta_3\cos\gamma_3; \quad \phi_{6,8} = l\sin\alpha_3\sin\theta_3\cos\gamma_3; \quad \phi_{6,9} = l\cos\theta_3\cos\gamma_3 \\
\phi_{7,1} &= l\cos\alpha_1\cos\theta_1\sin\gamma_1 + l\sin\alpha_1\cos\gamma_1; \quad \phi_{7,3} = -l\sin\theta_1\sin\gamma_1 \\
\phi_{7,2} &= l\sin\alpha_1\cos\theta_1\sin\gamma_1 - l\cos\alpha_1\cos\gamma_1 \\
\phi_{8,4} &= l\cos\alpha_2\cos\theta_2\sin\gamma_2 + l\sin\alpha_2\cos\gamma_2; \quad \phi_{8,6} = -l\sin\theta_2\sin\gamma_2 \\
\phi_{8,5} &= l\sin\alpha_2\cos\theta_2\sin\gamma_2 - l\cos\alpha_2\cos\gamma_2 \\
\phi_{9,7} &= l\cos\alpha_3\cos\theta_3\sin\gamma_3 + l\sin\alpha_3\cos\gamma_3; \quad \phi_{9,9} = -l\sin\theta_3\sin\gamma_3 \\
\phi_{9,8} &= l\sin\alpha_3\cos\theta_3\sin\gamma_3 - l\cos\alpha_3\cos\gamma_3; \quad \phi_{1,3} = \phi_{2,6} = \phi_{3,9} = 1 \\
\phi_{10,1} &= \phi_{10,4} = \phi_{10,7} = \phi_{11,2} = \phi_{11,5} = \phi_{11,8} = \phi_{12,3} = \phi_{12,6} = \phi_{12,9} = 1
\end{aligned} \tag{2.78}$$

các phần tử còn lại bằng 0.

5 Các véc tơ λ và τ

$$\lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3 \quad \lambda_4 \quad \lambda_5 \quad \lambda_6 \quad \lambda_7 \quad \lambda_8 \quad \lambda_9]^T \quad (2.79)$$

$$\tau = [F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.80)$$

Thay các biểu thức (2.74), (2.75), (2.77) đến (2.80) vào phương trình (2.20) ta được các phương trình vi phân và kết hợp với các phương trình liên kết (2.67) ta được hệ phương trình vi phân – đại số mô tả chuyển động mô hình 1 của robot như sau:

$$(m_1 + m_2)\ddot{d}_1 + \frac{1}{2}m_2l\cos\theta_1\cos\gamma_1\ddot{\theta}_1 - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_1\sin\gamma_1\ddot{\gamma}_1 - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_1\cos\gamma_1\dot{\theta}_1^2 - \\ - m_2l\cos\theta_1\sin\gamma_1\dot{\gamma}_1\dot{\theta}_1 - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_1\cos\gamma_1\dot{\gamma}_1^2 - (m_1 + m_2)g + \lambda_3 - F_1 = 0$$

$$(m_1 + m_2)\ddot{d}_2 + \frac{1}{2}m_2l\cos\theta_2\cos\gamma_2\ddot{\theta}_2 - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_2\sin\gamma_2\ddot{\gamma}_2 - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_2\cos\gamma_2\dot{\theta}_2^2 - \\ - m_2l\cos\theta_2\sin\gamma_2\dot{\gamma}_2\dot{\theta}_2 - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_2\cos\gamma_2\dot{\gamma}_2^2 - (m_1 + m_2)g + \lambda_6 - F_2 = 0$$

$$(m_1 + m_2)\ddot{d}_3 + \frac{1}{2}m_2l\cos\theta_3\cos\gamma_3\ddot{\theta}_3 - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_3\sin\gamma_3\ddot{\gamma}_3 - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_3\cos\gamma_3\dot{\theta}_3^2 - \\ - m_2l\cos\theta_3\sin\gamma_3\dot{\gamma}_3\dot{\theta}_3 - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_3\cos\gamma_3\dot{\gamma}_3^2 - (m_1 + m_2)g + \lambda_9 - F_3 = 0$$

$$\frac{1}{2}m_2l\cos\theta_1\cos\gamma_1\ddot{d}_1 + \left(\left(\frac{1}{4}m_2l^2 - I_{2x} + I_{2y} \right) \cos^2\gamma_1 + I_{2x} \right) \ddot{\theta}_1 \\ + \left(-\frac{1}{4}m_2l^2 + I_{2x} - I_{2y} \right) \sin 2\gamma_1\dot{\gamma}_1\dot{\theta}_1 - \frac{1}{2}m_2gl\cos\theta_1\cos\gamma_1 \\ + l\cos\alpha_1\sin\theta_1\cos\gamma_1\lambda_1 + l\sin\alpha_1\sin\theta_1\cos\gamma_1\lambda_2 + l\cos\theta_1\cos\gamma_1\lambda_3 = 0$$

$$\frac{1}{2}m_2l\cos\theta_2\cos\gamma_2\ddot{d}_2 + \left(\left(\frac{1}{4}m_2l^2 - I_{2x} + I_{2y} \right) \cos^2\gamma_2 + I_{2x} \right) \ddot{\theta}_2 \\ + \left(-\frac{1}{4}m_2l^2 + I_{2x} - I_{2y} \right) \sin 2\gamma_2\dot{\gamma}_2\dot{\theta}_2 - \frac{1}{2}m_2gl\cos\theta_2\cos\gamma_2 \\ + l\cos\alpha_2\sin\theta_2\cos\gamma_2\lambda_4 + l\sin\alpha_2\sin\theta_2\cos\gamma_2\lambda_5 + l\cos\theta_2\cos\gamma_2\lambda_6 = 0$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}m_2l\cos\theta_3\cos\gamma_3\ddot{d}_3 + \left(\left(\frac{1}{4}m_2l^2 - I_{2x} + I_{2y}\right)\cos^2\gamma_3 + I_{2x}\right)\ddot{\theta}_3 \\
& + \left(-\frac{1}{4}m_2l^2 + I_{2x} - I_{2y}\right)\sin 2\gamma_3\dot{\gamma}_3\dot{\theta}_3 - \frac{1}{2}m_2gl\cos\theta_3\cos\gamma_3 \\
& + l\cos\alpha_3\sin\theta_3\cos\gamma_3\lambda_7 + l\sin\alpha_3\sin\theta_3\cos\gamma_3\lambda_8 + l\cos\theta_3\cos\gamma_3\lambda_9 = 0 \\
& - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_1\sin\gamma_1\ddot{d}_1 + \left(\frac{1}{4}m_2l^2 + I_{2z}\right)\ddot{\gamma}_1 + \left(\frac{1}{8}m_2l^2 - \frac{1}{2}I_{2x} + \frac{1}{2}I_{2y}\right)\sin 2\gamma_1\dot{\theta}_1^2 \\
& + \frac{1}{2}m_2gl\sin\theta_1\sin\gamma_1 + l(\cos\alpha_1\cos\theta_1\sin\gamma_1 + \sin\alpha_1\cos\gamma_1)\lambda_1 + \\
& l(\sin\alpha_1\cos\theta_1\sin\gamma_1 - \cos\alpha_1\cos\gamma_1)\lambda_2 - l\sin\theta_1\sin\gamma_1\lambda_3 = 0 \\
& - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_2\sin\gamma_2\ddot{d}_2 + \left(\frac{1}{4}m_2l^2 + I_{2z}\right)\ddot{\gamma}_2 + \left(\frac{1}{8}m_2l^2 - \frac{1}{2}I_{2x} + \frac{1}{2}I_{2y}\right)\sin 2\gamma_2\dot{\theta}_2^2 + \\
& \frac{1}{2}m_2gl\sin\theta_2\sin\gamma_2 + l(\cos\alpha_2\cos\theta_2\sin\gamma_2 + \sin\alpha_2\cos\gamma_2)\lambda_4 + \\
& l(\sin\alpha_2\cos\theta_2\sin\gamma_2 - \cos\alpha_2\cos\gamma_2)\lambda_5 - l\sin\theta_2\sin\gamma_2\lambda_6 = 0 \\
& - \frac{1}{2}m_2l\sin\theta_3\sin\gamma_3\ddot{d}_3 + \left(\frac{1}{4}m_2l^2 + I_{2z}\right)\ddot{\gamma}_3 + \left(\frac{1}{8}m_2l^2 - \frac{1}{2}I_{2x} + \frac{1}{2}I_{2y}\right)\sin 2\gamma_3\dot{\theta}_3^2 + \\
& \frac{1}{2}m_2gl\sin\theta_3\sin\gamma_3 + l(\cos\alpha_3\cos\theta_3\sin\gamma_3 + \sin\alpha_3\cos\gamma_3)\lambda_7 + \\
& l(\sin\alpha_3\cos\theta_3\sin\gamma_3 - \cos\alpha_3\cos\gamma_3)\lambda_8 - l\sin\theta_3\sin\gamma_3\lambda_9 = 0 \\
& m_3\ddot{x}_p + \lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_7 = 0 \\
& m_3\ddot{y}_p + \lambda_2 + \lambda_5 + \lambda_8 = 0 \\
& m_3\ddot{z}_p + \lambda_3 + \lambda_6 + \lambda_9 + m_3g = 0 \\
& x_p - (R-r)\cos\alpha_1 - l\cos\alpha_1\cos\theta_1\cos\gamma_1 + l\sin\alpha_1\sin\gamma_1 = 0 \\
& y_p - (R-r)\sin\alpha_1 - l\sin\alpha_1\cos\theta_1\cos\gamma_1 - l\cos\alpha_1\sin\gamma_1 = 0 \\
& z_p + d_1 + l\sin\theta_1\cos\gamma_1 = 0 \\
& x_p - (R-r)\cos\alpha_2 - l\cos\alpha_2\cos\theta_2\cos\gamma_2 + l\sin\alpha_2\sin\gamma_2 = 0 \\
& y_p - (R-r)\sin\alpha_2 - l\sin\alpha_2\cos\theta_2\cos\gamma_2 - l\cos\alpha_2\sin\gamma_2 = 0 \\
& z_p + d_2 + l\sin\theta_2\cos\gamma_2 = 0 \\
& x_p - (R-r)\cos\alpha_3 - l\cos\alpha_3\cos\theta_3\cos\gamma_3 + l\sin\alpha_3\sin\gamma_3 = 0 \\
& y_p - (R-r)\sin\alpha_3 - l\sin\alpha_3\cos\theta_3\cos\gamma_3 - l\cos\alpha_3\sin\gamma_3 = 0 \\
& z_p + d_3 + l\sin\theta_3\cos\gamma_3 = 0
\end{aligned} \tag{2.81}$$

2.5.2 Thiết lập phương trình chuyển động mô hình 2 của robot 3PUS

Với mô hình này khâu B_iD_i được mô hình hóa thành hai chất điểm đặt tại B_i và D_i, mỗi chất điểm có khối lượng $m_2/2$ và được nối với nhau bằng 1 thanh cứng,

không trọng lượng. Như vậy, mô hình động lực học của robot Delta 3PUS bao gồm 4 vật rắn trong đó các con trượt B_i (bao gồm ba chất điểm gắn tại B_i) chuyển động tịnh tiến theo phương thẳng đứng có khối lượng $(m_1 + 0.5m_2)$, vật rắn còn lại là bàn máy động (bao gồm ba chất điểm gắn tại D_i) chuyển động tịnh tiến trong không gian có khối lượng $(m_p + 3m_2/2)$, trong đó m_p là khối lượng của bàn máy động. Trên các khâu dẫn B_i đặt các lực phát động như Hình 2.10.

Tọa độ suy rộng dư của mô hình này được chọn như sau:

$$\mathbf{q} = [d_1 \quad d_2 \quad d_3 \quad x_p \quad y_p \quad z_p]^T \quad (2.82)$$

Biểu thức động năng robot có dạng:

$$T = \frac{1}{2} \left(m_1 + \frac{1}{2} m_2 \right) (\dot{d}_1^2 + \dot{d}_2^2 + \dot{d}_3^2) + \frac{1}{2} \left(m_p + \frac{3}{2} m_2 \right) (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) \quad (2.83)$$

Các phương trình liên kết của mô hình này được thiết lập bởi khoảng cách giữa các điểm B_i và D_i , làm tương tự như với mô hình 2 của robot 3RUS, ta thu được các phương trình liên kết của mô hình này như sau:

$$\begin{aligned} f_1 &= l^2 - (\cos \alpha_1 (R - r) - x_p)^2 - (\sin \alpha_1 (R - r) - y_p)^2 - (d_1 + z_p)^2 = 0 \\ f_2 &= l^2 - (\cos \alpha_2 (R - r) - x_p)^2 - (\sin \alpha_2 (R - r) - y_p)^2 - (d_2 + z_p)^2 = 0 \\ f_3 &= l^2 - (\cos \alpha_3 (R - r) - x_p)^2 - (\sin \alpha_3 (R - r) - y_p)^2 - (d_3 + z_p)^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.84)$$

Biểu thức thế năng của robot được có dạng:

$$\pi = -g \left(m_1 + \frac{1}{2} m_2 \right) (d_1 + d_2 + d_3) + \left(m_p + \frac{3}{2} m_2 \right) g z_p \quad (2.85)$$

Ta sử dụng phương trình Lagrange dạng nhân tử để thiết lập phương trình vi phân chuyển động của mô hình này với các liên kết holo-nôm, phương trình có dạng (2.55), trong đó $m = 6$, $r = 3$ và các lực suy rộng ứng với các lực không có thể có dạng:

$$Q_1^{np} = F_1, Q_2^{np} = F_2, Q_3^{np} = F_3, \text{ các trường hợp: } Q_k^{np} = 0 \text{ với } k = 4, 5, 6.$$

Thay biểu thức động năng (2.83), thế năng (2.85) vào phương trình (2.55) và kết hợp với các phương trình liên kết ta được phương trình chuyển động của robot như sau:

$$\begin{aligned}
(m_1 + \frac{1}{2}m_2)\ddot{d}_1 &= \left(m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)g + F_1 + 2\lambda_1(d_1 + z_p) \\
(m_1 + \frac{1}{2}m_2)\ddot{d}_2 &= \left(m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)g + F_2 + 2\lambda_2(d_2 + z_p) \\
(m_1 + \frac{1}{2}m_2)\ddot{d}_3 &= \left(m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)g + F_3 + 2\lambda_3(d_3 + z_p) \\
(m_p + \frac{3}{2}m_2)\ddot{x}_p &= -2\lambda_1(\cos\alpha_1(R-r) - x_p) - 2\lambda_2(\cos\alpha_2(R-r) - x_p) \\
&\quad - 2\lambda_3(\cos\alpha_3(R-r) - x_p) \\
(m_p + \frac{3}{2}m_2)\ddot{y}_p &= -2\lambda_1(\sin\alpha_1(R-r) - y_p) - 2\lambda_2(\sin\alpha_2(R-r) - y_p) \\
&\quad - 2\lambda_3(\sin\alpha_3(R-r) - y_p) \\
(m_p + \frac{3}{2}m_2)\ddot{z}_p &= \left(m_p + \frac{3}{2}m_2\right)g + 2\lambda_1(d_1 + z_p) + 2\lambda_2(d_2 + z_p) + 2\lambda_3(d_3 + z_p) \\
l^2 - (\cos\alpha_1(R-r) - x_p)^2 - (\sin\alpha_1(R-r) - y_p)^2 - (d_1 + z_p)^2 &= 0 \\
l^2 - (\cos\alpha_2(R-r) - x_p)^2 - (\sin\alpha_2(R-r) - y_p)^2 - (d_2 + z_p)^2 &= 0 \\
l^2 - (\cos\alpha_3(R-r) - x_p)^2 - (\sin\alpha_3(R-r) - y_p)^2 - (d_3 + z_p)^2 &= 0
\end{aligned} \tag{2.86}$$

Phương trình (2.86) được viết lại dưới dạng ma trận như sau:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \mathbf{\Phi}_s^T(\mathbf{s})\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\tau} \tag{2.87}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \tag{2.88}$$

trong đó: $\mathbf{f}(\mathbf{s}) \in \mathbb{R}^3$; $\mathbf{\Phi}_s(\mathbf{s}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{s}} \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$;

$$\begin{aligned}
\mathbf{s} &= [d_1 \quad d_2 \quad d_3 \quad x_p \quad y_p \quad z_p]^T; \quad \boldsymbol{\tau} = [F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T; \quad \boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3]^T \\
\mathbf{M}(\mathbf{s}) &= \text{diag}\left(m_1 + \frac{1}{2}m_2, m_1 + \frac{1}{2}m_2, m_1 + \frac{1}{2}m_2, m_p + \frac{3}{2}m_2, m_p + \frac{3}{2}m_2, m_p + \frac{3}{2}m_2\right) \\
\mathbf{g}(\mathbf{s}) &= -\left[\left(m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)g \quad \left(m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)g \quad \left(m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)g \quad 0 \quad 0 \quad \left(m_p + \frac{3}{2}m_2\right)g\right]^T
\end{aligned}$$

Nhận xét: Phương trình chuyển động của mô hình 2 bao gồm 6 phương trình vi phân và 3 phương trình đại số. Như vậy, phương trình chuyển động của mô hình 2 đơn giản và gọn hơn mô hình 1.

2.6 So sánh phương trình chuyển động các mô hình của robot

Từ phương trình chuyển động của mô hình 1 và mô hình 2 của mỗi robot ta có bảng so sánh như sau:

Bảng 2.1: So sánh phương trình chuyển động của mô hình 1 và 2

	Mô hình 1	Mô hình 2
Số bậc tự do	3	3
Số tọa độ suy rộng dư	$3 \times 3 + 3 = 12$	$3 + 3 = 6$
Số phương trình liên kết	9	3
Số nhân tử Lagrange	9	3
Số phương trình	21	9
Ma trận \mathbf{M} và \mathbf{C}	$\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{s}), \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \neq \mathbf{0}$	$\mathbf{M}(\mathbf{s}) = \text{const}, \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \mathbf{0}$

Từ bảng 2.1 ta thấy phương trình chuyển động của mô hình 2 đơn giản và dễ thiết lập hơn mô hình 1 rất nhiều, nhưng hiệu ứng quán tính không thể hiện rõ.

Kết luận chương 2

Việc thiết lập dạng giải tích các phương trình chuyển động của robot song song Delta không gian là bài toán rất phức tạp. Sử dụng kỹ thuật lập trình ký tự, trong chương này luận án đã đạt được một số kết quả mới như sau:

1. Sử dụng dạng ma trận mới của các phương trình Lagrange dạng nhân tử [51], đã thiết lập được dạng giải tích phương trình vi phân – đại số mô tả chuyển động của 2 loại robot song song Delta không gian (robot 3RUS và robot 3PUS).

2. Bên cạnh việc thiết lập phương trình chuyển động khi xem các khâu là các vật rắn, trong luận án cũng đưa ra phương án thiết lập phương trình chuyển động đơn giản bằng cách thay thế khâu hình bình hành bằng hai chất điểm. Các mô hình cơ học này là cơ sở để tính toán động lực học và điều khiển robot song song 3RUS và 3PUS.

Chương 3

MÔ PHỎNG SỐ ĐỘNG HỌC NGƯỢC VÀ ĐỘNG LỰC HỌC NGƯỢC ROBOT SONG SONG DELTA KHÔNG GIAN

Dựa trên dạng giải tích tường minh của các phương trình vi phân - đại số mô tả chuyển động của robot song song không gian Delta thiết lập trong chương 2, trong chương này áp dụng và phát triển các thuật toán số để giải bài toán động học ngược và động lực học ngược các robot song song Delta không gian 3RUS và 3PUS.

3.1 Tính toán động học ngược robot song song bằng phương pháp Newton – Raphson cải tiến

Các phương trình liên kết của robot đã thiết lập được viết lại dưới dạng véc tơ như sau:

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3.1)$$

trong đó:

$$\mathbf{f} \in \mathbb{R}^r, \quad \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$$

Nội dung của bài toán động học ngược: Cho trước quy luật chuyển động của khâu thao tác $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ cần phải tìm quy luật chuyển động của các khớp dẫn động: tọa độ, vận tốc và gia tốc. Với các robot song song và các robot chuỗi phức tạp, người ta thường sử dụng phương pháp số cho kết quả chính xác tùy ý. Phương pháp giải tích thường gặp khó khăn và liên quan đến bài toán chọn nghiệm từ các bộ nghiệm, bởi hệ phương trình động học liên quan đến các hàm lượng giác. Ở đây, ta sẽ trình bày phương pháp Newton- Raphson cải tiến [4] để giải bài toán động học ngược.

3.1.1 Thiết lập công thức tính vận tốc và gia tốc suy rộng

Đạo hàm (3.1) theo thời gian ta nhận được:

$$\dot{\mathbf{f}} = \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

trong đó các ma trận \mathbf{J}_q , \mathbf{J}_x xác định như sau:

$$\mathbf{J}_q = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \in \mathbb{R}^{r \times r}, \mathbf{J}_x = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{r \times m} \quad (3.3)$$

Khi $r = n$ thì robot song song được gọi là robot chuẩn. Khi $r < n$ robot song song được gọi là dư dẫn động. Khi $r > n$ gọi là hụt dẫn động. Trong luận án này chỉ xét trường hợp $r = n$.

Nếu ma trận \mathbf{J}_q không suy biến, từ (3.2) ta rút ra được biểu thức xác định các vận tốc suy rộng:

$$\dot{\mathbf{q}} = -\mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} \quad (3.4)$$

Tiếp tục đạo hàm (3.2) ta nhận được:

$$\ddot{\mathbf{f}} = \dot{\mathbf{J}}_q \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_q \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_x \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}_x \ddot{\mathbf{x}} = 0 \quad (3.5)$$

trong đó $\dot{\mathbf{J}}_q = \frac{d}{dt} \mathbf{J}_q, \dot{\mathbf{J}}_x = \frac{d}{dt} \mathbf{J}_x$

Từ (3.5) suy ra biểu thức xác định các gia tốc suy rộng:

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{J}_q^{-1} (\dot{\mathbf{J}}_q \dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_x \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}_x \ddot{\mathbf{x}}) \quad (3.6)$$

3.1.2 Các công thức xác định vec tơ tọa độ suy rộng $\mathbf{q}(t)$

Các công thức (3.4) và (3.6) cho phép ta xác định được vec tơ vận tốc suy rộng và vec tơ gia tốc suy rộng nếu như biết được $\mathbf{q}(t)$ và $\mathbf{x}(t)$, $\dot{\mathbf{x}}(t)$, $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ tại thời điểm khảo sát. Bây giờ ta sẽ trình bày thuật toán tìm $\mathbf{q}(t)$. Giả sử robot làm việc trong khoảng thời gian từ $t=0$ (s) đến $t=T$ (s). Chia khoảng thời gian $(0, T)$ làm N

khoảng bằng nhau, với thời gian của mỗi khoảng là: $\Delta t = \frac{T}{N}$

Ta ký hiệu: $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ với $k=0, 1, \dots, N-1$

Áp dụng khai triển Taylor $\mathbf{q}(t)$ ở lân cận giá trị t_k và lấy xấp xỉ ta được:

$$\mathbf{q}(t_{k+1}) \approx \mathbf{q}(t_k) + \dot{\mathbf{q}}(t_k) \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{q}}(t_k) (\Delta t)^2 \quad (3.7)$$

Trong các tài liệu tính toán động học robot [87] người ta thường bỏ qua các vô cùng bé bậc 2 và lấy theo công thức:

$$\mathbf{q}(t_{k+1}) \approx \mathbf{q}(t_k) + \dot{\mathbf{q}}(t_k)\Delta t \quad (3.8)$$

làm xấp xỉ ban đầu cho phép lặp Newton – Raphson. Trong luận án này, chúng tôi lấy đến xấp xỉ bậc 2, bỏ qua vô cùng bé bậc 3 và lấy công thức (3.7) làm xấp xỉ ban đầu cho phép lặp Newton – Raphson.

3.1.3 Thuật toán hiệu chỉnh độ chính xác véc tơ tọa độ suy rộng $\mathbf{q}(t)$ tại mỗi bước tính

Để viết gọn, ta sử dụng các kí hiệu sau:

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{q}(t_k), \quad \dot{\mathbf{q}}_k = \dot{\mathbf{q}}(t_k), \quad \ddot{\mathbf{q}}_k = \ddot{\mathbf{q}}(t_k)$$

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(t_k), \quad \dot{\mathbf{x}}_k = \dot{\mathbf{x}}(t_k), \quad \ddot{\mathbf{x}}_k = \ddot{\mathbf{x}}(t_k)$$

Bước 1: Hiệu chỉnh độ chính xác củavéc tơ tọa độ suy rộng tại thời điểm $t_0=0$

Đầu tiên, ta có thể xác định véc tơ gần đúng $\tilde{\mathbf{q}}_0$ bằng phương pháp vẽ hình (hoặc thực nghiệm). Sau đó áp dụng khai triển Taylor để tìm gần đúng tốt hơn của $\tilde{\mathbf{q}}_0$. Ban đầu ta có:

$$\mathbf{q}_0 = \tilde{\mathbf{q}}_0 + \Delta \mathbf{q}_0 \quad (3.9)$$

Theo phương trình (3.1) ta có:

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}_0, \mathbf{x}_0) = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{q}}_0 + \Delta \mathbf{q}_0, \mathbf{x}_0) = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{q}}_0, \mathbf{x}_0) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}}(\tilde{\mathbf{q}}_0, \mathbf{x}_0)\Delta \mathbf{q}_0 + \dots = 0 \quad (3.10)$$

Từ (3.10) suy ra công thức gần đúng:

$$\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{q}}_0, \mathbf{x}_0) + \mathbf{J}_q(\tilde{\mathbf{q}}_0, \mathbf{x}_0)\Delta \mathbf{q}_0 \approx 0 \quad (3.11)$$

Giải phương trình đại số tuyến tính (3.11) với ẩn $\Delta \mathbf{q}_0$ ta được:

$$\Delta \mathbf{q}_0 = -\mathbf{J}_q^{-1}(\tilde{\mathbf{q}}_0, \mathbf{x}_0)\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{q}}_0, \mathbf{x}_0) \quad (3.12)$$

Sau đó ta tìm được xấp xỉ gần đúng mới, tốt hơn của \mathbf{q}_0 bởi:

$$\tilde{\mathbf{q}}_0 = \tilde{\mathbf{q}}_0 + \Delta \mathbf{q}_0 \quad (3.13)$$

Nếu $\|\Delta \mathbf{q}_0\| \geq \varepsilon$ với ε là tham số dương bé cho trước, $\|\Delta \mathbf{q}_0\|$ là một chuẩn của $\Delta \mathbf{q}_0$ (có thể chọn chuẩn bình phương) thì ta lại thế vào phương trình (3.11) và lặp lại quá trình tính toán tới khi $\|\Delta \mathbf{q}_0\| < \varepsilon$. Như vậy, ta đã tìm được xấp xỉ của \mathbf{q}_0 với sai số ε bé tùy ý do ta chọn. Từ đó, sử dụng công thức (3.4) và (3.6) để tìm $\dot{\mathbf{q}}_0$ và $\ddot{\mathbf{q}}_0$.

Bước 2: Hiệu chỉnh độ chính xác của véc tơ tọa độ suy rộng tại thời điểm t_{k+1}

Giả sử ta đã biết \mathbf{q}_k , ta cần tìm \mathbf{q}_{k+1} . Trước tiên, ta xác định giá trị gần đúng của \mathbf{q}_{k+1} bằng xấp xỉ:

$$\tilde{\mathbf{q}}_{k+1} \approx \mathbf{q}_k + \dot{\mathbf{q}}_k \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{q}}_k (\Delta t)^2 \quad (3.14)$$

Sau đó ta xác định chính xác hơn xấp xỉ của \mathbf{q}_{k+1} theo công thức:

$$\tilde{\mathbf{q}}_{k+1} = \tilde{\mathbf{q}}_{k+1} + \Delta \mathbf{q}_{k+1} \quad (3.15)$$

Để xác định $\Delta \mathbf{q}_{k+1}$ ta sử dụng khai triển Taylor:

$$0 = \mathbf{f}(\mathbf{q}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{q}}_{k+1} + \Delta \mathbf{q}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) \simeq \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{q}}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}}(\tilde{\mathbf{q}}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) \Delta \mathbf{q}_{k+1} \quad (3.16)$$

Bỏ qua các xấp xỉ bậc cao, từ (3.16) ta suy ra:

$$\Delta \mathbf{q}_{k+1} = -\mathbf{J}^{-1}(\tilde{\mathbf{q}}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{q}}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) \quad (3.17)$$

Kết hợp (3.15) và (3.17) cho ta giá trị xấp xỉ tốt hơn của \mathbf{q}_{k+1} . Nếu $\|\Delta \mathbf{q}_{k+1}\| \geq \varepsilon$ thì ta tiếp tục lặp lại quá trình từ (3.15) tới (3.17) cho tới khi $\|\Delta \mathbf{q}_{k+1}\| < \varepsilon$. Biết được \mathbf{q}_{k+1} thế vào các theo công thức (3.4) và (3.6) ta có $\dot{\mathbf{q}}(t_{k+1}) = \dot{\mathbf{q}}_{k+1}$ và $\ddot{\mathbf{q}}(t_{k+1}) = \ddot{\mathbf{q}}_{k+1}$.

3.1.4 Đánh giá sai số

Để đánh giá sai số của phương pháp ta đưa ra công thức đánh giá sai số như sau. Từ yêu cầu của nghiệm ta có $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(t_k)$. Từ thuật toán ta có $\mathbf{q}_k = \mathbf{q}(t_k)$. Do đó ta có công thức đánh giá sai số:

$$\mathbf{e}(t_k) = \mathbf{f}(\mathbf{q}_k, \mathbf{x}_k) \quad (3.18)$$

Yêu cầu của độ chính xác là:

$$\|\mathbf{e}(t_k)\| = \|\mathbf{f}(\mathbf{q}_k, \mathbf{x}_k)\| \leq \varepsilon \quad (3.19)$$

Nếu độ chính xác của từng bước tính không thỏa mãn điều kiện (3.19) quá trình tính phải trở lại đầu bước lặp và phải hiệu chỉnh độ lớn của Δt .

3.2 Phương pháp số giải bài toán động lực học ngược robot song song

3.2.1 Bài toán động lực học ngược

Phương trình chuyển động tổng quát của robot có dạng như sau:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \Phi_s^T(\mathbf{s})\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\tau} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \quad (3.21)$$

Gọi $\mathbf{q}_a \in \mathbb{R}^f$ là véc tơ các tọa độ khớp chủ động, $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^r$ là véc tơ tọa độ các suy rộng dư (bao gồm các tọa độ khớp bị động và tọa độ thao tác). Ký hiệu

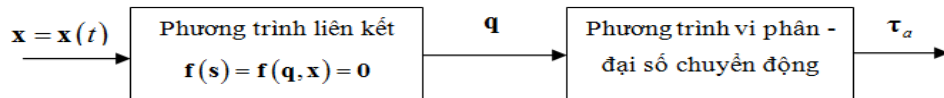
$$\mathbf{s} = [\mathbf{q}_a^T, \mathbf{z}^T]^T, \quad \mathbf{s} \in \mathbb{R}^n, \quad n = f + r$$

Trong các phương trình (3.20) và (3.21) ta có

$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad \mathbf{f} \in \mathbb{R}^r, \quad \Phi_s^T(\mathbf{s}) \in \mathbb{R}^{n \times r}, \quad \boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^r,$$

$$\Phi_s = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{s}}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{s}) \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad \boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$$

Bài toán động lực học ngược của robot song song được phát biểu như sau: Cho biết hệ phương trình chuyển động của robot dạng (3.20), (3.21), cho biết quy luật chuyển động của khâu thao tác $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$. Xác định mô men/ lực của các khâu dẫn động $\boldsymbol{\tau}_a \in \mathbb{R}^f$ cần thiết để tạo ra chuyển động mong muốn của khâu thao tác. Sơ đồ khối của bài toán động lực học ngược như sau:



Hình 3.1: Sơ đồ khối bài toán động lực học ngược

3.2.2 Giải bài toán động lực học ngược bằng phương pháp khử các nhân tử Lagrange [4]

Bài toán động lực học ngược là bài toán cho trước quy luật biến đổi của các tọa độ, vận tốc và gia tốc khâu thao tác cần tìm lực hoặc momen dẫn động. Như vậy, qua bài toán động lực học ngược với quỹ đạo cho trước của tâm bàn máy động đã tìm được các véc tơ $\mathbf{s}(t)$, $\dot{\mathbf{s}}(t)$, $\ddot{\mathbf{s}}(t)$. Từ đó các biểu thức về ma trận khối lượng, ma trận quán tính ly tâm và Coriolis, ma trận Φ_s , cũng như véc tơ $\mathbf{tog}(\mathbf{s})$ đã xác định hoàn toàn. Như vậy, phương trình (3.20) là phương trình đại số tuyến tính với ẩn là các véc tơ momen dẫn động τ_a và các nhân tử Lagrange λ với số phương trình bằng số ẩn. Vì vậy, ta có thể giải trực tiếp hệ phương trình này sau đó tách lấy kết quả là các mô men dẫn động τ_a .

Trong luận án này sẽ không giải trực tiếp phương trình (3.20) mà tìm cách khử nhân tử Lagrange λ , biến đổi hệ phương trình vi phân – đại số (3.20), (3.21) về hệ phương trình chỉ có các ẩn là mô men khớp chủ động τ_a .

Ta phân tập các tọa độ vật lý s_1, \dots, s_n thành hai tập con: Tập các tọa độ suy rộng độc lập q_1, \dots, q_f và tập các tọa độ suy rộng phụ thuộc z_1, \dots, z_r . Chú ý rằng $f + r = n$. Số lượng các tọa độ suy rộng phụ thuộc bằng số lượng các phương trình liên kết bổ sung. Ma trận Φ_s có dạng

$$\Phi_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial s_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_r}{\partial s_1} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial s_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_f} & \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial z_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_r}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial q_f} & \frac{\partial f_r}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial z_r} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Để biến đổi, ta sẽ sử dụng các ký hiệu

$$\Phi_z = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial z_r} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_r}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial z_r} \end{bmatrix}, \quad \Phi_q = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_f} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_r}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial q_f} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Bây giờ ta đưa vào ký hiệu:

$$\mathbf{R}(\mathbf{q}, \mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ -\Phi_z^{-1} \Phi_q \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

trong đó \mathbf{E} là ma trận đơn vị cỡ $f \times f$.

Định lý [4]: Giữa ma trận \mathbf{R} và ma trận Φ_s có hệ thức liên hệ

$$\mathbf{R}^T \Phi_s^T = \mathbf{0} \quad (3.25)$$

Chứng minh. Từ (3.22) và (3.24) ta suy ra

$$\mathbf{R}^T = [\mathbf{E}, -\Phi_q^T (\Phi_z^{-1})^T] \quad , \quad \Phi_s^T = \begin{bmatrix} \Phi_q^T \\ \Phi_z^T \end{bmatrix}$$

Nhân hai ma trận trên với nhau ta được

$$\mathbf{R}^T \Phi_s^T = [\mathbf{E}, -\Phi_q^T (\Phi_z^{-1})^T] \begin{bmatrix} \Phi_q^T \\ \Phi_z^T \end{bmatrix} = \Phi_q^T - \Phi_q^T (\Phi_z^{-1})^T \Phi_z^T = \mathbf{0}$$

Định lý được chứng minh xong.

Nhân hai vế phương trình (3.20) với ma trận $\mathbf{R}^T(\mathbf{s})$ ta được:

$$\mathbf{R}^T(\mathbf{s}) (\mathbf{M}(\mathbf{s}) \ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \dot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \Phi_s^T(\mathbf{s}) \boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{R}^T \boldsymbol{\tau} \quad (3.26)$$

Giả sử véc tơ $\boldsymbol{\tau}$ có dạng:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_a^T & \boldsymbol{\tau}_z^T \end{bmatrix}^T \quad (3.27)$$

trong đó $\boldsymbol{\tau}_a$ là véc tơ mô men/ lực tác động lên các khâu dẫn, $\boldsymbol{\tau}_z$ là véc tơ mô men/ lực tác dụng lên các khâu còn lại.

Chú ý đến công thức (3.25), (3.26) ta suy ra:

$$\mathbf{R}^T(\mathbf{s}) \mathbf{M}(\mathbf{s}) \ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{R}^T(\mathbf{s}) \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \dot{\mathbf{s}} + \mathbf{R}^T(\mathbf{s}) \mathbf{g}(\mathbf{s}) = \boldsymbol{\tau}_a - \Phi_q^T (\Phi_z^{-1})^T \boldsymbol{\tau}_z \quad (3.28)$$

Xét trường hợp các khâu bị dẫn không có lực ngoài lực phát động. Khi đó $\boldsymbol{\tau}_z = \mathbf{0}$ từ (3.28) suy ra:

$$\mathbf{R}^T(\mathbf{s}) \mathbf{M}(\mathbf{s}) \ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{R}^T(\mathbf{s}) \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \dot{\mathbf{s}} + \mathbf{R}^T(\mathbf{s}) \mathbf{g}(\mathbf{s}) = \boldsymbol{\tau}_a \quad (3.29)$$

Các đại lượng ở vế trái của phương trình (3.29) đã được biết từ kết quả của bài toán động học ngược. Do vậy, các mô men khớp chủ động được tính theo phương trình này.

Các bước giải bài toán động lực học ngược theo phương pháp này:

Bước 1: Giải bài toán động học ngược. Cho biết $\mathbf{x}(t)$ và $\mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{x}) = \mathbf{0}$.

Tính $\mathbf{s}(t)$, $\dot{\mathbf{s}}(t)$, $\ddot{\mathbf{s}}(t)$

Bước 2: Tính các ma trận $\Phi_z(\mathbf{s})$, $\Phi_q(\mathbf{s})$, $\Phi_z^{-1}(\mathbf{s})$, $\mathbf{R}(\mathbf{s})$, $\mathbf{M}(\mathbf{s})$, $\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$, $\mathbf{g}(\mathbf{s})$

Bước 3: Tính các mô men (lực) các khâu dẫn theo công thức (3.29)

Dựa trên các thuật toán trình bày ở trên chúng tôi đã xây dựng một chương trình tính toán động học ngược và động lực học ngược robot song song Delta. Chương trình này có tên là DELTA-IMECH (xem phụ lục). Khi tính toán có sự trợ giúp của phần mềm đa năng MATLAB. Các kết quả mô phỏng số trong luận án này được thực hiện bằng phần mềm này.

