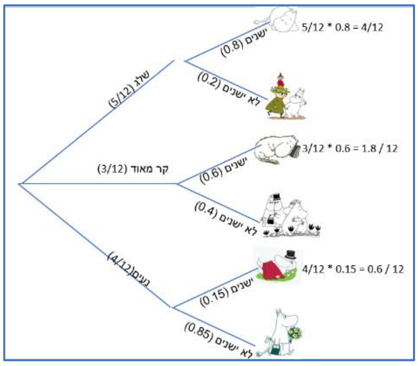
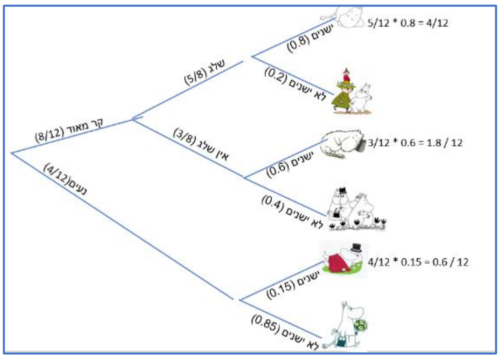
שאלה 1

א. **הטענה אינה נכונה.**

אפשר לצייר עץ בשתי דרכים (בשתיהן תוצאות החישובים זהות):





הסיכוי:

$$P\ (snow\mid sleep)=\frac{P(snow\cap sleep)}{P(sleep)}=\frac{0.8\cdot\frac{5}{12}}{0.8\cdot\frac{5}{12}+\ 0.6\cdot\frac{3}{12}+0.15\cdot\frac{4}{12}}$$

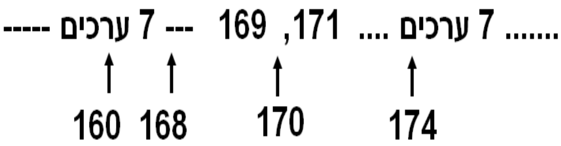
$$=\frac{\frac{4}{12}}{\frac{(4+1.8+0.6)}{12}}=\frac{4}{6.4}=0.625$$

ב. **הטענה נכונה**

הספרה האמצעית חייבת להיות 5 .
המספר אי זוגי ולכן חייב להסתיים בספרות 9,7,3 שזה 3אפשרויות.
כל שאר הספרות מסתדרות לפי דגימה ללא החזרה.
6*5*1*4*3 = 360

ג. **הטענה לא בהכרח נכונה**

לדוגמה, אם שני הערכים האמצעיים בסדרה המקורית היו 169 ו-171 --
בסדרה החדשה הערכים האמצעיים יהיו 169 ו-170 והחציון יהיה 169.5



שימו לב: כדי להראות שטענה אינה נכונה – מספיק להראות דוגמה שבה הטענה אינה נכונה.
אך, כדי להראות שטענה נכונה תמיד – <u>לא מספיק</u> להראות דוגמה.

ד. הטענה נכונה: P(A∩B)=0.7+0.55-0.95=0.3

	A	A^C	
B	0.3	0.4	0.7
B^C	0.25	0.05	0.3
	0.55	0.45	

ה. **הטענה אינה נכונה.**

הציון הממוצע יעלה ב 0.3*5=1.5

שאלה 2 (25 נקודות)
להלן נתונים על מספר תכניות החיסכון, שחוסכים בהן אנשים שנבחרו באקראי מתוך אוכלוסיית חוסכים מסוימת.

מספר תכניות חיסכון	מספר אנשים
0	10
1	19
2	40
3	31
4	76
5	24

החישובים בטבלה:

מספר תוכניות חיסכון	מספר אנשים	x*f(x)	F(x)	שכיחות מצטברת %	x^2	x^2*f(x)
0	10	0	10	5	0	0
1	19	19	29	14.5	1	19
2	40	80	69	34.5	4	160
3	31	93	100	50	9	279
4	76	304	176	88	16	1216
5	24	120	200	100	25	600
סכום	200	616				2274
ממוצע		3.08				11.37

א.

השכיח: 4	
החציון: 3.5	החציון נמצא במיקום 100.5 = 2/ 201 – לכן הוא שווה לממוצע בין הערך במיקום 100 (3) לערך במיקום 101 (4)
הממוצע: 3.08	חישוב בטבלה

ב.

