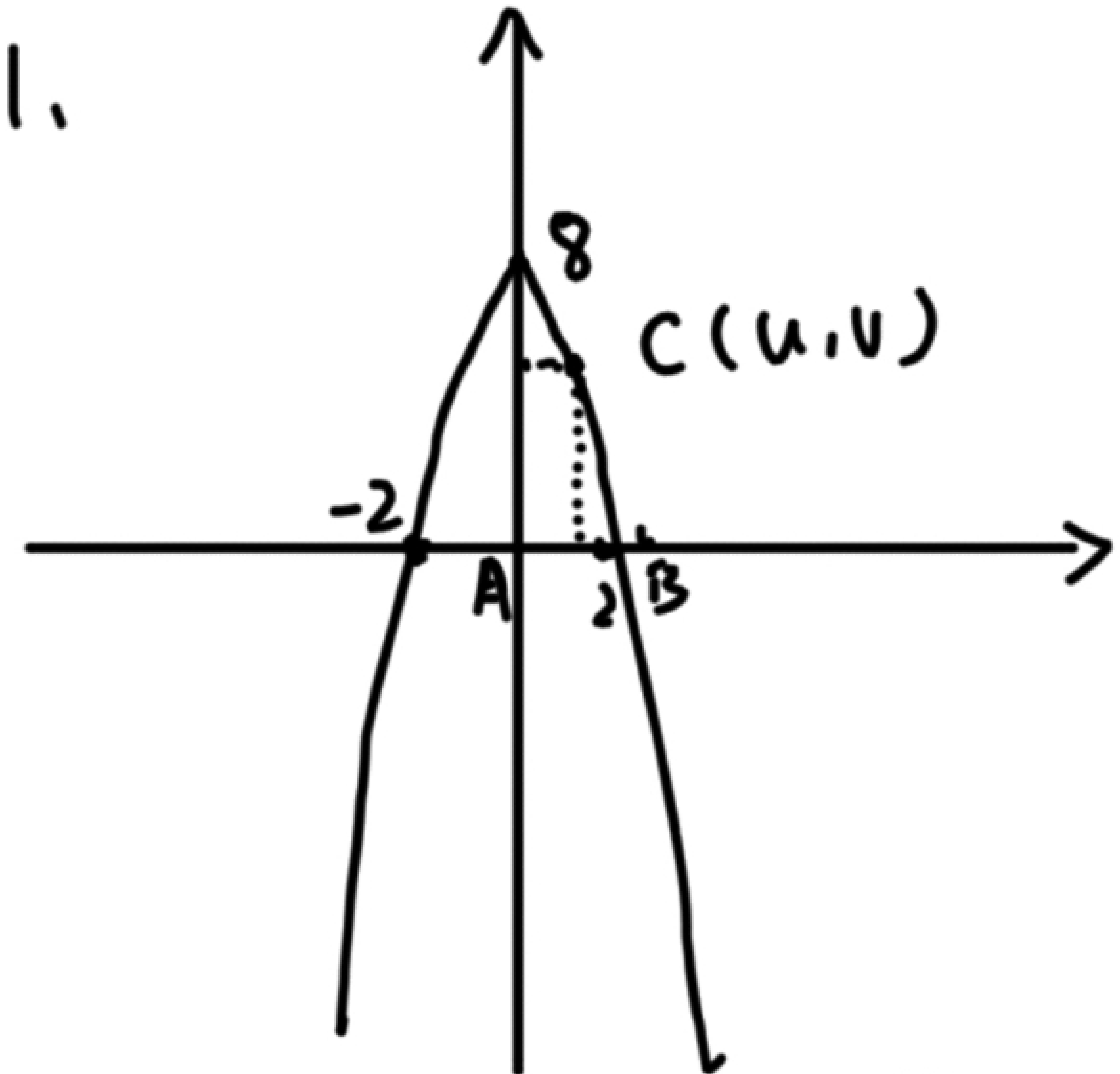
1.



знаем что, точка $C(u.v)$ лежит на графике функции $y=-x^3+8$, выражение прямоугольник: $S=u\cdot v$ можно выражаться через функцию, т.е. $S=u\cdot(-u^3+8)$

