

## 도함수의 활용 5차시

( )반 ( )번 ( )

1. 자연수  $k$ 에 대하여 삼차방정식  $x^3 - 12x + 22 - 4k = 0$ 의 양의 실근의 개수를  $f(k)$ 라 하자.

$\sum_{k=1}^{10} f(k)$ 의 값을 구하시오.

2. 자연수  $a$ 에 대하여 두 함수  $f(x) = -x^4 - 2x^3 - x^2$ ,  $g(x) = 3x^2 + a$ 가 있다. 다음을 만족시키는  $a$ 의 값을 구하시오.

모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $f(x) \leq 12x + k \leq g(x)$ 를 만족시키는 자연수  $k$ 의 개수는 3이다.

3. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수  $f(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식  $f(x)=0$ 의 실근은  $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 뿐이다.  
(나) 함수  $f(x)$ 의 극솟값은  $-4$ 이다.

<보기>에서 옳은 것을 모두 고르시오.

- < 보 기 >
- ㄱ.  $f'(\alpha)=0$   
ㄴ.  $\beta=\alpha+3$   
ㄷ.  $f(0)=16$ 이면  $\alpha^2+\beta^2=18$ 이다.

4. 최고차항의 계수가 1이고  $f(0)=4, f'(0)=1$ 인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $f(x)=x+a$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $h(a)$ 라 하자. 함수  $h(a)$ 가  $a=0$ 과  $a=4$ 에서만 불연속일 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오.

5.  $0 < a < 6$ 인 실수  $a$ 에 대하여 원점에서 곡선  $y = x(x-a)(x-6)$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱의 최솟값을 구하시오.

6. 한 변의 길이가 3인 정삼각형  $ABC$ 가 있다. 점  $P$ 는 점  $A$ 에서 출발하여 삼각형의 변을 따라  $A-B-C$ 의 방향으로 매초 2의 속력으로 움직이고, 점  $Q$ 는 점  $B$ 에서 출발하여 삼각형의 변을 따라  $B-C-A$ 의 방향으로 매초 1의 속력으로 움직인다. 두 점  $P, Q$ 가 각각 두 점  $A, B$ 에서 동시에 출발한 후  $\frac{1}{2}$ 초가 되는 순간 삼각형  $CPQ$ 의 넓이의 변화율을 구하시오.

7. 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=t$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는  $x=0$ ,  $x=6$ 에서 불연속이다.  
(나) 함수  $f(x)g(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.  
(다)  $f(5)f(7)<0$

$f(-4)$ 의 값을 구하시오.