

קובץ 2 פתרון בחינה 1

שאלה 1

(א) לא נכון

הוספת 3 התצפיות לא משנה את הממוצע, מפני שממוצע שלוש התצפיות שנוספו שווה ל-25, אבל סטית התקן קטנה -

$$s'^2 = \frac{\sum (x-25)^2}{18} = \frac{2^2 \cdot 15 + (27-25)^2 + (25-25)^2 + (23-25)^2}{18} = \frac{4 \cdot 15 + 4 + 0 + 4}{18} = \frac{68}{18} = 3.78$$

$$s' = \sqrt{3.78} = 1.94 \neq 2$$

המשמעות של המשפט "כך שאף מועמד לא יזכה ביותר מפרס אחד" היא שארבעת הפרסים יחולקו אחד לכל זוכה.

(ב) לא נכון

$$(10)_4 = \frac{10!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5,040 \neq 210$$

לכן, מספר האפשרויות הוא $5,040 \neq 210$

(ג) נכון

אם A ו- B מאורעות זרים אז $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.3 + 0.4 = 0.7$ וזהו הגבול העליון של הסתברות האיחוד.
אם A ו- B אינם מאורעות זרים אז $P(A \cap B) > 0$ ולכן $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) < 0.7$ אולם ברור ש- $P(A \cap B) < \min[P(A), P(B)] = 0.3$ ולכן הגבול התחתון של הסתברות האיחוד הוא 0.4.

(ד) נכון

הקשר בין מקדם שיפוע קו הניבויים b לבין מקדם המיתאם של פירסון r הוא עפ"י הסימן: שיפוע חיובי פירושו מיתאם פירסון חיובי, ושיפוע שלילי שפירושו מיתאם פירסון שלילי.
המשפט ההפוך גם נכון: מיתאם פירסון חיובי פירושו שיפוע חיובי, ומיתאם פירסון שלילי פירושו שיפוע שלילי.

$$P(90 \leq X \leq 98) = \Phi\left(\frac{98-98}{16}\right) - \Phi\left(\frac{90-98}{16}\right) = \Phi(0) - \Phi(-0.5) = \Phi(0) - [1 - \Phi(0.5)] = 0.5 - 1 + 0.6915 = 0.1915$$

(ה) לא נכון

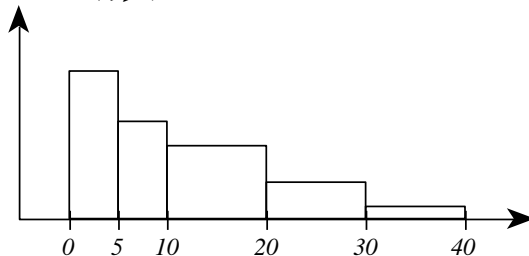
שאלה 2

(א)

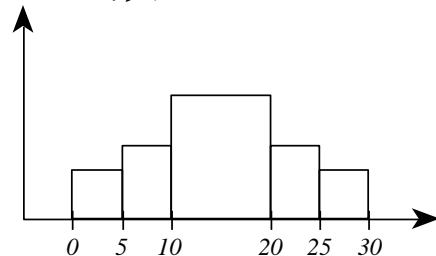
ההתפלגות של מפעל ב' היא סימטרית בעוד שההתפלגות של מפעל א' היא א-סימטרית חיובית.

(ב)

מפעל א' צפיפות $f(x)$



מפעל ב' צפיפות $f(x)$



(ג)

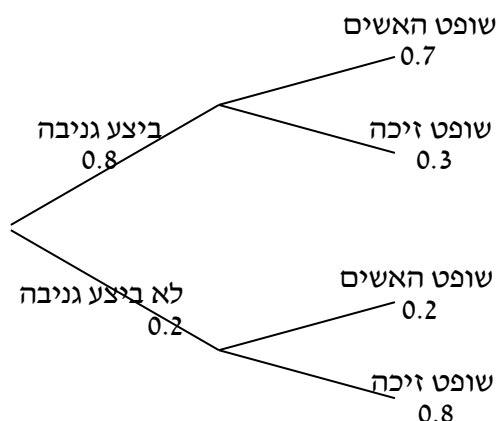
מפעל א'	מפעל ב'		
2.5	15	אמצע המחלקה הצפופה (או הגבוהה) ביותר	שכיח
10	15	הערך שמחצית מהתצפיות קטנות ממנו	חציון

הממוצע של מפעל א' גדול מהחציון ומהשכיח כי ההתפלגות היא א-סימטרית חיובית (ימנית).

