חלק א

בחלק זה שאלה 1, היא שאלת חובה. תשובה נכונה ומלאה על כל סעיפי השאלה, מזכה ב 25 נקודות.

שאלה 1 (25 נקודות)

לפניכם חמש טענות. ציינו לגבי כל טענה נכון/לא נכון ונמקו את תשובתכם. (תשובה ללא נימוק לא תתקבל!).

(5 נקי) א. הסיכוי שביום מסוים הגברת "כבר" תגיע למועדון "הלבבות השבורים" הוא 0.6. הסיכוי שהאדון "כמעט" יגיע למועדון הוא 0.35. הסיכוי שאף אחד מהם לא יגיע הוא 0.15. לכן הסיכוי שרק אחד מהם יגיע הוא 0.85.

(5 נקי) ב. נתונה משוואת הרגרסיה $\tilde{y} = 2x - 1$. מהמשוואה נובע ש $S_y^2 > S_x^2$.

(5 נקי) ג. ההתפלגות של מספר הפיהוקים של סטודנטים במפגשי הקורס היא א־סימטרית חיובית, והתפלגות של מספר הודעות הווטסאפ שנשלחות בזמן השיעור היא א־סימטרית שלילית. ידוע שהחציון של שתי ההתפלגויות זהה. לכן הממוצע של מספר הפיהוקים, **<u>בהכרח</u>** גדול מהממוצע של מספר ההודעות שנשלחות בווטסאפ בזמן השיעור.

(5 נקי) ד. יוסי בוחר **3** סוכריות, מתוך קופסה, שבה מונחות **11** סוכריות. רוני בוחר **8** סוכריות מתוך קופסה אחרת, שגם בה מונחות **11** סוכריות. שניהם בוחרים את הסוכריות, באופן מקרי, ללא החזרה וללא סדר (כלומר הסדר שבו נבחרות הסוכריות אינו חשוב). לכן מספר הצירופים האפשריים של סוכריות, שיכול יוסי לבחור קטן יותר ממספר הצירופים האפשריים של סוכריות, שיכול רוני לבחור.

(5 נקי) ה. נתונים ציוני התקן של סדרת מספרים כלשהי. בהתפלגות של ציוני התקן, השונות <u>בהכרח</u> קטנה מסטיית התקן.

המשך הבחינה בעמוד הבא

חלק ב

בחלק זה, עליכם לענות על **שלוש** שאלות מבין ארבע השאלות 2-5.

(75 נקודות לחלק זה ; 25 נקודות לכל תשובה נכונה ומלאה)

אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות, לפי סדר הופעתן בקובץ הפתרונות.

שאלה 2 (25 נקודות)

במשרד הנסיעות ״שמיים פתוחים״ אספו נתונים לגבי הזמנות של חופשות. לשם כך, בדקו כמה פעמים, בשנה האחרונה, הזמינו לקוחות המשרד חופשות. בטבלה שלהלן מוצגת השכיחות **<u>המצטברת</u>** של התפלגות החופשות :

מספר חופשות	שכיחות מצטברת
0	48
1	110
2	160
3	182
4	200

(4 נקי) א. השלימו את נתוני הטבלה. הוסיפו עמודה עם שכיחות החופשות ועמודה עם השכיחות היחסית.

(8 נקי) ב. חשבו את השכיח, החציון, הממוצע וסטיית התקן של מספר החופשות.

(4 נקי) ג. מנהל המשרד טען, כי בהתפלגות החופשות המוצגת בטבלה, מספר הלקוחות שציון התקן שלהם שלילי שווה למספר הלקוחות שציון התקן שלהם חיובי. האם המנהל צודק? הסבירו.

(5 נקי) ד. מנהל המשרד שם לב, שבטבלה חסרים נתוני 50 הלקוחות, שמשתתפים בתוכנית ״גיל הזהב״ של המשרד. בשנה האחרונה ממוצע החופשות השנתיות של לקוחות אלו היה 1.6, והשונות הייתה 1.25. מצאו את הממוצע ואת השונות של מספר החופשות הכולל של לקוחות המשרד.

(4 נקי) ה. המנהל מצא, שמקדם המתאם בין מספר החופשות בשנה לבין משך כל חופשה הוא $r=-0.75$. לכן הוא הסיק, שלקוחות שנוטים לצאת לחופשות רבות יותר, נוטים גם לצאת לחופשות ארוכות יותר. האם המנהל צודק? הסבירו.

המשך הבחינה בעמוד הבא

שאלה 3 (25 נקודות)

חברת טכנולוגיה משתתפת בשלושה מכרזים גדולים (באיטליה, בצרפת ובהולנד). בכל מכרז, ההסתברות שהחברה תזכה היא 0.6, ללא תלות במכרזים האחרים. אם החברה תזכה בכל שלושת המכרזים, היא תפתח סניף באירופה (בוודאות). אם החברה תזכה בשני מכרזים, יש הסתברות של 0.7 שהחברה תפתח סניף באירופה. אחרת, בוודאות לא ייפתח סניף.