3.3 Mô phỏng số bài toán động học ngược robot song song Delta không gian

3.3.1 Mô phỏng số bài toán động học ngược robot 3RUS

Để có thể tính toán mô phỏng số ta phải biết các tham số động học và động lực học. Dưới đây ta mô phỏng số bài toán động học ngược robot 3RUS với hai bộ số liệu.

3.3.1.1 Bộ số liệu 1:

Hình 3.2 là một loại robot song song Delta không gian 3RUS đã được nhóm nghiên cứu thiết kế, chế tạo ở Trường Đại học Kinh doanh và Công nghệ Hà Nội. Từ robot thực thể ta có thể xác định các tham số của robot 3RUS (xem bảng 1.2).

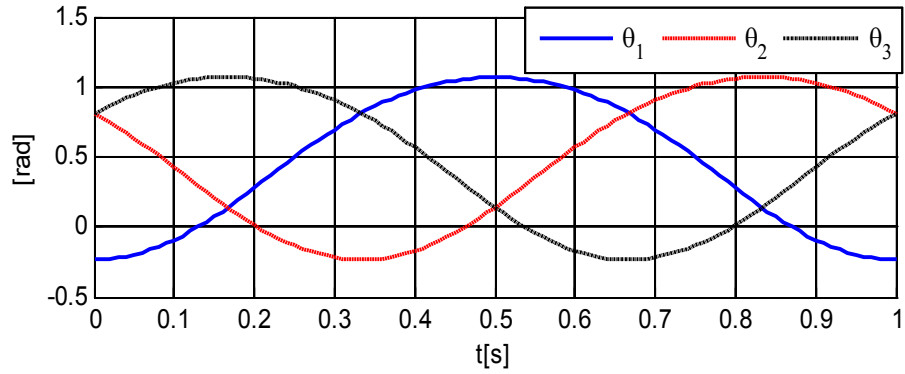
Tâm P của bàn máy động chuyển động theo quy luật sau:

$$\begin{aligned} x_p &= 0.3 \cos(2\pi t) ; y_p = 0.3 \sin(2\pi t) \cdot \\ z_p &= -0.7 \text{ (m)} \end{aligned}$$

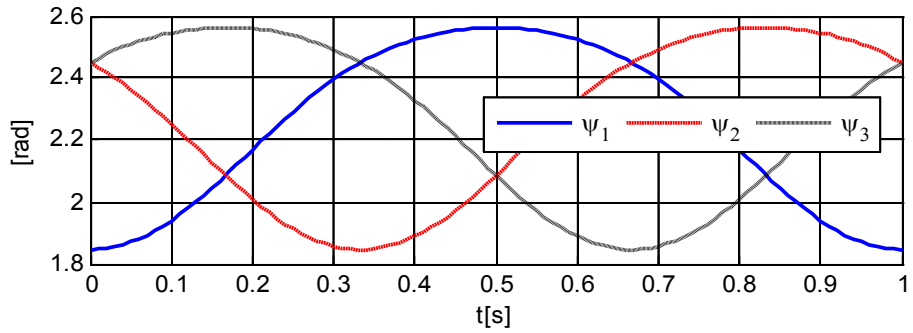


Hình 3.2: Robot Delta 3RUS đã chế tạo tại Đại học Kinh doanh và Công nghệ Hà Nội

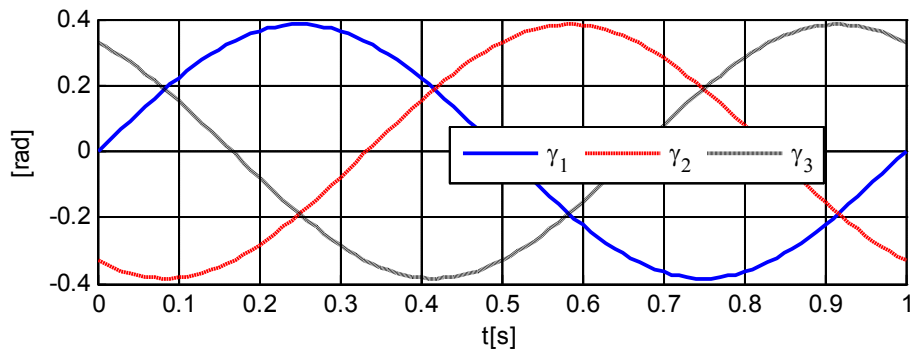
Một số kết quả tính toán bằng chương trình DELTA-IMECH được thể hiện trên các đồ thị từ Hình 3.3 đến Hình 3.10 dưới đây. Trong đó từ Hình 3.3 đến Hình 3.5 là đồ thị các tọa độ suy rộng.



Hình 3.3 Tọa độ các khớp chủ động θ_1 , θ_2 , θ_3

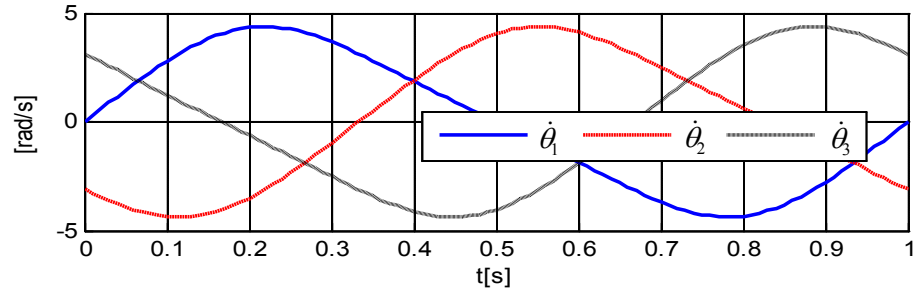


Hình 3.4 Tọa độ các khớp bị động ψ_1 , ψ_2 , ψ_3

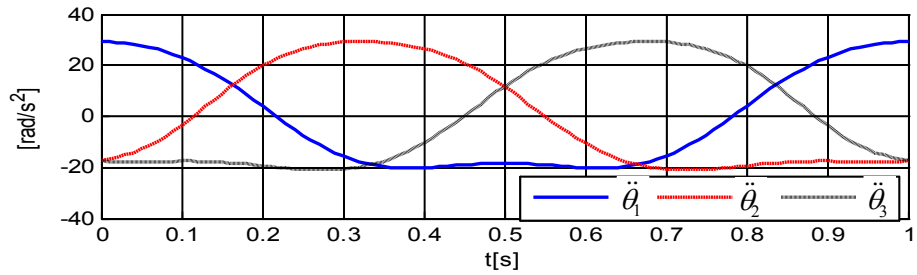


Hình 3.5: Tọa độ các khớp bị động γ_1 , γ_2 , γ_3

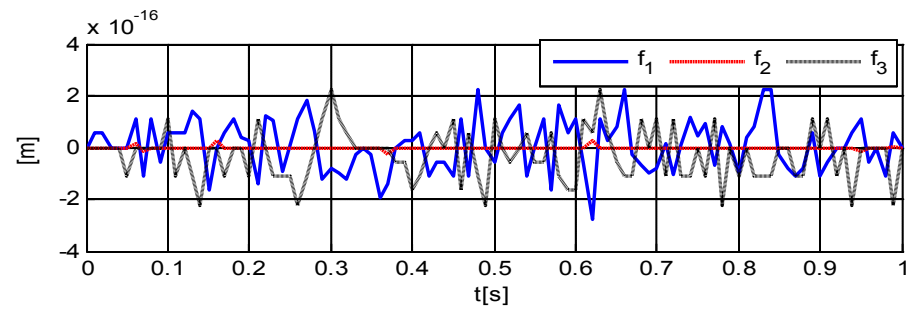
Các Hình 3.6 và Hình 3.7 là đồ thị vận tốc góc và gia tốc góc của các khâu chủ động. Các Hình 3.8 đến Hình 3.10 biểu diễn sai số của các phương trình liên kết.



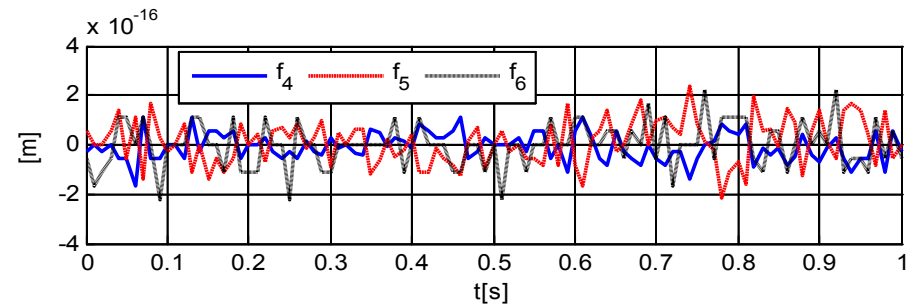
Hình 3.6: Vận tốc góc các khâu chủ động



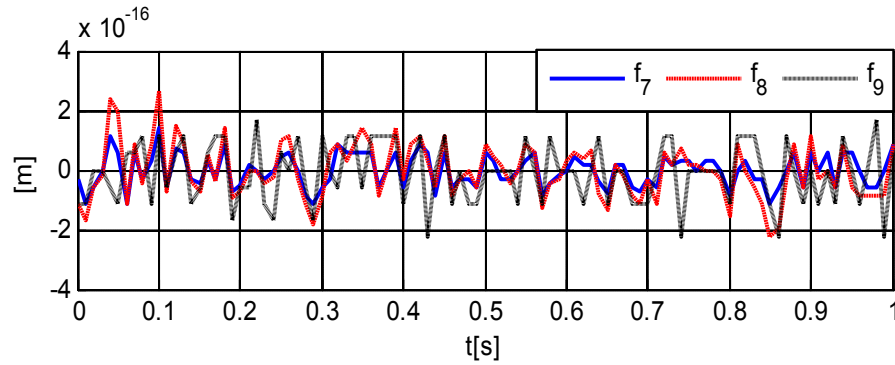
Hình 3.7: Gia tốc góc các khâu chủ động



Hình 3.8: Sai số phương trình liên kết 1, 2, 3



Hình 3.9: Sai số phương trình liên kết 4, 5, 6



Hình 3.10: Sai số phương trình liên kết 7, 8, 9

Nhận xét: Quỹ đạo chuyển động của khâu thao tác là hàm tuần hoàn. Vì vậy, chuyển động các khâu của robot cũng là hàm tuần hoàn. Các kết quả tính toán là các đường cong, trơn và liên tục, với các trị số ở mức phù hợp trong kỹ thuật.

3.3.1.2 Bộ số liệu 2

Để đánh giá sự đúng đắn của các thuật toán và chương trình tính của luận án, chúng ta tính bài toán động học ngược robot song song Delta không gian 3RUS bằng chương trình DELTA-IMECH với bộ số liệu các tham số của các tác giả Y. Li và Q. Xu [61] cho trong Bảng 3.1 như sau.

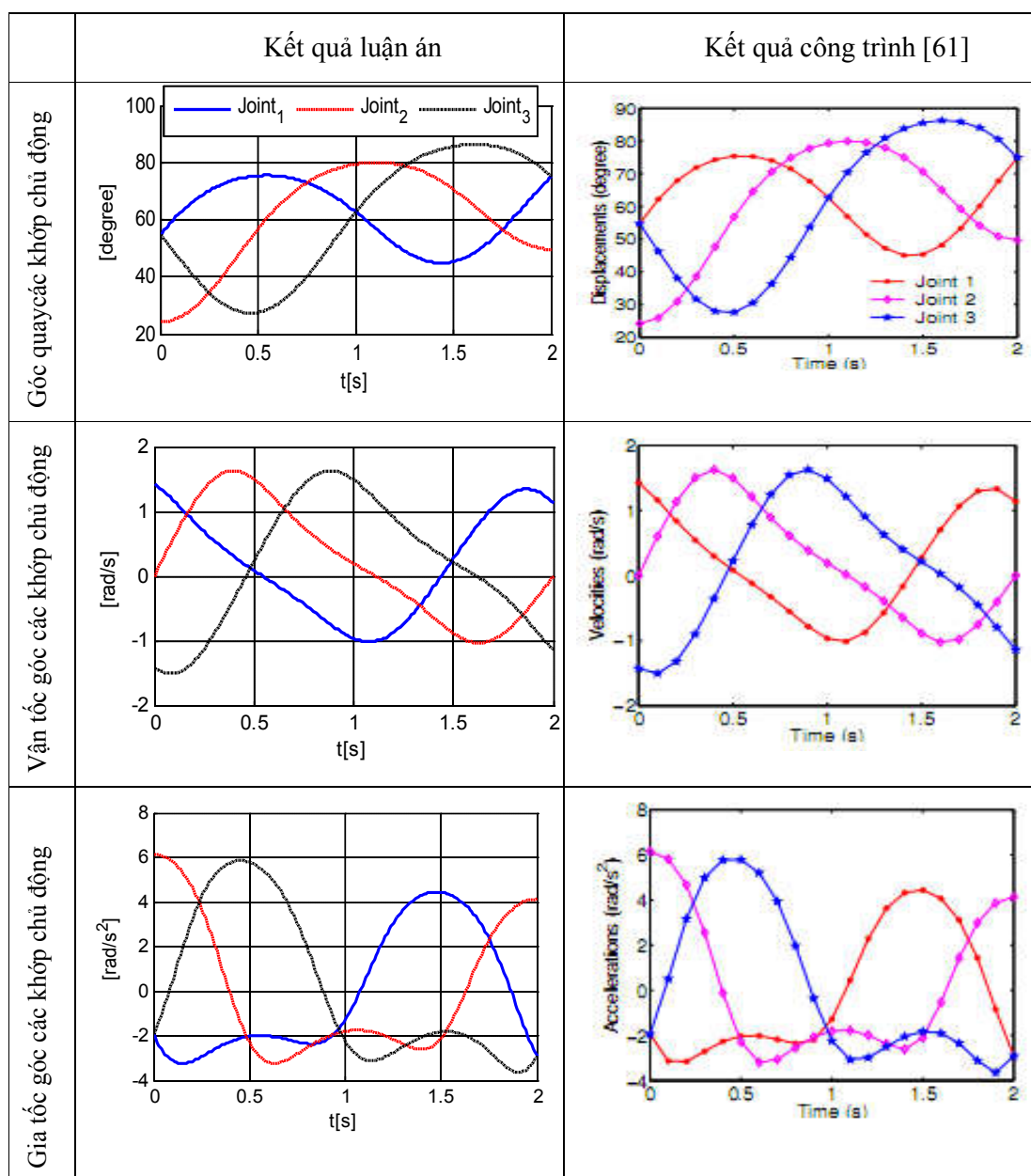
Bảng 3.1: Các tham số robot theo tài liệu [61]

L_1	L_2	R	r	α_1	α_2	α_3	m_1	m_2	m_p
0.2	0.2	0.16	0.12	0	$\pi/2$	π	0.3	0.1	0.4
(m)	(m)	(m)	(m)	(rad)	(rad)	(rad)	(kg)	(kg)	(kg)

Quy luật chuyển động của khâu thao tác (tâm P của bàn máy động)

$$x_p = -0.1 \sin(\pi t); y_p = 0.1 \cos(\pi t); z_p = -0.29 + 0.05 \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right) \text{ (m)}$$

Sử dụng chương trình DELTA-IMECH ta thu được các kết quả mô phỏng số bài toán động học ngược và ta có bảng so sánh sau:



Hình 3.11: So sánh kết quả bài toán động học ngược với tài liệu [61]

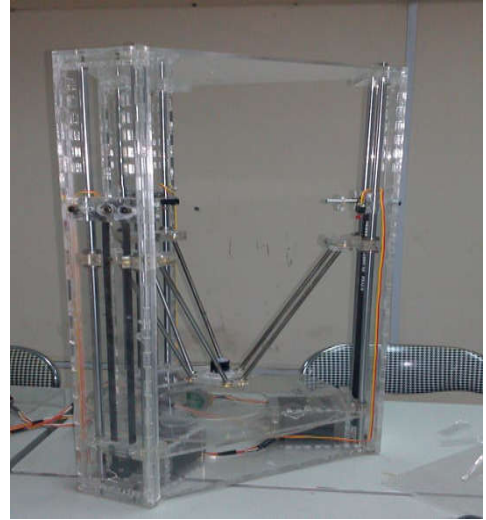
Nhận xét: Hình 3.11 cho ta thấy kết quả bài toán động học ngược của luận án hoàn toàn trùng khớp với kết quả của tài liệu [61]. Điều đó khẳng định sự tin cậy của mô hình và phương pháp trình bày trong luận án.

3.3.2 Mô phỏng số bài toán động học ngược robot Delta 3PUS

Robot song song Delta 3PUS (hình 3.12) được thiết kế và chế tạo thử ở Khoa Cơ khí – Điện tử, Trường Đại học Kinh doanh và Công nghệ Hà Nội. Từ robot cụ thể, chúng tôi đã đo đạc, tính toán các tham số động học và động lực học của robot như bảng 1.3.

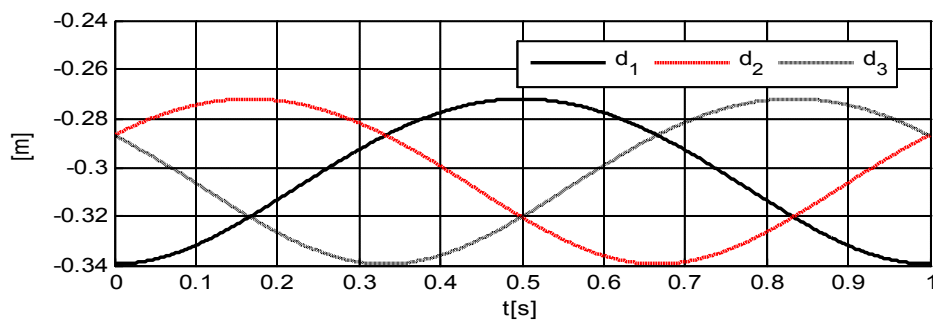
Cho biết tâm P của bàn máy động chuyển động theo quy luật sau:

$$\begin{aligned}x_p &= -0.05 \cos(2\pi t); \quad y_p = 0.05 \sin(2\pi t); \\z_p &= -0.5 \text{ (m)}\end{aligned}$$

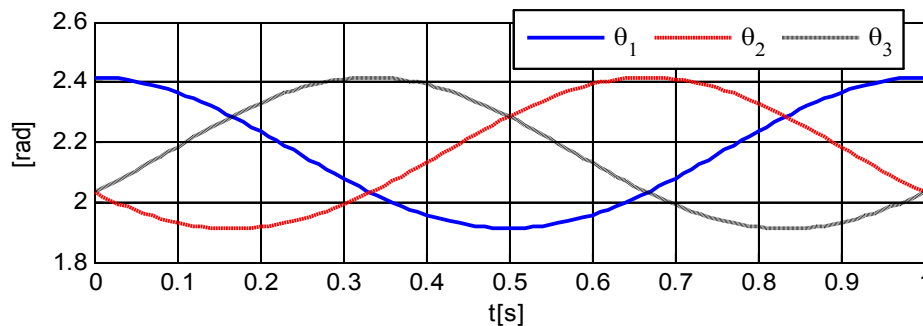


Hình 3.12: Robot thực đã chế tạo 3PUS

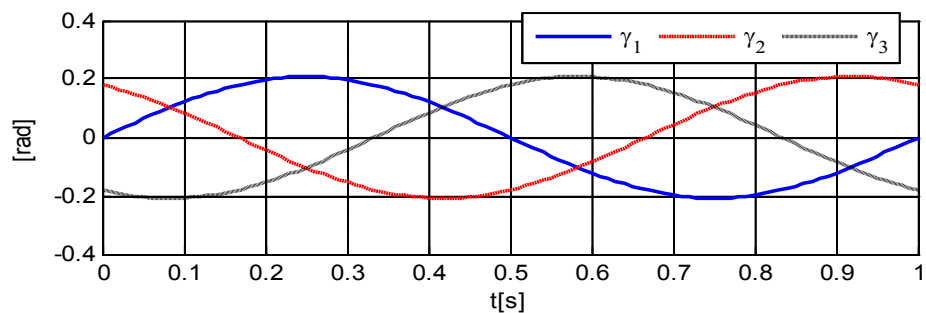
Sử dụng chương trình DELTA-IMECH ta được các kết quả mô phỏng số. Một phần các kết quả tính được thể hiện trên các Hình 3.13 đến Hình 3.18



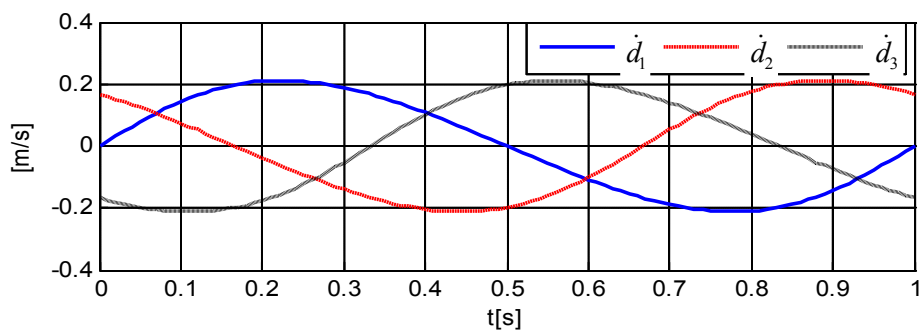
Hình 3.13: Tọa độ suy rộng các khớp chủ động



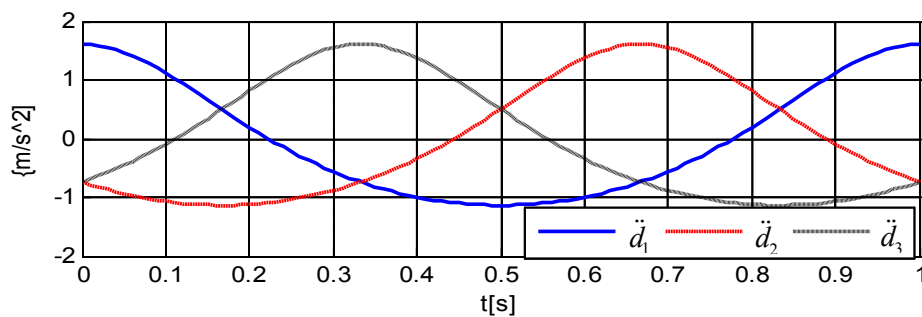
Hình 3.14: Tọa độ suy rộng các khớp bị động



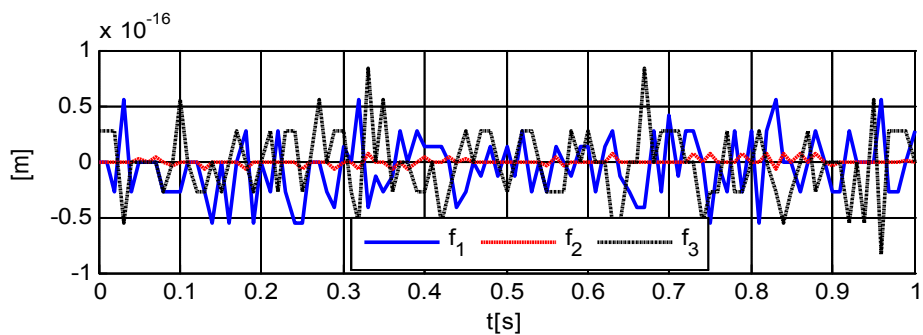
Hình 3.15: Tọa độ suy rộng các khớp bị động



Hình 3.16: Vận tốc suy rộng các khớp chủ động



Hình 3.17: Gia tốc suy rộng các khớp chủ động



Hình 3.18: Đồ thị sai số phương trình liên kết 1, 2, 3

Trên Hình 3.13 là đồ thị 3 tọa độ suy rộng của khớp chủ động. Trên các Hình 3.14 và Hình 3.15 là đồ thị 6 tọa độ suy rộng của 3 khớp bị động. Hình 3.16 và Hình 3.17 là đồ thị vận tốc và gia tốc khớp chủ động. Hình 3.18 cho biết sai số các phương trình liên kết. Từ đồ thị này, các sai số xấp xỉ 10^{-16} m. Điều đó thể hiện độ chính xác của phương pháp Newton – Raphson cải tiến.

3.4 Mô phỏng số bài toán động lực học ngược robot song song Delta không gian

Như đã biết, nhiệm vụ chủ yếu của bài toán động lực học ngược là xác định mô men/ lực của các khâu dẫn. Dưới đây sử dụng chương trình DELTA – IMECH xác định mô men/ lực dẫn động của các robot song song Delta 3RUS và 3PUS.

3.4.1 Mô phỏng số bài toán động lực học ngược robot Delta 3RUS

Để mô phỏng số bài toán động lực học ngược, ngoài các phương trình vi phân – đại số chuyển động (3.20), (3.21) của robot, ta cần biết các tham số động học và các tham số động lực học. Dưới đây ta tính toán với 3 bộ tham số của robot song song Delta 3RUS.

3.4.1.1 Bộ số liệu 1

Phần này sẽ mô phỏng số với bộ số liệu của robot được cho ở bảng 1.2 và các mô men quán tính khối của các khâu chủ động và bị động được tính theo các công thức sau:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{1}{12} m_1 l_1^2 \text{diag}(0, 1, 1) \text{ kg.m}^2; \mathbf{I}_2 = \frac{1}{12} m_2 l_2^2 \text{diag}(0, 1, 1) \text{ kg.m}^2$$

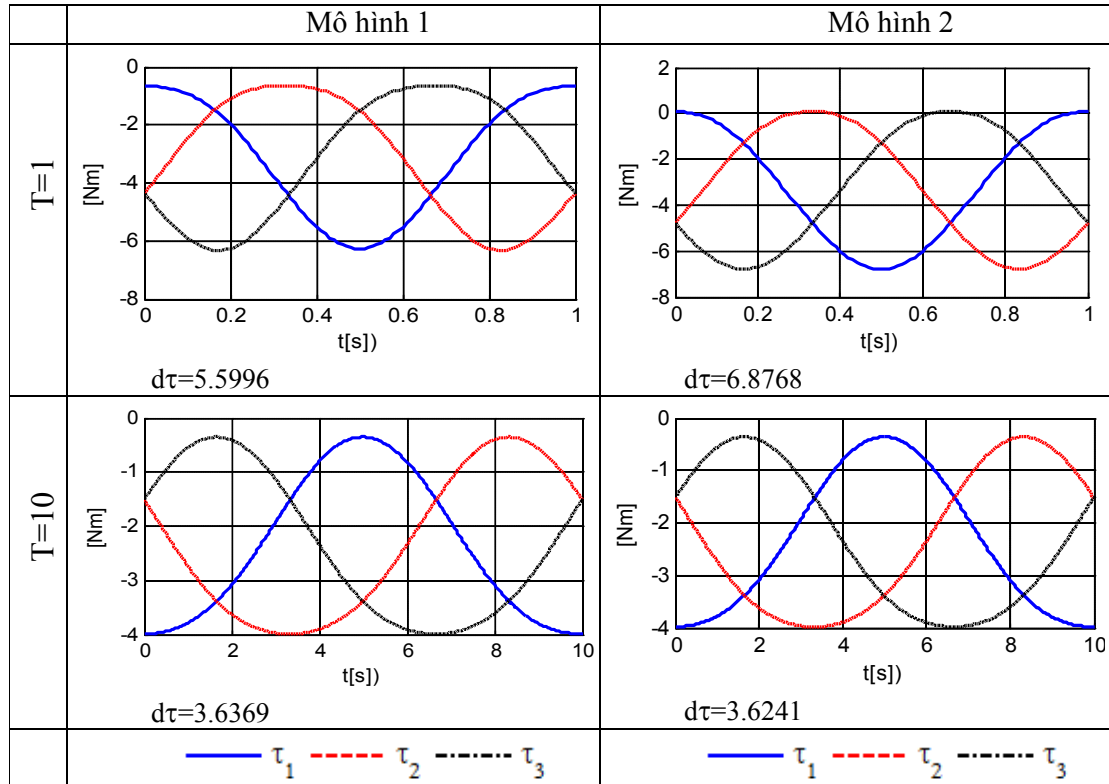
Quỹ đạo chuyển động của tâm bàn máy động:

$$x_p = 0.3 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right); y_p = 0.3 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right); z_p = -0.7(m)$$

Trong đó T là chu kỳ chuyển động của quỹ đạo. Ta mô phỏng hai trường hợp đó là T=10 s tương ứng với robot chuyển động chậm, T=1s tương ứng với robot chuyển động nhanh. Ta đưa vào biểu thức sau để đánh giá sự giống hoặc khác nhau giữa các đồ thị lực dẫn động của robot:

$$d\tau = \max(\tau_i) - \min(\tau_i) \text{ với } i=1, 2, 3$$

Ta sẽ tính toán với hai mô hình 1 và 2 của robot 3RUS. Sử dụng chương trình DELTA-IMECH ta thu được các kết quả mô phỏng số như sau.



Hình 3.19: Kết quả mô phỏng robot 3RUS

So sánh kết quả mô phỏng động lực học ngược hai mô hình của robot với cùng một bộ số liệu ta thấy:

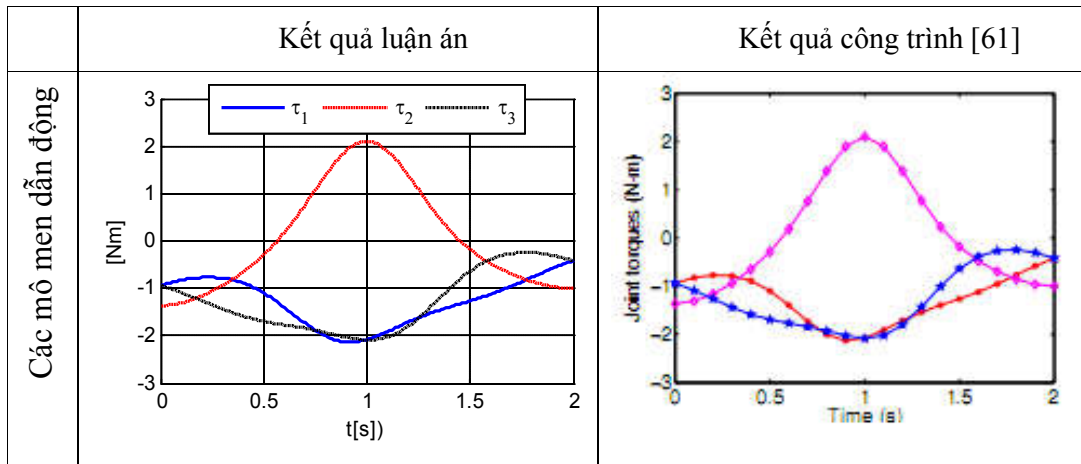
Cách thành lập phương trình chuyển động của mô hình 1 phức tạp hơn mô hình 2. Số phương trình của mô hình 1 lớn hơn nhiều so với số phương trình của mô hình 2 (12 phương trình vi phân + 9 phương trình đại số so với 6 phương trình vi phân + 3 phương trình đại số).

Khi robot chuyển động chậm (ứng với T=10 s) thì kết quả bài toán động lực học ngược là gần như nhau. Khi robot chuyển động nhanh (ứng với T=1 s) thì kết quả có sự khác nhau tương đối về độ lớn, nhưng đáng chú ý thì gần tương tự nhau.

Như vậy khi tính toán động lực học ngược robot trong trường hợp chuyển động chậm ta chỉ cần sử dụng mô hình đơn giản cũng cho kết quả đủ tốt.

3.4.1.2 Bộ số liệu 2

Trong đoạn 3.3.1.2 chúng ta đã so sánh kết quả mô phỏng số bài toán động học ngược tính theo chương trình DELTA-IMECH với các kết quả đã công bố trong công trình của các tác giả Y. Li và Q. Xu [61] và thấy hai kết quả phù hợp nhau. Trong đoạn này, ta tiếp tục so sánh kết quả tính toán động lực học ngược. Bộ số liệu tham số của robot như bảng 3.2. Chuyển động của khâu thao tác được cho như phân động học. So sánh kết quả của luận án với công trình [61] như hình sau đây:



Hình 3.20: So sánh kết quả của luận án với công trình [61]

Nhận xét: ta thấy hai kết quả gần như trùng nhau về hình ảnh đồ thị. Điều này khẳng định sự tin cậy của kết quả luận án.

3.4.1.3 Bộ số liệu 3

Để đánh giá thuật toán và chương trình tính của luận án, chúng ta tính toán bằng chương trình DELTA-IMECH bài toán động lực học ngược của robot 3RUS với bộ số liệu của tác giả Staicu [92]:

Kích thước động học và động lực học

$$L_1 = 0.1; L_2 = 0.35; R = 0.35; r = 0.175; (m); \alpha_A = \frac{\pi}{3}; \alpha_B = \pi; \alpha_C = -\frac{\pi}{3}$$

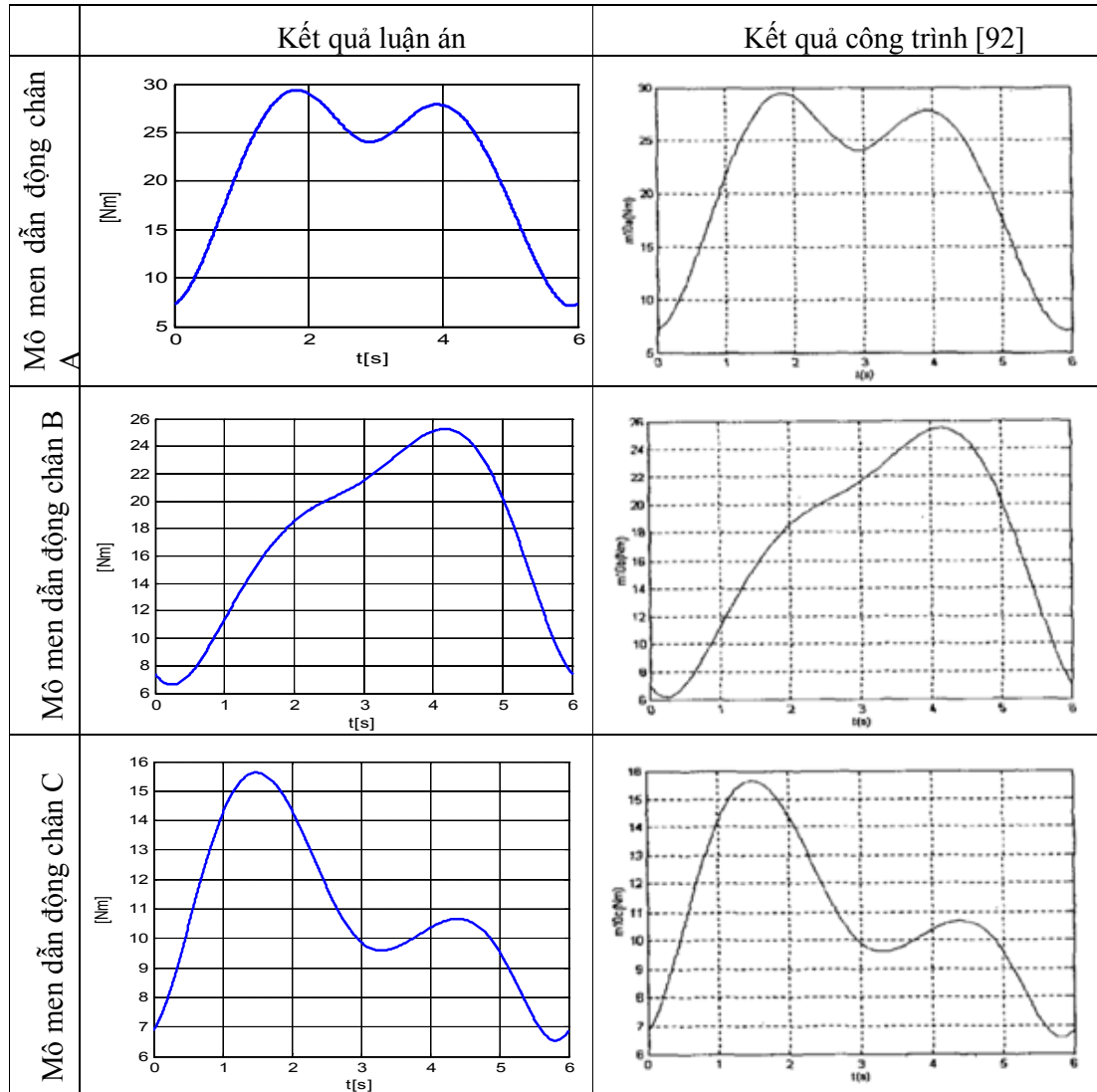
$$m_1 = 2.5; m_2 = 2 \times 5 + 2 \times 2; m_p = 15 (kg)$$

$$\mathbf{I}_1 = \text{diag}(0.05 \ 0.1 \ 0.1); \mathbf{I}_2 = 2\text{diag}(0.4 \ 0.2 \ 0.4) (kg.m^2)$$

Quỹ đạo chuyển động của tâm bàn máy động

$$x_p = 0.03 \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right); y_p = 0.05 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)\right); z_p = 0.3331 + 0.07 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) (m)$$

Sử dụng chương trình DELTA-IMECH ta có các kết quả tính toán để so sánh với các kết quả tính toán đã công bố của Staicu [92] như hình dưới đây.



Hình 3.21: So sánh kết quả luận án với công trình [92]

Nhận xét: Hình 3.21 cho ta thấy: kết quả mô phỏng số bài toán động lực học ngược robot song song Delta 3RUS thu được bằng phương pháp trình bày trong luận án hoàn toàn trùng khớp với kết quả của công trình [92]. Điều đó khẳng định sự tin cậy của thuật toán và chương trình tính của luận án.