(ד)

הממוצע של מפעל ב' שווה לחציון ולשכיח כי ההתפלגות היא סימטרית.

שאלה 3



נשרטט דיאגרמת עץ לבעיה :

$$0.8 \cdot 0.7 + 0.2 \cdot 0.2 = 0.56 + 0.04 = 0.6 \quad (\text{א})$$

(ב) $X \sim B(5, 0.6)$ - מספר השופטים שהאשימו

$$\begin{aligned} P(X \leq 3) &= 1 - P(X \geq 4) = \\ &= 1 - [P(X = 4) + P(X = 5)] = \\ &= 1 - [5 \cdot 0.6^4 \cdot 0.4 + 0.6^5] = \\ &= 1 - [0.2592 + 0.07776] = \\ &= 1 - 0.33696 = 0.66304 \end{aligned}$$

$$E(X) = 5 \cdot 0.6 = 3 \quad (\text{ג})$$

$$V(X) = 5 \cdot 0.6 \cdot 0.4 = 1.2$$

שאלה 4

(א) הציונים בשני המקצועות בסולם סדר ולכן יש לחשב את מיתאם ספירמן.

נמיר את הציונים לדרגות ונחשב את הפרשי ריבועי הדרגות :

שם התלמיד	R_x	R_y	הפרש ריבועי דרגות
דני	8	2.5	30.25
יובל	5	6.5	2.25
רוני	2.5	2.5	0
מיכל	2.5	6.5	16
טל	9.5	9.5	0
רמי	2.5	2.5	0
דנה	6.5	5	2.25
יעל	9.5	9.5	0
בתי	2.5	2.5	0
גל	6.5	8	2.25
סה"כ			53

$$\Rightarrow r_s = 1 - \frac{6 \cdot 53}{10 \cdot (10^2 - 1)} = 0.679$$

(ב) הציונים בשני המקצועות בסולם מנה ולכן יש לחשב את מיתאם פירסון.

נסמן ב- X את ציוני הדקדוק וב- Y את ציוני החשבון הרי ש :

$$\sum X_i = 756$$

$$\sum Y_i = 778$$

$$\sum X_i Y_i = 60,473$$

$$\sum X_i^2 = 59,106$$

$$\sum Y_i^2 = 62,302$$

$$r = \frac{10 \cdot 60,473 - 756 \cdot 778}{\sqrt{(10 \cdot 59,106 - 756^2) \cdot (10 \cdot 62,302 - 778^2)}} = 0.89$$

ולכן נקבל :

שאלה 5

$$X \sim B(2, \frac{1}{6}) \quad (\alpha)$$

$$E(X) = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$V(X) = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$$

$$(1) \quad Y = 2X \text{ ומכאן:} \quad (\beta)$$

$$E(Y) = E(2X) = 2E(X) = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$V(Y) = V(2X) = 2^2 V(X) = 4 \cdot \frac{5}{18} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$$

$$(2) \quad Y = X_1 + X_2 \text{ כאשר } X_1 \text{ ו- } X_2 \text{ בלתי תלויים ולכל אחד מהם אותה התפלגות}$$

כמו ל- X . ומכאן:

$$E(Y) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$V(Y) = V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2) = \frac{5}{18} + \frac{5}{18} = \frac{5}{9}$$

פתרון בחינה 2

שאלה 1

א. לא נכון

ההסתברות שיתרחש בדיוק מאורע אחד מביניהם היא:

$$P(A \cap B^C) + P(A^C \cap B) = P(A)P(B^C) + P(A^C)P(B) = \\ = 0.3 \cdot 0.7 + 0.7 \cdot 0.3 = 0.42 \neq 0.6$$

ב. לא נכון.

אם כל התצפיות השוות בערכי x שלהן, שוות גם בערכי y שלהן,

$$\text{אזי } \eta_{y/x} = 1, \text{ אך יתכן ש- } \eta_{x/y} \neq 1$$

ג. נכון.

