

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20406 - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי א'

חומר הלימוד למטלה: פרקים 5,6,7,8, ובפרק 9 הסעיף של אינטגרציה בחלקים.

מספר השאלות: 6 משקל המטלה: 5 נקודות

סמסטר: 2023א מועד אחרון להגשה: 30.12.2022

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.

קראו בעיון באתר הקורס הנחיות הגשה במערכת המקוונת.

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 - פרק 5, אינטגרציה בחלקים

א. חשבו את $\int_0^{\pi/2} \sin^2(nx) dx$ לכל n טבעי.

ב. חשבו את $\int_0^{\pi} (\pi - x) \cos^2 x dx$.

שאלה 2 - פרק 5

מה גודלו של השטח הכלוא בין ציר X בקטע $[0, \pi]$ ובין גרף הפונקציה $f(x) = (1 - \sin x)^2 \cdot \sin(2x)$.
הציגו איור כלשהו המתאר מה חישובכם אבל אל תעשו חקירת פונקציה.
יש לפרט את כל חישובי האינטגרלים. [יצא לנו שליש]
הערה: גודלו של השטח פירושו כמה מ"ר מרצפות עליכם לקנות על מנת לרצף את השטח הנ"ל.

שאלה 3 - שימוש במשפט 5.6.7

נתון האינטגרל $J = \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{(x + \cos x)^2}$.

א. הוכיחו את הערכות הבאות: (1) הערכה ראשונה $J \leq 1$. (2) הערכה שנייה $J \leq \frac{4\pi}{2\pi + 3}$.

ב. השלימו: ההערכה טובה יותר היא.... ללא קשר לערך המדויק.

ג. רשות: לפי וולפארם אלפא מהו "הערך המדויק" של אינטגרל זה?

שאלה 4

(שימוש במשפטים החשובים של כרך א וכרך ב בשילוב הפונקציה המעריכית והלוגריתמית. תרגול של מספר תכונות של הפונקציה $\ln(x)$ - E^x)

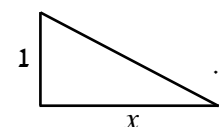
א. מצאו את המינימום המוחלט של הפונקציה $u(x) = |3e^{-x} - 2|$. האם בנקודה בה מינימום זה קורה הפונקציה גזירה? הוכיחו.

ב. חשבו את גודלו של השטח הכלוא בין הישר $y = 2$ ובין הגרף של $u(x) = |3e^{-x} - 2|$. חייבים לצרף סקיצה המראה את השטח שאת גודלו מחשבים.

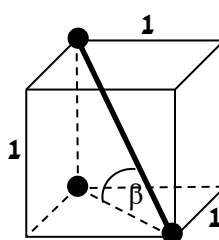
ג. מצאו תחומי מונוטוניות לפונקציה $\xi(x) = \frac{\ln x}{x}$. כעת הראו כי לכל $n \geq 3$ טבעי מתקיים

$$\sqrt[n]{n} \geq \sqrt[n+1]{n+1} \quad [\text{רמז: רשמו אחרת את אי השוויון והפעילו לך...}]$$

שאלה 5 - פונקציות טריגונומטריות הפוכות - מבוא (סעיפים 8.1, 8.2)



א. הוכיחו כי $\tan^{-1}(x) + \tan^{-1}(\frac{1}{x}) = \frac{\pi}{2}$ לכל $x > 0$. העזרו במשולש שלפניכם.



ב. לפניכם קובייה שבה כל צלע בת 1 מטר.

מעבירים את האלכסון הראשי ונוצר משולש ישר זווית.

הוכיחו כי הזווית β היא $\arctan(\frac{1}{\sqrt{2}})$ ובקירוב היא 35° .

[ידע כללי: זאת הזווית בין האלכסון הראשי לבסיס הקובייה]

שאלה 6 - פונקציות טריגונומטריות הפוכות (סעיפים 8.1, 8.2)

[אין קשר בין סעיפי השאלה]

א. מצאו ישר $l(x) = mx + n$ שעבורו $\lim_{x \rightarrow \infty} [2x - \tan^{-1}(x) - l(x)] = 0$.

ב. הראו כי $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx = \frac{4 - \pi}{2}$.