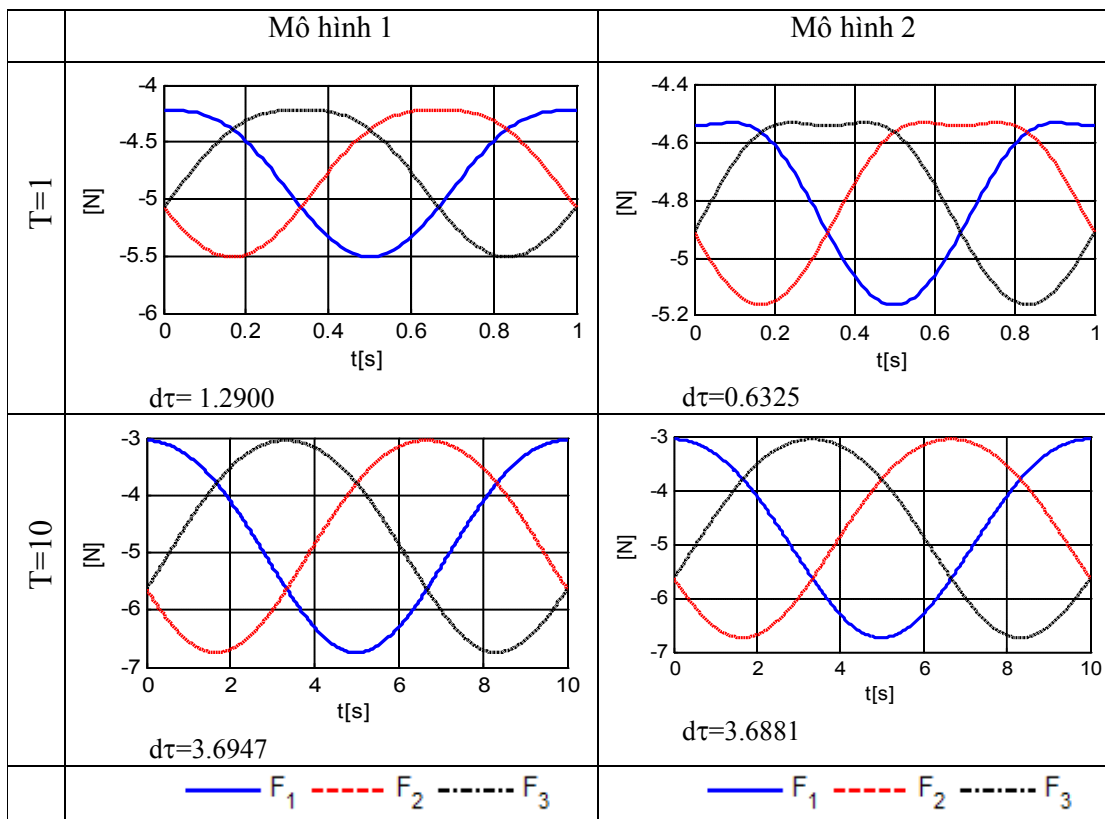
3.4.2 Mô phỏng số bài toán động lực học ngược robot Delta không gian 3PUS

Phần này sẽ mô phỏng số với bộ số liệu của robot được cho ở bảng 1.3 và quỹ đạo chuyển động của tâm bàn máy động như sau:

$$x_p = -0.05 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right); y_p = 0.05 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right); z_p = -0.5 \text{ (m)}$$

Trong đó T là chu kỳ chuyển động của quỹ đạo. Ta mô phỏng hai trường hợp đó là T=10 s tương ứng với robot chuyển động chậm, T=1s tương ứng với robot chuyển động nhanh.

Ta sẽ tính toán với hai mô hình 1 và 2 của robot 3PUS. Sử dụng chương trình DELTA-IMECH ta thu được các kết quả mô phỏng số như sau:



Hình 3.22: Kết quả mô phỏng số động lực học ngược robot 3PUS

Nhận xét kết quả mô phỏng số bài toán động lực học ngược của hai mô hình:

Khi chuyển động của khâu thao tác nhanh: Kết quả có sự khác nhau tương đối

Khi chuyển động của khâu thao tác chậm: Kết quả là tương đương nhau.

Kết luận chương 3

Chương 3 trình bày các thuật toán số giải bài toán động học ngược và động lực học ngược 2 loại robot song song Delta 3RUS và 3PUS.

Các đóng góp của luận án trong chương này là:

1. Xây dựng 1 chương trình, gọi là chương trình DELTA – IMECH, tính toán số bài toán động học ngược và động lực học ngược 2 loại robot song song Delta không gian 3RUS và 3PUS. Các kết quả tính toán bằng chương trình DELTA – IMECH phù hợp với các kết quả trong [61], [92]. Điều đó chứng tỏ các phương trình chuyển động của robot 3RUS và 3PUS thiết lập trong chương 2 là đúng và các thuật toán và chương trình tính trong DELTA – IMECH là đúng.

2. Qua các kết quả mô phỏng số cho thấy: khi chuyển động của khâu thao tác là không nhanh có thể sử dụng mô hình robot đơn giản để tính toán động lực học 2 loại robot nghiên cứu. Việc sử dụng mô hình đó giúp giảm nhanh thời gian tính toán, giúp các kỹ sư thiết kế dễ dàng sử dụng các kết quả nghiên cứu của luận án. Tuy nhiên khi sử dụng mô hình đơn giản các hiệu ứng quán tính của các khâu rắn chuyển động không gian tổng quát không được thể hiện trong phương trình chuyển động. Đó là hạn chế mà người sử dụng cần lưu ý.

Chương 4

ĐIỀU KHIỂN BÁM QUỸ ĐẠO CHUYỂN ĐỘNG ROBOT SONG SONG DELTA KHÔNG GIAN DỰA TRÊN CÁC MÔ HÌNH CƠ HỌC

Việc sử dụng phương pháp động lực học ngược để điều khiển vị trí robot dạng chuỗi đã được bàn nhiều trong kỹ thuật [1, 87]. Tuy nhiên, việc sử dụng phương pháp động lực học ngược để điều khiển vị trí robot song song còn ít được nghiên cứu. Trong chương này, dựa trên các phương trình vi phân - đại số viết dưới dạng tường minh trong chương 2 và phương pháp số giải bài toán động lực học ngược trong chương 3, các thuật toán điều khiển PD, PID, điều khiển trượt, điều khiển trượt sử dụng mạng nơ ron được xây dựng cho các robot song song Delta 3RUS và 3PUS.

4.1 Tổng quan về điều khiển bám quỹ đạo của khâu thao tác

4.1.1 Giới thiệu chung

Nhiệm vụ của bài toán điều khiển bám quỹ đạo chuyển động của khâu thao tác: Đảm bảo khâu thao tác (End-effector) chuyển động bám theo quỹ đạo cho trước trong không gian làm việc. Cho trước quỹ đạo mong muốn $\mathbf{x}^d(t)$, yêu cầu điều khiển để quỹ đạo thực tế \mathbf{x} thỏa mãn điều kiện:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^d\| < \varepsilon \quad (4.1)$$

Vị trí của robot được xác định bằng tọa độ trạng thái \mathbf{q} . Từ $\mathbf{x}^d = \mathbf{f}(\mathbf{q}^d)$ ta suy ra một cách hình thức: $\mathbf{q}^d = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{x}^d)$.

Do đó, bài toán điều khiển có thể chia thành 2 loại:

- Điều khiển trong không gian khớp.
- Điều khiển trong không gian thao tác.

4.1.2 Bài toán điều khiển trong không gian khớp

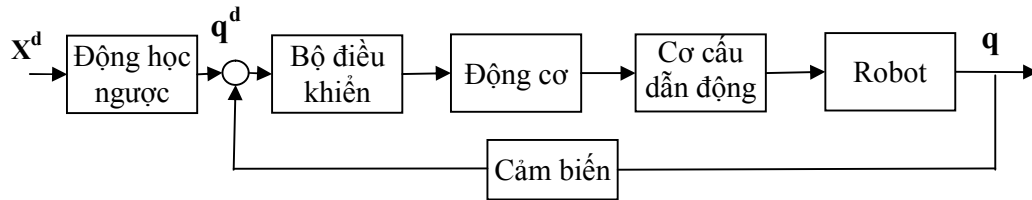
Bài toán điều khiển robot song song không gian trong không gian khớp được phân thành 2 bài toán nhỏ:

- Bài toán động lực học ngược $\mathbf{x}^d = \mathbf{f}(\mathbf{q}^d) \Rightarrow \mathbf{q}^d = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{x}^d)$

- Hệ thống điều khiển không gian khớp được thiết kế đảm bảo vị trí khớp luôn bám theo quỹ đạo mong muốn với sai lệch: $\|\mathbf{q} - \mathbf{q}^d\| \rightarrow 0$.

Ưu điểm: Bộ điều khiển tác dụng trực tiếp đến hệ thống truyền động của khớp.

Nhược điểm: Hệ thống điều khiển khó đảm bảo độ chính xác của khâu thao tác $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^d\| \rightarrow \min$ khi tồn tại sai lệch trong cơ cấu dẫn động (khe hở hộp số,...)



Hình 4.1: Sơ đồ điều khiển trong không gian khớp

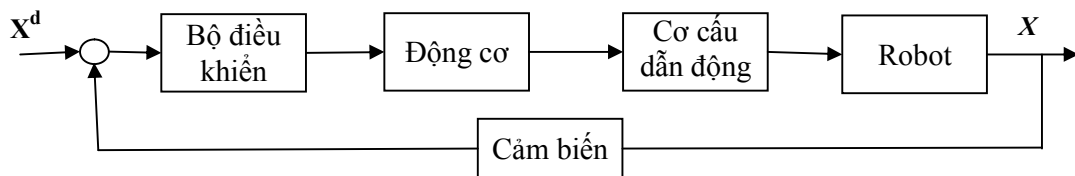
4.1.3 Bài toán điều khiển trong không gian thao tác

Hệ thống điều khiển không gian thao tác có chức năng giữ sai số giữa \mathbf{x} và \mathbf{x}^d tiến về $\mathbf{0}$, nghĩa là:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^d\| \rightarrow 0 \quad (4.2)$$

Ưu điểm: Tác động trực tiếp tới các biến của không gian thao tác \mathbf{x} .

Nhược điểm: Trong quá trình điều khiển, phải đồng thời giải bài toán động học ngược do đó khối lượng tính toán lớn, thời gian lâu.



Hình 4.2: Sơ đồ điều khiển trong không gian thao tác

4.2 Điều khiển bám quỹ đạo robot song song trong không gian khớp dựa trên phương trình Lagrange dạng nhân tử.

4.2.1 Cơ sở động lực học hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng

Sử dụng các phương trình Lagrange dạng nhân tử, phương trình chuyển động của robot song song có dạng như sau [4]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \Phi_s^T(\mathbf{s})\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{d}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \boldsymbol{\tau} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \quad (4.4)$$

trong đó $\mathbf{M}(\mathbf{s}), \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$ là các ma trận vuông cỡ $n \times n$, $\Phi_s(\mathbf{s})$ là ma trận chữ nhật cỡ $r \times n$. $\boldsymbol{\tau}$, \mathbf{s} là các vectơ cột có n phần tử, $\boldsymbol{\lambda}$ là vectơ cột có r phần tử, \mathbf{f} là vectơ cột có r phần tử, $\mathbf{d}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$ là vectơ chứa các thành phần lực chưa biết: lực ma sát, lực nhiễu...

Ta đưa vào ký hiệu ma trận $\mathbf{R}(\mathbf{s})$ theo (3.24). Tương tự như phép biến đổi của bài toán động lực học ngược từ (3.20) đến (3.29), nhân bên trái hai vế của phương trình (4.3) với ma trận $\mathbf{R}^T(\mathbf{s})$ và chú ý đến (3.25) ta được:

$$\mathbf{R}^T \left[\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \mathbf{d}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \right] = \boldsymbol{\tau}_a \quad (4.5)$$

Để đơn giản, xét hệ chịu các liên kết dừng, từ phương trình liên kết (4.4) ta suy ra

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{f}(\mathbf{q}_a, \mathbf{z}) = \mathbf{0}, \quad \dot{\mathbf{f}} = \Phi_a \dot{\mathbf{q}}_a + \Phi_z \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{0} \quad (4.6)$$

Từ (4.6) khi ma trận Φ_z không suy biến ta có

$$\dot{\mathbf{z}} = -\Phi_z^{-1} \Phi_a \dot{\mathbf{q}}_a \quad (4.7)$$

Chú ý đến công thức (3.24) ta có

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{R}(\mathbf{s})\dot{\mathbf{q}}_a \quad (4.8)$$

Đạo hàm biểu thức (4.8) theo thời gian ta được

$$\ddot{\mathbf{s}} = \mathbf{R}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{q}}_a + \dot{\mathbf{R}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a \quad (4.9)$$

Thế (4.8) và (4.9) vào phương trình (4.5) ta có

$$\mathbf{R}^T(\mathbf{s}) \left[\mathbf{M}(\mathbf{s})(\mathbf{R}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{q}}_a + \dot{\mathbf{R}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a) + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\mathbf{R}(\mathbf{s})\dot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \mathbf{d}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \right] = \boldsymbol{\tau}_a \quad (4.10)$$

Nếu ta đưa vào các ký hiệu

$$\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) := \mathbf{R}^T(\mathbf{s})\mathbf{M}(\mathbf{s})\mathbf{R}(\mathbf{s})$$

$$\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) := \mathbf{R}^T(\mathbf{s}) \left[\mathbf{M}(\mathbf{s})\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\mathbf{R}(\mathbf{s}) \right]$$

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) &:= \mathbf{R}^T(\mathbf{s})\mathbf{g}(\mathbf{s}) \\ \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) &:= \mathbf{R}^T(\mathbf{s})\mathbf{d}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\end{aligned}\tag{4.11}$$

Thì các phương trình (4.3), (4.4) của hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng chịu các liên kết dừng được viết lại dưới dạng sau:

$$\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) + \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \boldsymbol{\tau}_a\tag{4.12}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{0}\tag{4.13}$$

Các phương trình chuyển động của robot song song (4.12), (4.13) được gọi là các phương trình chuyển động dạng tọa độ hỗn hợp. Ta sẽ sử dụng các phương trình này làm cơ sở để thiết lập các luật điều khiển cho hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng hoặc các robot song song.

Bây giờ ta chứng minh các tính chất sau:

Ma trận $\bar{\mathbf{M}}$ là ma trận đối xứng: $\bar{\mathbf{M}}^T = \bar{\mathbf{M}}$

Ma trận $\dot{\bar{\mathbf{M}}} - 2\bar{\mathbf{C}}$ là ma trận đối xứng lệch: $(\dot{\bar{\mathbf{M}}} - 2\bar{\mathbf{C}})^T = -(\dot{\bar{\mathbf{M}}} - 2\bar{\mathbf{C}})$

Thực vậy, do \mathbf{M} là ma trận đối xứng, ta có

$$\bar{\mathbf{M}}^T(\mathbf{s}) = [\mathbf{R}^T(\mathbf{s})\mathbf{M}(\mathbf{s})\mathbf{R}(\mathbf{s})]^T = \mathbf{R}^T(\mathbf{s})\mathbf{M}(\mathbf{s})\mathbf{R}(\mathbf{s}) = \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s})$$

Chú ý rằng \mathbf{M} là ma trận xác định dương. Do đó, $\bar{\mathbf{M}}$ cũng là ma trận xác định dương.

Chú ý đến (4.11) ta có

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{M}}}(\mathbf{s}) - 2\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) &= \dot{\mathbf{R}}^T\mathbf{M}\mathbf{R} + \mathbf{R}^T\dot{\mathbf{M}}\mathbf{R} + \mathbf{R}^T\mathbf{M}\dot{\mathbf{R}} - 2\mathbf{R}^T(\mathbf{M}\dot{\mathbf{R}} + \mathbf{C}\mathbf{R}) \\ &= \dot{\mathbf{R}}^T\mathbf{M}\mathbf{R} + \mathbf{R}^T\dot{\mathbf{M}}\mathbf{R} - \mathbf{R}^T\mathbf{M}\dot{\mathbf{R}} - 2\mathbf{R}^T\mathbf{C}\mathbf{R} \\ &= \mathbf{R}^T(\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C})\mathbf{R} - \mathbf{R}^T\mathbf{M}\dot{\mathbf{R}} + \dot{\mathbf{R}}^T\mathbf{M}\mathbf{R}\end{aligned}\tag{4.14}$$

Do ma trận $\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C}$ là ma trận đối xứng lệch, nên từ (4.14) ta suy ra

$$\begin{aligned}[\dot{\bar{\mathbf{M}}}(\mathbf{s}) - 2\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})]^T &= [\mathbf{R}^T(\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C})\mathbf{R}]^T - (\mathbf{R}^T\mathbf{M}\dot{\mathbf{R}})^T + (\dot{\mathbf{R}}^T\mathbf{M}\mathbf{R})^T \\ &= -\mathbf{R}^T(\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C})\mathbf{R} - \dot{\mathbf{R}}^T\mathbf{M}\mathbf{R} + \mathbf{R}^T\mathbf{M}\dot{\mathbf{R}} = -[\dot{\bar{\mathbf{M}}}(\mathbf{s}) - 2\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})]\end{aligned}\tag{4.15}$$

Vậy ma trận $\dot{\bar{\mathbf{M}}}(\mathbf{s}) - 2\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$ là ma trận đối xứng lệch.

4.2.2 Cơ sở lý thuyết xây dựng các thuật toán điều khiển

Trong tài liệu [1] tác giả Phạm Thượng Cát đã trình bày việc xây dựng các thuật toán điều khiển dựa trên các phương trình chuyển động là hệ phương trình vi phân thường của robot dạng chuỗi. Trong đoạn này áp dụng và phát triển các thuật toán điều khiển đã biết sang lớp các robot song song có phương trình chuyển động là hệ phương trình vi phân - đại số.

4.2.2.1 Điều khiển PD

Phương trình vi phân chuyển động của robot song song có $n_a = f$ bậc tự do (4.12) viết lại như sau:

$$\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) + \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \boldsymbol{\tau}_a \quad (4.16)$$

trong đó các ma trận/véc tơ $\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}), \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}), \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}), \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$ được xác định bởi các công thức (4.11), $\boldsymbol{\tau}_a$ là mômen/ lực phát động.

Gọi $\mathbf{q}_a(t)$ là quỹ đạo các khớp chủ động thực tế của hệ, $\mathbf{q}_a^d(t)$ là quỹ đạo các khớp chủ động mong muốn. Khi đó sai số vị trí có dạng:

$$\mathbf{e}_a(t) = \mathbf{q}_a(t) - \mathbf{q}_a^d(t) \quad (4.17)$$

Định lý: Quỹ đạo $\mathbf{q}_a(t)$ của hệ động lực (4.16) sẽ bám quỹ đạo mong muốn $\mathbf{q}_a^d(t)$ với sai số $\mathbf{e}_a(t) = \mathbf{q}_a(t) - \mathbf{q}_a^d(t) \rightarrow \mathbf{0}$, nếu ta chọn luật điều khiển $\mathbf{u}(t)$ có dạng:

$$\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s})\mathbf{v} + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) + \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \quad (4.18)$$

với:

$$\mathbf{v} = \ddot{\mathbf{q}}_a^d - \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a - \mathbf{K}_P \mathbf{e}_a \quad (4.19)$$

trong đó $\mathbf{K}_D, \mathbf{K}_P$ là các ma trận đường chéo xác định dương cấp n_a

$$\mathbf{K}_P = \text{diag}(k_{P1}, k_{P2}, \dots, k_{Pna}), \quad \mathbf{K}_D = \text{diag}(k_{D1}, k_{D2}, \dots, k_{Dna})$$

$$k_{Pi} > 0, k_{Di} > 0$$

Chứng minh: Thế (4.19) vào (4.18) ta có

$$\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{M}}(\ddot{\mathbf{q}}_a^d - \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_P \mathbf{e}) + \bar{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}} + \bar{\mathbf{d}} \quad (4.20)$$

Giả sử chọn $\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\tau}_a$, từ (4.16) và (4.20) ta suy ra

$$\bar{\mathbf{M}}(\ddot{\mathbf{q}}_a^d - \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_P \mathbf{e}) + \bar{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}} + \bar{\mathbf{d}} = \bar{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}} + \bar{\mathbf{d}} \quad (4.21)$$

Từ (4.21) ta có

$$\bar{\mathbf{M}}[(\ddot{\mathbf{q}}_a - \ddot{\mathbf{q}}_a^d) + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_P \mathbf{e}_a] = \mathbf{0} \quad (4.22)$$

hay

$$\bar{\mathbf{M}}[\ddot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_P \mathbf{e}_a] = \mathbf{0} \quad (4.23)$$

Bởi vì $\bar{\mathbf{M}}$ là ma trận xác định dương nên từ (4.23) ta suy ra

$$\ddot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_P \mathbf{e}_a = \mathbf{0} \quad (4.24)$$

Do \mathbf{K}_D , \mathbf{K}_P là hai ma trận đường chéo nên từ (2.10) ta suy ra hệ phương trình vi phân

$$\ddot{e}_{ai} + k_{Di} \dot{e}_{ai} + k_{Pi} e_{ai} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n_a) \quad (4.25)$$

Hệ phương trình vi phân (4.25) là một hệ phương trình vi phân cấp hai thuần nhất hệ số hằng số. Do đó phương trình đặc trưng có dạng

$$\lambda_i^2 + k_{Di} \lambda_i + k_{Pi} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n_a)$$

Theo tiêu chuẩn Hurwitz khi chọn $k_{Di} > 0$, $k_{Pi} > 0$ thì phần thực của các λ_i sẽ lấy giá trị âm. Do đó các phương vi phân (4.25) sẽ ổn định mũ và $\mathbf{q}_a(t) \rightarrow \mathbf{q}_a^d(t)$.

Kết luận: Nếu chọn \mathbf{K}_D , \mathbf{K}_P là các ma trận đường chéo cấp n_a với các phần tử dương thì hệ phương trình vi phân (4.25) sẽ ổn định mũ. Do đó $\mathbf{q}_a(t) \rightarrow \mathbf{q}_a^d(t)$

Nhận xét: Phương pháp điều khiển đơn giản. Tuy nhiên cần phải biết chính xác các ma trận, véc tơ $\bar{\mathbf{M}}$, $\bar{\mathbf{C}}$, $\bar{\mathbf{g}}$, $\bar{\mathbf{d}}$ tức là cần biết chính xác các tham số của mô hình.

4.2.2.2 Điều khiển PID

Bài toán đặt ra tương tự như điều khiển PD, ta có định lý sau.

Định lý: Quỹ đạo $\mathbf{q}_a(t)$ của hệ động lực (4.16) sẽ bám quỹ đạo mong muốn $\mathbf{q}_a^d(t)$ với sai số $\mathbf{e}_a(t) = \mathbf{q}_a(t) - \mathbf{q}_a^d(t) \rightarrow \mathbf{0}$, nếu ta chọn luật điều khiển $\mathbf{u}(t)$ có dạng như sau

$$\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s})\mathbf{v} + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) + \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \quad (4.26)$$

với

$$\mathbf{v} = \ddot{\mathbf{q}}_a^d - \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a - \mathbf{K}_P \mathbf{e}_a - \mathbf{K}_I \int_0^t \mathbf{e}_a(\tau) d\tau \quad (4.27)$$

trong đó $\mathbf{K}_D, \mathbf{K}_P, \mathbf{K}_I$ là các ma trận đường chéo cấp n_a xác định dương

$$\mathbf{K}_P = \text{diag}(k_{p1}, k_{p2}, \dots, k_{pna}), \quad \mathbf{K}_D = \text{diag}(k_{d1}, k_{d2}, \dots, k_{dna}), \quad \mathbf{K}_I = \text{diag}(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{ina})$$

Các phần tử của các ma trận này được chọn sao cho thỏa mãn các điều kiện sau

$$k_{Di} > 0, k_{Pi} > 0, k_{Ii} > 0, k_{Di}k_{Pi} - k_{Ii} > 0; \quad (i = 1, 2, \dots, n_a)$$

Chứng minh: Thế (4.27) vào (4.26) ta được

$$\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) \left[\ddot{\mathbf{q}}_a^d - \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a - \mathbf{K}_P \mathbf{e}_a - \mathbf{K}_I \int_0^t \mathbf{e}_a(\tau) d\tau \right] + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) + \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \quad (4.28)$$

Giả sử ta chọn $\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\tau}_a(t)$, từ (4.16) và (4.28) ta suy ra

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) [\ddot{\mathbf{q}}_a^d - \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a - \mathbf{K}_P \mathbf{e}_a - \mathbf{K}_I \int_0^t \mathbf{e}_a(\tau) d\tau] + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) + \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \\ = \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) + \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Từ (4.29) ta suy ra

$$\bar{\mathbf{M}}[\ddot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_P \mathbf{e}_a + \mathbf{K}_I \int_0^t \mathbf{e}_a(\tau) d\tau] = \mathbf{0} \quad (4.30)$$

Do $\bar{\mathbf{M}}$ là xác định dương nên từ (4.30) ta có

$$\ddot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_P \mathbf{e}_a + \mathbf{K}_I \int_0^t \mathbf{e}_a(\tau) d\tau = \mathbf{0} \quad (4.31)$$

Đạo hàm hai vế phương trình (4.31) theo thời gian ta được

$$\ddot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{K}_P \mathbf{e}_a + \mathbf{K}_I \mathbf{e}_a = \mathbf{0} \quad (4.32)$$

Do \mathbf{K}_D , \mathbf{K}_P , \mathbf{K}_I là các ma trận đường chéo, nên từ (4.32) ta suy ra hệ phương trình vi phân cấp 3

$$\ddot{e}_{ai} + k_{Di} \dot{e}_{ai} + k_{Pi} e_{ai} + k_{Ii} e_{ai} = 0; \quad (i=1,2,\dots,n_a) \quad (4.33)$$

Các phương trình (4.33) là các phương trình vi phân tuyến tính thuần nhất hệ số hằng số. Phương trình đặc trưng có dạng

$$\lambda_i^3 + k_{Di} \lambda_i^2 + k_{Pi} \lambda_i + k_{Ii} = 0 \quad (i=1,2,\dots, n_a) \quad (4.34)$$

Theo tiêu chuẩn Hurwitz, điều kiện để các nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực âm là

$$k_{Di} > 0, k_{Pi} > 0, k_{Ii} > 0, k_{Di} k_{Pi} - k_{Ii} > 0. \quad i=1,2,\dots, n_a \quad (4.35)$$

Như thế, nếu các hệ số k_{Di}, k_{Pi}, k_{Ii} được chọn sao cho các điều kiện (4.35) được thỏa mãn thì các phương vi phân (4.33) sẽ ổn định mũ. Do đó $\mathbf{q}_a(t) \rightarrow \mathbf{q}_a^d(t)$.

4.2.2.3 Điều khiển trượt robot song song

Khi sử dụng các luật điều khiển PD, PID ta cần phải biết chính xác các ma trận, véc tơ \mathbf{M}_a , \mathbf{C}_a , \mathbf{g}_a , \mathbf{d}_a . Do đó cần phải biết chính xác các tham số động lực học của robot (khối lượng, vị trí khối tâm, mô men quán tính...). Tuy nhiên trong thực tế, nhiều khi ta chỉ có thể biết một cách gần đúng các tham số động lực của robot. Để khắc phục nhược điểm này ta sử dụng luật điều khiển thích nghi bền vững, chẳng hạn như luật điều khiển trượt.

Trong thực tế các tham số của hệ động lực thường khó xác định thật chính xác. Do đó các phương trình vi phân chuyển động của robot song song $n_a = f$ bậc tự do (4.16) có thể viết lại dưới dạng:

$$\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{q}}_a + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a + \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) + \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \boldsymbol{\tau}_a \quad (4.36)$$

trong đó các ma trận/véc tơ $\hat{\mathbf{M}}, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{g}}, \hat{\mathbf{d}}$ thường chỉ có thể xác định được một cách gần đúng. Để chính xác hóa về mặt toán học, ta có thể biểu diễn các đại lượng trên như sau:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) &= \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) + \Delta\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}), \quad \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) + \Delta\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \\ \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) &= \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) + \Delta\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}), \quad \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) + \Delta\bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \end{aligned} \quad (4.37)$$

với $\bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{g}}, \bar{\mathbf{d}}$ là các ma trận/véc tơ chính xác của hệ, còn $\Delta\bar{\mathbf{M}}, \Delta\bar{\mathbf{C}}, \Delta\bar{\mathbf{g}}, \Delta\bar{\mathbf{d}}$ là các ẩn biểu thị sai số. Chúng ta chấp nhận các giả thiết sau:

$$\|\Delta\bar{\mathbf{M}}\| \leq m_0, \quad \|\Delta\bar{\mathbf{C}}\| \leq c_0, \quad \|\Delta\bar{\mathbf{g}}\| \leq g_0, \quad \|\Delta\bar{\mathbf{d}}\| \leq d_0$$

trong đó m_0, c_0, g_0, d_0 là các hằng số xác định. Thế biểu thức (4.37) vào phương trình (4.36) ta được:

$$(\bar{\mathbf{M}} + \Delta\bar{\mathbf{M}})\ddot{\mathbf{q}}_a + (\bar{\mathbf{C}} + \Delta\bar{\mathbf{C}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}} + \Delta\bar{\mathbf{g}} + \bar{\mathbf{d}} + \Delta\bar{\mathbf{d}} = \boldsymbol{\tau}_a \quad (4.38)$$

Từ (4.38) ta suy ra

$$\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{s}) + \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) + \bar{\mathbf{h}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \boldsymbol{\tau}_a \quad (4.39)$$

trong đó ta ký hiệu

$$\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = \Delta\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}}_a + \Delta\bar{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}}_a + \Delta\bar{\mathbf{g}} + \Delta\bar{\mathbf{d}} \quad (4.40)$$

là tổng các thành phần chưa xác định được của hệ động lực, với giả thiết $\|\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\| \leq h_0$.

Điều khiển trượt có một số ưu điểm nổi trội là bền vững, ít nhạy cảm với sự thay đổi các tham số của hệ và các nhiễu động. Vì vậy điều khiển trượt hay được áp dụng trong bài toán điều khiển phi tuyến các robot [1, 101]. Quá trình điều khiển trượt thường gồm hai bước: Bước một là đưa hệ thống vào quỹ đạo của mặt trượt, bước hai là duy trì hệ thống trên mặt trượt. Để sử dụng điều khiển trượt ta phải xác định mặt trượt. Ở đây mặt trượt được chọn dưới dạng PD như sau

$$\mathbf{v}(t) = \dot{\mathbf{e}}_a(t) + \Lambda \mathbf{e}_a(t) \quad (4.41)$$

trong đó Λ là ma trận đường chéo xác định dương

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n_a}), \quad \lambda_i > 0; \quad i = 1, 2, \dots, n_a \quad (4.42)$$

còn $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_{n_a}]^T$

Hệ phương trình (4.41) có thể viết lại dưới dạng

$$v_i(t) = \dot{e}_{ai}(t) + \lambda_i e_{ai}(t) \quad i = 1, 2, \dots, n_a \quad (4.43)$$

Khi $v_i(t) \equiv 0$, từ (4.43) ta suy ra

$$\dot{e}_{ai}(t) + \lambda_i e_{ai}(t) = 0 \quad \Rightarrow \frac{de_{ai}}{dt} = -\lambda_i e_{ai}(t) \quad (4.44)$$

Nghiệm của phương trình (4.44) có dạng:

$$e_{ai}(t) = e_{ai}(0) e^{-\lambda_i t} \rightarrow 0 \text{ khi } t \rightarrow \infty \text{ do } \lambda_i > 0$$

Bài toán đặt ra như sau: Chọn luật điều khiển $\mathbf{u}(t)$ sao cho $v_i \rightarrow 0$ khi $t \rightarrow \infty$ hay

$$e_{ai}(t) \rightarrow 0 \text{ khi } t \rightarrow \infty.$$

Để giải quyết bài toán trên ta có định lý như sau.

Định lý: Quỹ đạo $\mathbf{q}_a(t)$ của hệ động lực (4.36) với mặt trượt $\mathbf{v}(t) = \dot{\mathbf{e}}_a(t) + \Lambda \mathbf{e}_a(t)$

sẽ bám quỹ đạo mong muốn $\mathbf{q}_a^d(t)$ với sai số $\mathbf{e}_a(t) = \mathbf{q}_a(t) - \mathbf{q}_a^d(t) \rightarrow \mathbf{0}$, nếu ta

chọn luật điều khiển $\mathbf{u}(t)$ có dạng như sau:

$$\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) \ddot{\mathbf{q}}_a^d + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \dot{\mathbf{q}}_a^d + \bar{\mathbf{g}} + \bar{\mathbf{d}} - \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) \Lambda \dot{\mathbf{e}}_a - \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \Lambda \mathbf{e}_a - \mathbf{K}_{PD} \mathbf{v} - \mathbf{K}_S \text{sign}(\mathbf{v}) \quad (4.45)$$

trong đó:

$$\text{sign}(\mathbf{v}) = [\text{sign}(v_1), \text{sign}(v_2), \dots, \text{sign}(v_{n_a})]^T \quad (4.46)$$

\mathbf{K}_{PD} , \mathbf{K}_S là các ma trận đường chéo cấp n_a xác định dương

$$\mathbf{K}_{PD} = \text{diag}(k_{PD1}, k_{PD2}, \dots, k_{PDna}), \quad k_{PDi} > 0$$

$$\mathbf{K}_S = \text{diag}(k_{S1}, k_{S2}, \dots, k_{Sna}), \quad k_{Si} > 0$$

Chú ý: Các đại lượng \mathbf{q}_a , $\dot{\mathbf{q}}_a$ trong luật điều khiển (4.45) được xác định bằng đo (hoặc bằng giải bài toán động lực học thuận trong mô phỏng) sau đó giải bài toán động học thuận để tính \mathbf{s} , $\dot{\mathbf{s}}$.

Chứng minh: Chọn hàm Lyapunov dạng

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \bar{\mathbf{M}} \mathbf{v} \quad (4.47)$$

Do $\bar{\mathbf{M}}$ là ma trận đối xứng, xác định dương nên $V(t) > 0$ khi $\mathbf{v} \neq 0$ và $V(t)=0$ khi và chỉ khi $\mathbf{v} = 0$. Vậy hàm $V(t)$ chọn theo (4.47) là hàm xác định dương. Đạo hàm $V(t)$ theo thời gian ta được:

$$\dot{V}(t) = \mathbf{v}^T \bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{v}} + \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \dot{\bar{\mathbf{M}}} \mathbf{v} \quad (4.48)$$

Sử dụng tính chất đối xứng lệch của ma trận $\dot{\bar{\mathbf{M}}} - 2\bar{\mathbf{C}}$ ta có

$$\mathbf{v}^T (\dot{\bar{\mathbf{M}}} - 2\bar{\mathbf{C}}) \mathbf{v} = 0 \rightarrow \mathbf{v}^T \dot{\bar{\mathbf{M}}} \mathbf{v} = 2\mathbf{v}^T \bar{\mathbf{C}} \mathbf{v} \quad (4.49)$$

Thế (4.49) vào (4.48) ta được

$$\dot{V}(t) = \mathbf{v}^T (\bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{C}} \mathbf{v}) \quad (4.50)$$

Ta chọn $\hat{\mathbf{r}}_a = \mathbf{u}$, từ luật điều khiển (4.45) và (4.39) ta suy ra

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s})(\ddot{\mathbf{q}}_a - \ddot{\mathbf{q}}_a^d) + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})(\dot{\mathbf{q}}_a^d - \dot{\mathbf{q}}_a^d) + \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s})\Lambda \dot{\mathbf{e}}_a + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\Lambda \mathbf{e}_a \\ = -\bar{\mathbf{h}} - \mathbf{K}_{PD} \mathbf{v} - \mathbf{K}_S \text{sign}(\mathbf{v}) \end{aligned} \quad (4.51)$$

Từ (4.51) ta có

$$\bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{C}} \mathbf{v} = -[\mathbf{K}_{PD} \mathbf{v} + \mathbf{K}_S \text{sign}(\mathbf{v}) + \bar{\mathbf{h}}(\mathbf{v})] \quad (4.52)$$

Thế (4.52) vào (4.50) ta được

$$\dot{V}(t) = -\mathbf{v}^T \mathbf{K}_{PD} \mathbf{v} - \mathbf{v}^T \mathbf{K}_S \text{sign}(\mathbf{v}) - \mathbf{v}^T \bar{\mathbf{h}} \quad (4.53)$$

Do $\mathbf{K}_{pd}, \mathbf{K}_S$ là các ma trận đường chéo cấp n_a nên từ (4.53) ta có

$$\dot{V}(t) = -\sum_{i=1}^{n_a} k_i^{pd} v_i^2 - \sum_{i=1}^{n_a} k_i^S v_i \text{sign}(v_i) - \sum_{i=1}^{n_a} v_i h_{ai} \quad (4.54)$$

Do $v_i \text{sign}(v_i) = |v_i|$ nên biểu thức (4.54) có dạng

$$\dot{V}(t) = -\sum_{i=1}^{n_a} k_{PDi} v_i^2 - \sum_{i=1}^{n_a} k_{Si} |v_i| - \sum_{i=1}^{n_a} v_i h_{ai} \quad (4.55)$$

Giả sử $|h_{ai}| \leq h_0$. Khi đó từ (4.55) ta có:

$$\dot{V}(t) \leq -\sum_{i=1}^{n_a} k_{PDi} v_i^2 - \sum_{i=1}^{n_a} (k_{Si} - h_0) |v_i| \quad (4.56)$$

Nếu chọn các thành phần các ma trận đường chéo \mathbf{K}_S sao cho $k_{Si} > |h_{ai}|$ thì $\dot{V}(t) < 0$. Khi đó $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{0}$ khi $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0}$.

Chú ý: Trong bộ điều khiển trượt (4.45) có thành phần không liên tục $\mathbf{K}_S \text{sign}(\mathbf{v})$ nên khi hệ thống làm việc sẽ xuất hiện những dao động không mong muốn có tần số cao xung quanh mặt trượt và có biên độ phụ thuộc vào độ lớn các phần tử k_i^S của ma trận \mathbf{K}_S . Hiện tượng này được gọi là hiện tượng “chattering” làm ảnh hưởng đến chất lượng điều khiển. Để khắc phục hiện tượng này ta có thể thay hàm $\text{sign}(\mathbf{v})$ bằng hàm $\frac{2}{\pi} \arctan(\mathbf{v})$.

