דפי נוסחאות לבחינת הגמר (נוסחאות עם רקע אפור לא רלוונטיות ל 2024א)

חלק א: סטטיסטיקה תיאורית

מדדי מרכז:

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} \quad ; \quad \bar{x}=\frac{\sum_{i}x_i\cdot f(x_i)}{n} \quad ; \quad MR=\frac{x_{\max}+x_{\min}}{2}$$

מדדי פיזור:

$$s_x^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}-\bar{x}^2$$

$$s_x^2=\frac{\sum_{i}(x_i-\bar{x})^2 f(x_i)}{n}=\frac{\sum_{i}x_i^2 f(x_i)}{n}-\bar{x}^2$$

$$s_x=\sqrt{s_x^2}$$

טרנספורמציות: אם $x'=b\cdot x+a$ אזי:

$$Mo'=b\cdot Mo+a \quad , \quad Md'=b\cdot Md+a \quad , \quad MR'=b\cdot MR+a \quad , \quad \bar{x}'=b\cdot\bar{x}+a$$

$$s_{x'}^2=b^2s_x^2 \qquad s_{x'}=|b|\,s_x$$

ממוצע משוקלל ושונות מצורפת:

$$\bar{\bar{x}}=\frac{\sum_{j=1}^{k}\bar{x}_jn_j}{N} \quad ; \quad N=\sum_{j=1}^{k}n_j \quad ; \quad s_c^2=\frac{\sum_{j=1}^{k}n_js_j^2}{N}+\frac{\sum_{j=1}^{k}n_j(\bar{x}_j-\bar{\bar{x}})^2}{N}$$

מדדי מיקום יחסי:

$$\boldsymbol{Z_x=\frac{x-\bar{x}}{s_x}}$$

נוסחאות אחוזונים:

$$C_x=\left[\frac{(x-L_0)}{(L_1-L_0)}\cdot f(x_m)+F(x_{m-1})\right]\cdot\frac{100}{n} \quad ; \quad x_C=L_0+\frac{\frac{n\cdot C}{100}-F(x_{m-1})}{f(x_m)}\cdot(L_1-L_0)$$

התפלגות נורמלית:

$$\boldsymbol{P(Z\le Z_a)=\Phi(Z_a)\quad P(Z>Z_a)=1-\Phi(Z_a)}$$

$$\boldsymbol{P(Z_a<Z\le Z_b)=\Phi(Z_b)-\Phi(Z_a)}$$ לכל $\boldsymbol{a<b}$

מדדי קשר:

$$\lambda_{y/x} = \frac{L_y - L_{y/x}}{L_y} \quad ; \quad \lambda_{x/y} = \frac{L_x - L_{x/y}}{L_x}$$

$$r_c = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(L-1)}} \qquad \chi^2 = \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad ; \quad \phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} = \sqrt{\frac{(a\cdot d - b\cdot c)^2}{e\cdot f\cdot r\cdot k}}$$

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$r = \frac{cov(x,y)}{s_x\cdot s_y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{n\cdot s_x\cdot s_y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}}{n\cdot s_x\cdot s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2)(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2)}} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{\sqrt{[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2][n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2]}}$$

$$cov(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - \bar{x}\cdot\bar{y}$$

קו הרגרסיה (ניבוי Y על פי X):

$$\tilde{y} = bx + a \quad ; \quad b = \frac{rs_y}{s_x} \quad ; \quad a = \bar{y} - b\bar{x} \quad ; \quad r^2 = \frac{s_{\tilde{y}}^2}{s_y^2}$$

$$\tilde{x} = b'y + a' \quad ; \quad b' = \frac{rs_x}{s_y} \quad ; \quad a' = \bar{x} - b'\bar{y} \quad ; \quad r^2 = \frac{s_{\tilde{x}}^2}{s_x^2}$$

$$s_y^2 = s_{\tilde{y}}^2 + s_{y-\tilde{y}}^2 \; ; \quad s_x^2 = s_{\tilde{x}}^2 + s_{x-\tilde{x}}^2$$

חלק ב: הסתברות

קומבינטוריקה (חישוב אפשרויות):

עם סדר עם החזרה n^k

עם סדר ללא החזרה $(n)_k = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ \dots \ \cdot (n-k+1)$

בלי סדר ללא החזרה $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1 \qquad 0! = 1$

פעולות בקבוצות: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

מאורע משלים למאורע A **מסומן ב-** $\bar{A}$ **או ב-** A^c $\quad P(A^c) = P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

הסתברות מותנית: $P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \qquad P(A) > 0$

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A)$

A ו-B הם מאורעות בלתי תלויים אם ורק אם $P(B / A) = P(B / \bar{A}) = P(B)$

כלומר, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

אם $X \sim B(n, p)$ **אזי לכל** $k = 0,1,2,\dots,n$ $\quad P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = \mu$

$V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) = \sum_i x_i^2 P(x_i) - \mu^2 = \sigma^2$

אם $X \sim B(n, p)$ אזי: $E(X) = np \quad ; \quad V(X) = npq$

אם $Y = bX + a$ אזי: $E(Y) = bE(X) + a$

$V(Y) = b^2 V(X) \quad ; \quad \sigma_Y = |b| \sigma_X$

אם $X_1, X_2, \dots\dots, X_n$ משתנים מקרים אזי:

$E(X_1 + X_2 + \dots\dots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \dots\dots + E(X_n)$

אם $X_1, X_2, \dots\dots, X_n$ משתנים מקריים בלתי תלויים בזוגות, אזי:

$V(X_1 + X_2 + \dots\dots + X_n) = V(X_1) + V(X_2) + \dots\dots + V(X_n)$

נספח ב – טבלאות התפלגות

פונקציית ההתפלגות המצטברת של משתנה נורמלי סטנדרטי, $\Phi(z)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

טבלת עזר : z כפונקציה של $\Phi(z)$

$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z
.50	0	.91	1.341	.995	2.576
.55	.126	.92	1.405	.999	3.090
.60	.253	.93	1.476	.9995	3.291
.65	.385	.94	1.555	.9999	3.719
.70	.524	.95	1.645	.99995	3.891
.75	.674	.96	1.751	.99999	4.265
.80	.842	.97	1.881	.999995	4.417
.85	1.036	.98	2.054	.999999	4.753
.90	1.282	.99	2.326	.9999999	5.199