מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20406 - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי א'

חומר הלימוד למטלה: פרקים 2, 1

מספר השאלות: 5 משקל המטלה: 5 נקודות

סמסטר: **2023א** מועד אחרון להגשה: 18.11.2022

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

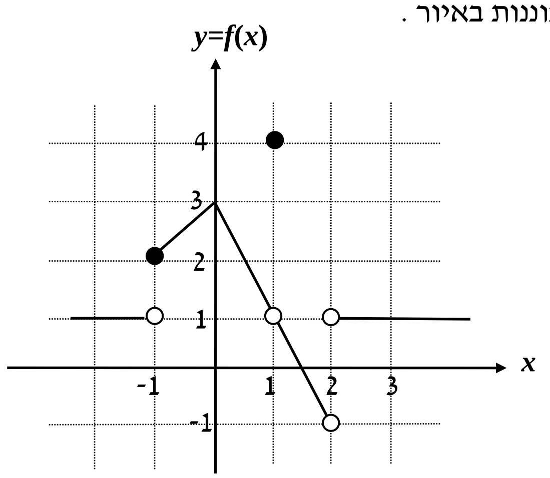
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.

קראו בעיון באתר הקורס הנחיות הגשה במערכת המקוונת

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 - חישובי גבולות מהפן הגרפי

השאלה מבוססת על התבוננות באיור.



א. חשבו את הביטויים הבאים 1-4. נמקו לפחות חלק מהקביעות שלכם.

1) $f(1)$ 2) $\lim_{x\to 2} f(x)$ 3) $\lim_{x\to 1} f(x)$ 4) $\lim_{x\to -1} f(x)$

ב. מצאו את הגבולות הבאים: $\lim_{x\to 2}\left(3f - f^2\right)$, $\lim_{x\to -1}\left(3f - f^2\right)$.

ג. מצאו את הגבולות הבאים או הוכיחו שהגבול לא קיים: $\lim_{x\to 1}\frac{1}{1-f(x)}$; $\lim_{x\to 1}\frac{1}{4-f(x)}$.

שאלה 2 - חישובי גבולות, אריתמטיקה של גבולות

א. יהיו a,b,c קבועים שסכומם אפס, $a+b+c=0$.

הוכיחו כי $\lim_{x\to\infty}\left[a\sqrt{x}+b\sqrt{x+1}+c\sqrt{x+2}\right]=0$.

ב. חישובי גבולות ושימוש בהצבות .

סעיפים ב1, ב2 מדגימים תרגילים שקשה לחשב ללא הצבה מתאימה.

ב.1. הוכיחו כי $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(ax)}{x}=a$.

ב.2. חשבו את הגבולות הבאים $\lim_{x\to\infty}x\tan(\frac{\pi}{x})$; $\lim_{x\to 1}\frac{\cos(\frac{\pi x}{2})}{x-1}$.

בכל גבול מעניין איזו הצבה בחרתם... .

ג. נתון כי $\lim_{x\to 0}\frac{2x+1}{f(x)}=L>0$. מהו ערך הגבול $\lim_{x\to 0}f(x)$? (אריתמטיקה של גבולות...)

שאלה 3 – רציפות

א. נגדיר : $u(x)=\begin{cases}(x-1)^2-1 & , \ -1<x<2\\ 3 & , \ x\le -1 \ , \ x\ge 2\end{cases}$.

ציירו את הגרף של הפונקציה. מהן נקודות הרציפות ואי הרציפות של הפונקציה ?

ב. הפונקציות $3g(x)+2f(x)$ ו- $f(x)-2g(x)$ רציפות לכל x.

הוכיחו שהפונקציות $g(x)$ ו- $|f(x)|$ רציפות לכל x.

שאלה 4 - משפט ערך הביניים

א. נסחו את משפט ערך הביניים .

ב. הוכיחו כי למשוואה $mx=\cot x$, $m>0$ יש שורש בקטע $(0,\frac{\pi}{2})$.

ג. הוכיחו כי למשוואה $x^4-20=\frac{1}{x-1}$ יש לפחות שלושה שורשים .

שאלה 5 – כללי

תהי $g(x)$ רציפה בקטע $[0,1]$. ידוע כי $g(\frac{3}{4})<g(\frac{1}{2})<g(\frac{1}{4})$.

הוכיחו קיומה של נקודה c בקטע כך ש $g(c)=\frac{g(\frac{3}{4})+g(\frac{1}{2})+g(\frac{1}{4})}{3}$.