4.2.2.4 Điều khiển robot song song theo nguyên lý trượt sử dụng mạng nơ ron

Tương tự như điều khiển trượt, phương trình của robot cũng chỉ viết được một cách gần đúng như (4.36), mặt trượt cũng được chọn dưới dạng PD như (4.41) và tổng các thành phần chưa được xác định của hệ động lực (4.40) hàm $\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$ được viết lại một cách hình thức như sau:

$$\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{v}) := \bar{\mathbf{h}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \quad (4.57)$$

Tính bất định của hàm $\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{v})$ chính là nguyên nhân làm giảm chất lượng của quá trình điều khiển. Nếu chúng ta thực hiện bù thành phần phi tuyến bất định này thì chất lượng của quá trình điều khiển có thể được cải thiện. Theo định lý Stone-Weirtrass [1] ta có thể chọn được một mạng nơ ron nhân tạo có khả năng xấp xỉ một hàm phi tuyến với độ chính xác cho trước. Để xấp xỉ hàm $\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{v})$ ta chọn cấu trúc mạng như sau

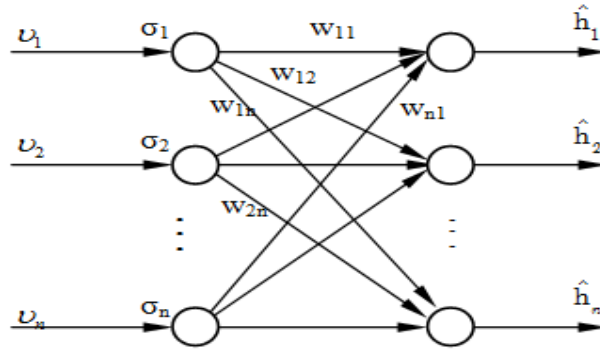
$$\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{v}) = \mathbf{W}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\varepsilon} = \hat{\mathbf{h}}(\mathbf{v}) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.58)$$

trong đó \mathbf{W} là ma trận vuông cấp n_a , $\hat{\mathbf{h}}(\mathbf{v}) = [\hat{h}_1, \hat{h}_2, \dots, \hat{h}_{n_a}]^T = \mathbf{W}\boldsymbol{\sigma}$ là xấp xỉ của $\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{v})$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ là sai số của xấp xỉ. Nếu $\|\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{v})\| \leq h_0$, thì ta có thể có $\|\boldsymbol{\varepsilon}\| \leq \varepsilon_0$.

Kí hiệu \mathbf{w}_i là véc tơ cột thứ i của ma trận \mathbf{W} , ta có

$$\hat{\mathbf{h}} = [\hat{h}_1, \hat{h}_2, \dots, \hat{h}_{n_a}]^T = \mathbf{W}\boldsymbol{\sigma} = \sum_{i=1}^{n_a} \sigma_i \mathbf{w}_i \quad (4.59)$$

Trong luận án này mạng nơ ron nhân tạo được chọn sử dụng là mạng nơ ron RBF (Radial Basis Function) [1] có cấu trúc như Hình 4.3:



Hình 4.3: Mạng nơ ron RBF

Cấu trúc này đã được chứng minh có khả năng xấp xỉ một hàm phi tuyến và đạt độ chính xác $\boldsymbol{\varepsilon}$ cho trước với số nút nơ ron hữu hạn.

Chọn hàm tác động σ_i dạng phân bố Gauss dạng:

$$\sigma_i = \exp \left[-\frac{(v_i - C_i)^2}{\chi_i^2} \right] \quad (4.60)$$

trong đó C_i là trọng tâm, còn χ_i^2 tham số chuẩn hóa của luật Gauss. Chúng được chọn tùy ý. Khi đó xấp xỉ hàm $\hat{\mathbf{h}}$ có các thành phần như sau:

$$\hat{h}_i = \sum_{j=1}^{n_a} \sigma_j w_{ji}, \quad i = 1.., n_a \quad (4.61)$$

Trong đó w_{ji} là các trọng số kết nối giữa nơ ron lớp ẩn và đầu ra của mạng nơ ron xấp xỉ. Bài toán điều khiển bây giờ được phát biểu như sau: Tìm luật điều khiển \mathbf{u} với thuật học w_{ji} của mạng nơ ron sao cho $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{0}$ và sai số vị trí $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0}$. Từ đó suy ra $\mathbf{q}_a(t) \rightarrow \mathbf{q}_a^d(t)$. Về bài toán này ta có định lý sau:

Định lý: Quỹ đạo $\mathbf{q}_a(t)$ của hệ động lực (4.36) với mạng nơ ron (4.59), (4.61) và mặt trượt (4.41) sẽ bám theo quỹ đạo mong muốn $\mathbf{q}_a^d(t)$ với sai số $\mathbf{e}(t) = \mathbf{q}_a(t) - \mathbf{q}_a^d(t) \rightarrow \mathbf{0}$. Nếu ta chọn luật điều khiển \mathbf{u} và thuật học mạng nơ ron như sau:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) \ddot{\mathbf{q}}_a^d + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \dot{\mathbf{q}}_a^d + \bar{\mathbf{g}} + \bar{\mathbf{d}} - \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) \Lambda \dot{\mathbf{e}}_a - \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \Lambda \mathbf{e}_a - \mathbf{K} \mathbf{v} - \gamma \frac{\mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|} + (1 + \eta) \mathbf{W} \boldsymbol{\sigma} \quad (4.62)$$

$$\dot{\mathbf{w}}_i = -\eta \sigma_i \mathbf{v} \quad (4.63)$$

trong đó ma trận \mathbf{K} là ma trận đối xứng cấp n_a xác định dương, các tham số tự chọn $\eta > 0$, $\gamma > 0$.

Chứng minh: Chúng ta sẽ chứng minh định lý này bằng cách áp dụng phương pháp trực tiếp Lyapunov về ổn định tiệm cận.

$$\text{Chọn hàm xác định dương: } V(t) = \frac{1}{2} \left[\mathbf{v}^T \bar{\mathbf{M}} \mathbf{v} + \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{w}_i^T \mathbf{w}_i \right]$$

Do $\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s})$ là ma trận đối xứng, xác định dương nên $V(t) > 0$ với mọi $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}, \mathbf{w}_i \neq \mathbf{0}$ và $V(t) = 0$ khi và chỉ khi $\mathbf{v} = \mathbf{0}, \mathbf{w}_i = \mathbf{0}$.

Đạo hàm hàm $V(t)$ theo thời gian ta được

$$\dot{V}(t) = \mathbf{v}^T \bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{v}} + \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \dot{\bar{\mathbf{M}}} \mathbf{v} + \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{w}_i^T \dot{\mathbf{w}}_i \quad (4.64)$$

Sử dụng tính chất đối xứng lệch của ma trận $\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) - 2\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$ ta có

$$\mathbf{v}^T \left(\dot{\bar{\mathbf{M}}} - 2\bar{\mathbf{C}} \right) \mathbf{v} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{v}^T \dot{\bar{\mathbf{M}}} \mathbf{v} = 2\mathbf{v}^T \bar{\mathbf{C}} \mathbf{v} \quad (4.65)$$

Chú ý đến (4.65) phương trình (4.64) có dạng

$$\dot{V}(t) = \mathbf{v}^T \left(\bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{C}} \mathbf{v} \right) + \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{w}_i^T \dot{\mathbf{w}}_i \quad (4.66)$$

Chọn $\mathbf{u} = \boldsymbol{\tau}_a$, từ hai phương trình (4.62) và (4.63) ta suy ra

$$\bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{C}} \mathbf{v} = - \left[\mathbf{K} \mathbf{v} + \gamma \frac{\mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|} - (1 + \eta) \mathbf{W} \boldsymbol{\sigma} + \bar{\mathbf{h}}(\mathbf{v}) \right] \quad (4.67)$$

Thế phương trình (4.67) vào phương trình (4.66) ta được

$$\dot{V}(t) = \mathbf{v}^T \left[-\mathbf{K} \mathbf{v} - \gamma \frac{\mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|} + \eta \mathbf{W} \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\varepsilon} \right] + \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{w}_i^T \dot{\mathbf{w}}_i \quad (4.68)$$

Chú ý đến thuật học (4.63) thành phần cuối trong (4.68) có dạng

$$\sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{w}_i^T \dot{\mathbf{w}}_i = -\eta \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{w}_i^T \mathbf{v} \boldsymbol{\sigma}_i = -\eta \mathbf{v}^T \mathbf{w} \boldsymbol{\sigma} \quad (4.69)$$

Thay (4.69) vào (4.68) ta được

$$\dot{V}(t) = -\mathbf{v}^T \mathbf{K} \mathbf{v} - \gamma \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|} - \mathbf{v}^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.70)$$

Nếu chọn $\gamma = \delta + \varepsilon_0$, với $\delta > 0$, ta có

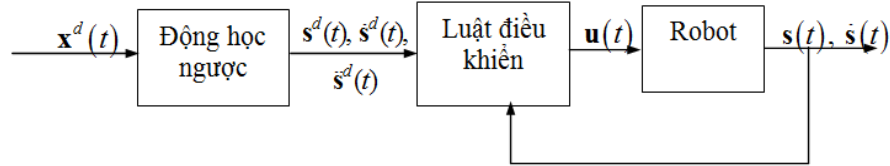
$$\dot{V}(t) = -\mathbf{v}^T \mathbf{K} \mathbf{v} - \delta \|\mathbf{v}\| - (\varepsilon_0 \|\mathbf{v}\| + \mathbf{v}^T \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (4.71)$$

Do $\|\boldsymbol{\varepsilon}\| < \varepsilon_0$ nên $\dot{V}(t) < 0$ với mọi $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$. Và $\dot{V}(t) = 0$ chỉ khi $\mathbf{v} = \mathbf{0}$. Theo định lý Liapunov về ổn định tiệm cận thì $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{0}$ khi $t \rightarrow \infty$. Do đó ta suy ra $\mathbf{e}_a(t) = \mathbf{q}_a(t) - \mathbf{q}_a^d(t) \rightarrow \mathbf{0}$.

4.3 Mô phỏng số các luật điều khiển cho robot song song Delta không gian dựa trên các mô hình động lực

4.3.1 Sơ đồ mô phỏng số các phương pháp điều khiển

Từ các lý thuyết đã trình bày ở trên ta xây dựng sơ đồ điều khiển cho robot như hình vẽ sau:



Hình 4.4: Sơ đồ điều khiển robot

Sơ đồ điều khiển bao gồm ba khối: Động học ngược, Luật điều khiển và khối Robot.

Khối Động học ngược làm nhiệm vụ giải bài toán động học ngược robot với đầu vào là chuyển động mong muốn của khâu thao tác $\mathbf{x}^d(t)$, đầu ra của khối là vị trí mong muốn, vận tốc mong muốn, gia tốc mong muốn các tọa độ khớp $\mathbf{s}^d(t)$, $\dot{\mathbf{s}}^d(t)$, $\ddot{\mathbf{s}}^d(t)$ của robot.

Khối Luật điều khiển làm nhiệm vụ tính luật điều khiển PD, PID, luật điều khiển trượt và luật điều khiển theo nguyên lý trượt sử dụng mạng nơ ron, các luật điều khiển này được thiết kế dựa trên phương trình chuyển động của mô hình 1 và mô hình 2 của mỗi robot.

Khối Robot mô phỏng mô hình robot thực, có đầu vào là các lực điều khiển và đầu ra là các vị trí và vận tốc các tọa độ khớp thực tế của robot. Trong mô phỏng số khối này làm nhiệm vụ giải bài toán động lực học thuận robot. Trong luận án này với mỗi luật điều khiển ta mô phỏng hai trường hợp: mô hình robot thực được biết chính xác và không có nhiều khi đó ta sử dụng phương trình chuyển động (4.3), (4.4), mô hình robot thực có sai số và nhiều khi đó ta vẫn sử dụng phương trình chuyển động (4.3), (4.4) nhưng các tham số động lực $\mathbf{M}(\mathbf{s})$, $\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$, $\mathbf{g}(\mathbf{s})$ được thay thế bằng $\mathbf{M}(\mathbf{s}) + \Delta\mathbf{M}(\mathbf{s})$, $\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) + \Delta\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$, $\mathbf{g}(\mathbf{s}) + \Delta\mathbf{g}(\mathbf{s})$ và thêm véc tơ lực gây nhiễu $\mathbf{d}(\mathbf{s})$.

Một chương trình tính toán động học ngược, động lực học ngược và điều khiển robot song song Delta được xây dựng dựa trên các thuật toán đã trình bày ở trên. Chương trình này có tên là DELTA-IMECH (xem phụ lục). Khi tính toán có sự trợ giúp của phần mềm đa năng MATLAB. Các kết quả mô phỏng số trong luận án này được thực hiện bằng chương trình này.

4.3.2 Mô phỏng số các phương pháp điều khiển robot song song Delta không gian 3RUS

4.3.2.1 Bộ số liệu robot mô phỏng và các tham số bộ điều khiển

Trong phần này ta mô phỏng số với bộ số liệu của robot đã cho ở Bảng 1.2 và quỹ đạo chuyển động mong muốn của khâu thao tác như sau:

$$x_p^d = 0.3 \cos(2\pi t); y_p^d = 0.3 \sin(2\pi t); z_p^d = -0.7(m)$$

Điều kiện đầu, vị trí điểm P tâm của khâu thao tác tại được cho:

$$x_p(t=0) = 0.31; y_p(t=0) = -0.01; z_p(t=0) = -0.695$$

Các tham số bộ điều khiển:

1. Bộ điều khiển PD

$$\mathbf{K}_p = \text{diag}(800, 800, 800), \mathbf{K}_D = \text{diag}(100, 100, 100)$$

2. Bộ điều khiển PID

$$\mathbf{K}_p = \text{diag}(800, 800, 800), \mathbf{K}_D = \text{diag}(100, 100, 100), \mathbf{K}_I = \text{diag}(150, 150, 150)$$

3. Bộ điều khiển trượt

$$\mathbf{K}_{pd} = \text{diag}(20, 20, 20), \mathbf{K}_s = \text{diag}(20, 20, 20), \mathbf{\Lambda} = \text{diag}(10, 10, 10)$$

4. Bộ điều khiển trượt sử dụng mạng nơ ron

$$\mathbf{K} = \text{diag}(20, 20, 20); \mathbf{\Lambda} = \text{diag}(10, 10, 10); \eta = 1.1; \gamma = 200;$$

$$\chi_1 = 1; \chi_2 = 2; \chi_3 = 3; c_1 = 0.01; c_2 = 0.02; c_3 = 0.03;$$

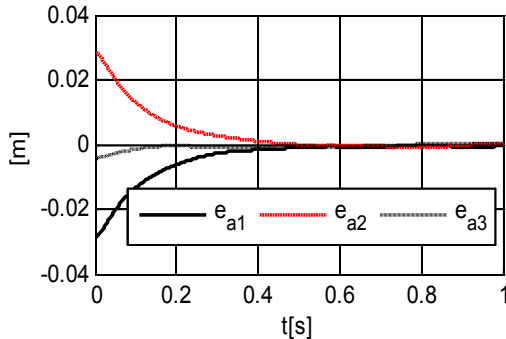
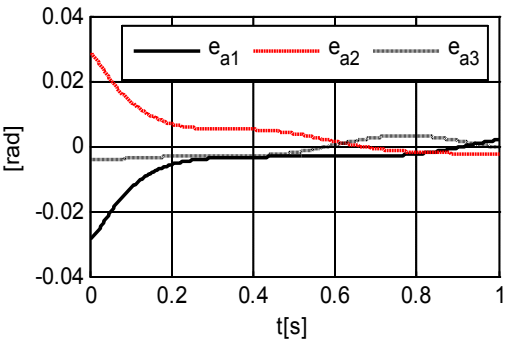
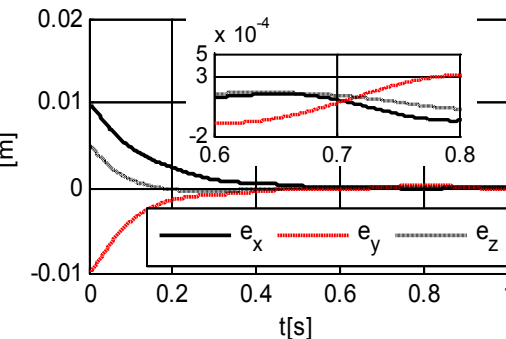
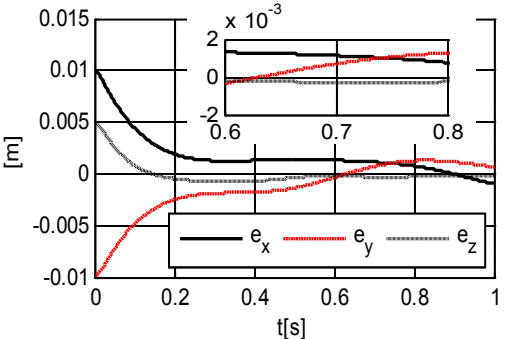
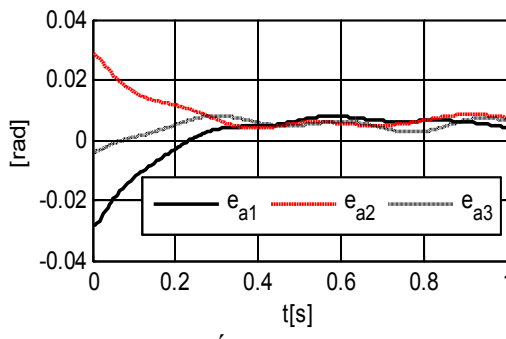
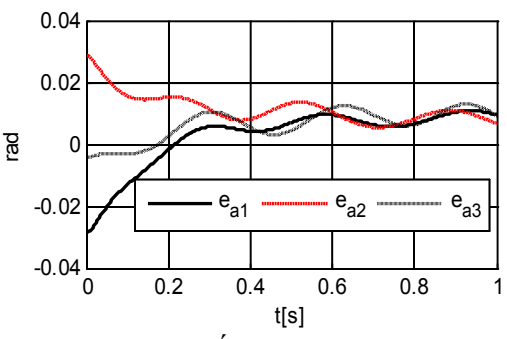
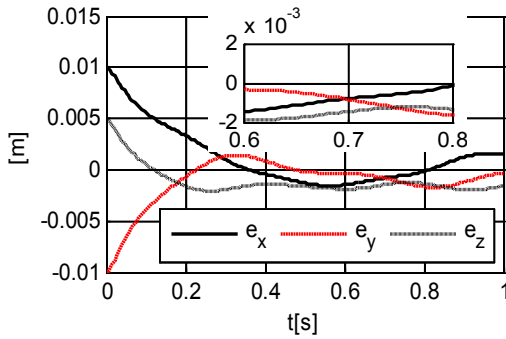
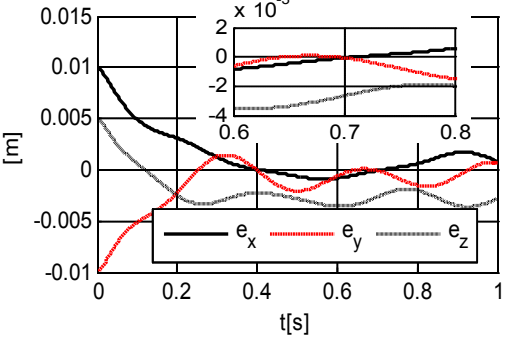
Trong luận án này khi mô phỏng trường hợp mô hình robot thực có sai số và nhiễu thì phần bắt định các tham số mô hình của robot và nhiễu được lấy như sau:

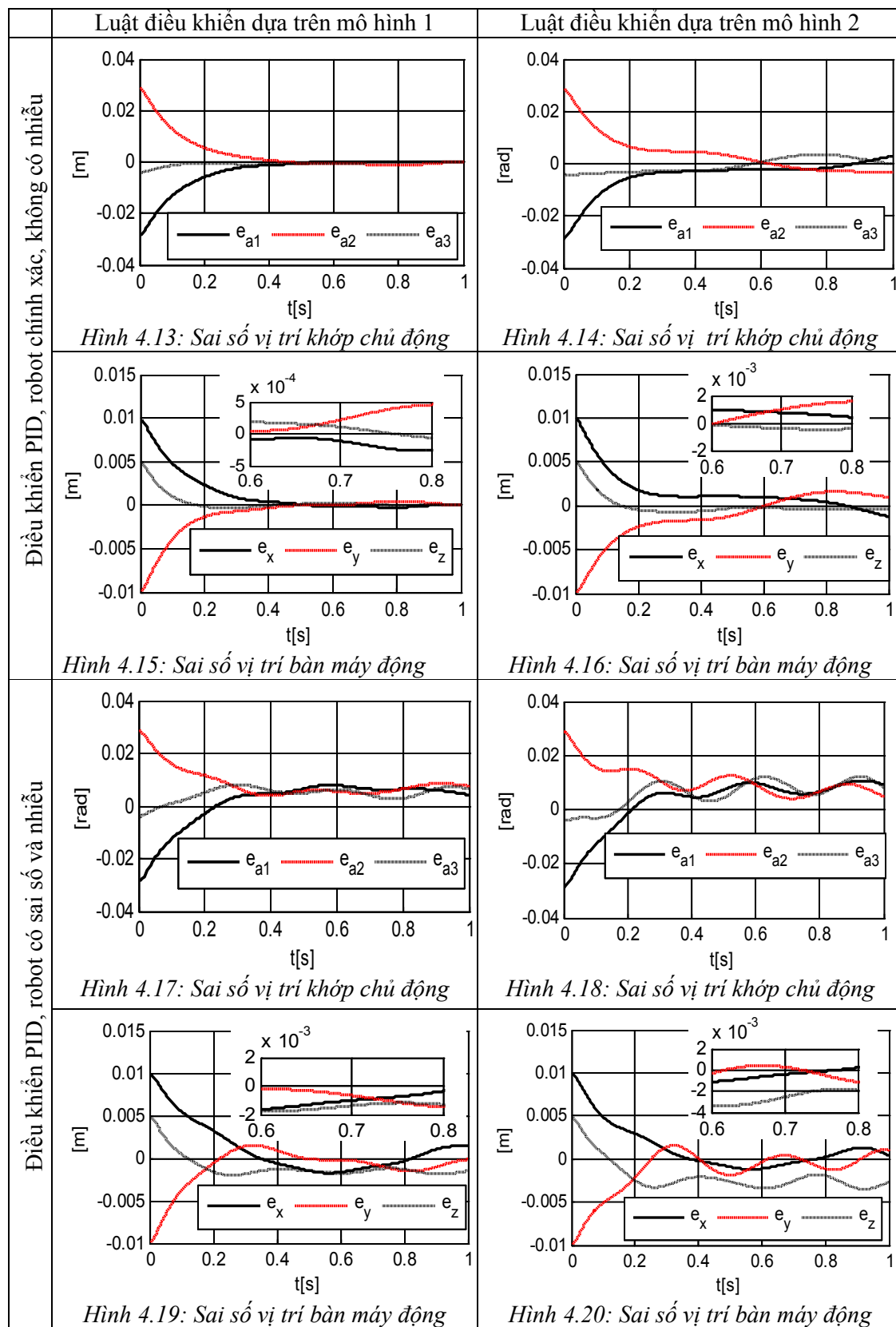
$$\Delta \mathbf{M}(\mathbf{s}) = 20\% \mathbf{M}(\mathbf{s}); \Delta \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = 20\% \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}); \Delta \mathbf{g}(\mathbf{s}) = 20\% \mathbf{g}(\mathbf{s})$$

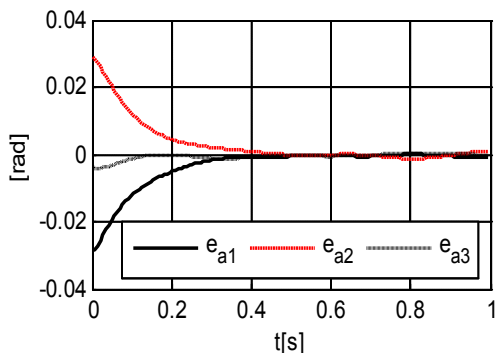
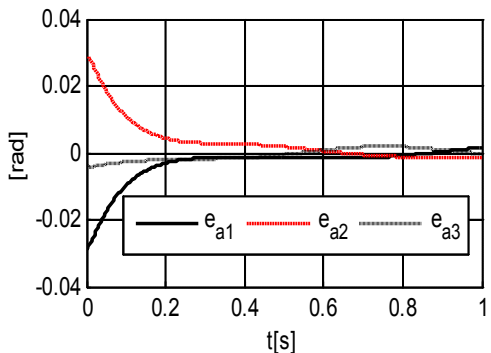
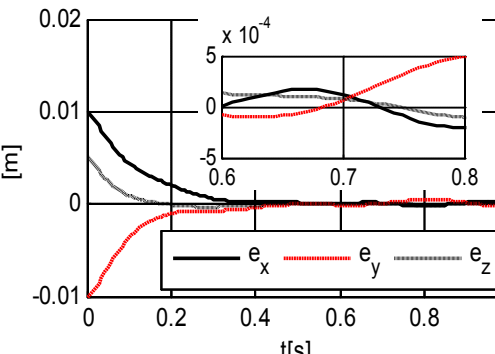
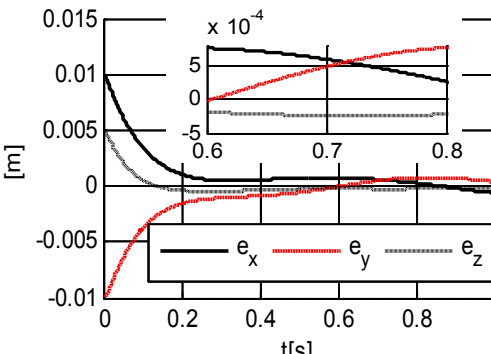
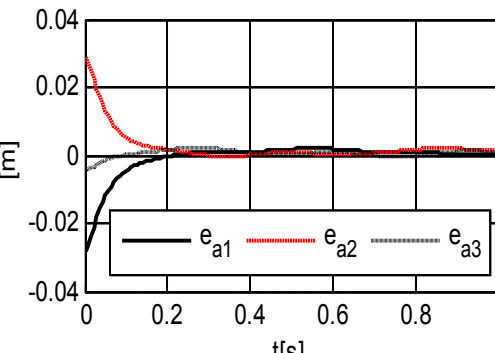
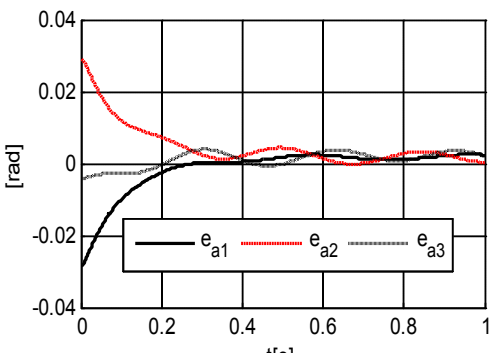
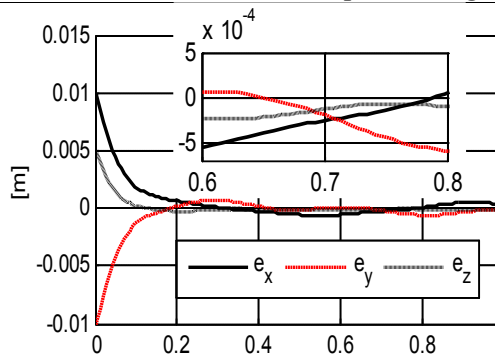
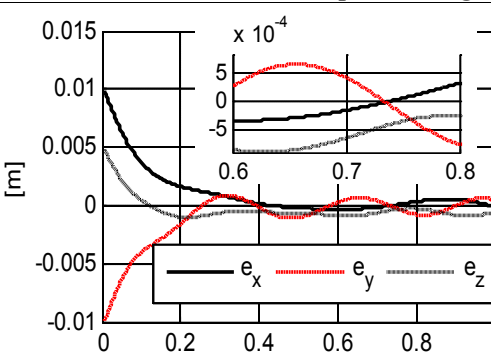
$$\mathbf{d}(t) = [\sin 20t \quad \cos 20t \quad \sin 20t \quad \cos 20t \dots]^T_{1 \times 12}$$

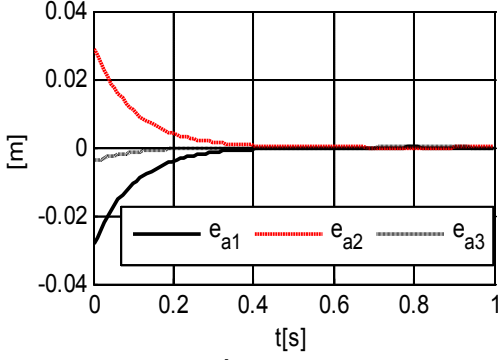
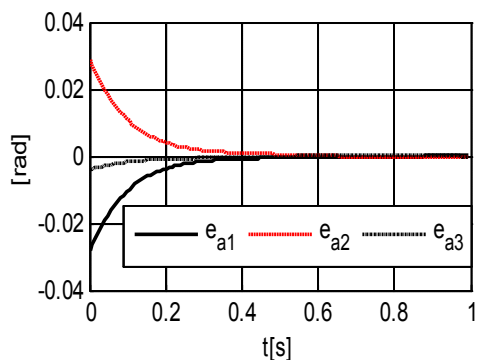
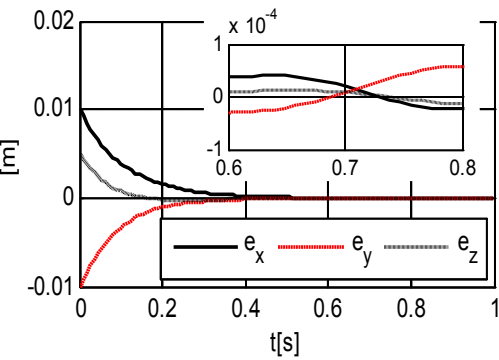
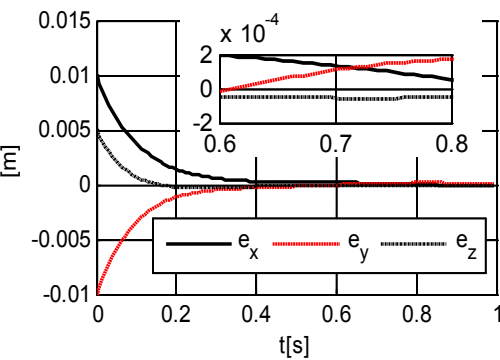
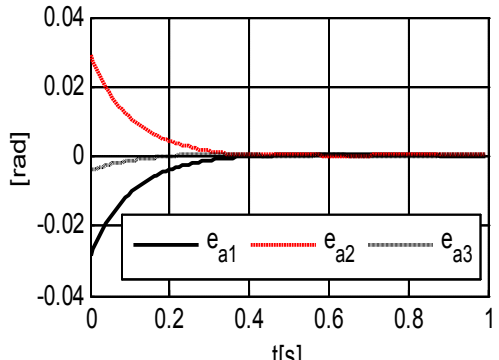
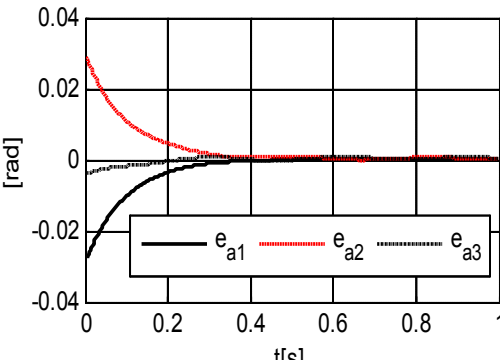
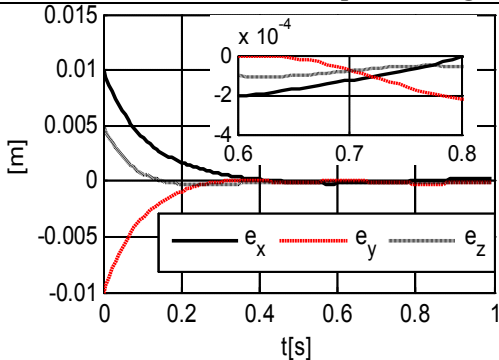
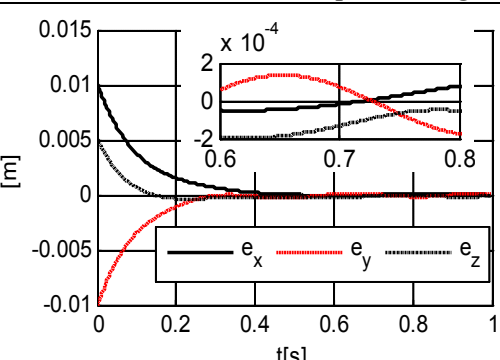
4.3.2.2 Kết quả mô phỏng số các phương pháp điều khiển của robot Delta 3RUS

Bảng 4.1: Bảng so sánh sai số bám quỹ đạo của robot

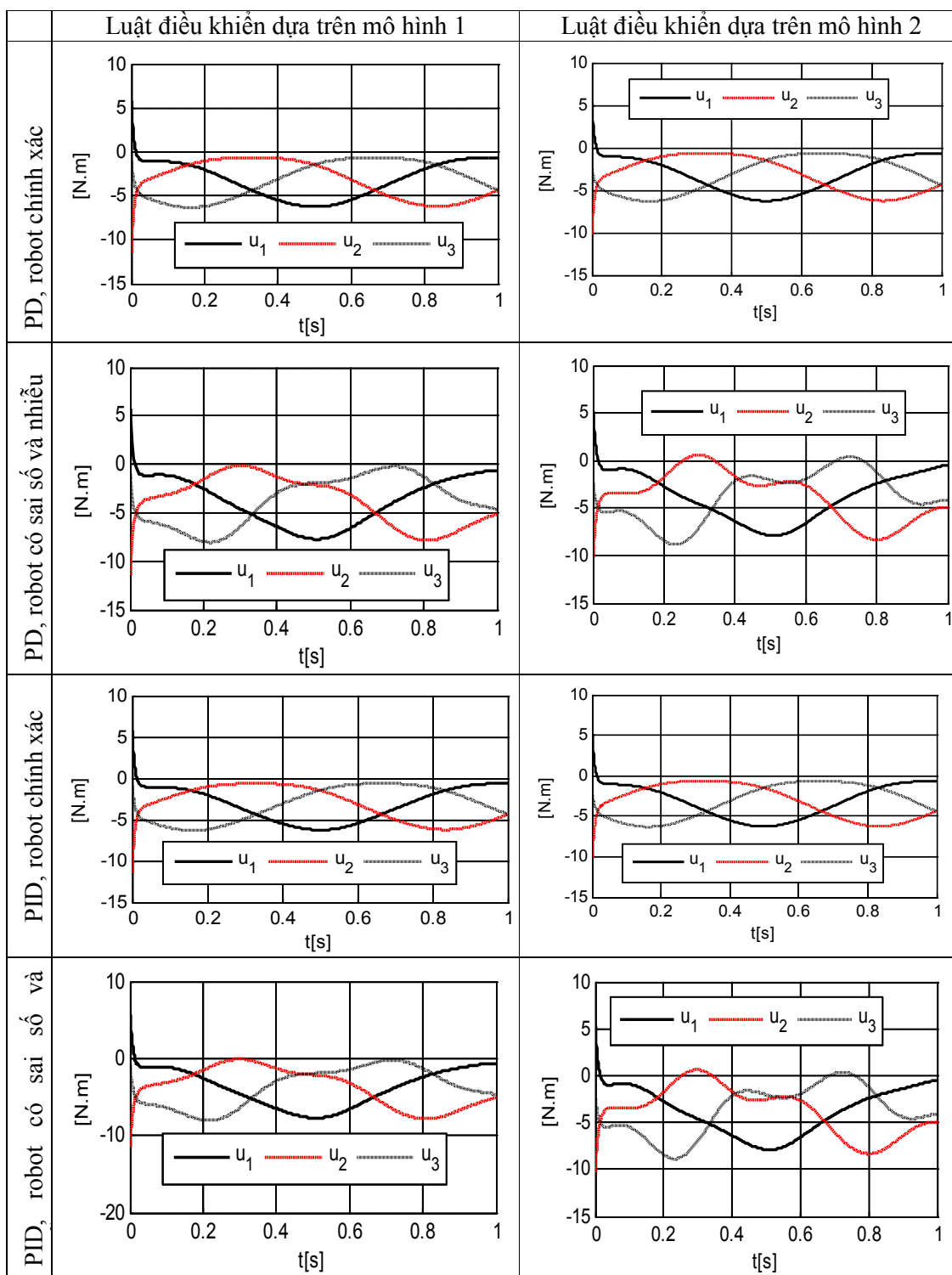
	Luật điều khiển dựa trên mô hình 1	Luật điều khiển dựa trên mô hình 2
Điều khiển PD, robot chính xác, không có nhiễu	 <p>Hình 4.5: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.6: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.7: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.8: Sai số vị trí bàn máy động</p>
Điều khiển PD, robot có sai số và có nhiễu	 <p>Hình 4.9: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.10: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.11: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.12: Sai số vị trí bàn máy động</p>

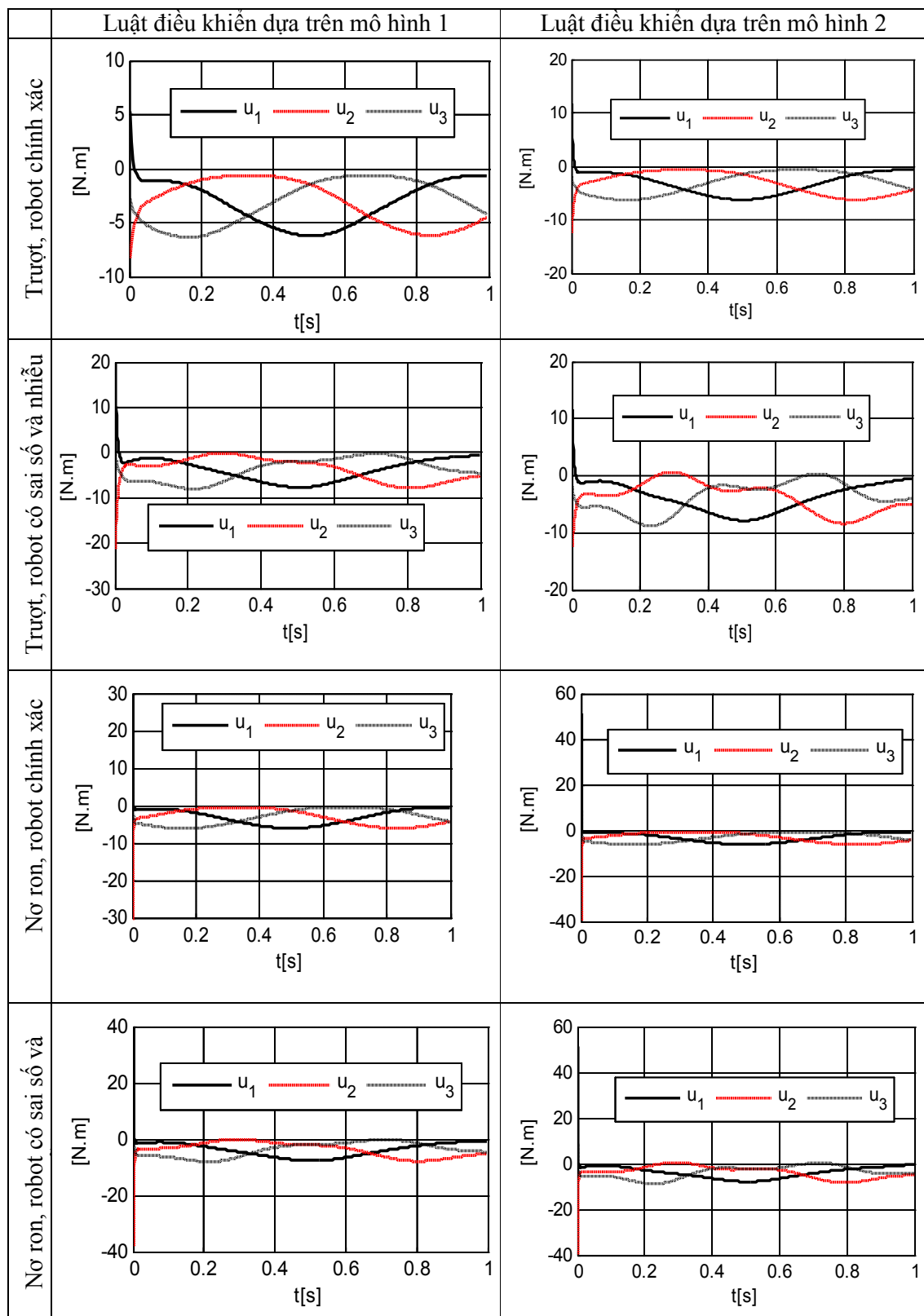


	Luật điều khiển dựa trên mô hình 1	Luật điều khiển dựa trên mô hình 2
Điều khiển trượt, robot chính xác, không có nhiễu	 <p>Hình 4.21: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.22: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.23: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.24: Sai số vị trí bàn máy động</p>
Điều khiển trượt, robot có sai số và nhiễu	 <p>Hình 4.25: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.26: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.27: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.28: Sai số vị trí bàn máy động</p>

	Luật điều khiển dựa trên mô hình 1	Luật điều khiển dựa trên mô hình 2
Điều khiển trượt nơ ron, robot chỉnh xác, không nhiễu	 <p>Hình 4.29: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.30: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.31: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.32: Sai số vị trí bàn máy động</p>
Điều khiển trượt sử dụng nơ ron, robot có sai số và nhiễu	 <p>Hình 4.33: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.34: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.35: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.36: Sai số vị trí bàn máy động</p>

Bảng 4.2: Bảng so sánh lực điều khiển robot





4.3.2.3 Nhận xét các kết quả mô phỏng số

Các luật điều khiển được thiết kế dựa trên mô hình 2 dễ dàng hơn các luật điều khiển được thiết kế dựa trên mô hình 1 rất nhiều, tại vì:

Thiết kế các luật điều khiển dựa trên mô hình động lực ta phải thiết lập được phương trình động lực của robot. Việc thiết lập phương trình động lực của mô hình 1 khó và phức tạp hơn mô hình 2 rất nhiều. Vì khi thiết lập phương trình động lực mô hình 1 ta phải cần đến công cụ tính toán mới như tích Kronecker, phương trình công kênh và phức tạp bao gồm 12 phương trình vi phân và 9 phương trình đại số. Khi thiết lập phương trình động lực mô hình 2 ta chỉ cần áp dụng trực tiếp phương trình Lagrange loại dạng nhân tử từ biểu thức động năng, thế năng và các phương trình liên kết, phương trình động lực chỉ bao gồm 6 phương trình vi phân và 3 phương trình liên kết.