$=-u^4+8u$

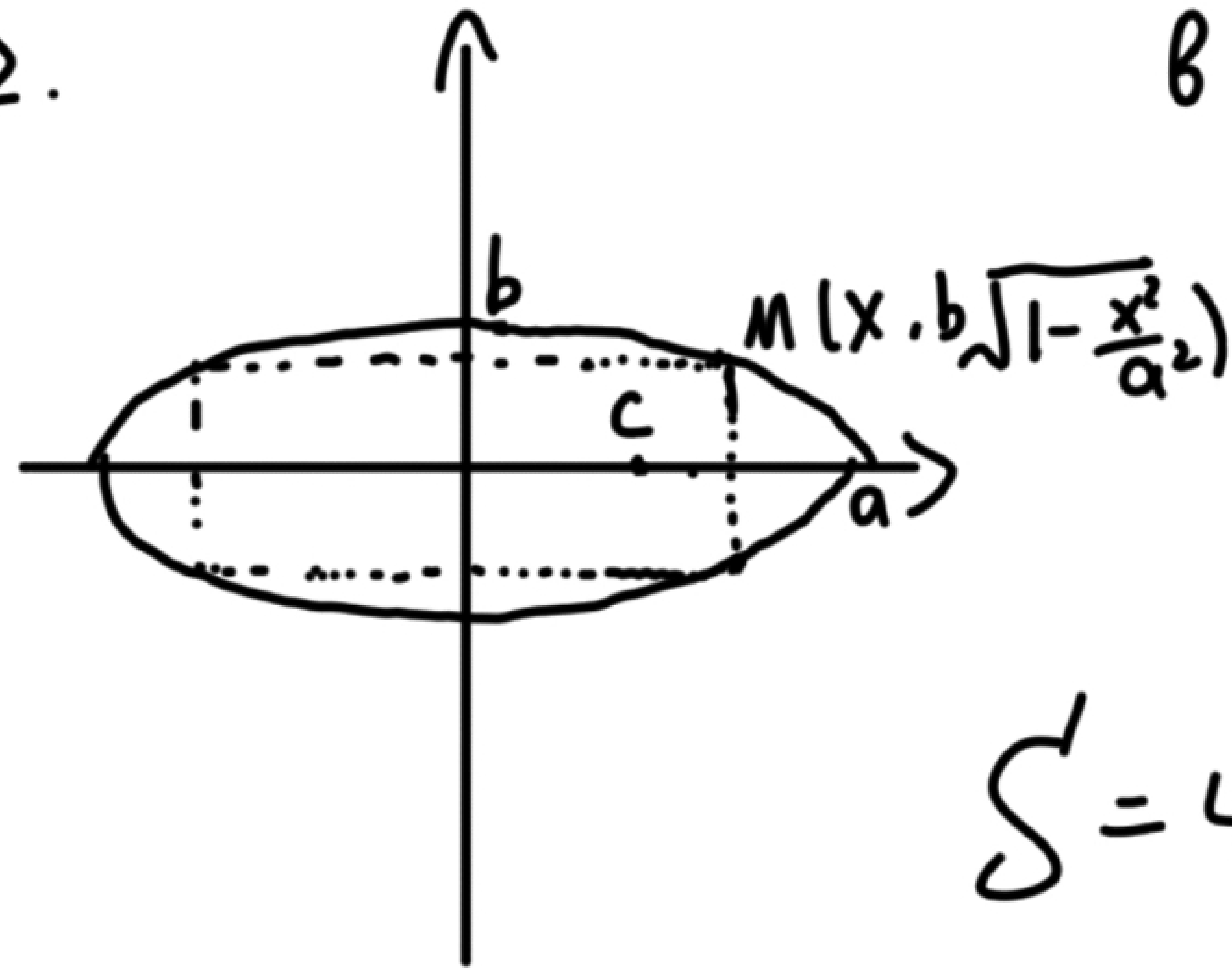
$C(u.v)$ лежит в первой четверти $\to$ $0<u<2$

$S'=-4u^3+8=4(-u^3+2)>0$ при $u<\sqrt[3]{2}$

$\therefore$ $(0,\sqrt[3]{2})$ S возвращает и $(\sqrt[3]{2},2)$ S уменьшает

$\therefore$ $S_{max}=S_{(\sqrt[3]{2})}=-\sqrt[3]{16}+8\sqrt[3]{2}=6\sqrt[3]{2}$

2.



В первой четверти на эллипсе возьмём любую точку $M\left(x, b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\right)$, по свойству симметричности эллипса, площадь прямоугольника

$$S = 4\cdot x\cdot b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}} = 4b\sqrt{x^2-\frac{x^4}{a^2}}$$

$$S' = 4b\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(2x-\frac{4x^3}{a^2}\right)\frac{1}{\sqrt{x^2-\frac{x^4}{a^2}}}$$

$$= 4b\cdot\left(x-\frac{2x^3}{a^2}\right)\frac{\sqrt{x^2-\frac{x^4}{a^2}}}{x^2-\frac{x^4}{a^2}} = 4b\,\frac{(a^2-2x^2)\left(x^2-\frac{x^4}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{a^2x-x^3}$$

M на эллипса $\rightarrow 0<x<a \quad \therefore \quad a^2x-x^3>0$

$$\left(x^2-\frac{x^4}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}>0$$

$\therefore$ при $a^2-2x^2>0 \Rightarrow 0<x<\sqrt{\frac{a^2}{2}}$ S возвратает

$\therefore$ при $a^2-2x^2<0 \Rightarrow x>\sqrt{\frac{a^2}{2}}$ S уменьшает

$\therefore S_{max} = S\left(\sqrt{\frac{a^2}{2}}\right) = 4b\sqrt{\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{4}} = 2ab$