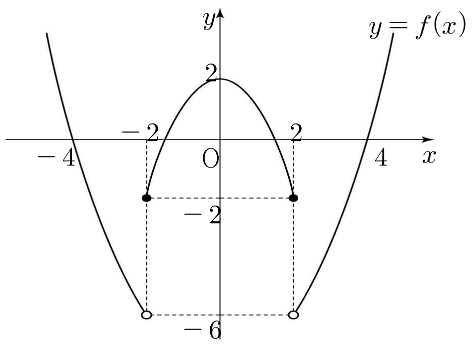
함수의 연속　5차시　(　)반 (　)번 (　　　　)

1. 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 곡선 $y=|x^2-2x|$와 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(t)$에 대하여 함수 $f(t)g(t)$가 모든 실수 t에서 연속일 때, $f(3)+g(3)$의 값을 구하시오.

2. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2}x^2-8 & (|x|>2) \\ -x^2+2 & (|x|\le 2) \end{cases}$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $f(x)f(kx)$가 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 k의 값의 곱을 구하시오.

3. 함수 $f(x)$가 $f(x)=\begin{cases} -x+1 & (x \leq -1) \\ 1 & (-1 < x \leq 1) \\ x-1 & (x > 1) \end{cases}$ 이고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. (나) 함수 $f(x)g(x+k)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록하는 상수 k가 존재한다. (단, $k \neq 0$)

$g(0) < 0$일 때, $g(2)$의 값을 구하시오.

4. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다. (나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수 일 때, $g(2)$의 최솟값을 구하시오.

5. 실수 t에 대하여 열린 구간 $(t-1,\ t+1)$에서 함수 $f(x)=\begin{cases} 1 & (x \neq 0) \\ 2 & (x=0) \end{cases}$의 불연속인 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 옳은 것을 모두 고르시오.

〈 보 기 〉

ㄱ. $g(0)=1$

ㄴ. $\lim_{x \to 1-} g(x) + \lim_{x \to -1+} g(x) = 2$

ㄷ. 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$는 $x=0$에서 연속이다.

6. 실수 t에 대하여 두 함수

$f(x)=(x-t)^2-1$, $g(x)=\begin{cases} -x & (x \leq 1) \\ x+2 & (x>1) \end{cases}$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(t)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르시오.

<보 기>

ㄱ. $\lim_{t \to -1+} h(t)=3$

ㄴ. 함수 $h(t)$는 $t=1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $h(t)$가 $t=a$에서 불연속이 되는 모든 a의 값의 합은 $\dfrac{15}{4}$이다.

7. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=4$, $\overline{\mathrm{BC}}=3$, $\angle\mathrm{B}=90^{\circ}$인 삼각형 ABC의 변 AB 위를 움직이는 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 O가 있다. $\overline{\mathrm{AP}}=x(0<x<4)$라 할 때, 원 O가 삼각형 ABC와 만나는 서로 다른 점의 개수를 $f(x)$라 하자. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 불연속이 되는 모든 실수 a의 값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)