נסמן: A - לא תתקבל התוצאה 5

B - שתי התוצאות שונות

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{20/36}{30/36} = \frac{2}{3}$$

ד. לא נכון.

חסרים נתונים לגבי השונויות המשותפת ולכן לא ניתן לדעת מה ערכו של מקדם המתאם.

ה. נכון.

בהתפלגות אסימטרית חיובית: $Mo < Md < \bar{x} < MR$

$$x_{40} < Md < \bar{x} \quad \text{לכן -}$$

$$z_{x_{40}} = \frac{x_{40} - \bar{x}}{s_x} < 0$$

מכאן -

שאלה 2

(אפשר להעזר ולתאר את תוצאות הניסוי בעזרת דיאגרמת עץ)

$$\text{א. } 0.3 \cdot 0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.3 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 = 0.068$$

$$\frac{0.2 \cdot 0.5}{0.2 \cdot 0.5 + 0.3 \cdot 0.5 + 0.5 \cdot 0.5} = 0.2 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{0.3 \cdot 0.5 \cdot 0.2}{0.3 \cdot 0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.3 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2} = \frac{0.03}{0.068} = 0.4412 \quad \text{ג.}$$

$$\frac{0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2}{0.3 \cdot 0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.3 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2} = \frac{0.008}{0.068} = 0.1176 \quad \text{ד.}$$

שאלה 3

א.

$f(x)$	x
40	0-25
40	25-45
40	45-90
40	90-120
160	סה"כ

ב.

צפיפות	$f(x)$	x
$\frac{40}{25} = 1.6$	40	0-25
	40	25-45
$\frac{40}{20} = 2$	40	45-90
	40	90-120
$\frac{40}{45} = 0.89$		
$\frac{40}{60} = 0.67$		
	160	סה"כ

$$Mo = 35$$

$$\bar{x} = \frac{8800}{160} = 55$$

$xf(x)$	$f(x)$	x
500	40	12.5
1400	40	35
2700	40	67.5
4200	40	105
8800	160	סה"כ

$$s_x^2 = \frac{\sum x^2 f(x)}{n} - \bar{x}^2 = 4240.625 - 55^2 = 1215.625$$

$$s_x = 34.866$$

ג.

$$\frac{\sum |x - Md| f(x)}{n} = \frac{|12.5 - 45| \cdot 40 + |35 - 45| \cdot 40 + |67.5 - 45| \cdot 40 + |105 - 45| \cdot 40}{160} = \frac{125}{4} = 31.25$$

א. נסמן: $X \sim B(2, 0.2)$ מספר הפגומים בקופסה

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.8^2 = 0.36$$

ב. נסמן: Y - מספר הקופסאות התקינות בקרטון לכן - $Y \sim B(5, 0.64)$

$$P(Y \geq 4) = \binom{5}{4} 0.64^4 \cdot 0.36 + 0.64^5 = 0.4094$$

ג. נסמן W - מספר הקרטונים הפגומים, $W \sim B(100, 0.5906)$

ונסמן: S - רווח המפעל

$$S = 120000 - 500W \quad \text{לכן}$$

$$\begin{aligned} E(S) &= E(120000 - 500W) = 120000 - 500E(W) = \\ &= 120000 - 500 \cdot 100 \cdot 0.5906 = 90470 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(S) &= V(120000 - 500W) = (-500)^2 V(W) = \\ &= 500^2 \cdot 100 \cdot 0.5906 \cdot 0.4094 \end{aligned}$$

$$\sigma_S = 500 \cdot \sigma_W = 500 \cdot \sqrt{100 \cdot 0.5906 \cdot 0.4094} = 2458.62$$

שאלה 5

א. $\bar{x} = 1$, $s_x = 0.01$ ולכן -

$$P(X < 1) = \Phi\left(\frac{1-1}{0.01}\right) = \Phi(0) = 0.5$$

ב. $\bar{x} = 1.02$, $s_x = 0.01$ ולכן -

$$P(X > 1) = 1 - \Phi\left(\frac{1-1.02}{0.01}\right) = 1 - \Phi(-2) = \Phi(2) = 0.9772$$

$$P(X < 1) = \Phi\left(\frac{1-\bar{x}}{0.01}\right) = 0.015 \quad \text{ג.}$$

$$z_1 = \frac{1-\bar{x}}{0.01} = -2.17 \quad \text{מטבלת העזר:}$$

$$\bar{x} = 1 + 2.17 \cdot 0.01 = 1.0217 \quad \text{מכאן -}$$

$$\bar{x} = 1.0217, s_x = 0.01 \quad \text{ד.}$$

$$P(1.0217 - 0.01 < X < 1.0217 + 0.01) = \Phi(1) - \Phi(-1) = 2\Phi(1) - 1 = 0.6826$$

