שירה צדוק – 208645705

תיאור הפונקציה היוריסטית:

הפונקציה משתמשת ב- "מרחק מנהטן". החישוב מתבצע על ידי סכמת המרחקים של כל משבצת מהמיקום הנוכחי שלה עד למיקום המטרה שלה, תוך התעלמות מכל המשבצות האחרות. ז"א המסלול המינימלי ממיקום המשבצת ליעדה. מכיוון שלכל הזזה בלוח יש עלות שונה הפונקציה היוריסטית מכפילה את מספר הצעדים שהתקבל בחישוב מנהטן בעלות של הזזת המשבצת הזו (ירוק = עלות 1, אדום = עלות 30, שחור = עלות 0 – לא ניתן להזיז ולכן בסוף לא מחשבים אותו בפונקציה)

הערך של הפונקציה בקודקוד המטרה תמיד יהיה שווה ל-0 = $h(G)$.

הערה: לא עושים חישוב מנהטן למשבצת הריקה.

השימוש במרחק מנהטן נותן הערכה די טובה (חסם תחתון) למספר המהלכים הנדרשים כדי להביא ללוח המטרה.

הוכחה עבור Consistent:

הגדרה:
נגדיר את $c(n,m)$ להיות העלות של המסלול הקצר ביותר מהקודקוד n לקודקוד m.
אזי $h(n)$ תיקרא עקבית אם $\forall n,m$ מתקיים:

$$h(n) \le c(n,m) + h(m)$$

ראשית נעזר בשקילות שהראנו בשיעור –
השקילות: Global consistency $\boxed{\leftrightarrow}$ Local consistency.
לכן נוכיח כי הפונקציה $h(n)$ היא עקבית בעזרת עקביות מקומית. ז"א, נוכיח כי התנאי מתקיים עבור כל m אשר מייצג את אחד הבנים של n.

הוכחה:

יהי n קודקוד כלשהו. צ"ל: כי עבור כל m צאצא שלו מתקיים:

$$h(n) \le c(n,m) + h(m)$$

ישנם שלושה מצבים תאורטיים:

1. הזזה של m **הגדילה** את מספר המשבצות שאינם במקום, לכן $c(n,m) = 1$ במידה והמשבצת הייתה ירוקה. או ש $c(n,m) = 30$ במידה והמשבצת הייתה אדומה. וכעת $h(m) = h(n) + 1$ ולכן בהכרח מתקיים האי שוויון.
2. הזזה של m **הקטינה** את מספר המשבצות שאינם במקום, לכן $c(n,m) = 1$ במידה והמשבצת הייתה ירוקה. או ש $c(n,m) = 30$ במידה והמשבצת הייתה אדומה. וכעת $h(m) = h(n) - 1$ ולכן בהכרח מתקיים האי שוויון.
3. הזזה של m שגורמת להשארת מספר המשבצות שאינם במקומם **להיות שווה** אינה אפשרית בפונקציית מנהטן מכיוון שלאחר תזוזה כלשהי בהכרח או שהגדלנו ב-1 או שהקטנו ב-1 את $h(n)$. ולכן מצב כזה לא קיים.

מכאן נובע שלא משנה באיזה כיוון נזוז האי שוויון תמיד יתקיים ומכאן ש:

$$h(n) \le c(n,m) + h(m) \qquad ,\forall n,m$$

מש"ל

בס״ד

<u>הוכחה עבור Admissible:</u>

<u>הגדרה:</u>
נגדיר את $h*(n)$ כמחיר המדויק הנמוך ביותר מקודקוד n לקודקוד המטרה G.
אזי $h(n)$ תקרא קבילה אם $\forall n$, $h(n) \le h*(n)$.

כפי שהוכחנו בשיעור, ההוכחה של קבילות נובעת מכך שהוכחנו שהפונקציה עקבית. (עקביות גוררת קבילות, אך לא להיפך)

<u>הוכחה:</u>

לפי ההגדרה של consistent מתקיים: $h(n) \le c(n,m) + h(m)$ לכל זוג קודקודים n, m.

הטענה נכונה בפרט גם לקודקוד המטרה ולכן - $h(n) \le c(n,G) + h(G)$.

הגדרנו כי $h(G) = 0$ ולכן מתקיים: $h(n) \le c(n,G)$ אבל $c(n,G)$ זו העלות המדויקת להגיע מקודקוד n לקודקוד המטרה G והגדרנו זאת כבר. לכן נסמן $h*(n) = c(n,G)$ ומכאן:

$$h(n) \le h*(n)$$

משי״ל.