

도함수의 활용 3차시

()반 ()번 ()

1. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=-20$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 와 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수 $g(t)$ 는

$$g(t)=\begin{cases} 1 & (t < -4 \text{ 또는 } t > 0) \\ 2 & (t = -4 \text{ 또는 } t = 0) \\ 3 & (-4 < t < 0) \end{cases}$$

이다. $f(9)$ 의 값을 구하시오.

2. 구간 $[0, \infty)$ 에서 함수 $f(x)=\frac{2x+1}{x^3-24x+3a}$ 이 연속이 되도록 하는 실수 a 의 범위를 구하시오.

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(\alpha)=g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$ 인 실수 α 가 존재한다.
 (나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오.

4. 한 변의 길이가 $12\sqrt{3}$ 인 정삼각형과 그 정삼각형에 내접하는 원으로 이루어진 도형이 있다. 이 도형에서 정삼각형의 각 변의 길이가 매초 $3\sqrt{3}$ 씩 늘어남에 따라 원도 정삼각형에 내접하면서 반지름의 길이가 늘어난다. 정삼각형의 한 변의 길이가 $24\sqrt{3}$ 이 되는 순간, 정삼각형에 내접하는 원의 넓이의 시간(초)에 대한 변화율이 $a\pi$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 구하시오.

5. 실수 t 에 대하여 직선 $x = t$ 가 두 함수

$$y = x^4 - 4x^3 + 10x - 30, \quad y = 2x + 2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자.

$$\lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합을 구하시오.

6. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x) = 2x^2 - x - 4$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y = f(x) - g(x)$ 는 x 좌표가 2인 점에서 x 축에 접한다.
 (나) 함수 $y = |f(x) - g(x)|$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f'(0) = 2$ 일 때, $f(1)$ 의 최댓값은 a 이다. $40a$ 의 값을 구하시오.

7. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $|f(x) - t|$ 가 미분가능하지 않은 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $f(x)$, $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f'(x) = 0$ 의 실근은 1, 4뿐이다.
 (나) 함수 $g(t)$ 는 $t = 2$ 와 $t = -25$ 에서만 불연속이다.
 (다) 방정식 $f(x) = 0$ 은 4보다 큰 실근을 갖는다.

$f(-1)$ 의 값을 구하시오.