פתרון בחינה 3

תשובה 1

$$P(\text{להגיע בזמן}) = 0.99 \cdot 0.9 \cdot 0.9 = 0.8019$$

א. נכון

$$P(\text{משה איחר} / \text{השעון התקלקל}) = \frac{0.01}{1 - 0.8019} = 0.05$$

ב. לא נכון.

ג. לא נכון. תלוי בכוון האסימטריה.

$$2! \cdot 4! = 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 48 \quad \text{ד. מספר האפשרויות}$$

ה. לא נכון. חסרים נתונים על הפיזור המשותף, $cov(x, y)$ או $\sum x_i y_i$.

תשובה 2

$$X \sim N(100, 8^2)$$

$$P(X < 98) = \Phi\left(\frac{98-100}{8}\right) = \Phi(-0.25) = 0.4013 \quad \text{א.}$$

ב. בית החרושת לא עומד בתקן כי:

$$\begin{aligned} P(X < 90) + P(X > 110) &= \Phi\left(\frac{90-100}{8}\right) + 1 - \Phi\left(\frac{110-100}{8}\right) = \\ &= \Phi(-1.25) + 1 - \Phi(1.25) = 2 - 2\Phi(1.25) = 0.2112 > 0.2 \end{aligned}$$

ג. $Y \sim B(30, p)$ מספר החפיסות שמשקלן מעל 104 גרם

$$p = P(X > 104) = 1 - \Phi\left(\frac{104-100}{8}\right) = 1 - \Phi(0.5) = 0.3085 \quad \text{כאשר -}$$

$$E(Y) = 30 \cdot 0.3085 = 9.255$$

$$V(Y) = 30 \cdot 0.3085 \cdot 0.6915 = 6.3998, \quad \sigma_Y = \sqrt{6.3998} = 2.53$$

תשובה 3

א. $Mo = 75$ כי שכיחותו כעת 10.

ב. $Md = 76$ כי השינויים היו לגבי 4 ציונים שהיו ונשארו קטנים מהחציון.

$$\bar{X}' = \frac{78 \cdot 40 + 2(70-60) + 2(75-65)}{40} = 79 \quad \text{ג.}$$

$$s_x^2 = 36 = \frac{\sum_{i=1}^{40} x_i^2}{40} - 78^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{40} x_i^2 = (78^2 + 36)40 = 244800 \quad \text{ד. לפני השינויים -}$$

אחרי השינויים -

$$s_{x'}^2 = \frac{244800 + 2 \cdot 70^2 + 2 \cdot 75^2 - 2 \cdot 60^2 - 2 \cdot 65^2}{40} - 79^2 = 14$$

$$s_{x'} = \sqrt{14} = 3.74$$

$$\bar{X} = \frac{40 \cdot 79 + 30 \cdot 72}{70} = \frac{5320}{70} = 76 \quad \text{ה.}$$

תשובה 4

$$X \sim B(10, 0.1) \text{ מספר הזכיות}$$

$$P(X = 0) = 0.9^{10} = 0.3487 \text{ א.}$$

$$P(X = 2) = \binom{10}{2} 0.1^2 0.9^8 = 0.1937 \text{ ב.}$$

$$P(X \geq 2) = 1 - 0.9^{10} - \binom{10}{1} 0.1 \cdot 0.9^9 = 0.2639 \text{ ג.}$$

$$Y = 8X - 10 \text{ הרווח נטו ד.}$$

$$E(Y) = 8E(X) - 10 = 8 \cdot 10 \cdot 0.1 - 10 = -2$$

$$V(Y) = 8^2 V(X) = 64 \cdot 10 \cdot 0.1 \cdot 0.9 = 57.6, \quad \sigma_Y = 7.59$$