Khi sử dụng luật điều khiển PD, PID để điều khiển robot thực đã biết chính xác các tham số động lực và không có nhiễu thì khi sử dụng mô hình 2 để thiết kế luật điều khiển cho kết quả kém chính xác hơn khi ta sử dụng mô hình 1 ($\sim 10^{-3}$ m so với $\sim 10^{-4}$ m, so sánh Hình 4.5 với Hình 4.6, Hình 4.7 với Hình 4.8, Hình 4.13 với Hình 4.14, Hình 4.15 với Hình 4.16).

Khi sử dụng các luật điều khiển PD, PID để điều khiển robot thực khi không biết chính xác các tham số động lực và có nhiễu thì cả hai mô hình đều cho kết quả kém chính xác tương đương nhau ($\sim 10^{-3}$ m xem Hình 4.9 đến Hình 4.12, Hình 4.17 đến Hình 4.20).

Khi sử dụng các luật điều khiển trượt, điều khiển dựa trên nguyên lý trượt sử dụng mạng nơ ron để điều khiển robot thực biết chính xác các tham số động lực, không có nhiễu và khi robot thực không biết chính xác các tham số động lực và có nhiễu cho kết quả tốt tương đương nhau (độ chính xác đạt được $\sim 10^{-4}$ m xem từ Hình 4.21 đến Hình 4.36).

Như vậy khi sử dụng luật điều khiển trượt và điều khiển dựa trên nguyên lý trượt sử dụng mạng nơ ron thì ta chỉ cần sử dụng mô hình đơn giản để thiết kế các luật điều khiển này sẽ rất đơn giản mà vẫn cho kết quả tốt như khi ta sử dụng mô hình phức tạp.

Mô men điều khiển: Bảng 4.2 ta thấy với tại thời điểm đầu sai số vị trí của khớp chủ động và vị trí bàn máy động khá lớn nên mô men điều khiển tăng mạnh để đưa các sai số này tiến đến 0, sau khi sai số ổn định đồ thị mô men là đường cong trơn liên tục.

4.3.3 Mô phỏng số các phương pháp điều khiển robot song song Delta không gian 3PUS

4.3.3.1 Bộ số liệu robot mô phỏng và các tham số bộ điều khiển

Trong phần này ta mô phỏng số với bộ số liệu của robot đã cho ở Bảng 1.3 và quỹ đạo chuyển động mong muốn của khâu thao tác như sau:

$$x_p^d = -0.05 \cos(2\pi t); y_p^d = 0.05 \sin(2\pi t); z_p^d = -0.5 \text{ (m)}$$

Điều kiện đầu, vị trí tâm bàn máy động được cho:

$$x_p(t=0) = -0.04; y_p(t=0) = -0.01; z_p(t=0) = -0.495$$

Các tham số bộ điều khiển:

1. Bộ điều khiển PD

$$\mathbf{K}_p = \text{diag}(300, 300, 300), \mathbf{K}_D = \text{diag}(50, 50, 50)$$

2. Bộ điều khiển PID

$$\mathbf{K}_p = \text{diag}(300, 300, 300), \mathbf{K}_D = \text{diag}(50, 50, 50), \mathbf{K}_I = \text{diag}(80, 80, 80)$$

3. Bộ điều khiển trượt

$$\mathbf{K}_{pd} = \text{diag}(15, 15, 15), \mathbf{K}_s = \text{diag}(80, 80, 80), \mathbf{\Lambda} = \text{diag}(10, 10, 10)$$

4. Bộ điều khiển trượt sử dụng mạng nơ ron

$$\mathbf{K} = \text{diag}(15, 15, 15); \mathbf{\Lambda} = \text{diag}(10, 10, 10); \eta = 1.1; \gamma = 200;$$

$$\chi_1 = 1; \chi_2 = 2; \chi_3 = 3; c_1 = 0.01; c_2 = 0.02; c_3 = 0.03;$$

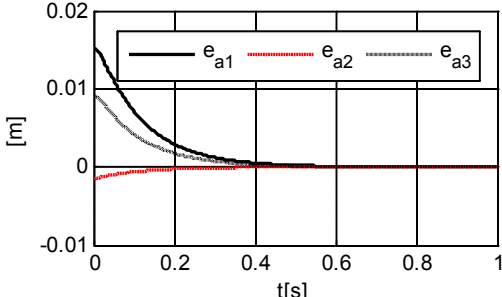
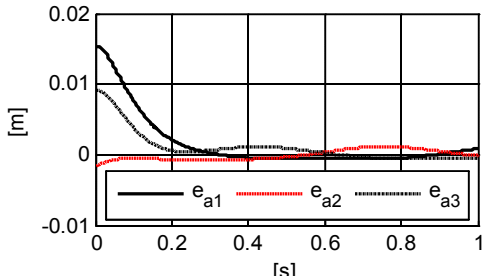
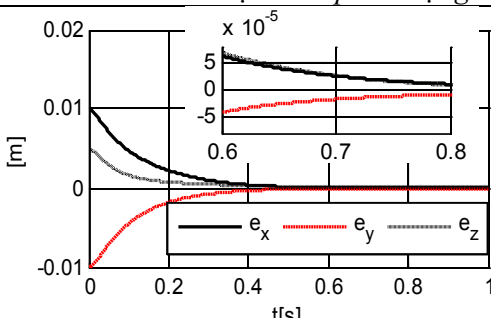
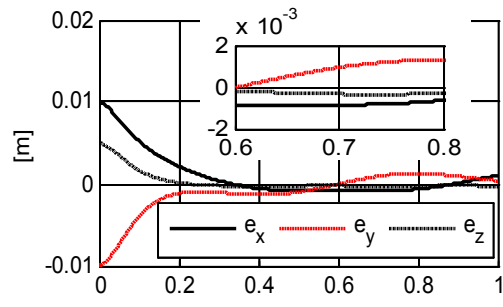
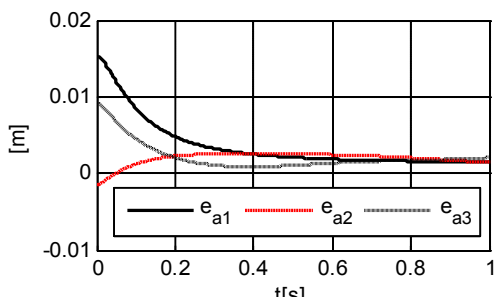
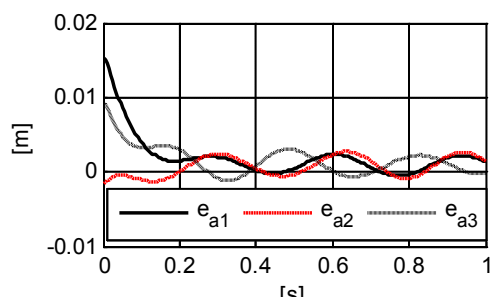
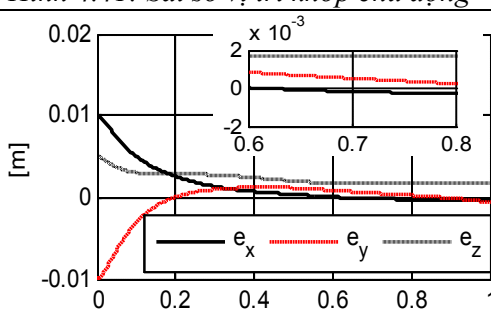
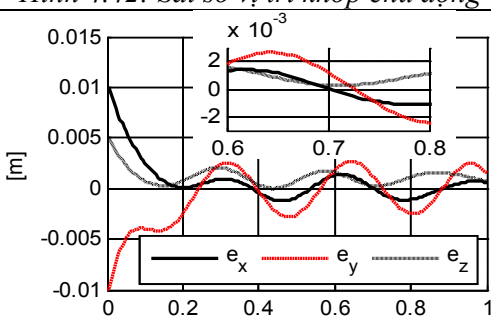
Trong luận án này khi mô phỏng trường hợp mô hình robot thực có sai số và nhiễu thì phần bất định các tham số mô hình của robot và nhiễu được lấy như sau:

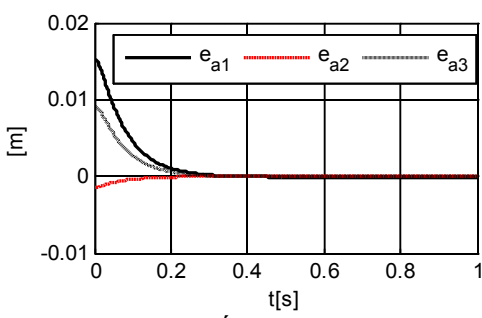
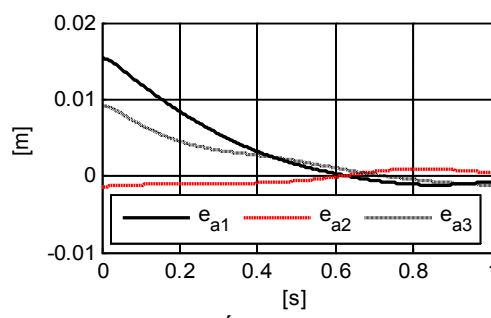
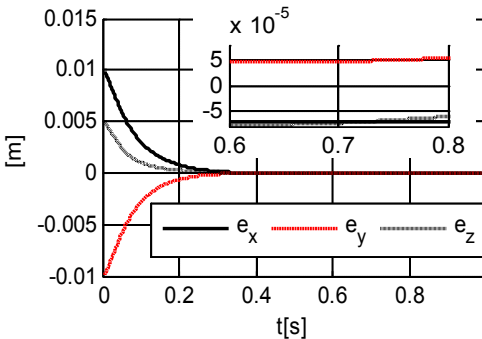
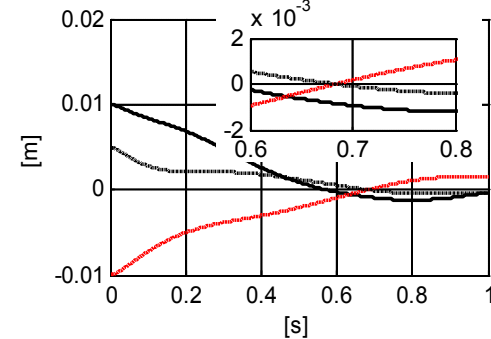
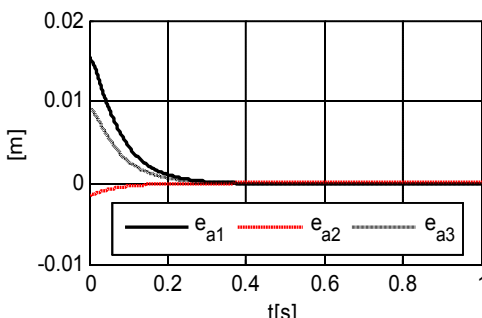
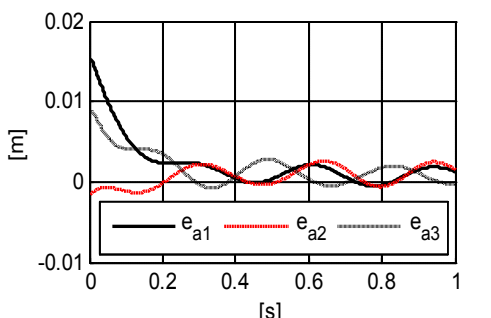
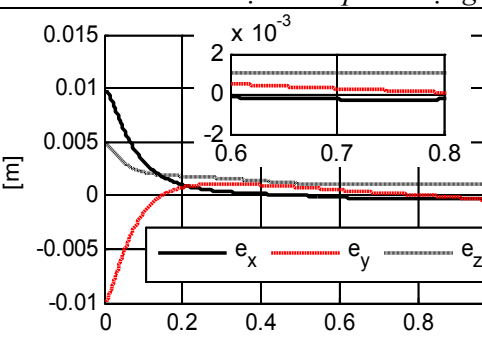
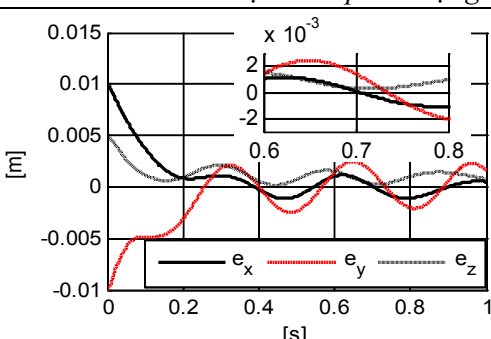
$$\Delta \mathbf{M}(\mathbf{s}) = 20\% \mathbf{M}(\mathbf{s}); \Delta \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) = 20\% \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}); \Delta \mathbf{g}(\mathbf{s}) = 20\% \mathbf{g}(\mathbf{s})$$

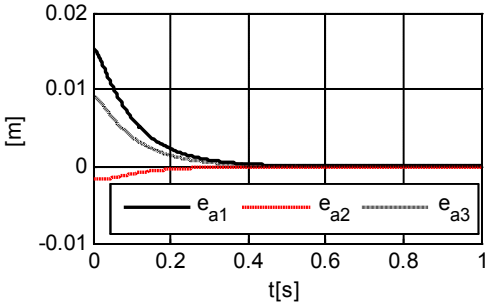
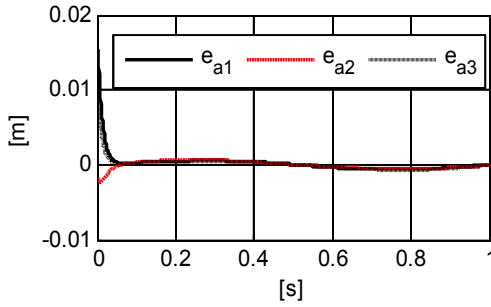
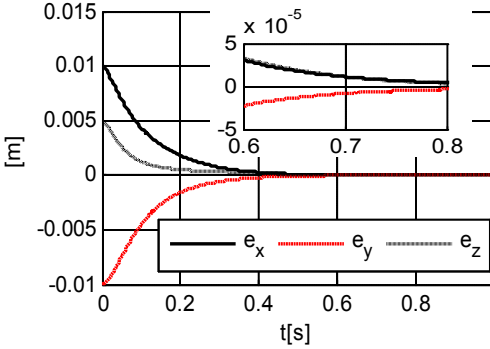
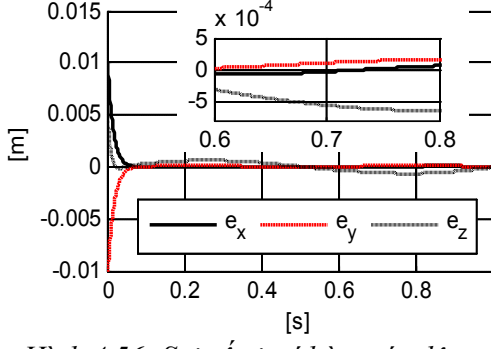
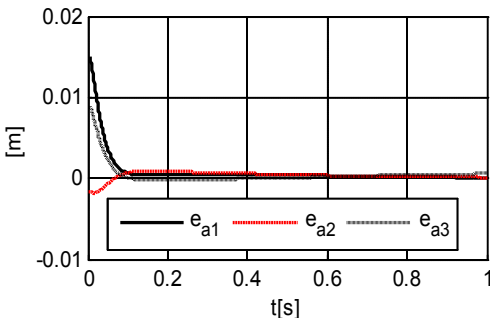
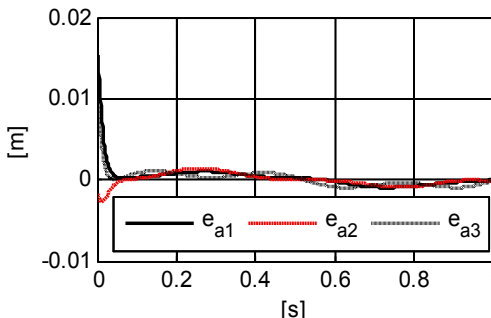
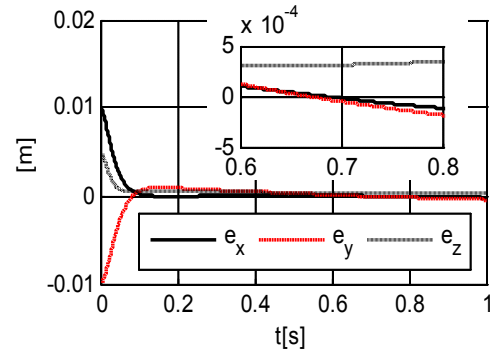
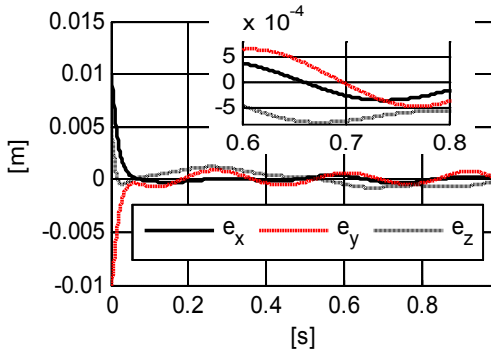
$$\mathbf{d}(t) = \frac{1}{3} [\sin 20t \quad \cos 20t \quad \sin 20t \quad \cos 20t \dots]^T_{1 \times 12}$$

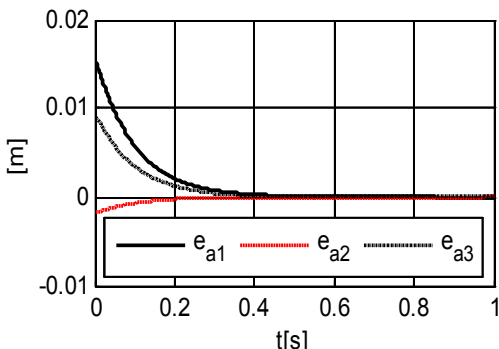
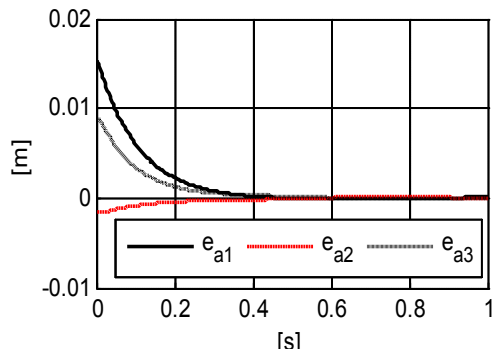
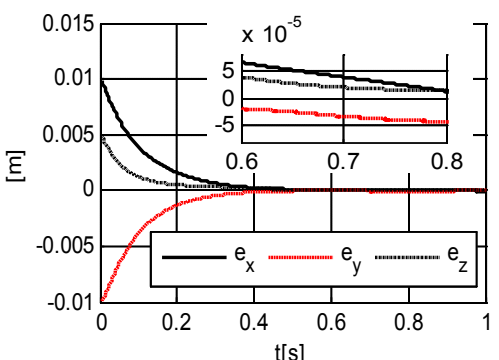
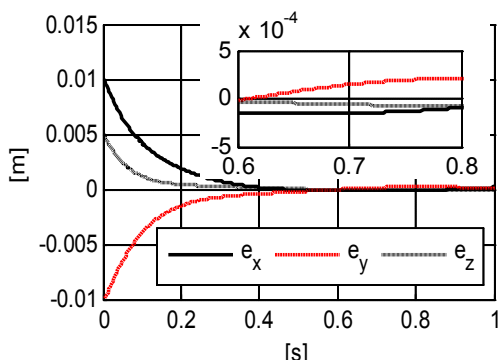
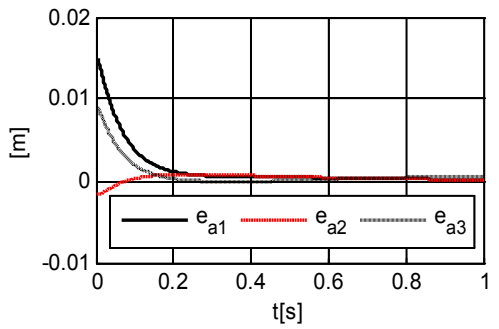
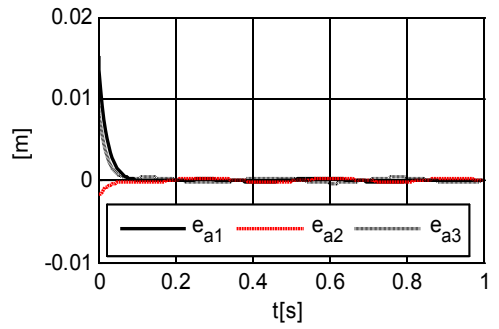
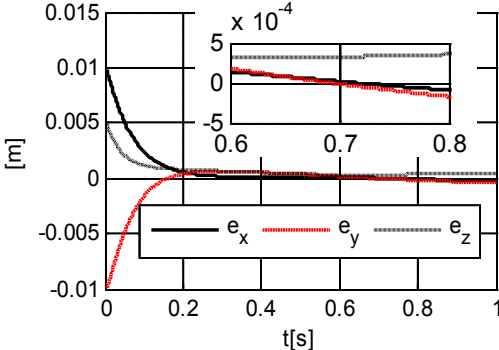
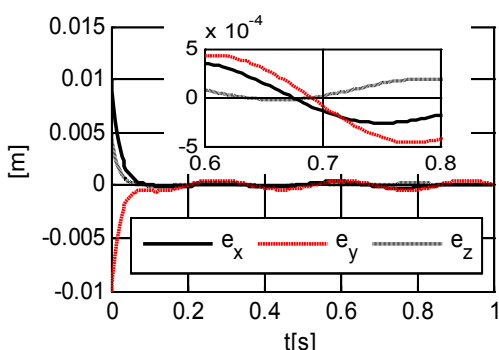
4.3.3.2 Kết quả mô phỏng số các phương pháp điều khiển của robot Delta 3PUS

Bảng 4.3: Bảng so sánh sai số bám quỹ đạo của robot

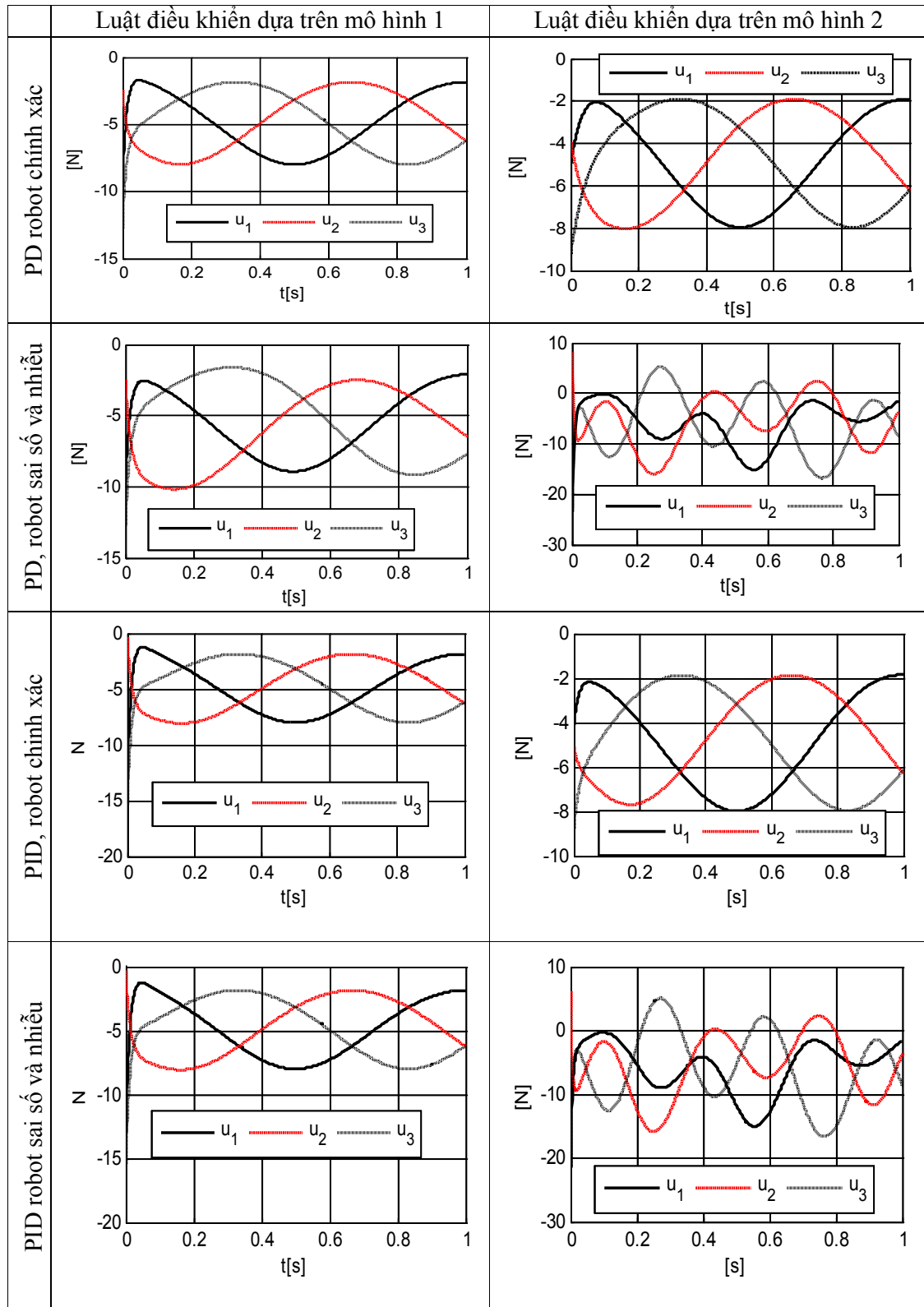
	Luật điều khiển dựa trên mô hình 1	Luật điều khiển dựa trên mô hình 2
Điều khiển PD, robot thực chính xác, không có nhiễu	 <p>Hình 4.37: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.38: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.39: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.40: Sai số vị trí bàn máy động</p>
Điều khiển PD robot thực không chính xác, có nhiễu	 <p>Hình 4.41: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.42: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.43: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.44: Sai số vị trí bàn máy động</p>

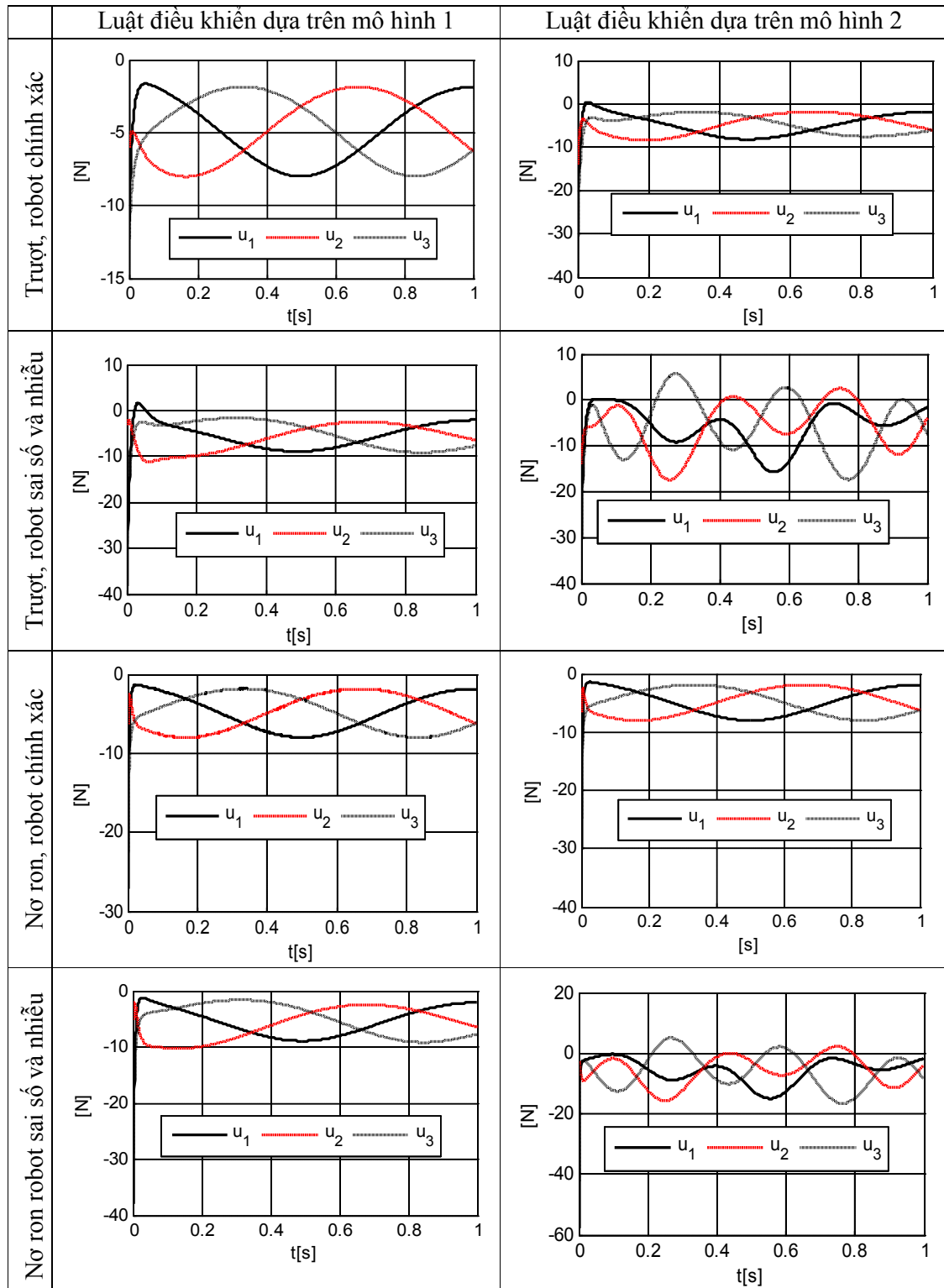
	Luật điều khiển dựa trên mô hình 1	Luật điều khiển dựa trên mô hình 2
Điều khiển PID robot thực chính xác, không có nhiễu	 <p>Hình 4.45: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.46: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.47: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.48: Sai số vị trí bàn máy động</p>
Điều khiển PID robot thực không chính xác, có nhiễu	 <p>Hình 4.49: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.50: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.51: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.52: Sai số vị trí bàn máy động</p>

	Luật điều khiển dựa trên mô hình 1	Luật điều khiển dựa trên mô hình 2
Điều khiển trượt robot thực chính xác, không có nhiễu	 <p>Hình 4.53: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.54: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.55: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.56: Sai số vị trí bàn máy động</p>
Điều khiển trượt robot thực không chính xác, có nhiễu	 <p>Hình 4.57: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.58: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.59: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.60: Sai số vị trí bàn máy động</p>

	Luật điều khiển dựa trên mô hình 1	Luật điều khiển dựa trên mô hình 2
Trượt sử dụng nơ ron robot chính xác, không nhiễu	 <p>Hình 4.61: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.62: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.63: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.64: Sai số vị trí bàn máy động</p>
Trượt sử dụng nơ ron robot không chính xác, có nhiễu	 <p>Hình 4.65: Sai số vị trí khớp chủ động</p>	 <p>Hình 4.66: Sai số vị trí khớp chủ động</p>
	 <p>Hình 4.67: Sai số vị trí bàn máy động</p>	 <p>Hình 4.68: Sai số vị trí bàn máy động</p>

Bảng 4.4: Bảng so sánh mô men điều khiển





4.3.3.3 Nhận xét các kết quả mô phỏng số

Các luật điều khiển được thiết kế dựa trên mô hình 2 dễ dàng hơn các luật điều khiển được thiết kế dựa trên mô hình 1 vì:

Thiết kế các luật điều khiển dựa trên mô hình động lực ta phải thiết lập được phương trình động lực của robot. Việc thiết lập phương trình động lực của mô hình 1 khó và phức tạp hơn mô hình 2 rất nhiều. Vì khi thiết lập phương trình động lực mô hình 1 ta phải cần đến công cụ tính toán mới như tích Kronecker, phương trình công kênh và phức tạp bao gồm 12 phương trình vi phân và 9 phương trình đại số. Khi thiết lập phương trình động lực mô hình 2 ta chỉ cần áp dụng trực tiếp phương trình Lagrange dạng nhân tử từ biểu thức động năng, thế năng và các phương trình liên kết, phương trình động lực chỉ bao gồm 6 phương trình vi phân và 3 phương trình liên kết.

Khi sử dụng luật điều khiển PD, PID để điều khiển robot thực đã biết chính xác các tham số động lực và không có nhiễu thì khi sử dụng mô hình 2 để thiết kế luật điều khiển cho kết quả kém chính xác hơn khi sử dụng mô hình 1 ($\sim 10^{-3}$ m so với $\sim 10^{-5}$ m, so sánh Hình 4.37 với Hình 4.38, Hình 4.39 với Hình 4.40, Hình 4.45 với Hình 4.46, Hình 4.47 với Hình 4.48).

Khi sử dụng các luật điều khiển PD, PID để điều khiển robot thực khi không biết chính xác các tham số động lực và có nhiễu thì cả hai mô hình đều cho kết quả kém chính xác tương đương nhau ($\sim 10^{-3}$ m xem Hình 4.41 đến Hình 4.44, Hình 4.49 đến Hình 4.52).

