

problem a08. b08:

Given an array of integers, find a consecutive sub-array, including empty sub-array, with maximized sum.

Input format:

第一行有一個整數 t ，代表共有 t 筆測資。

每筆測資的第一行有一個整數 n 。

每筆測資的第二行有 n 個整數。

Output format:

對每筆測資輸出最大總和並換行。

兩題題目相同但 a08: $n < 4000$; b08: $n \leq 600000$

Analysis: 在一個正整數的 array 中找連續的一段使得總和最大。

如果資料在 $a[1..n]$ ， $a[0]=0$ 。

是甚麼是所有可能得解？對於所有的 $0 \leq i \leq j < n$ ，($a[0]$ 用來對付 empty subarray (sum=0))。If we try all possible solution

$\Rightarrow O(n^2)$ possible solution, each takes $O(n)$ time.

$\Rightarrow O(n^3)$ time complexity \Rightarrow TLE

How to save time?

Suppose we first compute the prefix-sum, i.e., letting

$pre[i] = a[0] + a[1] + \dots + a[i]$

$\Rightarrow a[i] + a[i+1] + \dots + a[j] = pre[j] - pre[i-1]$

\Rightarrow 每一個連續 subarray 的和可以在 $O(1)$ 算出

\Rightarrow time complexity $= O(n^2)$

但如何計算 $pre[i]$?

$pre[0] = a[0] = 0$

$pre[i] = pre[i-1] + a[i]$

簡單的 DP 可以在 $O(n)$ 算出所有 prefix-sum，但需要 $O(n)$ 的 space

這個技巧是”空間換取時間”，利用 preprocessing 算出一些中間結果，讓後續的計算加快

b08: n 可能達到 60000， $O(n^2)$ 無法在 3 sec 得到解。

如何加速？

方法不只一種。

以 DP 的概念，令 $f(i)$ 是以 i 為右端點的最大 subarray 總和，則

$f(1)=a[1]$ ，

For $i>1$, we have

$f(i)=(f(i-1)>0)? f(i-1)+a[i]: a[i];$

而最佳解是 $f(i)$ 中最大者或 0，

因此先設 $opt=0$ ，然後只要 i 由小往大算過去，每次檢查是否更新 opt

注意：上述算式，右邊是 $f(i-1)$ 左邊 $f(i)$ ，此種遞迴由小往大算不需 recursive call，此即是 DP