תשובה 5

א. נסמן: x - מעשן/לא מעשן y - חולה/לא חולה

$$\lambda_{x/y} = \frac{100 - (20 + 45)}{100} = \frac{35}{100} = 0.35, \quad \lambda_{y/x} = \frac{75 - (20 + 45)}{75} = \frac{10}{75} = 0.133$$

$$r_c = \phi = \sqrt{\frac{(55 \cdot 180 - 20 \cdot 45)^2}{100 \cdot 200 \cdot 75 \cdot 225}} = 0.489$$

ב. נסמן: A - מעשן, B - חולה

$$P(A \cap B^c) = \frac{45}{300} = 0.15 \text{ (1)}$$

$$P(A^c \cup B^c) = \frac{200}{300} + \frac{225}{300} - \frac{180}{300} = \frac{245}{300} = 0.8166 \text{ (2)}$$

$$P(B/A) = \frac{55}{100} = 0.55 \text{ (3)}$$

$$P(A^c/B^c) = \frac{180}{225} = 0.8 \text{ (4)}$$

פתרון בחינה 4

חלק א'

שאלה 1

(א) נכון – אם גודלי הקבוצות שווים אז הממוצע המשוקלל שווה לממוצע הפשוט.

(ב) לא נכון – $P(A \cap B) = 0.5 \times 0.3 = 0.15$; $P(B) = 0.3$;

$$P(A) = 0.5$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.3 - 0.15 = 0.65$$

(ג) נכון – ההסתברות למכונית רטובה היא (עפ"י נוסחת ההסתברות השלמה):

$$\text{נתון שמר ישראלי נסע לנהריה, אזי ההסתברות שהוא חזר אם מכונית} \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3} \right) \times \frac{1}{3} = \frac{19}{36}$$

$$\text{רטובה היא (עפ"י נוסחת בייס): } \frac{\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}}{\frac{19}{36}} = \frac{9}{19}$$

(ד) לא נכון – ההפך הוא הנכון, אם מקדם המיתאם של פירסון הוא $r=1$ אז מקדם המיתאם של ספירמן הוא $r_s=1$.

(ה) נכון – הערך הראשון שנוסף (A) הוא גדול מהחציון והערך השני שנוסף (B) קטן מהחציון, ולכן החציון יישאר ללא שינוי. הערך השני שנוסף קטן מהמינימום של הסדרה המקורית, ובכך הוא מגדיל את טווח הסדרה החדשה.

חלק ב'

שאלה 2

(א) נחשב את מדד למדה על שני כיווניו ואת מדד קרמר, שהרי המשתנה "רווחית/לא רווחית" הוא בסולם שמי. נסמן ב-X את המשתנה רווחית/לא רווחית וב-Y את משתנה משך הזמן. מדד למדה:

$$L_Y = 100 - 43 = 57 \quad L_{Y|X} = (24 - 14) + (76 - 35) = 51$$

$$\Rightarrow \lambda_{Y|X} = 1 - \frac{51}{57} \cong 0.105$$

לגבי הכיוון השני של מדד למדה – השכיח נופל תמיד בשורה השניה ולכן נקבל $\lambda_{X|Y} = 0$.

מדד קרמר:

קל לחשב את שני הערכים הצפויים לשורה הראשונה ובאמצעות החסרה לקבל את שאר הערכים. לפיכך נקבל:

$$e_{11} = \frac{24 \times 18}{100} = 4.32 \quad e_{12} = \frac{24 \times 43}{100} = 10.32$$

$$e_{13} = 24 - 4.32 - 10.32 = 9.36$$

$$e_{21} = 18 - 4.32 = 13.68$$

$$e_{22} = 43 - 10.32 = 32.68$$

$$e_{23} = 39 - 9.36 = 29.64$$

עכשו נותר לחשב את ערכי χ^2 לכל תא ולסכמם:

$$\chi_{11}^2 = \frac{(2 - 4.32)^2}{4.32} = 1.246 \quad \chi_{12}^2 = \frac{(8 - 10.32)^2}{10.32} = 0.522$$

$$\chi_{13}^2 = \frac{(14 - 9.36)^2}{9.36} = 2.3 \quad \chi_{21}^2 = \frac{(16 - 13.68)^2}{13.68} = 0.393$$

$$\chi_{22}^2 = \frac{(35 - 32.68)^2}{32.68} = 0.165 \quad \chi_{23}^2 = \frac{(25 - 29.64)^2}{29.64} = 0.726$$

$$\Rightarrow \chi^2 = 1.246 + 0.522 + 2.3 + 0.393 + 0.165 + 0.726 = 5.352$$

$$\Rightarrow r_c = \sqrt{\frac{5.352}{100}} = 0.231$$

מסקנה: בכל אחד מהמדדים נראה כי הקשר בין רווחיות לבין משך הזמן הוא חלש מאוד (במקרה אחד רואים שאין קשר בכלל).