השונות : 1.8836	$\sum\frac{x^2*f(x)}{n} - \bar{x}^2 = 11.37 - 3.08^2 = 1.8836$
הטווח הבינרבעוני: **2**	מיקום **Q1**: 50.25 = 4 / 201 ← **Q1=2** מיקום **Q3**: 150.75 = 4 / 3*201 ← **Q1=4** **IQR=4-2=2**

הערה: סטודנטים שלמדו את הקורס בסמסטרים קודמים יכולים לחשב את הטווח הבינרבעוני כמו במשתנה רציף:

- **Q1** הוא האיבר ש 25% מההתפלגות קטנים ממנו או שווים לו--מתאים לשכיחות מצטברת של 25%. (מקום $\frac{n}{4}$). ערך זה נמצא במחלקה השלישית (מסומן בצהוב) – לכן **Q1=2**.
- **Q3** הוא האיבר ש 75% מההתפלגות קטנים ממנו או שווים לו--מתאים לשכיחות מצטברת של 75%. (מקום $\frac{3n}{4}$) ערך זה נמצא במחלקה החמישית (מסומן בירוק) – לכן **Q3=4**.
- לכן, **IQR=4-2=2**.

ג. מדובר בטרנספורמציה ליניארית . הכפלה בקבוע (5) והוספת קבוע (2) לכן:

השכיח	22	**5*4+2**
החציון	19.5	**5*3.5+2**
הממוצע	17.4	**5*3.08+2**
השונות:	47.09	$1.8836 \cdot 5^2$
הטווח הבינרבעוני:	10	**5*2**

ד. לו כל האנשים בעלי 3 תוכניות חיסכון היו פותחים תכנית חיסכון נוספת, וכל האנשים בעלי 2 תוכניות חיסכון היו "שוברים" תכנית אחת ונשארים רק עם תכנית אחת,

השכיח – היה נשאר 4 (כעת 107 = 31 + 76 היו 4 תוכניות חיסכון).
החציון היה הופך ל 4 (כי גם במקום 100 וגם במקום ה 101 – הערך הוא 4).
הממוצע היה קטן – (40 ערכים קטנו ב 1 ו 31 ערכים גדלו ב 1).

שאלה 3 (25 נקודות)
בסקר שנערך בקרב 1,200 מסיימי תואר ראשון בכלכלה נמצא כי 90% מהבוגרים מוצאים עבודה (מאורע A) ו- 35% מהם ממשיכים לתארים מתקדמים (מאורע B). כמו כן, 25% מהבוגרים גם עובדים וגם לומדים לתואר מתקדם.

א. הסבר: נציב את שלושת נתוני השאלה בטבלה (מודגש באדום). נשלים את הטבלה. ההסתברות המבוקשת היא הסתברות החיתוך – "לא A וגם לא B" (מודגשת ברקע אפור).

	B **תואר מתקדם**	$\overline{B}$ **לא תואר מתקדם**	
A **עבודה**	**0.25**	**0.65**	**0.9**
$\overline{A}$ **לא עבודה**	**0.1**	**0**	**0.1**
	0.35	**0.65**	**1**

הסבר אלטרנטיבי: ההסתברות כי לפחות אחד מן המאורעות מתקיים (רק עובד, רק לומד או שניהם) היא וודאית: P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A∩B) = 0.9+0.35-0.25 = 1. מכאן שההסתברות המשלימה, שני המאורעות אינם מתקיימים (לא עובד וגם לא לומד), הינה אפס.

ב. 0.25 / 0.35 = 0.71

ג. הסיכוי ללמוד לתואר שני **או** לעבוד – אך לא שניהם: 0.60+0.15=0.75

ד. המאורעות תלויים: $P(A\cap B)=0.25\neq 0.9\cdot 0.35=P(A)\cdot P(B)$

שאלה 4 (25 נקודות)

במחקר לבדיקת הקשר בין מספר הילדים במשפחה לבין מספר השעות השבועיות שעובדת האם מחוץ לבית, נבדקו 10משפחות. נסמן: X – מספר הילדים, Y – מספר שעות העבודה של האם. התוצאות שהתקבלו הן:

$$\bar{X}=3,\ \bar{y}=31,\ \sum_{i=1}^{10}x_i^2=110,\ \sum_{i=1}^{10}y_i^2=10620,\ \sum_{i=1}^{10}x_i\cdot y_i=855$$

		-7.5	COV(X,Y)
2	שונות	1.414	SX
101	שונות	10.05	SY
		-0.528	r

(7 נק') א. על סמך התוצאות מצאו את ערכו של מקדם המתאם הלינארי בין X לבין Y.

