

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20406 - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי א'

חומר הלימוד למטלה: פרקים 5,6,7,8,9 (בפרק 9 רק אינטגרציה בחלקים)

מספר השאלות: 5 משקל המטלה: 5 נקודות

סמסטר: 2024 קצר מועד אחרון להגשה: 31.5.24

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.

קראו בעיון באתר הקורס הנחיות הגשה במערכת המקוונת.

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

א. הראו כי הפונקציה $u(x) = \frac{3x^2 - 1}{1 + x - x^3}$ רציפה בקטע $[0,1]$ ומצאו את הקדומה העוברת

בנקודה $(0,0)$. חשבו השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר איקס.

ב. מצאו קדומה של $\cos^3 x$. חשבו (כולל הסבר ושימוש בקדומה) את $\int_0^{2\pi} |\cos^3 x| dx$.

שאלה 2

חשבו את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = x \cos^2(\pi x)$ ובין ציר x בכל אחד מהקטעים

הבאים: הקטע $[0, \frac{3}{2}]$, הקטע $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$. (כדאי לבצע הצבה וכמובן א. בחלקים)

שאלה 3 - שימוש במשפט 5.6.7 ועוד אלמנטים.

סעיף א: הוכיחו כי $\frac{2}{3\pi} \leq \int_{2\pi}^{3\pi} \frac{\sin x}{x} dx \leq \frac{1}{\pi}$. [רמז: הפונקציה $y = \frac{1}{x}$ יורדת עבור איקס חיובי]

סעיף ב: תהי $f(x)$ פונקציה אי שלילית ורציפה בקטע $[a,b]$. יהיה $[c,d]$ תת קטע בקטע שלנו כך ש- $f(x)$ חיובית בו. כלומר $a < c < d < b$ ו- $f(x) > 0$ בתת הקטע.

$$(1) \quad \int_a^b f(x) dx \geq 0 \quad \text{הוכיחו כי} \quad (2) \quad \int_a^b f(x) dx > 0 \quad \text{הוכיחו כי}$$

שאלה 4

[שימוש במשפטים החשובים של כרך א וכרך ב בשילוב הפונקציה הלוגריתמית. תרגול של מספר תכונות של הפונקציה \ln ו- E^x]

א. הוכיחו כי למשוואה $e^{3x} = 1 - x$ יש שורש אחד ויחיד.

ב. מצאו קבועים אי שליליים כך ש- $A \leq |e^{3x} + x - 1| \leq B$ לכל x בקטע $[-1, 1]$. נמקו היטב.
{ הקבועים צריכים להיות הדוקים כלומר A הכי גדול ו B הכי קטן }

שאלה 5 - פונקציות טריגונומטריות הפוכות (סעיפים 8.1, 8.2)

[אין קשר בין סעיפי השאלה]

א. מצאו את ערכי הקבועים שיבטיחו גזירות לכל איקס עבור הפונקציה הבאה :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a-x}{x} & x \geq 1 \\ b - \arctan x & x < 1 \end{cases}$$

ב. חשבו $\int_0^{2/\sqrt{3}} \frac{dx}{9x^2 + 4}$. יש להגיע לתשובה מהצורה $\frac{\pi}{n}$ כאשר n מספר טבעי.