$$P(A \cap B) = 14/100 = 0.14 \quad (1) \quad (ב)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.14}{0.39} \cong 0.36 \quad (2)$$

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{24}{100} = 0.76 \quad (3)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{24 + 39 - 14}{100} = 0.49 \quad (4)$$

שאלה 3

$$z_{0.5} = 0 = \frac{72.5 - \bar{x}}{s_x} \quad (א)$$

$$z_{0.94} = 1.555 = \frac{91.16 - \bar{x}}{s_x}$$

קבלנו שתי משוואות בשני נעלמים. הפתרון שלהן נותן:

$$\bar{x} = 72.5 \quad ; \quad s_x = 12$$

$$P(X > 96) = 1 - P(X < 96) = 1 - \Phi\left(\frac{96 - 72.5}{12}\right) = \quad (ב)$$

$$= 1 - \Phi(1.958) = 1 - 0.975 = 0.025$$

כלומר – 18 תלמידים מהווים 2.25% מכלל הנבחנים ולכן היו 720 נבחנים בסמסטר א'.

(ג)

$$P(76 < X < 85) = \Phi\left(\frac{85-70}{10}\right) - \Phi\left(\frac{76-70}{10}\right) = \Phi(1.5) - \Phi(0.6) = 0.9332 - 0.7257 = 0.2075$$

20.75% מהנבחנים בסמסטר ב' קיבלו ציון "טוב" בבחינת הגמר.

$$z_{67} = \frac{67-72.5}{12} \cong -0.458$$

(ד)

- 0.458 הוא ציון התקן המתאים לציון 67

בסמסטר א'.

$$-0.458 = \frac{x-70}{10} \Rightarrow x = -0.458 \times 10 + 70 = 65.42$$

- 65.42 הוא הציון בסמסטר

ב' השקול לציון 67 בסמסטר א'.

שאלה 4

(א)

$$\bar{x} = \frac{1 \times 5 + 2 \times 3 + 3 \times 5 + 4 \times 6 + 6 \times 4 + 8 \times 2 + 12 \times 1}{5 + 3 + 5 + 6 + 4 + 2 + 1} = \frac{102}{26} = 3.923$$

$$Md = \frac{x_{(13)} + x_{(14)}}{2} = \frac{3 + 4}{2} = 3.5$$

$$Mo = 4$$

(ב)

$$s^2 = \frac{1^2 \times 5 + 2^2 \times 3 + \dots + 8^2 \times 2 + 12^2 \times 1}{5 + 3 + 5 + 6 + 4 + 2 + 1} - 3.923^2 \cong 6.687$$

$$\Rightarrow s = \sqrt{6.687} = 2.586$$

$$R = 12 - 1 = 11$$

(ג) אם y הוא המשתנה של גובה הקנס הרי ש-

$$\bar{y} = 30 + 35 \times \bar{x} = 30 + 35 \times 3.923 = 167.305$$

$$Md(y) = 30 + 35 \times Md(x) = 30 + 35 \times 3.5 = 152.5$$

$$Mo(y) = 30 + 35 \times Mo(x) = 30 + 35 \times 4 = 170$$

$$s_y = 35 \times s_x = 35 \times 2.586 = 90.51$$

$$R(y) = 35 \times R(x) = 35 \times 11 = 385$$

(2) מקדם המיתאם של פירסון (שני המשתנים בסולם רווח/מנה) שווה ל-1 היות ו- y הוא

טרנספורמציה לינארית של x .