Khi sử dụng các luật điều khiển trượt để điều khiển robot thực đã biết chính xác các tham số động lực, không có nhiễu thì luật điều khiển thiết kế dựa trên mô hình 1 cho độ chính xác rất tốt (độ chính xác đạt được $\sim 10^{-5}$ m xem Hình 4.53, Hình 4.55). Luật điều khiển thiết kế dựa trên mô hình 2 cho kết quả kém hơn nhưng vẫn khá tốt (độ chính xác đạt được $\sim 10^{-4}$ m xem Hình 4.54, Hình 4.56)

Khi sử dụng luật điều khiển trượt để điều khiển robot thực không biết chính xác các tham số động lực và có nhiễu thì luật điều khiển thiết kế dựa trên cả hai mô hình 1 và 2 đều cho độ chính xác tương đối tốt (độ chính xác đạt được $\sim 10^{-4}$ m xem Hình 4.57 đến Hình 4.60)

Khi sử dụng luật điều khiển dựa trên nguyên lý trượt sử dụng mạng nơ ron để điều khiển robot thực biết chính xác các tham số động lực và không có nhiễu và điều khiển robot thực không biết chính xác các tham số động lực và có nhiễu thì

luật điều khiển dựa trên cả hai mô hình 1 và 2 đều cho độ chính xác khá tốt (độ chính xác đạt được $\sim 10^{-4}$ đến 10^{-5} m xem Hình 4.61 đến Hình 4.68)

Như vậy khi sử dụng luật điều khiển trượt và điều khiển dựa trên nguyên lý trượt sử dụng mạng nơ ron thì ta chỉ cần sử dụng mô hình 2 để thiết kế các luật điều khiển này sẽ rất đơn giản mà vẫn cho kết quả tốt như khi ta sử dụng mô hình 1.

Mô men điều khiển: Bảng 4.4 ta thấy mô men điều khiển biến thiên tương tự như điều khiển robot 3RUS thời điểm đầu sai số lớn nên mô men điều khiển tăng mạnh để đưa các sai số này tiến đến 0, sau khi sai số ổn định đồ thị mô men là đường cong trơn liên tục.

Kết luận chương 4

Các phương trình chuyển động của robot song song là hệ các phương trình vi phân – đại số. Trên cơ sở biến đổi hệ phương trình vi phân – đại số về hệ phương trình vi phân thường dạng hỗn hợp tọa độ suy rộng dư và tọa độ suy rộng độc lập, đã thiết lập và chứng minh sự ổn định các luật điều khiển PD, PID, điều khiển trượt và điều khiển trượt sử dụng mạng nơ ron.

Các đóng góp của luận án trong chương này là

1. Chứng minh một cách chặt chẽ sự ổn định của các luật điều khiển PD, PID, điều khiển trượt và điều khiển trượt sử dụng mạng nơ ron của robot song song dựa trên các phương trình vi phân – đại số mô tả chuyển động của robot.
2. Khi mô hình cơ học của robot được xây dựng một cách chính xác và không có nhiễu về lực trong quá trình làm việc, các luật điều khiển PD và PID có thể được sử dụng nhưng phải được thiết lập từ mô hình cơ học phức tạp (mô hình 1) thì vẫn đảm bảo được tính bám quỹ đạo mong muốn của khâu thao tác.
3. Khi mô hình cơ học của robot không xây dựng được chính xác và có nhiễu trong quá trình làm việc thì phải sử dụng các luật điều khiển hiện đại như: điều khiển trượt và điều khiển sử dụng mạng nơ ron dựa trên nguyên lý trượt nhưng chỉ cần thiết lập từ mô hình cơ học đơn giản (mô hình 2) mà vẫn đảm bảo được tính bám quỹ đạo mong muốn của khâu thao tác.

KẾT LUẬN

Nội dung chính của luận án

Các robot song song không gian là các hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng. Việc nghiên cứu động lực học và điều khiển hệ nhiều vật không gian có cấu trúc mạch vòng là bài toán khá phức tạp và còn đang là vấn đề thời sự.

1) Trong chương hai trình bày việc sử dụng Phương trình Lagrange dạng nhân tử thiết lập phương trình chuyển động cho robot song song Delta không gian robot 3RUS và robot 3PUS. Trong đó có áp dụng khái niệm tích Kronecker của hai ma trận giúp cho việc tự động hóa thiết lập phương trình chuyển động của các mô hình robot song song không gian phức tạp tương đối thuận tiện.

2) Chương ba trình bày một phương pháp số để giải bài toán động học ngược và động lực học ngược robot song song Delta không gian. Trong đó áp dụng phương pháp biến đổi hệ phương trình vi phân - đại số về hệ phương trình vi phân thường với số tọa độ suy rộng lớn hơn số bậc tự do của hệ. Sử dụng phần mềm MATLAB tính toán động lực học robot song song Delta không gian robot 3RUS và robot 3PUS. Các kết quả tính toán thu được bằng cách sử dụng phần mềm DELTA-IMECH tự xây dựng đã được so sánh với các kết quả của các công trình công bố trước đó của hai tác giả nước ngoài.

3) Trong chương bốn trình bày việc điều khiển bám quỹ đạo hai loại robot song song Delta không gian 3RUS và robot 3PUS. Bài toán điều khiển robot dựa trên các phương trình vi phân có số tọa độ suy rộng lớn hơn số bậc tự do của cơ hệ. Do đó phải chứng minh một số tính chất của các ma trận khối lượng suy rộng, ma trận quán tính theo và quán tính Coriolis của hệ phương trình vi phân mô tả chuyển động của robot có số tọa độ suy rộng lớn hơn số bậc tự do của hệ. Từ đó xây dựng các luật điều khiển PD, PID, điều khiển trượt, điều khiển sử dụng mạng nơ ron dựa trên nguyên lý trượt để điều khiển chuyển động bám quỹ đạo cho robot song song tương tự như nghiên cứu đã biết về điều khiển bám quỹ đạo robot dạng chuỗi.

Các đóng góp mới của luận án

1) Áp dụng dạng ma trận mới của phương trình Lagrang dạng nhân tử thiết lập được các phương trình vi phân – đại số mô tả chuyển động của robot song song không gian Delta 3RUS và 3PUS. Các phương trình được biểu diễn dưới dạng giải tích tường minh tuy khá phức tạp. Từ đó xây dựng chương trình DELTA-IMECH

dựa trên phần mềm MATLAB để mô phỏng số bài toán động học ngược, động lực học ngược và điều khiển.

2) Khi giải bài toán động lực học đã thực hiện biến đổi hệ phương trình vi phân – đại số về hệ các phương trình vi phân thường dựa trên ý tưởng của Schiehlen và đồng nghiệp [28]. Sau đó tính toán các mô men/ lực của các khâu dẫn động. Áp dụng phương pháp này giải bài toán động lực học ngược của robot song song Delta không gian 3RUS và 3PUS. Các kết quả mô phỏng số thu được theo thuật toán đề xuất phù hợp với các kết quả đã biết.

3) Biến đổi hệ phương trình chuyển động của robot song song không gian là các phương trình vi phân - đại số về hệ phương trình vi phân thường với tọa độ suy rộng dư. Khi đó ta thu được các ma trận khối lượng mới $\bar{M}(s)$, ma trận lực quán tính theo và coriolis $\bar{C}(s, \dot{s})$ mới. Từ đó có thể áp dụng các thuật toán điều khiển PD, PID, điều khiển trượt, điều khiển sử dụng mạng nơ ron dựa trên nguyên lý trượt điều khiển chuyển động robot dạng chuỗi sang nghiên cứu điều khiển robot song song. Chứng minh được sự ổn định các phương pháp điều khiển PD, PID, điều trượt, điều khiển sử dụng mạng nơ ron dựa trên nguyên lý trượt dựa trên mô hình toán học của robot là hệ các phương trình vi phân – đại số.

4) Xây dựng một chương trình tính đặt tên là DELTA-IMECH tính toán động học ngược, động lực học ngược và điều khiển chuyển động hai loại robot song song không gian 3RUS và 3PUS. Một số thí dụ tính toán bằng chương trình DELTA-IMECH phù hợp với các kết quả đã biết. Điều đó chứng tỏ thuật toán và lập trình của DELTA-IMECH là đúng đắn.

5) Trong cơ học đôi khi người ta thay thế mô hình vật rắn ở một vài khâu chuyển động phức tạp bằng mô hình các chất điểm. Trong luận án đã khảo sát bài toán này trong việc thiết lập mô hình cơ học cho robot song song Delta không gian 3RUS và 3PUS. Việc làm này cần hết sức thận trọng vì trong mô hình đơn giản hiệu ứng quán tính của cơ hệ không thể hiện đúng như bản chất của nó. Dưới đây là một vài lời khuyên ban đầu:

Khi sử dụng luật điều khiển PD, PID tuy luật điều khiển đơn giản nhưng phải xây dựng mô hình động lực phức tạp tức gần với robot thực để thiết lập luật điều khiển và chỉ cho kết quả tốt khi robot thực được chế tạo có các tham số động lực

chính xác như đã thiết kế trước đó và không có nhiễu về lực trong quá trình hoạt động.

Khi sử dụng các luật điều khiển hiện đại như điều khiển trượt, điều khiển sử dụng mạng nơ ron dựa trên nguyên lý trượt thì có thể xây dựng mô hình cơ học đơn giản. Khi đó các luật điều khiển này vẫn cho kết quả tương đối tốt ngay khi robot thực không được chế tạo chính xác các tham số động lực như khi thiết kế và có nhiễu về lực trong quá trình làm việc.

Các hướng nghiên cứu có thể tiếp tục

Điều khiển dựa trên tính chất thụ động (Passive – based Control) các robot song song không gian.

Động lực học và điều khiển robot song song có tính đến tính chất đàn hồi của các khâu nối.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH CỦA TÁC GIẢ

1. Nguyen Van Khang, Nguyen Quang Hoang, Nguyen Duc Sang, Nguyen Dinh Dung (2015), “A comparison study of some control methods for Delta spatial parallel robot”. *Journal of computer science and cybernetics, VAST*, Vol. 31, pp 71-81.
2. Nguyen Van Khang, Nguyen Quang Hoang, Nguyen Dinh Dung, Nguyen Van Quyen (2016), “Model-based Control of a 3-PRS Spatial Parallel Robot in The Space of Redundant Coordinates”. *Journal of Science and Technology Technical Universities*, Vol. 112, pp. 49-53.
3. Nguyen Quang Hoang, Nguyen Van Khang, Nguyen Dinh Dung (2015), Influence of models on computed torque of delta spatial parallel robot. *Proceedings of the 16th Asia Pacific Vibration Conference*, Hanoi, pp. 791-798
4. Nguyen Dinh Dung, Nguyen Van Khang, Nguyen Quang Hoang (2016), Modelling and sliding mode control based models of a 3RUS spatial parallel. *Proceedings of International Conference on Engineering Mechanics and Automation (ICEMA4)*, Ha Noi, pp. 198-205.
5. Nguyễn Văn Khang và Nguyễn Đình Dũng (2013), Về một dạng thức mới phương trình chuyển động của robot song song, *Hội nghị toàn quốc lần thứ 2 về Điều khiển và Tự động hóa VCCA-2013*, Đà Nẵng, tr. 457-466.
6. Nguyễn Văn Khang, Nguyễn Quang Hoàng, Nguyễn Đình Dũng, Mai Trọng Dũng (2015), Xây dựng mô hình cơ học cho robot song song Delta không gian 3PUS. *Hội nghị Cơ học kỹ thuật toàn quốc*, Đà Nẵng, tr. 398-406.
7. Nguyễn Văn Khang, Nguyễn Đình Dũng, Nguyễn Văn Quyền (2016), Điều khiển bám quỹ đạo robot song song Delta không gian 3-PRS dựa trên mô hình hệ các phương trình vi phân-đại số. *Hội nghị toàn quốc về Cơ điện tử 2016 (VCM 2016)*, Cần Thơ, tr. 830 – 840.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tiếng Việt

1. Phạm Thượng Cát (2009), *Một số phương pháp điều khiển hiện đại cho rô bốt công nghiệp*, NXB Đại học Thái Nguyên.
2. Nguyễn Quang Hoàng và Nguyễn Văn Quyền (2015), Ổn định hóa phương trình liên kết trong mô phỏng hệ nhiều vật cấu trúc mạch vòng dựa trên nguyên lý trượt, *Hội nghị toàn quốc lần 3 về Điều khiển và Tự động hóa VCCA-2015*, tr. 282-287.
3. Nguyễn Quang Hoàng và Vũ Đức Vương (2015), Ứng dụng thuật giải di truyền trong bài toán động học ngược robot chuỗi và song song, *Hội nghị toàn quốc lần 3 về Điều khiển và Tự động hóa VCCA-2015*, tr. 257-263.
4. Nguyễn Văn Khang (2017), *Động lực học hệ nhiều vật (in lần thứ 2)*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
5. Nguyễn Văn Khang và Nguyễn Thành Công (2012), Về hai phương pháp giải bài toán động lực học ngược robot song song, *Hội nghị toàn quốc lần 6 về cơ điện tử VCM 2012*, tr. 574-583.
6. Nguyễn Văn Khang và Chu Anh Mỹ (2011), *Cơ sở Robot công nghiệp*, NXB Giáo dục.
7. Nguyễn Văn Khang và Nguyễn Văn Quyền (2015), Nghiên cứu so sánh một vài phương pháp giải hệ phương trình vi phân-đại số của hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng, *Hội nghị Cơ học kỹ thuật toàn quốc*, Đà Nẵng, tr. 147-158.
8. Nguyễn Văn Khang, Trần Xuân Tiến và Nguyễn Văn Quyền (2013), Tính toán động lực học ngược robot song song Stewart-Gough sử dụng phương pháp tách cấu trúc, *Tuyển tập Hội nghị cơ khí toàn quốc*, Hà Nội, tr. 1244-1253.
9. Nguyễn Văn Khang và Lương Anh Tuấn (2013), "Tính toán so sánh một vài phương pháp số giải bài toán động học ngược robot song song dư dẫn động", *Tạp chí Tin học và Điều khiển học*. T. 29, S. 1, tr. 3-15.
10. Nguyễn Văn Khang và Lương Anh Tuấn (2013), Về một phương pháp số giải bài toán động học ngược, động lực học ngược robot song song dư dẫn động, *Kỷ yếu Hội nghị Khoa học và Công nghệ toàn quốc về Cơ khí*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, tr. 1291-1299.
11. Trịnh Hoàng Kiên và Phạm Huy Hoàng (2010), Miền làm việc và động lực học tay máy song song, *Hội nghị toàn quốc lần thứ 5 về cơ điện tử (VCM 2010)*, tr. 248-257.
12. Phạm Văn Bạch Ngọc, Nguyễn Dũng và Nguyễn Văn Hội (2015), Thuật toán điều khiển động lực học ngược thích nghi cho robot song song ba bậc tự do tịnh tiến kiểu Delta robot, *Hội nghị cơ học kỹ thuật toàn quốc*, Đà Nẵng, tr. 434-441.

13. Phạm Văn Bạch Ngọc và các cộng sự. (2004), Mô phỏng và thiết kế Hexapod cho gia công cơ khí chính xác, *Hội nghị toàn quốc lần 2 về Cơ điện tử*, Tp.HCM, tr. 21-26.
14. Phạm Văn Bạch Ngọc và Trần Minh Tuyền (2014), Tính toán thiết kế mẫu robot song song 3 bậc tự do tịnh tiến, *Tuyển tập công trình Hội nghị cơ học kỹ thuật toàn quốc kỷ niệm 35 năm thành lập Viện Cơ học*, Hà Nội, tr. 173-178.
15. Lê Hoài Quốc và Nguyễn Minh Thanh (2011), Mô hình hóa cơ hệ tay máy song song và xây dựng trung tâm gia công trên máy phay CNC 5 trục ảo, *Hội nghị toàn quốc lần thứ nhất về Điều khiển và Tự động hóa VCCA-2011*, tr. 200-206.
16. Lê Hoài Quốc và các cộng sự. (2012), Phân tích cấu hình đặc biệt của cơ cấu song song dùng tọa độ Plucker, *Hội nghị toàn quốc lần 6 về cơ điện tử VCM 2012*, tr. 187-194.
17. Nguyễn Đức Sang (2014), *Tính toán động lực học và điều khiển robot song song không gian Delta*, Đồ án tốt nghiệp đại học, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội.
18. Đỗ Sanh, Phan Đăng Phong và Đỗ Đăng Khoa (2015), Khảo sát động lực học của cơ cấu Quick – Return, *Hội nghị Khoa học và Công nghệ toàn quốc về cơ khí lần 4*, tr. 803-811.
19. Nguyễn Minh Thanh và các cộng sự. (2011), Ứng dụng tọa độ Plucker xem xét cấu hình đặc biệt của cơ cấu song song, *Hội nghị toàn quốc lần 1 về Điều khiển và Tự động hóa VCCA-2011*, tr. 227-233.
20. Nguyễn Minh Thanh và các cộng sự. (2010), Tối ưu hóa thiết kế tay máy song song dùng thuật toán di truyền, *Hội nghị toàn quốc lần 5 về cơ điện tử VCM 2010*, tr. 242-247.
21. Lê Đức Thọ và Nguyễn Hưng Long (2011), Nghiên cứu so sánh cấu trúc dự động học của robot song song với cơ cấu 6-RUS, *Hội nghị toàn quốc lần thứ nhất về Điều khiển và Tự động hóa VCCA-2011*, tr. 234-237.
22. Tường Phước Thọ, Trịnh Đức Cường và Nguyễn Trường Thịnh (2012), Tiếp cận khái quát về thiết kế cơ khí và tổng hợp phương pháp điều khiển cho Delta robot, *Hội nghị toàn quốc lần thứ 6 về cơ điện tử (VCM 2012)*, tr. 636-642.
23. Phạm Thanh Tùng (2013), *Động học và Động lực học Robot song song Half kiểu Delta và Robot song song Delta toàn khớp quay*, Luận văn thạc sỹ khoa học, Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội.
24. Nguyễn Xuân Vinh và các cộng sự. (2012), Xác định tập hợp cấu hình đặc biệt tay máy song song dùng lý thuyết Vít, *Hội nghị toàn quốc lần thứ 6 về cơ điện tử VCM 2012*, tr. 754-762.

Tiếng Anh

25. H. Abdellatif and B. Heimann (2009), "Computational efficient inverse dynamics of 6-DOF fully parallel manipulators by using the Lagrangian formalism", *Mechanism and Machine Theory* **44**, pp. 192–207.
26. F. Aghili (2011), "Projection-based control of parallel mechanisms", *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics* **6**, pp. 1-8.
27. F. Aghili (2015), Projection-based modeling and control of mechanical systems using non-minimum set of coordinates, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Hamburg, Germany, pp. 3164-3169.
28. W. Blajer, W. Schiehlen and W. Schirm (1994), "A projective criterion to the coordinate partitioning method for multibody dynamics", *Archive of Applied Mechanics* **64**(2), pp. 86-98.
29. I.A. Bonev (2001), *Delta parallel robot – The story of success*, <http://www.Parallelmic.org/Reviews/Reviews002.html>, (20th December-2014).
30. J. Brinker, B. Corvers and M. Wahle (2015), A comparative study of inverse dynamics based on Clavel's Delta robot *The 14th IFToMM World Congress*, Taipei, Taiwan, pp. 89-98.
31. J. Brinker and B. Corves (2015), A Survey on Parallel Robots with Delta-like Architecture, *Proceedings of the 14th IFToMM World Congress*, Taipei, Taiwan, pp. 407-414.
32. L. A. Castañeda, A. Luviano-Juárez and I. Chairez (2015), "Robust Trajectory Tracking of a Delta Robot Through Adaptive Active Disturbance Rejection Control", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. **23**(4), pp. 1387-1398.
33. A. Codourey and E. Burdet (1997), A body oriented method for finding a linear form of the dynamic equations of fully parallel robot, *IEEE Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque, New Mexico, U.S, pp. 1612-1619.
34. Trinh Duc Cuong, Tuong Phuoc Tho and Nguyen Truong Thinh (2013), "A Generalized Approach On Design And Control Methods Synthesis Of Delta Robot", *Research Notes in Information Science (RNIS)*. **13**, pp. 179-183.
35. J. Du and Y. Lou (2016), Simplified dynamic model for real-time control of the delta parallel robot, *Proceedings of the IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA)*, Ningbo, China, pp. 1647-1652.
36. J. Fabian, C. Monterrey and R. Canahuire (2016), Trajectory tracking control of a 3 DOF delta robot: a PD and LQR comparison, *Proceedings of the 23rd IEEE International Congress on Electronics, Electrical Engineering and Computing (INTERCON)*, Piura, Peru, pp. 1-5.
37. Th. Geike and J. McPhee (2003), "Inverse dynamic analysis of parallel manipulators with full mobility", *Mechanism and Machine Theory* **38**, pp. 549-562.

38. Z. Geng and et al. (1992), "On the dynamic model and kinematic analysis of a class of Stewart platforms", *Robotics and Autonomous Systems* **9**, pp. 237-254
39. F. Ghorbel (1995), Modeling and PD of control of close-chain mechanical systems, *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*, Louisiana, USA, pp. 540-544.
40. F. Ghorbel, O. Chetelat and R. Longchamp (1994), A reduced model for constrained rigid with application to parallel robots, *Proceedings of the IFAC Symposium on Robot Control (SYROCO'94)*, Capri, Italy, pp. 57-62.
41. F. Ghorbel and R. Gunawardana (1997), A validation study of PD control of a closed-chain mechanical system, *Proceedings of the IEEE 36th Conference on Decision and Control*, San Diego, USA, pp. 48-54.
42. Victor Glazunov, Nguyen Minh Thanh and Tran Quang Nhat (2011), Structural Synthesis of Decoupled Parallel Mechanisms, *Proceedings of Vietnam Conference on Control and Automation (VCCA-2011)*, pp. 215-219.
43. V. E. Gough and S. G. Whitehall (1962), Universal Type Test Machine, *Proceedings of 9th International Congress FISITA* pp. 117-137.
44. Takashi Harada (2016), Design and Control of a Parallel Robot for Mold Polishing, *Proceedings of the 3rd International Conference on Control, Mechatronics and Automation (ICCM)*, pp. 1-5.
45. Nguyen Quang Hoang and Nguyen Van Khang (2013), On the influence of inverse kinematics algorithms on the driving moment of redundant serial and parallel manipulators, *Proceedings of the International Symposium on Dynamics and Control*, Hanoi, Vietnam, pp. 258-272.
46. Y. Huang and Z. Huang (2015), Neural Network based dynamic trajectory tracking of Delta parallel robot, *Proceeding of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*, Beijing, China, pp. 1938-1943.
47. J. G. de Jalon and E. Bayo (1994), *Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems*, Springer - Verlag, New York.
48. Ridha Kelaiaia (2016), "Improving the pose accuracy of the Delta robotin machining operations", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, pp. 2205-2015.
49. M. Kenmochi et al. (2014), Robust position control of Delta Parallel mechanisms using dynamic model and QFT, *Proceedings of the 23rd IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, Istanbul, Turkey, pp. 1256-1261.
50. Nguyen Van Khang (2010), "Consistent Definition of Partial Derivatives of Matrix Functions in Dynamics of Mechanical Systems", *Mechanism and Machine Theory*. **45**, pp. 981-988.
51. Nguyen Van Khang (2011), "Kronecker Product and a new Matrix Form of Lagrange Equations with Multipliers for Constrained Multibody Systems", *Mechanics Research Communications, Elsevier*. **38**, pp. 294-299.

52. Nguyen Van Khang, Nguyen Phong Dien and Luong Anh Tuan (2013), A comparative study on the computational efficiency of some numerical methods for solving the inverse kinematics of redundant robots, *Proceedings of 3rd IFToMM International Symposium on Robotics and Mechatronics*, Singapore, pp. 513-522.
53. Nguyen Van Khang and Luong Anh Tuan (2013), On the sliding mode control of redundant parallel robots using neural networks, *Proceedings of the 3th IFToMM International Symposium on Robotics and Mechatronics*, Singapore, pp. 168-177.
54. J. Kim et al. (2002), "A new parallel mechanism enabling continuous 360-degree spinning plus three-axis translational motions", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. **18**(3), pp. 367-373.
55. S. Kock and W. Schumacher (1998), A parallel x-y manipulator with actuation redundancy for high-speed and active-stiffness applications, *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Belgium, pp. 2295-2300.
56. S. Kock and W. Schumacher (2000), Control of a fast parallel robot with a redundant chain and gearboxes: Experimental results, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, USA, pp. 1918-1923.
57. G. Lebre, G. K. Liu and F. L. Lewis (1993), "Dynamic analysis and control of a Stewart platform manipulator", *Journal of Robotic Systems* **10**, pp. 629-655.
58. K. M. Lee and D. K. Shah (1988), "Dynamic analysis of a three-degrees-of freedom in-parallel actuated manipulator", *IEEE Journal of Robotics and Automation*. **4**, pp. 361-367.
59. T.Y. Lee and J.K. Shim (2001), Algebraic elimination-based real-time forward kinematics of the 6-6 stewart platform with planar base and platform, *In Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1301-1306.
60. Q. Li et al. (2011), "Parasitic motion comparison of 3-PRS parallel mechanism with different limb arrangements", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. **27**, pp. 389-396.
61. Y. Li and Q. Xu (2005), Dynamic analysis of a modified Delta parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robotics and Systems*, Canada, pp. 233-238.
62. Y. Li and Q. Xu (2005), "Kinematics and inverse dynamics analysis for a general 3-PRS spatial parallel manipulator", *Robotica*. **23**, pp. 219-229.
63. Y. Li and Q. Xu (2007), "Kinematic analysis of a 3-PRS parallel manipulator", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. **23**, pp. 395-408.
64. M.J. Liu, C.X. Li and C.N. Li (1990), Dynamics analysis of the Gough-Stewart platform manipulator, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Cincinnati, USA, pp. 1014-1019.

65. M. López et al. (2006), "Delta robot: inverse, direct, and intermediate Jacobians", *Proceedings IMechE*, **220**, Part C: Journal Mechanical Engineering Science, pp. 103-109.
66. Xingguo Lu and Ming Liu (2016), "Optimal Design and Tuning of PID-type Interval Type-2 Fuzzy Logic Controllers for Delta Parallel Robots", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, pp. 1-12.
67. J. P Merlet (2006), *Parallel Robots*, Springer Verlag, Berlin.
68. A. Mohsen, A.A. Mahdi and A. Mersad (2013), "Dynamics and Control of a Novel 3-DoF Spatial parallel Robot", *Proceedings of the RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics*, pp. 183-188.
69. A. Mueller (2011), An alternative formulation of motion equations in redundant coordinates for the inverse dynamics of constrained mechanical systems, *Proceeding of the ASME International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2011*, Washington, DC, USA, pp. 1-9.
70. A. Mueller (2011), A robust inverse dynamics formulation for redundantly actuated PKM, *Proceedings of the 13th Word Congress in Mechanism and Machine Science*, Mexico, pp. 1-8.
71. A. Mueller (2011), "Robust modeling and control issues of parallel manipulators with actuation redundancy", *INTECH, Recent Advances in Robust Control - Theory and Applications in Robotics and Electromechanics*, pp. 207-226.
72. A. Mueller and T. Hufnagel (2012), "Model-based control of redundantly actuated parallel manipulators in redundant coordinates", *Robotics and Autonomous Systems* **60**, pp. 563-571.
73. R. Murray, Z.X. Li and S. Sastry (1994), *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, CRC Press.
74. Chu Anh My (2016), "Inverse kinematics of a serial - parallel robot used in hot forging process", *Vietnam Journal of Mechanics, VAST*. **38** No. 2, pp. 81-88.
75. Chu Anh My and Manukid Parnichkun (2015), "Kinematics Performance and Structural Analysis for the Design of a Serial-parallel Manipulator Transferring a Billet for a Hot Extrusion Forging Process", *International Journal of Advanced Robotic Systems*. **12**, pp. 1-8.
76. Chu Anh My and Vuong Tien Trung (2016), "Design Analysis for a Special Serial - Parallel Manipulator Transferring Billet for Hot Extrusion Forging Process", *Journal of Science and Technology*. **54** No 4, pp. 545-556.
77. Y. Nakamura and M. Ghodoussi (1989), "Dynamic computation of closed-link robot mechanisms with non-redundant and redundant actuators", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. **5**, pp. 294-302.
78. Shi Baek Park et al. (2013), Dynamics modeling of a Delta-type parallel robot (ISR 2013), *Proceedings of the 44th IEEE International Symposium on Robotics*, pp. 1-5.

79. P. Prempraneerach (2014), Workspace and Dynamic Trajectory Tracking of Delta Parallel Robot, *Proceedings of the International Computer Science and Engineering Conference (ICSEC)*, Khon Kaen, Thailand, pp. 469-474.
80. M. Rachedi, M. Bouri and B. Hemici (2014), H_∞ feedback control for Parallel mechanism and Application to Delta Robot, *Proceedings of the 22nd Mediterranean Conference on Control and Automation*, Palermo, Italy, pp. 1476-1481.
81. M. Rachedi, M. Bouri and B. Hemici (2015), Robust control of a parallel robot, *Proceedings of the International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*, Istanbul, Turkey, pp. 428-433.
82. M. Rachedi, B. Hemici and M. Bouri (2015), "Design of an H_∞ controller for the Delta robot: Experimental results", *Journal Advanced Robotics*. **29**(18), pp. 1165-1181.
83. Mario Ramirez-Neria et al. (2015), "Active Disturbance Rejection Control Applied To A Delta Parallel Robot In Trajectory Tracking Tasks", *Asian Journal of Control*. **17**(2), pp. 636-647.
84. Do Sanh et al. (2015), A method for solving the motion equations of constrained systems, *Proceedings of the 16th Asian Pacific Vibration Conference*, Hanoi, Vietnam, pp. 532-537.
85. W. Schiehlen (1990), *Multibody Systems Handbook*, Springer - Verlag, Berlin.
86. W. Schiehlen and P. Eberhard (2004), *Applied Dynamics*, Springer, Switzerland.
87. L. Sciavicco and B. Siciliano (2000), *Modelling and Control of Robot Manipulators (2. Edition)*, Springer-Verlag, London
88. A. A. Shabana (2005), *Dynamics of Multibody Systems (3.Edition)*, Cambridge University Press, New York.
89. A. Sokolov and P. Xirouchakis (2007), "Dynamics analysis of a 3-DOF parallel manipulator with RPS joint structure", *Mechanism and Machine Theory* **42**, pp. 541-55.
90. M.W. Song and M. Vidyasagar (1989), *Dynamic and Control of Robot Manipulators*, John Wiley.
91. S. Staicu (2009), "Recursive modelling in dynamics of agile wrist spherical parallel robot", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. **25**, pp. 409-416.
92. S. Staicu and D.C Carp-Ciocardia (2003), Dynamic analysis of Clavel's Delta parallel Robot, *Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Taipei, Taiwan, pp. 4116-4121.
93. S. Staicu, D. Zhang and R. Rugescu (2000), "Dynamic modelling of a 3-DOF parallel manipulator using recursive matrix relations", *Robotica* **4**, pp. 125-130.
94. D. Stewart (1965), A platform with six degrees of freedom, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, pp. 371-386.

95. H. Sun et al. (2010), Simulation and numerical analysis based on kinematics of PRS-XY Serial-Parallel PKM, *Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, China, pp. 1531-1536.
96. L.W Tsai (1999), *Robot Analysis the Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*, John Wiley and Sons.
97. L.W Tsai (2000), "Solving the inverse dynamics of a Stewart-Gough manipulator by the principle of virtual work", *Journal of mechanical design*. **122**, pp. 3-9.
98. M.S. Tsai et al. (2003), "Direct kinematic analysis of a 3-PRS parallel mechanism", *Mechanism and Machine Theory* **38**, pp. 71-83.
99. M.S. Tsai and W.H. Yuan (2010), "Inverse dynamics analysis for a 3-PRS parallel mechanism based on a special decomposition of the reaction forces", *Mechanism and Machine Theory* **45**, pp. 1491-1508.
100. M.S. Tsai and W.H. Yuan (2011), "Dynamic modeling and decentralized control of a 3 PRS parallel mechanism based on constrained robotic analysis", *Journal of Intelligent and Robot Systems* **63**, pp. 525-545.
101. V.I. Utkin (1992), *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer-Verlag, Berlin.
102. T. Uzunovic et al. (2013), Configuration space control of a parallel Delta robot with a neural network based inverse kinematics, *Proceedings of the 8th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, Bursa, Turkey, pp. 497-501.
103. J. Wittenburg (2008), *Dynamics of Multibody Systems (2. Edition)*, Springer-Verlag, Berlin.
104. Q. Xu and Y. Li (2007), "A 3-PRS Parallel Manipulator Control based on Neural Network", *Springer Verlag*, pp. 757-766.
105. W.H. Yuan and M.S. Tsai (2014), "A novel approach for forward dynamic analysis of 3-PRS parallel manipulator with consideration of friction effect", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. **30**, pp. 315-325.
106. Qisheng Zhang, Ruiqin Li and Yinli Tian (2015), Dynamic Performance Analysis of 3-Delta Type Parallel Robot, *Proceedings of the 14th IFToMM World Congress*, Taipei, Taiwan, pp. 222-226.

PHỤ LỤC

Chương trình DELTA-IMECH trong Matlab-Simulink

Chương trình DELTA-IMECH được xây dựng bằng phần mềm Matlab R2009a nhằm mục đích tính toán động học ngược, động lực học ngược và mô phỏng số điều khiển robot song song Delta không gian. Nội dung của chương trình như sau:

1. Các hàm con mô tả phương trình chuyển động của hệ

Phương trình chuyển động của hệ có dạng:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) + \Phi_s^T(\mathbf{s})\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\tau} \quad (\text{I.1})$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \quad (\text{I.2})$$

Để mô tả các phương trình chuyển động (I.1),(I.2) ta xây dựng các chương trình con mô tả các tham số động lực của robot là các ma trận, véc tơ sau $\mathbf{M}(\mathbf{s})$, $\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$, $\mathbf{g}(\mathbf{s})$, $\Phi_s(\mathbf{s})$, $\mathbf{f}(\mathbf{s})$.

T T	Nội dung các hàm	Mô hình 1	Mô hình 2	Ghi chú
1	Ma trận khối lượng \mathbf{M}	<code>function F = Ms (q)</code>	<code>function F=Ms2 ()</code>	
2	Ma trận quán tính ly tâm và Coriolis \mathbf{C}	<code>function F = Cs (q, dq)</code>		
3	Ma trận Jacobi chuyển vị Φ_s^T	<code>function F = PhiT (q)</code>	<code>function F= PhiT2 (q, x, y, z)</code>	
4	Véc tơ gia tốc trọng trường $\mathbf{g}(\mathbf{s})$	<code>function F = Gs (q)</code>	<code>function F=Gs2 (q)</code>	
5	Véc tơ các phương trình liên kết $\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{0}$	<code>function F = hpt (q, x, y, z)</code>	<code>function F = hpt2 (q, x, y, z)</code>	

Chương trình con tính ma trận khối lượng \mathbf{M} :

```
function F = Ms (q)
global L1 L2 m1 m2 m3 Iy I2x I2y I2z
F = [ 0.25*m1*L1^2+m2*L1^2+Iy, 0, 0, 0.5*m2*L1*L2*cos (q (7)) *cos (q (1) -
q (4)) , 0, 0, 0.5*m2*L1*L2*sin (q (7)) *sin (q (1) -q (4)) , 0, 0, 0, 0, 0,
```

```

0,0.25*m1*L1^2+m2*L1^2+Iy,0,0,0.5*m2*L1*L2*cos(q(8))*cos(q(2)-
q(5)),0,0,0.5*m2*L1*L2*sin(q(8))*sin(q(2)-q(5)),0,0,0,0,
0,0,0.25*m1*L1^2+m2*L1^2+Iy,0,0,0.5*m2*L1*L2*cos(q(9))*cos(q(3)-
q(6)),0,0,0.5*m2*L1*L2*sin(q(9))*sin(q(3)-q(6)),0,0,0,
0.5*m2*L1*L2*cos(q(7))*cos(q(1)-q(4)),0,0,(0.25*m2*L2^2+I2y-
I2x)*cos(q(7))^2+I2x,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0.5*m2*L1*L2*cos(q(8))*cos(q(2)-q(5)),0,0,(0.25*m2*L2^2+I2y-
I2x)*cos(q(8))^2+I2x,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0.5*m2*L1*L2*cos(q(9))*cos(q(3)-q(6)),0,0,(0.25*m2*L2^2+I2y-
I2x)*cos(q(9))^2+I2x,0,0,0,0,0,0,0,0,
0.5*m2*L1*L2*sin(q(7))*sin(q(1)-
q(4)),0,0,0,0,0,0.25*m2*L2^2+I2z,0,0,0,0,0,0,
0,0.5*m2*L1*L2*sin(q(8))*sin(q(2)-
q(5)),0,0,0,0,0,0.25*m2*L2^2+I2z,0,0,0,0,0,0,
0,0,0.5*m2*L1*L2*sin(q(9))*sin(q(3)-
q(6)),0,0,0,0,0,0.25*m2*L2^2+I2z,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,m3,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,m3,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,m3
]

function F=Ms2()
global a m2 m3 IAy
F=[ IAy+m2*a^2,0,0,0,0,0,
0,IAy+m2*a^2,0,0,0,0,
0,0,IAy+m2*a^2,0,0,0,
0,0,0,m3+3*m2,0,0,
0,0,0,0,m3+3*m2,0,
0,0,0,0,0,m3+3*m2
]

```

Chương trình con tính Ma trận quán tính ly tâm và CoriolisC

```

function F = Cs(q,dq)
global L1 L2 m2 I2x I2y
F = [-0.25*m2*L1*L2*(sin(q(7))*cos(q(1)-
q(4))*dq(7)+cos(q(7))*sin(q(4)-q(1))*dq(4)),0,0,-
0.25*m2*L1*L2*(2*sin(q(7))*cos(q(1)-q(4))*dq(7)+2*cos(q(7))*sin(q(4)-
q(1))*dq(4)...
-cos(q(7))*sin(q(4)-q(1))*dq(1)),0,0,-
0.25*m2*L1*L2*(2*sin(q(7))*cos(q(1)-q(4))*dq(4)-sin(q(7))*cos(q(1)-
q(4))*dq(1)+2*cos(q(7))*sin(q(4)-q(1))*dq(7)),0,0,0,0,0,
0,-0.25*m2*L1*L2*(sin(q(8))*cos(q(2)-
q(5))*dq(8)+cos(q(8))*sin(q(5)-q(2))*dq(5)),0,0,-
0.25*m2*L1*L2*(2*sin(q(8))*cos(q(2)-q(5))*dq(8)+2*cos(q(8))*sin(q(5)-
q(2))*dq(5)...

