

# Prova teórica II

Matheus Filipe dos Santos Reinert - 18100033

19 de maio de 2021

$$x = (0 + 3 + 3) \% 3 = 0$$

1. (a) O fator de balanceamento é dado pela diferença de altura entre a subárvore da esquerda e da direita. A cada nó que percorremos partindo da raiz a altura diminui 1, por exemplo a altura de B é h, logo a altura de z será h + 1, então temos:

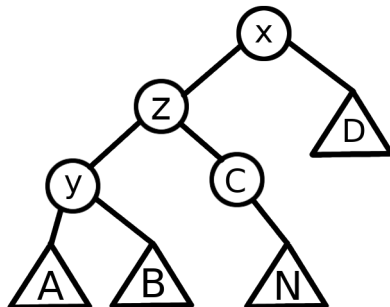
$$x: \text{altura}(y) - \text{altura}(D) = (h + 2) - (h + 1) = 1$$

$$y: \text{altura}(A) - \text{altura}(z) = (h + 1) - (h + 1) = 0$$

$$z: \text{altura}(B) - \text{altura}(C) = h - h = 0$$

- (b) Como a altura de D é h + 1, o desequilíbrio ocorre no nó y

Inserindo o nó N no nó C:



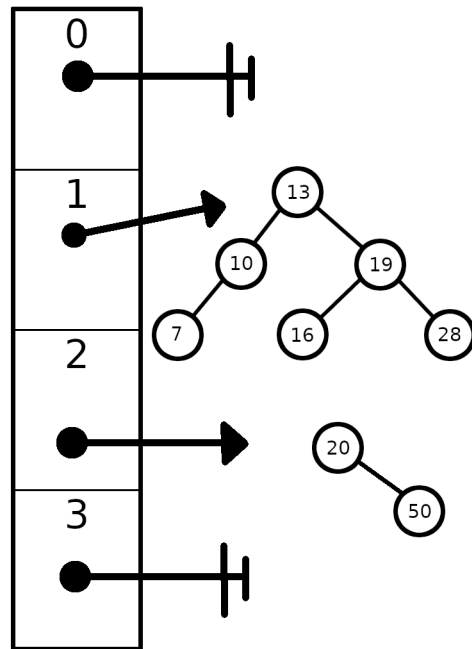
```

2. //! Quantos nós da árvore estão cheios
   template <class T, int M>
   int BTreeNode<T, M>::conta_nos_cheios(BTreeNode<T, M> *node) {
       // Caso específico para ponteiro nulo
       if (node == nullptr)
           return 0;

       int total = 0; // total de nós cheios
       bool full = true; // se o nó está cheio
       // Verifica se o nó está cheio, se estiver soma 1 ao
       // total se não ignora
       for (int i = 0; i < M - 1; i++)
           if (node->keys[i] == NULL)
               full = false;
       if (full)
           total++;
       // Repetimos isso recursivamente para todos os nós
       for (int i = 0; i < M; i++)
           total += conta_nos_cheios(node->pointers[i]);

       return total;
   }

```



3. (a)

(b) Método transformar hash em lista ordenada:

```
template <typename T>
LinkedList<T> Hash<T>::ordena() {
    auto lista = new LinkedList<T>();
    for (int i = 0; i < S; i++) {
        auto elementos = tabela[i].in_order();
        for (int j = 0; j < tabela[i].size(); j++)
            lista->insert_sorted(elementos[j]);
    }

    return lista;
}
```

(c) Método maior elemento do hash:

```
template<typename T>
T Hash<T>::maximo() {
    // Os máximos de cada depósito
    T maximos[S];
}
```

```

    for (int i = 0; i < S; i++) {
        auto arvore = tabela[i];
        Node *aux = arvore.root();
        // Percorremos até o elemento mais a direita
        while (aux->right() != nullptr)
            aux = aux->right();
        maximos[i] = aux->data();
    }
    // Retorna o máximo da lista
    return std::max(maximos);
}

```

- (d) Para o algoritmo do item b, temos que para criarmos um array com os elementos in order a complexidade é  $O(n)$ , com  $n$  sendo o número de elementos da árvore, e para inserirmos em ordem na linked list também temos complexidade  $O(n)$ , pois precisamos percorrer a lista até acharmos onde colocar, porém inserção em linked list é de ordem  $O(1)$  mas o  $O(n)$  acaba pesando muito mais que o  $O(1)$ , então como resultado temos complexidade  $O(n^2)$ . Já para o algoritmo do item c, como já sabemos onde está o maior elemento de cada depósito do hash só precisamos percorrer até ele na árvore, o que é complexidade  $O(1)$ , inserção no array maximos também é  $O(1)$ , porém no fim precisamos comparar os resultados de cada depósito o que no pior caso é  $O(N-1)$ ,  $N$  sendo o número de elementos para comparar, neste exercício  $N=4$ , como  $O(N-1)$  acaba pesando mais que 2  $O(1)$ , temos que a complexidade é  $O(N-1)$ .

4. (a) Como é um algoritmo recursivo temos que a variável pivô, para cada chamada do método, é:

```

1ª: 30
2ª: 20
3ª: 40
4ª: 70
5ª: 50
6ª: 100
7ª: 90

```

(b) Para cada partição temos que o conteúdo do array é:

1<sup>a</sup>: [20, 10, 30, 40, 70, 80, 90, 100, 60, 50]

2<sup>a</sup>: [10, 20, 30, 40, 70, 80, 90, 100, 60, 50]

3<sup>a</sup>: [10, 20, 30, 40, 70, 80, 90, 100, 60, 50]

4<sup>a</sup>: [10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 100, 80, 90]

5<sup>a</sup>: [10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 100, 80, 90]

6<sup>a</sup>: [10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 90, 80, 100]

7<sup>a</sup>: [10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100]