(6 נקי) א. מה ההסתברות שהחברה תפתח סניף באירופה?

(8 נקי) ב. אם החברה פתחה סניף באירופה, מה הסיכוי שניצחה בכל שלושת המכרזים? =

(6 נקי) ג. מהי ההסתברות, שהחברה תזכה **רק** במכרז בהולנד?

(5 נקי) ד. מבין שלושת המכרזים, מהן תוחלת ושונות מספר המכרזים, שבהם תזכה החברה?

שאלה4 (25 נקודות)

עומר לומד חשבונאות באוניברסיטה הפתוחה. בסמסטר א הוא למד שלושה קורסים: מבוא לסטטיסטיקה, מבוא למקרו כלכלה ותורת המימון. התפלגות הציונים בכל אחד מהקורסים הייתה נורמלית.

בקורס מבוא לסטטיסטיקה, התקבל ממוצע 72, עם סטיית תקן 8. הציון של עומר היה 76.

בקורס מבוא למקרו כלכלה, התקבל ממוצע 79, עם סטיית תקן 12. הציון של עומר היה 76.

בקורס תורת המימון, התקבל ממוצע 82, עם סטיית תקן 6. הציון של עומר הוא באחוזון ה 85.

(7 נקי) א. באיזה מבחן מיקומו היחסי של עומר הוא הגבוה ביותר (ביחס לשאר הנבחנים)? הסבירו בקצרה.

(5 נקי) ב. איזה אחוז מהסטודנטים קיבל במבחן במקרו כלכלה ציון גבוה מהציון של עומר?

(6 נקי) ג. מהו אחוז הסטודנטים שקיבל במבחן בתורת המימון ציון בין 76 לבין 85?

(7 נקי) ד. הציון של רון בסטטיסטיקה, גבוה מהציון של עומר. מה הסיכוי שהציון שלו בסטטיסטיקה גבוה מ 84?

המשך הבחינה בעמוד הבא

שאלה 5 (25 נקודות)

א. בחדר הכושר "ספורטיבי" נערך מבצע למצטרפים חדשים. במסגרת המבצע, ניתנה כניסה בחינם לאחד מהחוגים הבאים: פילטיס מכשירים, קיקבוקסינג וספינינג. בחודשים אפריל ומאי, 80 נרשמים (מתוכם, 75 נשים) בחרו להשתתף בחוג פילטיס מכשירים, 70 נרשמים (מתוכם, 30 נשים) בחרו להשתתף בחוג קיקבוקסינג 50ו נרשמים (מתוכם, 15 נשים) בחרו להשתתף בחוג ספינינג.

(8 נק') 1. האם קיים קשר בין המגדר של הנרשמים לחוג שבחרו? נמקו בעזרת חישוב כל מדדי הקשר המתאימים.

(4 נק') 2. מה הסיכוי, שאישה שנדגמה באופן מקרי בחרה להשתתף בחוג פילטיס מכשירים?

ב. חוקר בדק את הקשר בין ציון הבחינה בסטטיסטיקה (Y) לבין מספר השאלות הממוצע, ששאלו סטודנטים בפורומים שבאתר (X). במדגם של 30 סטודנטים התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_i x_i = 174 \quad \sum_i x_i^2 = 1{,}728 \quad \sum_i y_i^2 = 190{,}668$$

כמו כן, נמצא כי קו הניבוי ל Y לפי X הוא: $\tilde{y} = 1.8x + 68$.

(3 נק') 1. מהו מספר הציון הממוצע בבחינה בסטטיסטיקה?

(7 נק') 2. מהו המתאם בין מספר השאלות הממוצע, ששאלו הסטודנטים, לבין הציונים שקיבלו בקורס?

(3 נק') 3. מהי שונות הטעויות בניבוי הציון לפי מספר השאלות, ששאל הסטודנט בפורומים?

ב ה צ ל ח ה!

דפי נוסחאות לבחינת הגמר

חלק א: סטטיסטיקה תיאורית

מדדי מרכז:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad ; \quad \bar{x} = \frac{\sum_i x_i \cdot f(x_i)}{n} \quad ; \quad MR = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}$$

מדדי פיזור:

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$s_x^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 f(x_i)}{n} = \frac{\sum_i x_i^2 f(x_i)}{n} - \bar{x}^2$$

$$s_x = \sqrt{s_x^2}$$

טרנספורמציות: אם $x' = b \cdot x + a$ אזי:

$$Mo' = b \cdot Mo + a \quad , \quad Md' = b \cdot Md + a \quad , \quad MR' = b \cdot MR + a \quad , \quad \bar{x}' = b \cdot \bar{x} + a$$

$$s_{x'} = |b|\, s_x$$

$$s_{x'}^2 = b^2 s_x^2$$

ממוצע משוקלל ושונות מצורפת:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{j=1}^{k} \bar{x}_j n_j}{N} \quad ; \quad N = \sum_{j=1}^{k} n_j \quad ; \quad s_c^2 = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_j s_j^2}{N} + \frac{\sum_{j=1}^{k} n_j (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2}{N}$$

