מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20406 - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי א'

חומר הלימוד למטלה: פרקים 3,4 .

מספר השאלות: 7 משקל המטלה: 5 נקודות

סמסטר: **2023א** מועד אחרון להגשה: 7.12.2022

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:
• שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
• שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס. **קראו בעיון באתר הקורס הנחיות הגשה במערכת המקוונת.**
הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

הערה: קראו את שאלות הממ"ן רק לאחר שרכשתם מיומנות בכללי גזירה.

פרק 3

שאלה 1 - משיק, פתיח להגדרת הנגזרת

א. ציירו (ניתן להציב נקודות וניתן להיעזר באפליקציה מתאימה) את הגרף של $\boxed{y = 3x + x^4}$. מצאו את הנקודה ואת משוואת המשיק בנקודה כך שמשיק זה יוצר זווית של 135^0 עם ציר איקס החיובי.

ב. הגדירו את המושג פונקציה גזירה בנקודה $x = x_0$. ציינו תנאי הכרחי לגזירות בנקודה.

ג. הנה $g(x) = \begin{cases} x & |x| > 1 \\ 2 - |x| & |x| \le 1 \end{cases}$. ציירו במדויק את הגרף. על פי התרשים החליטו מהן נקודות אי הגזירות של הפונקציה ? מה ההבדל המעניין בין נקודות אי הגזירות שציינתם ?

שאלה 2 – גזירות. המשפט בעמוד 180. קצת תרגול בכלל השרשרת

א. תהי $w(x)$ **גזירה** לכל x . נגדיר $U(x)$ על ידי $U(x) = x \cdot w(x)$. הוכיחו כי U **גזירה** בנקודה $x = 0$.

ב. תהי $w(x)$ **רציפה** לכל x . נגדיר $U(x)$ על ידי $U(x) = x \cdot w(x)$. הוכיחו כי U **גזירה** בנקודה $x = 0$.

ג. נגדיר $\psi(x) = |x|^3$ ו- $\varphi(x) = x - 1$. הוכיחו כי ψ גזירה בנקודה 0 . בעזרת זאת הוכיחו כי הפונקציה $|(x-1)|^3$ גזירה בנקודה 1 .

<u>פרק 4</u>

<u>שאלה 3 - חקירת פונקציה</u>

(הדגשים: משיק אנכי והשפעתו על הגרף, נקודה קריטית, נקודה סטציונרית ואלמנטים של חקירת פונקציה)

נגדיר: $-\infty < x < \infty$, $f(x) = 6\sqrt{|x|} - x - 8$.

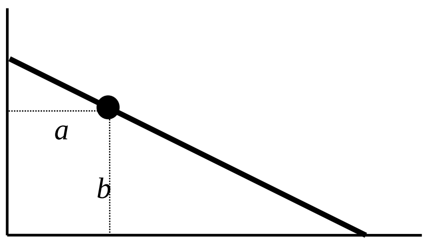
חקרו את הפונקציה לפי הפירוט הבא:

תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון, תחומי קמירות וקעירות, נקודות פיתול, משיק אנכי, נקודות חיתוך עם הצירים, גרף לפי ממצאי החקירה.

בחקירה:

- הקפידו לדון בגזירות או באי הגזירות של $f(x)$ בנקודות הקיצון המקומיות.
- רק בסיום החקירה דונו במציאת החיתוך עם ציר איקס.

<u>שאלה 4–בעיית קיצון מוחלט (Calculus/James Stewart)</u>



דרך נקודה המונחת בתוך זווית ישרה

במרחקים a ו- b מהשוקיים מעבירים ישר.

הוכיחו שאורך הקטע בין השוקיים הוא מינימאלי

כאשר הזווית x תקיים $\tan x = \sqrt[3]{b/a}$.

הקפידו על נימוקים מתמטיים מדויקים המבהירים מדוע המינימום שמצאתם הוא אכן מינימום מוחלט.

<u>שאלה 5 - משפט רול</u>

א. הוכיחו לפולינום $p(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2$ ולישר $l(x) = ax + b$ יכולות להיות **<u>לכל היותר</u>** שתי נקודות חיתוך.

ב. מצאו ישר כזה שמובטח שהפולינום וישר זה לא נחתכים. הסבירו את השיקולים שלכם.

<u>שאלה 6 (כללי)</u>

הפונקציה $f(x)$ רציפה וחיובית בקטע $[a,b]$.

הוכיחו כי יש קבוע חיובי H כך $f(x) > H$ לכל איקס בקטע $[a,b]$.

בעזרת איור מנומק הראו שאם דרישת הרציפות לא מתקיימת אזי מסקנת התרגיל לא נכונה.

<u>שאלה 7 (כללי)</u>

1) הוכיחו בשתי דרכים שונות כי הנקודה $(0,0)$ לא נקודת קיצון מקומית של הפונקציה $q(x) = x^3 + 2x^2$.

2) הוכיחו בכל דרך שתרצו כי הנקודה $(0,0)$ נקודת קיצון מוחלטת של הפונקציה $q(|x|) = |x|^3 + 2|x|^2$.