

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20406 - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי א'

חומר הלימוד למטלה: פרק 2, סעיפים 2.4, 2.5, 2.7, 2.8

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 6

מועד אחרון להגשה: 5.4.24

סמסטר: 2024 ב קצר

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחה
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.

קראו בעיון באתר הקורס הנחיות הגשה במערכת המקוונת.

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 - חישובי גבולות מהפן הגרפי

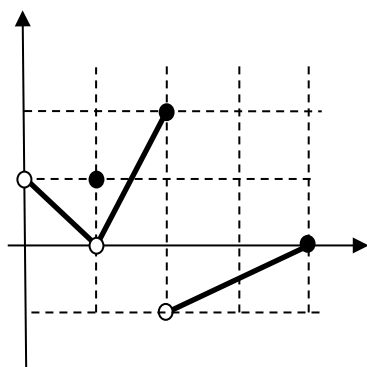
עיינו בגרף הפונקציה $g(x)$.

א. מצאו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x), \lim_{x \rightarrow 1} g(x), \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x), \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$$

ב. הנה גבול $\lim_{x \rightarrow 2} (g^2(x) + t \cdot g(x))$.

אם הגבול קיים מה ערכו? אם הגבול לא קיים - נמקו מדוע.
תשובתכם תהייה תלויה בערכו של הקבוע t וזה נכון.



שאלה 2 - חישובי גבולות, משפטי האריתמטיקה, טריקים חישוביים

א. חשבו את הגבול: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2) - \sqrt{2x+7}}{3x^2 - x - 2}$. סעיף 2.5 שאלות 65, 71. לטריק ששמו **כפל בצמוד** [

ב. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^{10} + (6+x)^{10}}{(2+3x+4x^2)^5}$ בשתי דרכים שונות:

1. דרך ראשונה: חלוקת מונה ומכנה ב- x^{10} ושימוש בעובדה הנחמדה $x^{10} = (x^2)^5$.

2. דרך שנייה: שימוש מנומק בתוצאה 11 בפרק 2.5.

ג. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3\pi x)}{\sin(2\pi x)}$ ואחר כך חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(3\pi x)}{\sin(2\pi x)}$.

שאלה 3 – רציפות

א. נגדיר: $g(x) = \begin{cases} |x|-1 & , |x+1| \geq 2 \\ 2 & , |x+1| < 2 \end{cases}$

ציירו את הגרף של הפונקציה. מהן נקודות הרציפות ואי הרציפות של הפונקציה?

ב. אריתמטיקה והרכבה של פונקציות רציפות.

1. הוכיחו כי אם $\varphi(x)$ רציפה וחיובית בנקודה x_0 אז $\varphi(x) + \frac{1}{\varphi(x)}$ רציפה ב- x_0 .

האם הטיעון ההפוך נכון? ובכן, הדגימו פונקציה מהצורה $\varphi(x) = \begin{cases} c_1 & x \leq 0 \\ c_2 & x > 0 \end{cases}$ כך

שהיא לא רציפה בנקודה 0 אבל הפונקציה $\varphi(x) + \frac{1}{\varphi(x)}$ רציפה בנקודה 0.

2. הוכיחו כי $\tan\left(\frac{|\sin 3x|}{2-\cos x}\right)$ רציפה לכל x .

שאלה 4 - משפט ערך הביניים

א. יהי $p(x)$ פולינום. הוכיחו כי למשוואה $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = p(x)$ יש שורש.

ב. הוכיחו כי למשוואה $\frac{1}{x} = (x+2)^2 - 6$ יש לפחות שלושה שורשים.

(בדף הבית של הקורס בבלוק הפעילויות, באוסף קישורים, בלינק כלי עבודה תוכלו למצוא את היישום

ששמו "וולפרם אלפא" כדאי להכיר ולעשות שימוש בכלי זה)

שאלה 5

תהי $f(x)$ פונקציה רציפה לכל x . נתון כי $|f(x)| < 1$. הוכיחו כי יש c עבורו $f(c) = c$.

רמז: כדאי להגדיר פונקציית עזר $g(x) = f(x) - x$ ולהתקדם בעזרת משפט ערך הביניים.

שאלה 6

א. תהיינה $f(x); g(x)$ פונקציות רציפות לכל x . נתון כי $f(1) \leq g(1)$.

האם בהכרח מתקיים $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$? הוכיחו או הביאו דוגמא נגדית.

ב. תהיינה $f(x); g(x)$ פונקציות מוגדרות לכל x . נתון כי $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.

האם בהכרח מתקיים $f(1) \leq g(1)$? הוכיחו או הביאו דוגמא נגדית.