```

```

-cos(q(8))*sin(q(5)-q(2))*dq(2)),0,0,-
0.25*m2*L1*L2*(2*sin(q(8))*cos(q(2)-q(5))*dq(5)-sin(q(8))*cos(q(2)-
q(5))*dq(2)+2*cos(q(8))*sin(q(5)-q(2))*dq(8)),0,0,0,0,
0,0,-0.25*m2*L1*L2*(sin(q(9))*cos(q(3)-
q(6))*dq(9)+cos(q(9))*sin(q(6)-q(3))*dq(6)),0,0,-
0.25*m2*L1*L2*(2*sin(q(9))*cos(q(3)-q(6))*dq(9)+2*cos(q(9))*sin(q(6)-
q(3))*dq(6)...
-cos(q(9))*sin(q(6)-q(3))*dq(3)),0,0,-
0.25*m2*L1*L2*(2*sin(q(9))*cos(q(3)-q(6))*dq(6)-sin(q(9))*cos(q(3)-
q(6))*dq(3)+2*cos(q(9))*sin(q(6)-q(3))*dq(9)),0,0,0,0,
-0.25*m2*L1*L2*(sin(q(7))*cos(q(1)-
q(4))*dq(7)+cos(q(7))*sin(q(4)-q(1))*dq(4)-2*cos(q(7))*sin(q(4)-
q(1))*dq(1)),0,0,-0.25*cos(q(7))*(2*sin(q(7))*dq(7)*m2*L2*L2...
-m2*L1*L2*sin(q(4)-q(1))*dq(1)-
8*sin(q(7))*dq(7)*I2x+8*sin(q(7))*dq(7)*I2y),0,0,0.25*m2*L1*L2*sin(q(7))*
cos(q(1)-q(4))*dq(1),0,0,0,0,0,
0,-0.25*m2*L1*L2*(sin(q(8))*cos(q(2)-
q(5))*dq(8)+cos(q(8))*sin(q(5)-q(2))*dq(5)-2*cos(q(8))*sin(q(5)-
q(2))*dq(2)),0,0,-0.25*cos(q(8))*(2*sin(q(8))*dq(8)*m2*L2*L2...
-m2*L1*L2*sin(q(5)-q(2))*dq(2)-
8*sin(q(8))*dq(8)*I2x+8*sin(q(8))*dq(8)*I2y),0,0,0.25*m2*L1*L2*sin(q(8))*
cos(q(2)-q(5))*dq(2),0,0,0,0,0,
0,0,-0.25*m2*L1*L2*(sin(q(9))*cos(q(3)-
q(6))*dq(9)+cos(q(9))*sin(q(6)-q(3))*dq(6)-2*cos(q(9))*sin(q(6)-
q(3))*dq(3)),0,0,-0.25*cos(q(9))*(2*sin(q(9))*dq(9)*m2*L2*L2...
-m2*L1*L2*sin(q(6)-q(3))*dq(3)-
8*sin(q(9))*dq(9)*I2x+8*sin(q(9))*dq(9)*I2y),0,0,0.25*m2*L1*L2*sin(q(9))*
cos(q(3)-q(6))*dq(3),0,0,0,0,
-0.25*m2*L1*L2*(sin(q(7))*cos(q(1)-q(4))*dq(4)-
2*sin(q(7))*cos(q(1)-q(4))*dq(1)+cos(q(7))*sin(q(4)-
q(1))*dq(7)),0,0,0.25*sin(q(7))*(m2*L1*L2*cos(q(1)-q(4))*dq(1)...
+cos(q(7))*dq(4)*m2*L2^2-
4*cos(q(7))*dq(4)*I2x+4*cos(q(7))*dq(4)*I2y),0,0,0.25*m2*L1*L2*cos(q(7))*
sin(q(4)-q(1))*dq(1),0,0,0,0,0,
0,-0.25*m2*L1*L2*(sin(q(8))*cos(q(2)-q(5))*dq(5)-
2*sin(q(8))*cos(q(2)-q(5))*dq(2)+cos(q(8))*sin(q(5)-
q(2))*dq(8)),0,0,0.25*sin(q(8))*(m2*L1*L2*cos(q(2)-q(5))*dq(2)...
+cos(q(8))*dq(5)*m2*L2^2-
4*cos(q(8))*dq(5)*I2x+4*cos(q(8))*dq(5)*I2y),0,0,0.25*m2*L1*L2*cos(q(8))*
sin(q(5)-q(2))*dq(2),0,0,0,0,0,
0,0,-0.25*m2*L1*L2*(sin(q(9))*cos(q(3)-q(6))*dq(6)-
2*sin(q(9))*cos(q(3)-q(6))*dq(3)+cos(q(9))*sin(q(6)-
q(3))*dq(9)),0,0,0.25*sin(q(9))*(m2*L1*L2*cos(q(3)-q(6))*dq(3)...
+cos(q(9))*dq(6)*m2*L2^2-
4*cos(q(9))*dq(6)*I2x+4*cos(q(9))*dq(6)*I2y),0,0,0.25*m2*L1*L2*cos(q(9))*
sin(q(6)-q(3))*dq(3),0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

```

Chương trình con tính ma trận Jacobi chuyển vị Φ_s^T

```

function F = PhiT(q)
global L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3
F = [
L1*sin(q(1))*cos(alpha1), L1*sin(q(1))*sin(alpha1), L1*cos(q(1)), 0, 0, 0, 0, 0,
0,
0, 0, 0, L1*sin(q(2))*cos(alpha2), L1*sin(q(2))*sin(alpha2), L1*cos(q(2)), 0, 0,
0,
0, 0, 0, 0, 0, L1*sin(q(3))*cos(alpha3), L1*sin(q(3))*sin(alpha3), L1*cos(q(3))
),
L2*cos(q(7))*sin(q(4))*cos(alpha1), L2*cos(q(7))*sin(q(4))*sin(alpha1), L2*
cos(q(7))*cos(q(4)), 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, L2*cos(q(8))*sin(q(5))*cos(alpha2), L2*cos(q(8))*sin(q(5))*sin(alpha
2), L2*cos(q(8))*cos(q(5)), 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, L2*cos(q(9))*sin(q(6))*cos(alpha3), L2*cos(q(9))*sin(q(6))*sin
(alpha3), L2*cos(q(9))*cos(q(6)),
L2*sin(q(7))*cos(q(4))*cos(alpha1)+L2*cos(q(7))*sin(alpha1), L2*sin(q(7))*
cos(q(4))*sin(alpha1)-L2*cos(q(7))*cos(alpha1), -
L2*sin(q(7))*sin(q(4)), 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, L2*sin(q(8))*cos(q(5))*cos(alpha2)+L2*cos(q(8))*sin(alpha2), L2*sin(
q(8))*cos(q(5))*sin(alpha2)-L2*cos(q(8))*cos(alpha2), -
L2*sin(q(8))*sin(q(5)), 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, L2*sin(q(9))*cos(q(6))*cos(alpha3)+L2*cos(q(9))*sin(alpha3), L
2*sin(q(9))*cos(q(6))*sin(alpha3)-L2*cos(q(9))*cos(alpha3), -
L2*sin(q(9))*sin(q(6)),
1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0,
0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0,
0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1
]

function F= PhiT2(q,x,y,z)
global a R r anpha1 anpha2 anpha3
F= [ 2*a*(sin(q(1))*(R-r)-cos(anpha1)*sin(q(1))*x-
sin(anpha1)*sin(q(1))*y-cos(q(1))*z), 0, 0,
0, 2*a*(sin(q(2))*(R-r)-cos(anpha2)*sin(q(2))*x-
sin(anpha2)*sin(q(2))*y-cos(q(2))*z), 0,
0, 0, 2*a*(sin(q(3))*(R-r)-cos(anpha3)*sin(q(3))*x-
sin(anpha3)*sin(q(3))*y-cos(q(3))*z),
2*(cos(anpha1)*(R-r)+a*cos(anpha1)*cos(q(1))-
x), 2*(cos(anpha2)*(R-r)+a*cos(anpha2)*cos(q(2))-x), 2*(cos(anpha3)*(R-
r)+a*cos(anpha3)*cos(q(3))-x),

```

```

2*(sin(anpha1)*(R-r)+a*sin(anpha1)*cos(q(1))-
y),2*(sin(anpha2)*(R-r)+a*sin(anpha2)*cos(q(2))-y),2*(sin(anpha3)*(R-
r)+a*sin(anpha3)*cos(q(3))-y),
-2*(a*sin(q(1))+z),-2*(a*sin(q(2))+z),-2*(a*sin(q(3))+z)
]

```

Chương trình con tính véc tơ gia tốc trọng trường **g**

```

function F = Gs(q)
global L1 L2 g m1 m2 m3
F= [ -0.5*cos(q(1))*L1*g*m1-cos(q(1))*L1*g*m2,
      -0.5*cos(q(2))*L1*g*m1-cos(q(2))*L1*g*m2,
      -0.5*cos(q(3))*L1*g*m1-cos(q(3))*L1*g*m2,
      -0.5*cos(q(4))*cos(q(7))*L2*g*m2,
      -0.5*cos(q(5))*cos(q(8))*L2*g*m2,
      -0.5*cos(q(6))*cos(q(9))*L2*g*m2,
      0.5*sin(q(4))*sin(q(7))*L2*g*m2,
      0.5*sin(q(5))*sin(q(8))*L2*g*m2,
      0.5*sin(q(6))*sin(q(9))*L2*g*m2,
      0,
      0,
      m3*g
    ]

```

```

function F=Gs2(q)
global a m1 m2 m3 g
F=[-a*g*(0.5*m1+m2)*cos(q(1)),
   -a*g*(0.5*m1+m2)*cos(q(2)),
   -a*g*(0.5*m1+m2)*cos(q(3)),
   0,
   0,
   (m3+3*m2)*g
]

```

Chương trình con tính phương trình liên kết

```

function F = hpt(q,x,y,z)
global R r L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3
F = [ x-cos(alpha1)*(R-
r+L1*cos(q(1))+L2*cos(q(4))*cos(q(7)))+sin(alpha1)*sin(q(7))*L2,
      y-sin(alpha1)*(R-r+L1*cos(q(1))+L2*cos(q(4))*cos(q(7)))-
cos(alpha1)*sin(q(7))*L2,
      z+L1*sin(q(1))+sin(q(4))*cos(q(7))*L2,

```

```

x-cos(alpha2)*(R-
r+L1*cos(q(2))+L2*cos(q(5))*cos(q(8)))+sin(alpha2)*sin(q(8))*L2,
y-sin(alpha2)*(R-r+L1*cos(q(2))+L2*cos(q(5))*cos(q(8)))-
cos(alpha2)*sin(q(8))*L2,
z+L1*sin(q(2))+sin(q(5))*cos(q(8))*L2,
x-cos(alpha3)*(R-
r+L1*cos(q(3))+L2*cos(q(6))*cos(q(9)))+sin(alpha3)*sin(q(9))*L2,
y-sin(alpha3)*(R-r+L1*cos(q(3))+L2*cos(q(6))*cos(q(9)))-
cos(alpha3)*sin(q(9))*L2,
z+L1*sin(q(3))+sin(q(6))*cos(q(9))*L2
];

```

```

function F = hpt2(q,x,y,z)
global R r a b anpha1 anpha2 anpha3
F = [ b*b-(cos(anpha1)*(R-r)+a*cos(anpha1)*cos(q(1))-x)^2-
(sin(anpha1)*(R-r)+a*sin(anpha1)*cos(q(1))-y)^2-(a*sin(q(1))+z)^2,
b*b-(cos(anpha2)*(R-r)+a*cos(anpha2)*cos(q(2))-x)^2-
(sin(anpha2)*(R-r)+a*sin(anpha2)*cos(q(2))-y)^2-(a*sin(q(2))+z)^2,
b*b-(cos(anpha3)*(R-r)+a*cos(anpha3)*cos(q(3))-x)^2-
(sin(anpha3)*(R-r)+a*sin(anpha3)*cos(q(3))-y)^2-(a*sin(q(3))+z)^2];

```

2. Các hàm con mô tả các ma trận trung gian

Các ma trận trung gian để giải bài toán động học ngược gồm những ma trận sau:

$$\mathbf{J}_q = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}}; \mathbf{J}_x = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}; \dot{\mathbf{J}}_q = \frac{d}{dt}(\mathbf{J}_q); \dot{\mathbf{J}}_x = \frac{d}{dt}(\mathbf{J}_x)$$

Các ma trận trung gian để giải bài toán động lực học ngược gồm các ma trận:

$$\Phi_a = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}_a}; \Phi_z = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}}; \dot{\Phi}_a = \frac{d}{dt}(\Phi_a); \dot{\Phi}_z = \frac{d}{dt}(\Phi_z);$$

dùng để tính ma trận: $\mathbf{R}(\mathbf{s})$, $\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{s})$

T T	Nội dung các hàm	Mô hình 1	Mô hình 2	Ghi chú
1	Ma trận Jacobi \mathbf{J}_q	<code>function F=Jq(q)</code>	<code>function F=Jq2(q,x,y,z)</code>	
2	Ma trận \mathbf{J}_x	<code>function F=Jx()</code>	<code>function F=Jx2(q,x,y,z)</code>	

3	Đạo hàm ma trận Jacobi $\dot{\mathbf{J}}_q$	<code>function</code> F=dJq(q,dq)	<code>function</code> F=dJq2(q,x,y,z,dq,dx,dy,dz)	
4	Đạo hàm ma trận $\dot{\mathbf{J}}_x$	<code>function</code> F=dJx()	<code>function</code> F=dJx2(q,dq,dx,dy,dz)	
5	Ma trận Φ_a	<code>function</code> F = Phia(q)	<code>function</code> F = Phia2(q)	
6	Ma trận Φ_z	<code>function</code> F = Phiz(q)	<code>function</code> F = Phiz2(q)	
7	Ma trận $\dot{\Phi}_a$	<code>function</code> F = dPhia(q,dq)	<code>function</code> F= dPhia2(q,x,y,z,dq,dx,dy,dz)	
8	Ma trận $\dot{\Phi}_z$	<code>function</code> F = dPhiz(q,dq)	<code>function</code> F= dPhiz2(q,dq,dx,dy,dz)	

Ma trận Jacobi \mathbf{J}_q

```

function F=Jq(q)
global L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3
F=[
L1*cos(alpha1)*sin(q(1)),0,0,L2*cos(alpha1)*sin(q(4))*cos(q(7)),0,0,L2*(c
os(alpha1)*cos(q(4))*sin(q(7))+sin(alpha1)*cos(q(7))),0,0,
L1*sin(alpha1)*sin(q(1)),0,0,L2*sin(alpha1)*sin(q(4))*cos(q(7)),0,0,L2*(s
in(alpha1)*cos(q(4))*sin(q(7))-cos(alpha1)*cos(q(7))),0,0,
L1*cos(q(1)),0,0,L2*cos(q(4))*cos(q(7)),0,0,-
L2*sin(q(4))*sin(q(7)),0,0,
0,L1*cos(alpha2)*sin(q(2)),0,0,L2*cos(alpha2)*sin(q(5))*cos(q(8)),0,0,L2*
(cos(alpha2)*cos(q(5))*sin(q(8))+sin(alpha2)*cos(q(8))),0,
0,L1*sin(alpha2)*sin(q(2)),0,0,L2*sin(alpha2)*sin(q(5))*cos(q(8)),0,0,L2*
(sin(alpha2)*cos(q(5))*sin(q(8))-cos(alpha2)*cos(q(8))),0,
0,L1*cos(q(2)),0,0,L2*cos(q(5))*cos(q(8)),0,0,-
L2*sin(q(5))*sin(q(8)),0,
0,0,L1*cos(alpha3)*sin(q(3)),0,0,L2*cos(alpha3)*sin(q(6))*cos(q(9)),0,0,L
2*(cos(alpha3)*cos(q(6))*sin(q(9))+sin(alpha3)*cos(q(9))),
0,0,L1*sin(alpha3)*sin(q(3)),0,0,L2*sin(alpha3)*sin(q(6))*cos(q(9)),0,0,L
2*(sin(alpha3)*cos(q(6))*sin(q(9))-cos(alpha3)*cos(q(9))),
0,0,L1*cos(q(3)),0,0,L2*cos(q(6))*cos(q(9)),0,0,-
L2*sin(q(6))*sin(q(9))];

function F=Jq2(q,x,y,z)

```

```

global R r a anpha1 anpha2 anpha3

F=[ 2*a*(cos(anpha1)*(R-r)+a*cos(anpha1)*cos(q(1))-
x)*cos(anpha1)*sin(q(1))+2*a*(sin(anpha1)*(R-r)+a*sin(anpha1)*cos(q(1))-
y)*sin(anpha1)*sin(q(1))-2*a*(a*sin(q(1))+z)*cos(q(1)),0,0,
    0,2*a*(cos(anpha2)*(R-r)+a*cos(anpha2)*cos(q(2))-
x)*cos(anpha2)*sin(q(2))+2*a*(sin(anpha2)*(R-r)+a*sin(anpha2)*cos(q(2))-
y)*sin(anpha2)*sin(q(2))-2*a*(a*sin(q(2))+z)*cos(q(2)),0,
    0,0,2*a*(cos(anpha3)*(R-r)+a*cos(anpha3)*cos(q(3))-
x)*cos(anpha3)*sin(q(3))+2*a*(sin(anpha3)*(R-r)+a*sin(anpha3)*cos(q(3))-
y)*sin(anpha3)*sin(q(3))-2*a*(a*sin(q(3))+z)*cos(q(3))
];

```

Ma trận Jacobi \mathbf{J}_x

```

function F=Jx()

F=[ 1,0,0;
    0,1,0;
    0,0,1;
    1,0,0;
    0,1,0;
    0,0,1;
    1,0,0;
    0,1,0;
    0,0,1
];

function F=Jx2(q,x,y,z)
global a R r anpha1 anpha2 anpha3

F=[2*(cos(anpha1)*(R-r)+a*cos(anpha1)*cos(q(1))-
x),2*(sin(anpha1)*(R-r)+a*sin(anpha1)*cos(q(1))-y),-2*(a*sin(q(1))+z);
   2*(cos(anpha2)*(R-r)+a*cos(anpha2)*cos(q(2))-
x),2*(sin(anpha2)*(R-r)+a*sin(anpha2)*cos(q(2))-y),-2*(a*sin(q(2))+z);
   2*(cos(anpha3)*(R-r)+a*cos(anpha3)*cos(q(3))-
x),2*(sin(anpha3)*(R-r)+a*sin(anpha3)*cos(q(3))-y),-2*(a*sin(q(3))+z)];

```

Đạo hàm ma trận \mathbf{J}_q

```

function F=dJq(q,dq)
global L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3

F=[
L1*cos(alpha1)*cos(q(1))*dq(1),0,0,L2*cos(alpha1)*(cos(q(4))*cos(q(7))*dq
(4)-sin(q(4))*sin(q(7))*dq(7)),0,0,...
L2*cos(alpha1)*(cos(q(4))*cos(q(7))*dq(7)-sin(q(4))*sin(q(7))*dq(4))-
L2*sin(alpha1)*sin(q(7))*dq(7),0,0,

```

1

```
L1*sin(alpha1)*cos(q(1))*dq(1),0,0,L2*sin(alpha1)*(cos(q(4))*cos(q(7))*dq
(4)-sin(q(4))*sin(q(7))*dq(7)),0,0,...
```

```
L2*sin(alpha1)*(cos(q(4))*cos(q(7))*dq(7)-sin(q(4))*sin(q(7))*dq(4))-
L2*cos(alpha1)*sin(q(7))*dq(7),0,0,
```

```
-L1*sin(q(1))*dq(1),0,0,-
```

```
L2*(sin(q(4))*cos(q(7))*dq(4)+cos(q(4))*sin(q(7))*dq(7)),0,0,-
L2*(cos(q(4))*sin(q(7))*dq(4)+sin(q(4))*cos(q(7))*dq(7)),0,0,
```

```
0,L1*cos(alpha2)*cos(q(2))*dq(2),0,0,L2*cos(alpha2)*(cos(q(5))*cos(q(8))*
dq(5)-sin(q(5))*sin(q(8))*dq(8)),0,0,...
```

```
L2*cos(alpha2)*(cos(q(5))*cos(q(8))*dq(8)-sin(q(5))*sin(q(8))*dq(5))-
L2*sin(alpha2)*sin(q(8))*dq(8),0,
```

```
0,L1*sin(alpha2)*cos(q(2))*dq(2),0,0,L2*sin(alpha2)*(cos(q(5))*cos(q(8))*
dq(5)-sin(q(5))*sin(q(8))*dq(8)),0,0,...
```

```
L2*sin(alpha2)*(cos(q(5))*cos(q(8))*dq(8)-sin(q(5))*sin(q(8))*dq(5))-
L2*cos(alpha2)*sin(q(8))*dq(8),0,
```

```
0,-L1*sin(q(2))*dq(2),0,0,-
```

```
L2*(sin(q(5))*cos(q(8))*dq(5)+cos(q(5))*sin(q(8))*dq(8)),0,0,-
L2*(cos(q(5))*sin(q(8))*dq(5)+sin(q(5))*cos(q(8))*dq(8)),0,
```

```
0,0,L1*cos(alpha3)*cos(q(3))*dq(3),0,0,L2*cos(alpha3)*(cos(q(6))*cos(q(9))
)*dq(6)-sin(q(6))*sin(q(9))*dq(9)),0,0,...
```

```
L2*cos(alpha3)*(cos(q(6))*cos(q(9))*dq(9)-sin(q(6))*sin(q(9))*dq(6))-
L2*sin(alpha3)*sin(q(9))*dq(9),
```

```
0,0,L1*sin(alpha3)*cos(q(3))*dq(3),0,0,L2*sin(alpha3)*(cos(q(6))*cos(q(9))
)*dq(6)-sin(q(6))*sin(q(9))*dq(9)),0,0,...
```

```
L2*sin(alpha3)*(cos(q(6))*cos(q(9))*dq(9)-sin(q(6))*sin(q(9))*dq(6))-
L2*cos(alpha3)*sin(q(9))*dq(9),
```

```
0,0,-L1*sin(q(3))*dq(3),0,0,-
```

```
L2*(sin(q(6))*cos(q(9))*dq(6)+cos(q(6))*sin(q(9))*dq(9)),0,0,-
L2*(cos(q(6))*sin(q(9))*dq(6)+sin(q(6))*cos(q(9))*dq(9))
```

```
];
```

```
function F=dJq2(q,x,y,z,dq,dx,dy,dz)
```

```
global R r a anpha1 anpha2 anpha3
```

```
F=[ 2*a*cos(anpha1)*(cos(anpha1)*(R-r)+a*cos(anpha1)*cos(q(1))-
x)*cos(q(1))*dq(1)+2*a*cos(anpha1)*sin(q(1))*(-
a*cos(anpha1)*sin(q(1))*dq(1)-dx)+2*a*sin(anpha1)*((sin(anpha1)*(R-
r)+a*sin(anpha1)*cos(q(1))-y)*cos(q(1))*dq(1)+sin(q(1))*(-
a*sin(anpha1)*sin(q(1))*dq(1)-dy))+2*a*(a*sin(q(1))+z)*sin(q(1))*dq(1)-
2*a*cos(q(1))*(a*cos(q(1))*dq(1)+dz),0,0,
```

```

0,2*a*cos(anpha2)*(cos(anpha2)*(R-r)+a*cos(anpha2)*cos(q(2))-
x)*cos(q(2))*dq(2)+2*a*cos(anpha2)*sin(q(2))*(-
a*cos(anpha2)*sin(q(2))*dq(2)-dx)+2*a*sin(anpha2)*((sin(anpha2)*(R-
r)+a*sin(anpha2)*cos(q(2))-y)*cos(q(2))*dq(2)+sin(q(2))*(-
a*sin(anpha2)*sin(q(2))*dq(2)-dy))+2*a*(a*sin(q(2))+z)*sin(q(2))*dq(2)-
2*a*cos(q(2))*(a*cos(q(2))*dq(2)+dz),0,

0,0,2*a*cos(anpha3)*(cos(anpha3)*(R-r)+a*cos(anpha3)*cos(q(3))-
x)*cos(q(3))*dq(3)+2*a*cos(anpha3)*sin(q(3))*(-
a*cos(anpha3)*sin(q(3))*dq(3)-dx)+2*a*sin(anpha3)*((sin(anpha3)*(R-
r)+a*sin(anpha3)*cos(q(3))-y)*cos(q(3))*dq(3)+sin(q(3))*(-
a*sin(anpha3)*sin(q(3))*dq(3)-dy))+2*a*(a*sin(q(3))+z)*sin(q(3))*dq(3)-
2*a*cos(q(3))*(a*cos(q(3))*dq(3)+dz)

};

```

Ma trận \mathbf{J}_y

```
function F=dJx ()
```

[illegible]

```
function F=dJx2(q,dq,dx,dy,dz)
global a anpha1 anpha2 anpha3
F=[ 2*(-a*cos(anpha1)*sin(q(1))*dq(1)-dx),2*(-
a*sin(anpha1)*sin(q(1))*dq(1)-dy),-2*(a*cos(q(1))*dq(1)+dz);
2*(-a*cos(anpha2)*sin(q(2))*dq(2)-dx),2*(-
a*sin(anpha2)*sin(q(2))*dq(2)-dy),-2*(a*cos(q(2))*dq(2)+dz);
2*(-a*cos(anpha3)*sin(q(3))*dq(3)-dx),2*(-
a*sin(anpha3)*sin(q(3))*dq(3)-dy),-2*(a*cos(q(3))*dq(3)+dz);
];
```

Ma trận Φ_a

```
function F = Phia(q)
global L1 alpha1 alpha2 alpha3
```

```

F = [ L1*sin(q(1))*cos(alpha1),0,0,
      L1*sin(q(1))*sin(alpha1),0,0,
      L1*cos(q(1)),0,0,
      0,L1*sin(q(2))*cos(alpha2),0,
      0,L1*sin(q(2))*sin(alpha2),0,
      0,L1*cos(q(2)),0,
      0,0,L1*sin(q(3))*cos(alpha3),
      0,0,L1*sin(q(3))*sin(alpha3),
      0,0,L1*cos(q(3))
    ]

```

```

function F = Phia2(q)
global L1 alpha1 alpha2 alpha3
F = [ L1*sin(q(1))*cos(alpha1),0,0,
      L1*sin(q(1))*sin(alpha1),0,0,
      L1*cos(q(1)),0,0,
      0,L1*sin(q(2))*cos(alpha2),0,
      0,L1*sin(q(2))*sin(alpha2),0,
      0,L1*cos(q(2)),0,
      0,0,L1*sin(q(3))*cos(alpha3),
      0,0,L1*sin(q(3))*sin(alpha3),
      0,0,L1*cos(q(3))
    ]

```

Ma trận Φ_z

```

function F = Phiz(q)
global L2 alpha1 alpha2 alpha3
F= [
L2*cos(q(7))*sin(q(4))*cos(alpha1),0,0,L2*sin(q(7))*cos(q(4))*cos(alpha1)
+L2*cos(q(7))*sin(alpha1),0,0,1,0,0,

L2*cos(q(7))*sin(q(4))*sin(alpha1),0,0,L2*sin(q(7))*cos(q(4))*sin(alpha1)
-L2*cos(q(7))*cos(alpha1),0,0,0,1,0,

L2*cos(q(7))*cos(q(4)),0,0,-L2*sin(q(7))*sin(q(4)),0,0,0,0,1,

0,L2*cos(q(8))*sin(q(5))*cos(alpha2),0,0,L2*sin(q(8))*cos(q(5))*cos(alpha
2)+L2*cos(q(8))*sin(alpha2),0,1,0,0,

0,L2*cos(q(8))*sin(q(5))*sin(alpha2),0,0,L2*sin(q(8))*cos(q(5))*sin(alpha
2)-L2*cos(q(8))*cos(alpha2),0,0,1,0,

0,L2*cos(q(8))*cos(q(5)),0,0,-L2*sin(q(8))*sin(q(5)),0,0,0,1,

```

```
0,0,L2*cos(q(9))*sin(q(6))*cos(alpha3),0,0,L2*sin(q(9))*cos(q(6))*cos(alpha3)+L2*cos(q(9))*sin(alpha3),1,0,0,
```

```
0,0,L2*cos(q(9))*sin(q(6))*sin(alpha3),0,0,L2*sin(q(9))*cos(q(6))*sin(alpha3)-L2*cos(q(9))*cos(alpha3),0,1,0,
```

```
0,0,L2*cos(q(9))*cos(q(6)),0,0,-L2*sin(q(9))*sin(q(6)),0,0,1,
```

```
]
```

```
function F = Phiz2(q)
```

```
global L2 alpha1 alpha2 alpha3
```

```
F= [
```

```
L2*cos(q(7))*sin(q(4))*cos(alpha1),0,0,L2*sin(q(7))*cos(q(4))*cos(alpha1)+L2*cos(q(7))*sin(alpha1),0,0,1,0,0,
```

```
L2*cos(q(7))*sin(q(4))*sin(alpha1),0,0,L2*sin(q(7))*cos(q(4))*sin(alpha1)-L2*cos(q(7))*cos(alpha1),0,0,0,1,0,
```

```
L2*cos(q(7))*cos(q(4)),0,0,-L2*sin(q(7))*sin(q(4)),0,0,0,0,1,
```

```
0,L2*cos(q(8))*sin(q(5))*cos(alpha2),0,0,L2*sin(q(8))*cos(q(5))*cos(alpha2)+L2*cos(q(8))*sin(alpha2),0,1,0,0,
```

```
0,L2*cos(q(8))*sin(q(5))*sin(alpha2),0,0,L2*sin(q(8))*cos(q(5))*sin(alpha2)-L2*cos(q(8))*cos(alpha2),0,0,1,0,
```

```
0,L2*cos(q(8))*cos(q(5)),0,0,-L2*sin(q(8))*sin(q(5)),0,0,0,1,
```

```
0,0,L2*cos(q(9))*sin(q(6))*cos(alpha3),0,0,L2*sin(q(9))*cos(q(6))*cos(alpha3)+L2*cos(q(9))*sin(alpha3),1,0,0,
```

```
0,0,L2*cos(q(9))*sin(q(6))*sin(alpha3),0,0,L2*sin(q(9))*cos(q(6))*sin(alpha3)-L2*cos(q(9))*cos(alpha3),0,1,0,
```

```
0,0,L2*cos(q(9))*cos(q(6)),0,0,-L2*sin(q(9))*sin(q(6)),0,0,1,
```

```
]
```

Ma trận Φ_a

```
function F = dPhia(q,dq)
```

```
global L1 alpha1 alpha2 alpha3
```

```
F=[ L1*cos(alpha1)*cos(q(1))*dq(1),0,0,
```

```
L1*sin(alpha1)*cos(q(1))*dq(1),0,0,
```

```
-L1*sin(q(1))*dq(1),0,0,
```

```
0,L1*cos(alpha2)*cos(q(2))*dq(2),0,
```

```
0,L1*sin(alpha2)*cos(q(2))*dq(2),0,
```

```
0,-L1*sin(q(2))*dq(2),0,
```

```
0,0,L1*cos(alpha3)*cos(q(3))*dq(3),
```

```
0,0,L1*sin(alpha3)*cos(q(3))*dq(3),
```

```

0,0,-L1*sin(q(3))*dq(3)
]
function F= dPhia2(q,x,y,z,dq,dx,dy,dz)
global a R r anpha1 anpha2 anpha3
F= [ 2*a*(cos(q(1))*(R-r)*dq(1)-
cos(anpha1)*(cos(q(1))*x*dq(1)+sin(q(1))*dx)-
sin(anpha1)*(cos(q(1))*y*dq(1)+sin(q(1))*dy)+sin(q(1))*z*dq(1)-
cos(q(1))*dz),0,0,
0,2*a*(cos(q(2))*(R-r)*dq(2)-
cos(anpha2)*(cos(q(2))*x*dq(2)+sin(q(2))*dx)-
sin(anpha2)*(cos(q(2))*y*dq(2)+sin(q(2))*dy)+sin(q(2))*z*dq(2)-
cos(q(2))*dz),0,
0,0,2*a*(cos(q(3))*(R-r)*dq(3)-
cos(anpha3)*(cos(q(3))*x*dq(3)+sin(q(3))*dx)-
sin(anpha3)*(cos(q(3))*y*dq(3)+sin(q(3))*dy)+sin(q(3))*z*dq(3)-
cos(q(3))*dz)
]

```

Ma trận Φ :

```

function F = dPhiz(q,dq)
global L2 alpha1 alpha2 alpha3
F= [ L2*cos(alpha1)*(cos(q(4))*cos(q(7))*dq(4)-
sin(q(4))*sin(q(7))*dq(7)),0,0,L2*cos(alpha1)*(cos(q(7))*cos(q(4))*dq(7)-
sin(q(4))*sin(q(7))*dq(4))-L2*sin(alpha1)*sin(q(7))*dq(7),0,0,0,0,0,
L2*sin(alpha1)*(cos(q(4))*cos(q(7))*dq(4)-
sin(q(4))*sin(q(7))*dq(7)),0,0,L2*sin(alpha1)*(cos(q(4))*cos(q(7))*dq(7)-
sin(q(4))*sin(q(7))*dq(4))+L2*cos(alpha1)*sin(q(7))*dq(7),0,0,0,0,0,
-L2*(sin(q(4))*cos(q(7))*dq(4)+cos(q(4))*sin(q(7))*dq(7)),0,0,-
L2*(cos(q(4))*sin(q(7))*dq(4)+sin(q(4))*cos(q(7))*dq(7)),0,0,0,0,0,
0,L2*cos(alpha2)*(cos(q(5))*cos(q(8))*dq(5)-
sin(q(5))*sin(q(8))*dq(8)),0,0,L2*cos(alpha2)*(cos(q(8))*cos(q(5))*dq(8)-
sin(q(5))*sin(q(8))*dq(5))-L2*sin(alpha2)*sin(q(8))*dq(8),0,0,0,0,
0,L2*sin(alpha2)*(cos(q(5))*cos(q(8))*dq(5)-
sin(q(5))*sin(q(8))*dq(8)),0,0,L2*sin(alpha2)*(cos(q(5))*cos(q(8))*dq(8)-
sin(q(5))*sin(q(8))*dq(5))+L2*cos(alpha2)*sin(q(8))*dq(8),0,0,0,0,
0,-
L2*(sin(q(5))*cos(q(8))*dq(5)+cos(q(5))*sin(q(8))*dq(8)),0,0,-
L2*(cos(q(5))*sin(q(8))*dq(5)+sin(q(5))*cos(q(8))*dq(8)),0,0,0,0,
0,0,L2*cos(alpha3)*(cos(q(6))*cos(q(9))*dq(6)-
sin(q(6))*sin(q(9))*dq(9)),0,0,L2*cos(alpha3)*(cos(q(9))*cos(q(6))*dq(9)-
sin(q(6))*sin(q(9))*dq(6))-L2*sin(alpha3)*sin(q(9))*dq(9),0,0,0,
0,0,L2*sin(alpha3)*(cos(q(6))*cos(q(9))*dq(6)-
sin(q(6))*sin(q(9))*dq(9)),0,0,L2*sin(alpha3)*(cos(q(6))*cos(q(9))*dq(9)-
sin(q(6))*sin(q(9))*dq(6))+L2*cos(alpha3)*sin(q(9))*dq(9),0,0,0,
0,0,-
L2*(sin(q(6))*cos(q(9))*dq(6)+cos(q(6))*sin(q(9))*dq(9)),0,0,-
L2*(cos(q(6))*sin(q(9))*dq(6)+sin(q(6))*cos(q(9))*dq(9)),0,0,0
]

```

```

function F= dPhiz2(q,dq,dx,dy,dz)
global a anpha1 anpha2 anpha3
F= [2*(-a*cos(anpha1)*sin(q(1))*dq(1)-dx),-
2*(a*sin(anpha1)*sin(q(1))*dq(1)+dy),-2*(a*cos(q(1))*dq(1)+dz),
2*(-a*cos(anpha2)*sin(q(2))*dq(2)-dx),-
2*(a*sin(anpha2)*sin(q(2))*dq(2)+dy),-2*(a*cos(q(2))*dq(2)+dz),
2*(-a*cos(anpha3)*sin(q(3))*dq(3)-dx),-
2*(a*sin(anpha3)*sin(q(3))*dq(3)+dy),-2*(a*cos(q(3))*dq(3)+dz)
];

```

3. Các chương trình tính toán động học ngược và động lực học ngược

T T	Nội dung các hàm	Mô hình 1	Mô hình 2	Ghi chú
1	Tính toán động học ngược, động lực học ngược	main1	Main2	

Chương trình tính toán động học ngược, động lực học ngược của mô hình 1:

```

close all; clear all; clc;
q0 = [-0.2348    0.8105    0.8105    1.8465    2.4499    2.4499    0
-0.3308    0.3308];
epsilon=10^-9;
delta_t=0.1;
k=1/1;
N=0:1000;
global R r L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3 m1 m2 m3 Ix Iy Iz  I2x I2y I2z
g
R=0.266;r=0.04;L1=0.3;L2=0.8; alpha1=0; alpha2=2*pi/3;
alpha3=4*pi/3; m1=0.42;
m2=2*0.20; m3=0.75; Ix=0; Iz=m1*L1*L1/12; Iy=Iz; I2y=m2*L2*L2/12;
I2z=I2y; g=9.81; I2x=0;
tstart=tic;
for i=1:length(N)
    t=0.001*(i-1);
    tg(i)=t;
    if i==1
        q(i,:)=q0;
    else
        q(i,:)=q(i-1,:)+dq(i-1,:)*delta_t+1/2*ddq(i-
1,:)*(delta_t)^2;
    end
end

