

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20406 - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי א'

חומר הלימוד למטלה: פרקים 3,4 .

מספר השאלות: 6 משקל המטלה: 5 נקודות

סמסטר: 2024 ב קצר מועד אחרון להגשה: 3.5.24

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.
- קראו בעיון באתר הקורס הנחיות הגשה במערכת המקוונת.**
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 – גזירות (פרק 3)

- א. הגדירו את המושג פונקציה גזירה בנקודה $x = x_0$. ציינו תנאי הכרחי לגזירות בנקודה.
- ב. נסמן $A(x) = |x|^m$. עבור $m=1$ כולנו יודעים כי הפונקציה לא גזירה בנקודה אפס. הוכיחו כי לכל m טבעי גדול או שווה ל 2 הפונקציה גזירה בנקודה $x=0$.
- ג. תהי $g(x)$ פונקציה מוגדרת בקטע $(-1,1)$ ומקיימת $g(0)=3$ ו- $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2$. הראו כי הפונקציה $|x| \cdot g(x)$ היא פונקציה גזירה בנקודה $x=0$ למרות שהיא מכפלת פונקציות לא גזירות בנקודה הנ"ל.

שאלה 2 – תחומי מונוטוניות, גזירות ואי גזירות. שימושי החשבון הדיפרנציאלי. (פרק 4)

- רשמו את הפונקציה $|x - 2\sin x|$ כהטלאה בקטע $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ובדקו גזירות הפונקציה $(0,0)$.
- [על מנת לרשום כהטלאה תוכלו להיעזר חשבון דיפרנציאלי עבור $y = x - 2\sin x$]

שאלה 3 – שימושי החשבון הדיפרנציאלי (פרק 4)

- הוכיחו כי לכל $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ מתקיים $\tan x \geq x$.

שאלה 4 - משפט רול (פרק 4)

א. יהי b קבוע. הוכיחו כי למשוואה $\cos x = bx$ יש פתרון אחד ויחיד בקטע $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

רמז: כדאי להפריד למקרים לפי הסימן של b .

ב. הוכיחו: $q(x) = x^2$ ו- $p(x) = 1 - 3x + x^3$ נחתכים בדיוק שלוש פעמים. נמקו היטב.

שאלה 5 (כללי) (פרק 4)

(1) הוכיחו כי $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \geq \sqrt{8}$ לכל $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

(2) הפונקציה $f(x)$ רציפה ובעלת נגזרות רציפות בקטע הסגור $[a, b]$.

נתון כי $f(a) = f(b) = 0$ ו- $f(x) = f'(x) + f''(x)$ בקטע.

הוכיחו כי $f(x) = 0$ בקטע.

{ הוכחה על דרך השלילה. נניח כי יש נקודה x_0 בקטע הפתוח ובה הפונקציה חיובית. ...
המשיכו לבד. }