מדדי מיקום יחסי:

$$Z_x = \frac{x - \bar{x}}{s_x}$$

נוסחאות אחוזונים:

$$C_x = \left[\frac{(x - L_0)}{(L_1 - L_0)} \cdot f(x_m) + F(x_{m-1}) \right] \cdot \frac{100}{n} \quad ; \quad x_C = L_0 + \frac{\frac{n \cdot C}{100} - F(x_{m-1})}{f(x_m)} \cdot (L_1 - L_0)$$

התפלגות נורמלית:

$$P(Z \le z) = \phi(z) \quad ; \quad P(Z > z) = 1 - \phi(z)$$

לכל $a < b$:

$$P(a < Z < b) = \phi(b) - \phi(a)$$

מדדי קשר:

$$\lambda_{y/x} = \frac{L_y - L_{y/x}}{L_y} \quad ; \quad \lambda_{x/y} = \frac{L_x - L_{x/y}}{L_x}$$

$$r_c = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(L-1)}} \qquad \chi^2 = \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad ; \quad \phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} = \sqrt{\frac{(a \cdot d - b \cdot c)^2}{e \cdot f \cdot r \cdot k}}$$

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$r = \frac{cov(x,y)}{s_x \cdot s_y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Z_{x_i} \cdot Z_{y_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \cdot s_x \cdot s_y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{n \cdot s_x \cdot s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2)(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2)}} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2\right]}}$$

$$cov(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

קו הרגרסיה :

$$\tilde{y} = bx + a \quad ; \quad b = \frac{rs_y}{s_x} \quad ; \quad a = \bar{y} - b\bar{x} \quad ; \quad r^2 = \frac{s_{\tilde{y}}^2}{s_y^2}$$

$$\tilde{x} = b'y + a' \quad ; \quad b' = \frac{rs_x}{s_y} \quad ; \quad a' = \bar{x} - b'\bar{y} \quad ; \quad r^2 = \frac{s_{\tilde{x}}^2}{s_x^2}$$

$$s_y^2 = s_{\tilde{y}}^2 + s_{y-\tilde{y}}^2 \; ; \qquad s_x^2 = s_{\tilde{x}}^2 + s_{x-\tilde{x}}^2$$

חלק ב: הסתברות

קומבינטוריקה (חישוב אפשרויות):

עם סדר עם החזרה n^k

עם סדר ללא החזרה $(\mathrm{n})_k = \frac{n!}{(n-k)!} = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$

בלי סדר ללא החזרה $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}$

$n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot 1 \qquad\qquad 0! = 1$

פעולות בקבוצות: $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

מאורע משלים למאורע A **מסומן ב-** $\bar{A}$ **או ב-** A^c

$P(A^c) = P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

הסתברות מותנית:

$$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} \qquad\qquad P(A) > 0$$

$P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B/A)$

A ו-B הם מאורעות בלתי תלויים אם ורק אם $P(B/A) = P(B/\bar{A}) = P(B)$

כלומר, $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

אם $X \sim B(n,p)$ **אזי לכל** $k = 0,1,2,\ldots,n$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = \mu$

$V(X) = \sum_i (x_i-\mu)^2 P(x_i) = \sum_i x_i^2 P(x_i) - \mu^2 = \sigma^2$

אם $X \sim B(n,p)$ אזי: $E(X) = np \quad ; \quad V(X) = npq$

אם $Y = bX + a$ אזי: $E(Y) = bE(X) + a$

$V(Y) = b^2 V(X) \quad ; \quad \sigma_Y = |b|\,\sigma_X$

אם $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ משתנים מקרים אזי:

$E(X_1 + X_2 + \ldots\ldots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \ldots\ldots + E(X_n)$

אם $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ משתנים מקריים בלתי תלויים בזוגות, אזי:

$V(X_1 + X_2 + \ldots\ldots + X_n) = V(X_1) + V(X_2) + \ldots\ldots + V(X_n)$

נספח ב – טבלאות התפלגות

פונקציית ההתפלגות המצטברת של משתנה נורמלי סטנדרטי, $\Phi(z)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

טבלת עזר : z כפונקציה של $\Phi(z)$

$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z
.50	0	.91	1.341	.995	2.576
.55	.126	.92	1.405	.999	3.090
.60	.253	.93	1.476	.9995	3.291
.65	.385	.94	1.555	.9999	3.719
.70	.524	.95	1.645	.99995	3.891
.75	.674	.96	1.751	.99999	4.265
.80	.842	.97	1.881	.999995	4.417
.85	1.036	.98	2.054	.999999	4.753
.90	1.282	.99	2.326	.9999999	5.199