```



```

% Vec to vi tri cua P
% Dau vao 1
    x(i)=0.3*cos(2*pi*k*t); y(i)=0.3*sin(2*pi*k*t); z(i)=-0.7;
    vitri(:,i)=[x(i);y(i);z(i)];

% Vec to van toc cua P
    dx(i)=-0.6*pi*k*sin(2*pi*k*t); dy(i)=0.6*pi*k*cos(2*pi*k*t); dz(i)=0;

    vantoc(:,i)=[dx(i);dy(i);dz(i)];

% Vec to gia toc
    ddx(i)=-1.2*pi*pi*k*k*cos(2*pi*k*t); ddy(i)=-
1.2*pi*pi*k*k*sin(2*pi*k*t); ddz(i)=0;

    giatoc(:,i)=[ddx(i);ddy(i);ddz(i)];

% Giai bai toan dong hoc nguoc
    delta_q(i,:)=[1,1,1,1,1,1,1,1,1];
    Max=0;
    buoclap(i)=0;
    while(((sqrt(delta_q(i,1)*delta_q(i,1)')>=epsilon)|(sqrt(delta_q(i,2)
)*delta_q(i,2)')>=epsilon)|(sqrt(delta_q(i,3)*delta_q(i,3)')>=epsilon)|(s
qrt(delta_q(i,4)*delta_q(i,4)')>=epsilon)|...

(sqrt(delta_q(i,5)*delta_q(i,5)')>=epsilon)|(sqrt(delta_q(i,6)*delta_q(i,
6)')>=epsilon)|(sqrt(delta_q(i,7)*delta_q(i,7)')>=epsilon)|(sqrt(delta_q(
i,8)*delta_q(i,8)')>=epsilon)|(sqrt(delta_q(i,9)*delta_q(i,9)')>=epsilon)
))&&(Max<10);
        delta_q(i,:)=-inv(Jq(q(i,:)))*hpt(q(i,:),x(i),y(i),z(i));
        q(i,:)=q(i,:)+delta_q(i,:);
        buoclap(i)=buoclap(i)+1;
        Max=Max+1;
    end

%q(i,:)=fsolve(@(q) hpt(q,x(i),y(i),z(i)),q(i,:));

e(i,:)=hpt(q(i,:),x(i),y(i),z(i));

% Tinh van toc cac bien khop
    dqT(:,i)=-inv(Jq(q(i,:)))*Jx()*vantoc(:,i);
    dq(i,:)=dqT(:,i);

```

```

% Tinh gia toc cac bien khop
    ddqT(:,i)=-
    inv(Jq(q(i,:)))*(dJq(q(i,:),dq(i,:))*dqT(:,i)+Jx()*giatoc(:,i)+dJx()*vant
    oc(:,i));
    ddq(i,:)=ddqT(:,i);

end

q1=[q(1,1) q(1,2) q(1,3) q(1,4) q(1,5) q(1,6) q(1,7) q(1,8) q(1,9)]

telapsed=toc(tstart)

kq=[tg',q(:,1),q(:,2),q(:,3),q(:,4),q(:,5),q(:,6),q(:,7),q(:,8),q(:,
9),x(:),y(:),z(:),dq(:,1),dq(:,2),dq(:,3),dq(:,4),dq(:,5),dq(:,6),...

dq(:,7),dq(:,8),dq(:,9),dx(:),dy(:),dz(:),ddq(:,1),ddq(:,2),ddq(:,3),ddq(
(:,4),ddq(:,5),ddq(:,6),ddq(:,7),ddq(:,8),ddq(:,9),ddx(:),ddy(:),ddz(:)]';

save file_DHN.matkq;

kq2=[tg',q(:,1),q(:,2),q(:,3),dq(:,1),dq(:,2),dq(:,3),ddq(:,1),ddq(
(:,2),ddq(:,3)]';

save file_DHN2.matkq2;

s =
[q(:,1),q(:,2),q(:,3),q(:,4),q(:,5),q(:,6),q(:,7),q(:,8),q(:,9),x(:),y(:)
,z(:)]';

ds =
[dq(:,1),dq(:,2),dq(:,3),dq(:,4),dq(:,5),dq(:,6),dq(:,7),dq(:,8),dq(:,9),
dx(:),dy(:),dz(:)]';

dds =
[ddq(:,1),ddq(:,2),ddq(:,3),ddq(:,4),ddq(:,5),ddq(:,6),ddq(:,7),ddq(:,8),
ddq(:,9),ddx(:),ddy(:),ddz(:)]';

Solieu =[tg',q(:,1),q(:,2),q(:,3)]

% Giai bai toan dong luc hoc nguoc
for i=1:length(N)
    t=0.001*(i-1);
    tg(i)=t;
% Tinh toan dong luc hoc
    Pz=-inv(Phiz(q(i,:)));

```

```

Pa=Phia(q(i,:));
%Tg=Pz*Pa;
%Tg1=eye(3,3);
R=[eye(3,3);Pz*Pa];
T=R'*PhiT(q(i,:));
mm(i,:)=(R'*(Ms(q(i,:))*dds(:,i)+Cs(q(i,:),dq(i,:))*ds(:,i)+Gs(q(i,:)))')');

end

figure;
plot(tg,mm(:,1),'b','linewidth',2)
hold on
plot(tg,mm(:,2),'r--','LineWidth',2)
plot(tg,mm(:,3),'k-.','LineWidth',2)
box off
%title('Luc dan dong')
xlabel('t[s]')
ylabel('[Nm]')
grid
legend('t_1','t_2','t_3');
dM=max(mm(:,1))-min(mm(:,1))

```

Chương trình tính toán động học ngược, động lực học ngược của mô hình 2:

```

%++++++robot Delta++++++
close all; clear all; clc;
q0 = [-0.23 0.8 0.8 ];
epsilon=10^-9;
delta_t=0.01;
tf=1;

N=0:100;

global R r a b anpha1 anpha2 anpha3 m1 m2 m3 IAY g
R=0.266;r=0.04;a=0.3;b=0.8; anpha1=0; anpha2=2*pi/3; anpha3=4*pi/3;
m1=0.42;
m2=0.2; m3=0.75; IAY=m1*a*a/3; g=9.81;

tstart=tic;
for i=1:length(N)

```

```

        t=0.01*(i-1);
        tg(i)=t;
    if i==1
        q(i,:)=q0;
    else
        q(i,:)=q(i-1,:)+dq(i-1,:)*delta_t+1/2*ddq(i-
1,:)*(delta_t)^2;
    end

    % Vec to vi tri cua P
    % Dau vao 1
        x(i)=0.3*cos((2*pi/tf)*t); y(i)=0.3*sin((2*pi/tf)*t); z(i)=-0.7;
    vitri(:,i)=[x(i);y(i);z(i)];

    % Vec to van toc cua P
        dx(i)=-(0.6*pi/tf)*sin((2*pi/tf)*t);
    dy(i)=(0.6*pi/tf)*cos((2*pi/tf)*t); dz(i)=0;

    vantoc(:,i)=[dx(i);dy(i);dz(i)];

    % Vec to gia toc
        ddx(i)=-(1.2*pi*pi/(tf*tf))*cos((2*pi/tf)*t); ddy(i)=(-
1.2*pi*pi/(tf*tf))*sin((2*pi/tf)*t); ddz(i)=0;

    giatoc(:,i)=[ddx(i);ddy(i);ddz(i)];

    % Giai bai toan dong hoc nguoc
    delta_q(i,:)= [1,1,1];
    Max=0;
    buoclap(i)=0;

    while ((sqrt(delta_q(i,1)*delta_q(i,1)')>=epsilon) | (sqrt(delta_q(i,2)
)*delta_q(i,2)')>=epsilon) | (sqrt(delta_q(i,3)*delta_q(i,3)')>=epsilon)) &&
(Max<20));
        delta_q(i,:)=
inv(Jq(q(i,:),x(i),y(i),z(i)))*hpt2(q(i,:),x(i),y(i),z(i)));
        q(i,:)=q(i,:)+delta_q(i,:);
        buoclap(i)=buoclap(i)+1;
        Max=Max+1;
    end

    % Bieu dien sai so BE

```

```

e2(i,:)=hpt2(q(i,:),x(i),y(i),z(i));

% Tinh van toc cac bien khop
dqT(:,i)=-
inv(Jq(q(i,:),x(i),y(i),z(i)))*Jx(q(i,:),x(i),y(i),z(i))*vantoc(:,i);
dq(i,:)=dqT(:,i);

% Tinh gia toc cac bien khop
ddqT(:,i)=-
inv(Jq(q(i,:),x(i),y(i),z(i)))*(dJq(q(i,:),x(i),y(i),z(i),dq(i,:),dx(i),d
y(i),dz(i))*dqT(:,i)+Jx(q(i,:),x(i),y(i),z(i))*giatoc(:,i)+dJx(q(i,:),dq(
i,:),dx(i),dy(i),dz(i))*vantoc(:,i));
ddq(i,:)=ddqT(:,i);

Pz=-inv(Phiz2(q(i,:),x(i),y(i),z(i)));
Pa=Phia2(q(i,:),x(i),y(i),z(i));
Q=[eye(3,3);Pz*Pa];
T=Q'*(PhiT2(q(i,:),x(i),y(i),x(i)))
%mm(i,:)=(Q'*(Ms2()*dds(:,i)+Gs2(q(i,:))))';
end

kq=[tg',q(:,1),q(:,2),q(:,3),x(:),y(:),z(:),dq(:,1),dq(:,2),dq(:,3),
dx(:),dy(:),dz(:),ddq(:,1),ddq(:,2),ddq(:,3),ddx(:),ddy(:),ddz(:)]'
save file_DHN.matkq;
s = [q(:,1),q(:,2),q(:,3),x(:),y(:),z(:)]';
ds = [dq(:,1),dq(:,2),dq(:,3),dx(:),dy(:),dz(:)]';
dds = [ddq(:,1),ddq(:,2),ddq(:,3),ddx(:),ddy(:),ddz(:)]';
% Tinh toan dong luc hoc nguoc
for i=1:length(N)
    t=0.01*(i-1);
    tg(i)=t;
% Tinh toan dong luc hoc
%Pz=-inv(Phiz2(q(i,:),x(i),y(i),z(i)))
%Pa=Phia2(q(i,:),x(i),y(i),z(i))
Pz=-inv(Phiz2(q(i,:),x(i),y(i),z(i)));
Pa=Phia2(q(i,:),x(i),y(i),z(i));
E=eye(3,3);
Q=[eye(3,3);Pz*Pa];

%R=[E;P];
%P=PhiT(q(i,:),x(i),y(i),x(i));

```

```

%Tg=Pz*Pa;
%Tg1=eye(3,3);
%R=[eye(3,3);Pz*Pa];
%T=Q*(PhiT(q(i,:),x(i),y(i),x(i)))';
mm(i,:)=(Q'(Ms2()*dds(:,i)+Gs2(q(i,:))))';
end

figure;
plot(tg,mm(:,1),'b','linewidth',2)
hold on
plot(tg,mm(:,2),'r--','LineWidth',2)
plot(tg,mm(:,3),'k-.','LineWidth',2)
box off
%title('Luc dan dong')
xlabel('t[s]')
ylabel(' [Nm] ')
grid
legend('t_1','t_2','t_3');
dM=max(mm(:,1))-min(mm(:,1))

```

4. Các luật điều khiển

T T	Nội dung các hàm	Mô hình 1	Mô hình 2	Ghi chú
1	Luật điều khiển PD	<code>function</code> <code>y=ControllerPD(in)</code>	<code>function</code> <code>y=ControllerPD2(in)</code>	
2	Luật điều khiển PID	<code>function</code> <code>y=ControllerPID(in)</code>	<code>function</code> <code>y=ControllerPID2(in)</code>	
3	Luật điều khiển trượt	<code>function</code> <code>y=Controller_SMC(in)</code> <code>)</code>	<code>function</code> <code>y=Controller_</code> <code>SMC 2(in)</code>	
4	Luật điều khiển trượt sử dụng mạng nơ ron	<code>function</code> <code>y=Controller_ SMC</code> <code>_Noron(in)</code>	<code>function</code> <code>y=Controller_</code> <code>SMC _Noron2(in)</code>	

Luật điều khiển PD

```

function y=ControllerPD(in)
global R r L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3 m1 m2 m3 Ix Iy Iz I2x I2y I2z

```

g

```

%Dau vao 1
R=0.266;r=0.04;L1=0.3;L2=0.8; alpha1=0; alpha2=2*pi/3;
alpha3=4*pi/3; m1=0.42;
m2=2*0.20; m3=0.75; Ix=0; Iz=m1*L1*L1/12; Iy=Iz; I2y=m2*L2*L2/12;
I2z=I2y; g=9.81; I2x=0;

qd=[in(1),in(2),in(3)]'; % Vi tri khop chu dong
mong muon;
dqd=[in(13),in(14),in(15)]'; % Van toc khop chu dong
mong muon;
ddqd=[in(25),in(26),in(27)]';
s=[in(37),in(38),in(39),in(40),in(41),in(42),in(43),in(44),in(45),in
(46),in(47),in(48)]'; % Vi tri toa do khop thuc te
ds=[in(49),in(50),in(51),in(52),in(53),in(54),in(55),in(56),in(57),i
n(58),in(59),in(60)]'; % Van toc toa do khop thuc te

q=[in(37),in(38),in(39),in(40),in(41),in(42),in(43),in(44),in(45)];
dq=[in(49),in(50),in(51),in(52),in(53),in(54),in(55),in(56),in(57)];

qa=[in(37),in(38),in(39)]';
dqa=[in(49),in(50),in(51)]';
% Sai so
e=qa-qd; de= dqa-dqd;
% Tinh ma tran M
M=Ms(q);
% Tinh ma tran C
C=Cs(q,dq);
% Tinh ma tran Gs
G=Gs(q);
% Tinh ma tran R
R=[eye(3,3);-inv(Phiz(q))*Phia(q)];
% Tinh dao ham ma tran R
%dPhi=dPhiz(q,dq);

dR=[zeros(3,3);inv(Phiz(q))*dPhiz(q,dq)*(inv(Phiz(q)))*Phia(q)-
inv(Phiz(q))*dPhia(q,dq)];
% Tinh ma tran Ma
Ma=R'*M*R; Ca=R'*M*dR+R'*C*R; Ga=R'*G;
Kp=2500*eye(3); Kd=150*eye(3);

y=(Ma*ddqd+Ca*dqa+Ga)-Ma*(Kp*e+Kd*de);

```

```

% Ham tinh luat dieu khien robot Delta 3RRR
function y=ControllerPD2(in)
global R r a b anpha1 anpha2 anpha3 m1 m2 m3 IAY g
R=0.266;r=0.04;a=0.3;b=0.8; anpha1=0; anpha2=2*pi/3; anpha3=4*pi/3;
m1=0.42;
m2=0.2; m3=0.75; IAY=m1*a*a/3; g=9.81;

qd=[in(1),in(2),in(3)]'; % Vi tri khop chu dong mong
muon;
dq=[in(7),in(8),in(9)]'; % Van toc khop chu dong mong
muon;
ddq=[in(13),in(14),in(15)]';
s=[in(19),in(20),in(21),in(28),in(29),in(30)]'; % Vi tri toa
do khop thuc te
ds=[in(31),in(32),in(33),in(40),in(41),in(42)]'; % Van toc toa
do khop thuc te
q=[in(19),in(20),in(21)]'; x=in(28);y=in(29); z=in(30);
dq=[in(31),in(32),in(33)]'; dx=in(40); dy=in(41); dz=in(42);
qa=[in(19),in(20),in(21)]'; dqa=[in(31),in(32),in(33)]';
% Sai so
e=q-qd; de= dq-dqd;
% Tinh ma tran M
M=Ms2();
% Tinh ma tran Gs
G=G2(q);
% Tinh dao ham ma tran Phiz2
dPz=dPhiz2(q,dq,dx,dy,dz);
P=inv(Phiz2(q,x,y,z));
% Tinh ma tran R
Q=[eye(3,3);-P*Phia2(q,x,y,z)];
dR=[zeros(3,3);P*dPz*P*Phia2(q,x,y,z)-
P*dPhia2(q,x,y,z,dq,dx,dy,dz)];
% Tinh Ma, Ca
Ma=Q'*M*Q; Ca=Q'*M*dR; Ga=Q'*G;
Kp=2500*eye(3); Kd=150*eye(3);
y=(Ma*ddq+Ca*dqa+Ga)-Ma*(Kp*e+Kd*de);

```

Luật điều khiển PID

```

% Ham tinh luat dieu khien robot Delta 3RRR
function y=ControllerPID(in)

```



```

global R r L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3 m1 m2 m3 Ix Iy Iz I2x I2y I2z
g
%Dau vao 1
R=0.266;r=0.04;L1=0.3;L2=0.8; alpha1=0; alpha2=2*pi/3;
alpha3=4*pi/3; m1=0.42;
m2=2*0.20; m3=0.75; Ix=0; Iz=m1*L1*L1/12; Iy=Iz; I2y=m2*L2*L2/12;
I2z=I2y; g=9.81; I2x=0;

qd=[in(1),in(2),in(3)]'; % Vi tri khop chu dong
mong muon;
dqd=[in(13),in(14),in(15)]'; % Van toc khop chu dong mong
muon;
ddqd=[in(25),in(26),in(27)]';
s=[in(37),in(38),in(39),in(40),in(41),in(42),in(43),in(44),in(45),in
(46),in(47),in(48)]'; % Vi tri toa do khop thuc te
ds=[in(49),in(50),in(51),in(52),in(53),in(54),in(55),in(56),in(57),i
n(58),in(59),in(60)]'; % Van toc toa do khop thuc te
Ie=[in(61),in(62),in(63)]'
q=[in(37),in(38),in(39),in(40),in(41),in(42),in(43),in(44),in(45)];
dq=[in(49),in(50),in(51),in(52),in(53),in(54),in(55),in(56),in(57)];

qa=[in(37),in(38),in(39)]';
dqa=[in(49),in(50),in(51)]';
% Sai so
e=qa-qd; de= dqa-dqd;
% Tinh ma tran M
M=Ms(q);
% Tinh ma tran C
C=Cs(q,dq);
% Tinh ma tran Gs
G=Gs(q);
% Tinh ma tran R
R=[eye(3,3);-inv(Phiz(q))*Phia(q)];
% Tinh dao ham ma tran R
dR=[zeros(3,3);inv(Phiz(q))*dPhiz(q,dq)*(inv(Phiz(q)))*Phia(q)-
inv(Phiz(q))*dPhia(q,dq)];
% Tinh ma tran Ma
Ma=R'*M*R; Ca=R'*M*dR+R'*C*R; Ga=R'*G;
Kp=2500*eye(3); Kd=150*eye(3);Ki=150*eye(3);

y=(Ma*ddqd+Ca*dqa+Ga)-Ma*(Kp*e+Kd*de+Ki*Ie);

```

```

% Ham tinh luat dieu khien robot Delta 3PRS
function y=ControllerPID2(in)
global R r a b anpha1 anpha2 anpha3 m1 m2 m3 IAY g
R=0.266;r=0.04;a=0.3;b=0.8; anpha1=0; anpha2=2*pi/3; anpha3=4*pi/3;
m1=0.42;
m2=0.2; m3=0.75; IAY=m1*a*a/3; g=9.81;
qd=[in(1),in(2),in(3)]'; % Vi tri khop chu dong mong
muon;
dq=[in(7),in(8),in(9)]'; % Van toc khop chu dong mong
muon;
ddq=[in(13),in(14),in(15)]';
s=[in(19),in(20),in(21),in(28),in(29),in(30)]'; % Vi tri toa
do khop thuc te
ds=[in(31),in(32),in(33),in(40),in(41),in(42)]'; % Van toc toa
do khop thuc te

Ie=[in(43),in(44),in(45)]';
q=[in(19),in(20),in(21)]'; x=in(28);y=in(29); z=in(30);
dq=[in(31),in(32),in(33)]'; dx=in(40); dy=in(41); dz=in(42);
qa=[in(19),in(20),in(21)]'; dqa=[in(31),in(32),in(33)]';
% Sai so
e=q-qd; de= dq-dqd;
% Tinh ma tran M
M=Ms2();
% Tinh ma tran Gs
G=Gs2(q);
% Tinh dao ham ma tran Phiz2
dPz=dPhiz2(q,dq,dx,dy,dz);
P=inv(Phiz2(q,x,y,z));
% Tinh ma tran R
Q=[eye(3,3);-P*Phia2(q,x,y,z)];
dR=[zeros(3,3);P*dPz*P*Phia2(q,x,y,z)-
P*dPhia2(q,x,y,z,dq,dx,dy,dz)];
% Tinh Ma, Ca
Ma=Q'*M*Q; Ca=Q'*M*dR; Ga=Q'*G;
Kp=2500*eye(3); Kd=150*eye(3);Ki=150*eye(3);
y=(Ma*ddq+Ca*dqa+Ga)-Ma*(Kp*e+Ki*Ie+Kd*de);

```

Luật điều khiển trượt

```

% Ham tinh luat dieu khien truot robot 3RRR
function y=Controller_SMC(in)

```

```

global R r L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3 m1 m2 m3 Ix Iy Iz I2x I2y I2z
g
%Dau vao 1
R=0.266;r=0.04;L1=0.3;L2=0.8; alpha1=0; alpha2=2*pi/3;
alpha3=4*pi/3; m1=0.42;
m2=2*0.20; m3=0.75; Ix=0; Iz=m1*L1*L1/12; Iy=Iz; I2y=m2*L2*L2/12;
I2z=I2y; g=9.81; I2x=0;

qd=[in(1),in(2),in(3)]'; % Vi tri khop chu dong
mong muon;
dqd=[in(13),in(14),in(15)]'; % Van toc khop chu dong mong
muon;
ddqd=[in(25),in(26),in(27)]';
s=[in(37),in(38),in(39),in(40),in(41),in(42),in(43),in(44),in(45),in
(46),in(47),in(48)]'; % Vi tri toa do khop thuc te
ds=[in(49),in(50),in(51),in(52),in(53),in(54),in(55),in(56),in(57),i
n(58),in(59),in(60)]'; % Van toc toa do khop thuc te
q=[in(37),in(38),in(39),in(40),in(41),in(42),in(43),in(44),in(45)];
dq=[in(49),in(50),in(51),in(52),in(53),in(54),in(55),in(56),in(57)];

qa=[in(37),in(38),in(39)]';
dqa=[in(49),in(50),in(51)]';
% Sai so
e=qa-qd; de= dqa-dqd;
% Tinh ma tran M
M=Ms(q);
% Tinh ma tran C
C=Cs(q,dq);
% Tinh ma tran Gs
G=Gs(q);
% Tinh ma tran R
R=[eye(3,3);-inv(Phiz(q))*Phia(q)];
% Tinh dao ham ma tran R
dR=[zeros(3,3);inv(Phiz(q))*dPhiz(q,dq)*(inv(Phiz(q)))*Phia(q)-
inv(Phiz(q))*dPhia(q,dq)];
% Tinh ma tran Ma
Ma=R'*M*R; Ca=R'*M*dR+R'*C*R; Ga=R'*G;
% Tham so bo dieu khien
Kpd=80*eye(3);
Ks=80*eye(3);
mu=80*eye(3);
muy=de+mu*e;

```

```

y= (Ma*ddqd+Ca*dqd+Ga) - (Ma*mu*de+Ca*mu*e+Kpd*muy+Ks*2*atan(muy)/pi);

% Ham tinh luat dieu khien robot Delta 3RRR
function y=Controller_SMC2(in)
global R r a b anpha1 anpha2 anpha3 m1 m2 m3 IAY g
R=0.266;r=0.04;a=0.3;b=0.8; anpha1=0; anpha2=2*pi/3; anpha3=4*pi/3;
m1=0.42;
m2=0.2; m3=0.75; IAY=m1*a*a/3; g=9.81;
qd=[in(1),in(2),in(3)]'; % Vi tri khop chu
dong mong muon;
dq=[in(7),in(8),in(9)]'; % Van toc khop chu dong mong
muon;
ddqd=[in(13),in(14),in(15)]';
s=[in(19),in(20),in(21),in(28),in(29),in(30)]'; % Vi tri toa
do khop thuc te
ds=[in(31),in(32),in(33),in(40),in(41),in(42)]'; % Van toc toa
do khop thuc te
q=[in(19),in(20),in(21)]'; x=in(28);y=in(29); z=in(30);
dq=[in(31),in(32),in(33)]'; dx=in(40); dy=in(41); dz=in(42);
% Sai so
e=q-qd; de= dq-dqd;
% Tinh ma tran M
M=Ms2();
% Tinh ma tran Gs
G=Gs2(q);
% Tinh dao ham ma tran Phiz2
dPz=dPhiz2(q,dq,dx,dy,dz);
P=inv(Phiz2(q,x,y,z));
% Tinh ma tran R
Q=[eye(3,3);-P*Phia2(q,x,y,z)];
dR=[zeros(3,3);P*dPz*P*Phia2(q,x,y,z)-
P*dPhia2(q,x,y,z,dq,dx,dy,dz)];
% Tinh Ma, Ca
Ma=Q'*M*Q; Ca=Q'*M*dR; Ga=Q'*G;
% Bo dieu khien
Kpd=400*eye(3);
Ks=400*eye(3);
mu=200*eye(3);
muy=de+mu*e;
y= (Ma*ddqd+Ca*dqd+Ga) - (Ma*mu*de+Ca*mu*e+Kpd*muy+Ks*atan(muy)/pi);

```

Luật điều khiển trượt sử dụng mạng nơ ron

```

% Ham tinh luat dieu khien truot mang noron robot 3RRR
function y=Controller_SMC_Noron(in)
global R r L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3 m1 m2 m3 Ix Iy Iz I2x I2y I2z
g
%Dau vao 1
R=0.266;r=0.04;L1=0.3;L2=0.8; alpha1=0; alpha2=2*pi/3;
alpha3=4*pi/3; m1=0.42;
m2=2*0.20; m3=0.75; Ix=0; Iz=m1*L1*L1/12; Iy=Iz; I2y=m2*L2*L2/12;
I2z=I2y; g=9.81; I2x=0;
qd=[in(1),in(2),in(3)]'; % Vi tri khop chu dong mong muon;
dqd=[in(13),in(14),in(15)]'; % Van toc khop chu dong mong muon;
ddqd=[in(25),in(26),in(27)]';
s=[in(37),in(38),in(39),in(40),in(41),in(42),in(43),in(44),in(45),in
(46),in(47),in(48)]'; % Vi tri toa do khop thuc te
ds=[in(49),in(50),in(51),in(52),in(53),in(54),in(55),in(56),in(57),i
n(58),in(59),in(60)]'; % Van toc toa do khop thuc te
q=[in(37),in(38),in(39),in(40),in(41),in(42),in(43),in(44),in(45)];
dq=[in(49),in(50),in(51),in(52),in(53),in(54),in(55),in(56),in(57)];
noron=[in(61),in(62),in(63)]';

qa=[in(37),in(38),in(39)]';
dqa=[in(49),in(50),in(51)]';
% Sai so
e=qa-qd; de= dqa-dqd;
% Tinh ma tran M
M=Ms(q);
% Tinh ma tran C
C=Cs(q,dq);
% Tinh ma tran Gs
G=Gs(q);
% Tinh ma tran R
R=[eye(3,3);-inv(Phiz(q))*Phia(q)];
% Tinh dao ham ma tran R
dR=[zeros(3,3);inv(Phiz(q))*dPhiz(q,dq)*(inv(Phiz(q)))*Phia(q)-
inv(Phiz(q))*dPhia(q,dq)];
% Tinh ma tran Ma
Ma=R'*M*R; Ca=R'*M*dR+R'*C*R; Ga=R'*G;
% Bo dieu khien
Kpd=80*eye(3);
Ks=80*eye(3);
mu=80*eye(3);

```

```

muy=de+mu*e;

y=(Ma*ddqd+Ca*dqd+Ga)-(Ma*mu*de+Ca*mu*e+Kpd*muy+400*atan(muy)/pi -
2.1*noron);

function y=Controller_SMC_Noron2(in)
global R r a b anpha1 anpha2 anpha3 m1 m2 m3 IAY g
R=0.266;r=0.04;a=0.3;b=0.8; anpha1=0; anpha2=2*pi/3; anpha3=4*pi/3;
m1=0.42;
m2=0.2; m3=0.75; IAY=m1*a*a/3; g=9.81;
qd=[in(1),in(2),in(3)]'; % Vi tri khop chu dong mong
muon;
dqd=[in(7),in(8),in(9)]'; % Van toc khop chu dong mong
muon;
ddqd=[in(13),in(14),in(15)]';
s=[in(19),in(20),in(21),in(28),in(29),in(30)]'; % Vi tri toa
do khop thuc te
ds=[in(31),in(32),in(33),in(40),in(41),in(42)]'; % Van toc toa
do khop thuc te
q=[in(19),in(20),in(21)]'; x=in(28);y=in(29); z=in(30);
dq=[in(31),in(32),in(33)]'; dx=in(40); dy=in(41); dz=in(42);
qa=[in(19),in(20),in(21)]'; dqa=[in(31),in(32),in(33)]';
noron=[in(43),in(44),in(45)]';
% Sai so
e=q-qd; de= dq-dqd;
% Tinh ma tran M
M=Ms2();
% Tinh ma tran Gs
G=Gs2(q);
% Tinh dao ham ma tran Phiz2
dPz=dPhiz2(q,dq,dx,dy,dz);
P=inv(Phiz2(q,x,y,z));
% Tinh ma tran R
Q=[eye(3,3);-P*Phia2(q,x,y,z)];
dR=[zeros(3,3);P*dPz*P*Phia2(q,x,y,z)-
P*dPhia2(q,x,y,z,dq,dx,dy,dz)];
% Tinh Ma, Ca
Ma=Q'*M*Q; Ca=Q'*M*dR; Ga=Q'*G;
% Bo dieu khien
Kpd=400*eye(3);
Ks=400*eye(3);
mu=200*eye(3);

```

```
muy=de+mu*e;
```

```
y=(Ma*ddqd+Ca*dqd+Ga)-(Ma*mu*de+Ca*mu*e+Kpd*muy+400*atan(muy)/pi-2.1*noron);
```

5. Hàm con giải bài toán động lực học thuận

T T	Nội dung các hàm	Mô hình 1	Mô hình 2	Ghi chú
1	Động lực học thuận mô hình robot chính xác	<code>function ydot=xvdot(in)</code>		
2	Động lực học thuận mô hình robot có sai số	<code>function ydot=xvdot_error(in)</code>		

```
function ydot=xvdot(in)
global R r L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3 m1 m2 m3 Ix Iy Iz I2x I2y I2z
g
%Dau vao 1
R=0.266;r=0.04;L1=0.3;L2=0.8; alpha1=0; alpha2=2*pi/3;
alpha3=4*pi/3; m1=0.42;
m2=2*0.20; m3=0.75; Ix=0; Iz=m1*L1*L1/12; Iy=Iz; I2y=m2*L2*L2/12;
I2z=I2y; g=9.81; I2x=0;
% cac he so on dinh
alpha=1/0.001; beta=sqrt(2)/0.001; %chinh xac cao thoi gian lau
%alpha=100; beta=100*sqrt(2);
q=[in(1),in(2),in(3),in(4),in(5),in(6),in(7),in(8),in(9)]';
x=in(10); y=in(11); z=in(12);
s=[in(1),in(2),in(3),in(4),in(5),in(6),in(7),in(8),in(9),in(10),in(11),in(12)]';
dq=[in(13),in(14),in(15),in(16),in(17),in(18),in(19),in(20),in(21)]';
;
ds=[in(13),in(14),in(15),in(16),in(17),in(18),in(19),in(20),in(21),in(22),in(23),in(24)]';
% Vec to momen dieu khien
u1=in(25); u2=in(26); u3=in(27);
u=[u1,u2,u3,0,0,0,0,0,0,0,0,0]';
% Tinh ma tran M
M=Ms(q);
% Tinh ma tran C
C=Cs(q,dq);
% Tinh ma tran Gs
```

```

G=Gs(q);
% Tinh ma tran R
R=[eye(3,3);-inv(Phiz(q))*Phia(q)];
% tinh ma tran Phi_s la dao ham cua f theo s
Phi=PhiT(q)'; % PhiT la ma tran da chuyen vi;
% Tinh dao ham theo t cua ma tran PhiT
dPhi=dPhiT(q,dq)';
H=forward_Kinematic(in);
F11=Phi*ds;
% Vec to p1
p1=u-C*ds-G;
% Vec to p3 co them on dinh hoa Baungart
p3=-dPhi*ds-2*alpha*Phi*ds-beta*beta*H; %F2; %-
2*alpha*Phi*ds+beta*beta*F;
% Tinh ma tran D
D=[R'*M;Phi];
dds=inv(D)*[R'*p1;p3];
ydot=[ds;dds];

function ydot=xvdot_error(in)
global R r L1 L2 alpha1 alpha2 alpha3 m1 m2 m3 Ix Iy Iz I2x I2y I2z
g
%Dau vao 1
R=0.266;r=0.04;L1=0.3;L2=0.8; alpha1=0; alpha2=2*pi/3;
alpha3=4*pi/3; m1=0.42;
m2=2*0.20; m3=0.75; Ix=0; Iz=m1*L1*L1/12; Iy=Iz; I2y=m2*L2*L2/12;
I2z=I2y; g=9.81; I2x=0;
% cac he so on dinh
% alpha=1/0.005; beta=sqrt(2)/0.005; %chinh xac cao thoi gian lau
alpha=40; beta=40*sqrt(2);
q=[in(1),in(2),in(3),in(4),in(5),in(6),in(7),in(8),in(9)]';
x=in(10); y=in(11); z=in(12);
s=[in(1),in(2),in(3),in(4),in(5),in(6),in(7),in(8),in(9),in(10),in(11),in(12)]';
dq=[in(13),in(14),in(15),in(16),in(17),in(18),in(19),in(20),in(21)]';
;
ds=[in(13),in(14),in(15),in(16),in(17),in(18),in(19),in(20),in(21),in(22),in(23),in(24)]';
% Vec to momen dieu khien
u1=in(25); u2=in(26); u3=in(27);
u=[u1,u2,u3,0,0,0,0,0,0,0,0,0]';
t=in(28);
% Tinh ma tran M

```



```

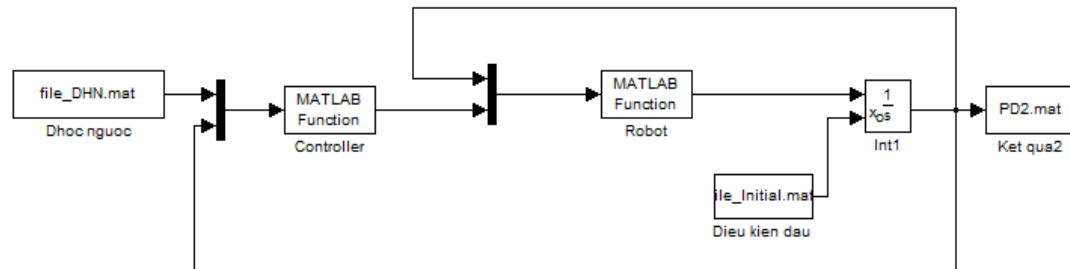
M=1.2*Ms(q);
% Tính ma tran C
C=1.2*Cs(q,dq);
% Tính ma tran Gs
G=1.2*Gs(q);
% Tính ma tran R
R=[eye(3,3);-inv(Phiz(q))*Phia(q)];
% tính ma tran Phi_s la dao ham cua f theo s
Phi=PhiT(q)';           % PhiT la ma tran da chuyen vi;
% Tính dao ham theo t của ma tran PhiT
dPhi=dPhiT(q,dq)';
H=forward_Kinematic(in);
F11=Phi*ds;

da=0.5*[sin(20*t);cos(20*t);sin(20*t);sin(20*t);cos(20*t);sin(20*t);sin(20*t);cos(20*t);sin(20*t);sin(20*t);cos(20*t);sin(20*t)]; % Nhiều
% Vec to p1
p1=u-C*ds-G-da;
% Vec to p3 co them on dinh hoa Baungart
p3=-dPhi*ds-2*alpha*Phi*ds-beta*beta*H; %+F2;    %-
2*alpha*Phi*ds+beta*beta*F;
% Tính ma tran D
D=[R'*M;Phi];
dds=inv(D)*[R'*p1;p3];
ydot=[ds;dds];

```

6. Sơ đồ điều khiển robot trên Simulink

Các phương pháp điều khiển được xây dựng trên Simulink theo sơ đồ sau:



Ta có bảng thống kê các file trên Simulink theo các phương pháp điều khiển như sau:

Bảng thống kê các phương pháp điều khiển dựa trên mô hình robot

T T	Các luật điều khiển	Mô hình 1	Mô hình 2	Ghi chú
1	PD + biết chính xác tham số hệ	ZPD.mdl	ZPD2.mdl	
2	PD + không biết chính xác tham số hệ	ZPD_er.mdl	ZPD_er2.mdl	
3	PID + biết chính xác tham số hệ	ZPID.mdl	ZPID2.mdl	
4	PID + không biết chính xác tham số hệ	ZPID_er.mdl	ZPID_er2.mdl	
5	Trượt + biết chính xác tham số hệ	ZSMC.mdl	ZSMC2.mdl	
6	Trượt + không biết chính xác tham số hệ	ZSMC_er.mdl	ZSMC_er.mdl	
7	Trượt sử dụng mạng nơ ron + biết chính xác tham số hệ	ZSMC_Noron.mdl	ZSMC_Noron2.mdl	
8	Trượt sử dụng mạng nơ ron + không biết chính xác tham số hệ	ZSMC_Noron_er.mdl	ZSMC_Noron_er2.mdl	