שאלה 5

(א)

x	2	3	5
$P(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$

(ב)

y	0	1	2
$P(Y=y)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

$$E(X) = 2 \times \frac{2}{7} + 3 \times \frac{3}{7} + 5 \times \frac{2}{7} = \frac{23}{7} \approx 3.2857$$

(ג)

$$E(Y) = 0 \times \frac{2}{7} + 1 \times \frac{4}{7} + 2 \times \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

(ד)

$$E(Y^2) = 0^2 \times \frac{2}{7} + 1^2 \times \frac{4}{7} + 2^2 \times \frac{1}{7} = \frac{8}{7}$$

$$\Rightarrow V(Y) = \frac{8}{7} - \left(\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{20}{49} \Rightarrow s_Y = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{\frac{20}{49}} = \frac{\sqrt{20}}{7} \approx 0.64$$

(ה) X ו- Y הם משתנים מקריים תלויים מפני שאם ניקח (למשל) את המאורע

$(X = 2 \cap Y = 2)$ השקול לבחירת מלה בת שתי אותיות ושתי תנועות הרי שנקבל

$$P(X = 2 \cap Y = 2) = 0$$

לעומת זאת, $P(X = 2) \times P(Y = 2) = \frac{2}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{49} \neq 0$.

קבלנו מצב שבו הסתברות החיתוך שונה ממכפלת ההסתברויות השוליות, ולכן המשתנים המקריים הם תלויים.

פתרון בחינה 5

שאלה 1

סטטיית התקן לא מושפעת מהוספת קבוע לכל הנתונים. $s_{x+a} = s_x$

(א) לא נכון

(ב) לא נכון

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.2 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.2P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8 = 0.3 + P(B) - 0.2P(B) \Rightarrow$$

$$0.5 = 0.8P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{5}{8} = 0.625$$

(ג) נכון $X \sim B(4, 0.2)$ מספר האנשים מתוך הארבעה שיש להם דם מסוג AB

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.8^4 = 0.5904$$

$$(ד) \text{ נכון } \frac{4 \cdot 1 \cdot 1}{4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{1}{16}$$

(ה) לא נכון הסדרה סימטרית ולכן ממוצע=חציון=6.5.

$$\bar{x}' = \frac{15 \cdot 65 + 35 + 70}{17} = \frac{1080}{17} = 63.53 < 65$$

הממוצע של 17 התצפיות קטן - הממוצע של 17 התצפיות קטן - החציון לא משתנה - נוספו שתי תצפיות משני צידי החציון ומספר התצפיות אי זוגי.

שאלה 2

ציון	מספר תלמידים (שכיחות)	שכיחות מצטברת
4	7	7
5	3	10
6	1	11
7	8	19
8	16	35
9	3	38
10	2	40

$$\bar{X} = \frac{4 \cdot 7 + 5 \cdot 3 + \dots + 9 \cdot 3 + 10 \cdot 2}{40} = \frac{280}{40} = 7$$

ממוצע

(א)

$$Md = \frac{x_{(20)} + x_{(21)}}{2} = \frac{8 + 8}{2} = 8$$

עפ"י הנוסחה לנתונים בדידים :

חציון

$$Mo = 8$$

שכיח

$$s = \sqrt{\frac{4^2 \cdot 7 + 5^2 \cdot 3 + \dots + 9^2 \cdot 3 + 10^2 \cdot 2}{40} - 7^2} = \sqrt{52.05 - 49} = \sqrt{3.05} = 1.75$$

סטטיית תקן

(ב)

(ג) ממוצע ללא שינוי הוספת ערכים השווים לממוצע אינה משנה אותו.

חציון יקטן גודל המדגם עלה ל-44 ולכן החציון החדש יהיה הממוצע של

התצפיות הממוינות ה-22 וה-23, שערך שתיהן הוא 7.

שכיח ללא שינוי השכיחות של הציון 7 לא עוברת את השכיחות של הציון 8.

סטטיית תקן תקטן הוספת ערכים הקרובים לממוצע מקטינה את הפיזור.

ד) נרכיב את טבלת השכיחות :

שכיחות מצטברת	שכיחות	ציונים		הקבצה
		גבולות אמיתיים	גבולות מדומים	
11	11	3.5 - 6.5	4 - 6	III
39	28	6.5 - 8.5	7 - 8	II
44	5	8.5 - 10.5	9 - 10	I

הרבעון העליון הוא הערך של התצפית ה-33 : $Q_3 = 6.5 + \frac{33-11}{28} \cdot 2 = 8.07$