(9 נק') ב. במשפחה עם 5 ילדים, מהו הניבוי למספר שעות העבודה השבועיות של האם?

$b= -0.528*10.05/1.4=-3.75,$

$a=31+3.75*3=42.25$

הניבוי: $y=-3.75*5+42.25=23.5$

(9 נק') ג. מצאו את קו הניבוי לניבוי מספר הילדים במשפחה לפי מספר שעות העבודה השבועיות של האם.

$X=-0.074Y+5.3$

שאלה 5 (25 נקודות)

באוניברסיטה מסוימת לומדים בשנה א' בחוג לפסיכולוגיה 600 סטודנטים. מספר השעות השבועי שסטודנטים אלו משקיעים בלימודים מתפלג נורמלית עם ממוצע 25 שעות. ידוע כי 80% מהם משקיעים פחות מ- 35 שעות.

(5 נק') א. מצאו את סטיית התקן של מספר שעות הלימוד השבועיות.

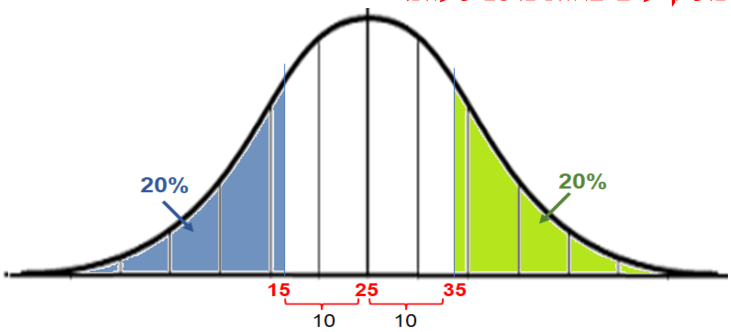
$$\emptyset(Z_x) = 0.8 \rightarrow Z_x = 0.842 = \frac{35-25}{\sigma} \rightarrow \sigma = \frac{35-25}{0.842} = 11.88$$

(6 נק') ב. **מהו אחוז הסטודנטים המשקיעים בין 10 לבין 15 שעות שבועיות בלמידה?**

$$\boldsymbol{P(10 < x < 15) = \emptyset\left(\frac{15-25}{11.88}\right) - \emptyset\left(\frac{10-25}{11.88}\right) = 0.2 - \emptyset(-1.26)}$$
$$\boldsymbol{= 0.2 - (1 - 0.8962) = 0.0962}$$

התשובה: 9.62%

שימו לב: נעשה פה שימוש בעיקרון הסימטריה. הממוצע הוא 25. 80% משקיעים פחות מ 35 שעות (=10 + 25) – לכן 80% משקיעים יותר מ 15 שעות (10 – 25) ו 20% משקיעים פחות מ 15 שעות.



אפשר כמובן גם לחשב את ציון התקן. התשובה תהייה מעט שונה בגלל שגיאת עיגול. שתי הדרכים יקבלו ציון מלא.

(5 נק') ג. מהו מספר שעות הלמידה השבועיות שרק 5% מהסטודנטים משקיעים פחות ממנו?

$$\emptyset(x) = 0.05 \rightarrow Z_x = -1.645 \rightarrow x = 25 - 11.88 * 1.645 = 5.46$$

ד. 6 סטודנטים נבחרים באופן מקרי. מספר שעות הלמידה השבועיות של כל סטודנט בלתי תלוי במספר שעות הלמידה השבועיות של יתר הסטודנטים. מצאו:

(4 נק') 1. מה ההסתברות שלפחות אחד מהסטודנטים לומד פחות מ- 15 שעות בשבוע?

(5 נק')

P(x<15)=0.2

$$Y\sim B(6,0.2) \quad p(Y \geq 1) = 1 - p(Y=0) = 1 - \binom{6}{0} 0.2^0\ 0.8^6 = 0.738$$

2. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר הסטודנטים הלומדים יותר מ-15 שעות שבועיות.

E(X)=6*0.8=4.8

V(X)=6*0.2*0.8=0.96

$$S_x = \sqrt{0.96} = 0.979$$