

חלק א

ענה על שאלה 1 (שאלת חובה!)

שאלה 1 (25 נקודות)

לפניך חמש טענות. ציין לגבי כל טענה נכון/לא נכון ונמק תשובתך. (תשובה ללא נימוק לא תתקבל!)

א. (5 נק') מועמד לתפקיד מסוים נדרש לעבור מבחן גרפולוגי ומבחן פסיכומטרי. כדי להתקבל עליו לעבור את שני המבחנים בהצלחה. מנתונים סטטיסטיים ידוע כי ההסתברות לעבור בהצלחה את המבחן הגרפולוגי היא 0.5, ההסתברות לעבור בהצלחה את המבחן הפסיכומטרי היא 0.6 וההסתברות לעבור בהצלחה את שני המבחנים היא 0.4. ידוע כי מועמד מסוים לא התקבל, לכן ההסתברות שהוא נכשל רק במבחן הפסיכומטרי היא 0.2.

ב. (5 נק') בבדיקת הקשר הליניארי בין X ל- Y נתקבלו הנתונים הבאים:
 $\bar{X} = 10$ $\bar{Y} = 50$ $S_x = 2$ $S_y = 1$ $r = 0.8$
לכן שונות הניבויים בניבוי Y לפי X היא 2.56.

ג. (5 נק') בשתי כיתות ד 35 תלמידים בכל כיתה. לכן שונות הציונים בחשבון של 70 התלמידים היא ממוצע השונות של כל כיתה בנפרד.

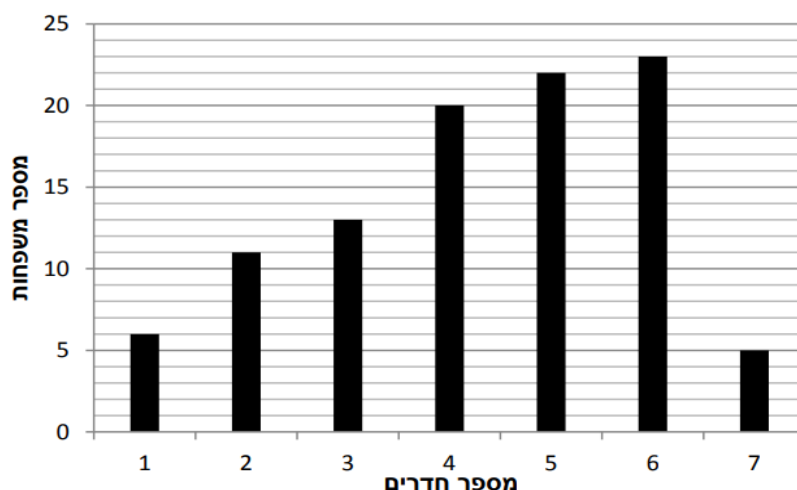
ד. (5 נק') A ו- B מאורעות במרחב מדגם Ω . נתון: $P(A) = 0.85$, $P(B) = 0.45$ ו- $P(A^c | B^c) = 0.2$. מכאן: $P(A \cap B) = 0.11$.

ה. (5 נק') השכר היומי הממוצע של עובד במפעל א' הוא 210 ₪ והשונות של השכר באותו מפעל היא 1500. מפעל ב', המעסיק כמות עובדים הגדולה פי 2 מכמות העובדים במפעל א', משלם לעובדיו שכר אחיד של 150 ₪ ליום. לכן השונות של שכר כל העובדים בשני המפעלים היא 1300.

חלק ב: עליך לענות על **שלוש** מבין ארבע השאלות 2 - 5. אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות לפי סדר הופעתן במחברת.

שאלה 2 (25 נקודות)

איגוד הקבלנים הזמין סקר שמטרתו לבדוק את גודלן של דירות בחיפה ובירושלים. בחיפה נשאלו 100 משפחות אודות מס' החדרים בדירת המגורים שלהן. להלן תוצאות סקר זה:



- א. רשמו את ההתפלגות הנ"ל בטבלה.
- ב. חשבו את הממוצע, החציון, השכיח וסטיית התקן של התפלגות מספר החדרים בחיפה.
- ג. **7 נק')** בסקר שנערך בירושלים נמצא כי ממוצע מס' החדרים בדירה הוא 1.3 חדרים, וסטיית התקן היא 2 חדרים. כמו כן נמצא כי מספר החדרים הממוצע לדירה בשני המדגמים יחד (בחיפה ובירושלים) הוא 3.3 חדרים. כמה משפחות השתתפו בסקר בירושלים? מהי סטיית התקן של כלל הנשאלים בשני הסקרים.
- ד. **6 נק')** התברר כי עורכי הסקר בחיפה התעלמו בעריכתו מ-20 משפחות שאין בבעלותן דירה. הוחלט להכלילן בסקר כמשפחות שמספר החדרים בדירתם הוא 0. כיצד ישתנו השכיח, הממוצע והחציון שחישבתם בסעיף ב' כתוצאה מהוספת נתונים אלו? (יקטן/יגדל/לא ישתנה) **נמקו ללא חישוב מחדש!**

שאלה 3 (25 נקודות)

- א. **15 נק')** במחקר לבדיקת הקשר בין מספר הילדים במשפחה לבין מספר השעות שעובדת האם מחוץ לבית, התקבלו הנתונים המוצגים בטבלה להלן. האם יש קשר לינארי בין מספר הילדים במשפחה לבין מספר השעות שעובדת האם מחוץ לבית? נמקו באמצעות חישוב המדד המתאים.

מספר ילדים	2	5	1	3	4	1	5	3	4	2
שעות עבודה	30	37	41	23	34	45	18	28	39	26

- ב. **10 נק')** במחקר שבחן נכונות להושטת עזרה לאחרים (גבוהה, בינונית, נמוכה) נדגמו אנשים הגרים בעיר או בכפר. תוצאות המחקר מוצגים להלן.

חשבו את עצמת הקשר בין מקום המגורים לבין הנכונות להושיט עזרה בעזרת כל המדדים המתאימים.

נכונות לעזרה	נמוכה	בינונית	גבוהה
מקום מגורים			
עיר	60	60	60
כפר	80	25	15

שאלה 4 (25 נקודות)

במפעל מסוים לייצור מכוניות, כל מכונית שמסתיים תהליך הייצור שלה עוברת בדיקה אצל שני בוחנים. מכונית שאינה עוברת בהצלחה את הבדיקה הראשונה, אינה עוברת לבדיקה השנייה. ההסתברות שמכונית תקינה תעבור בהצלחה את הבדיקה הראשונה היא 0.9. אם עברה בהצלחה בדיקה אחת, ההסתברות שתעבור בהצלחה את הבדיקה השנייה - 0.8. הסיכוי שמכונית שאינה תקינה תעבור בהצלחה את הבדיקה הראשונה הוא 0.4. אם עברה בהצלחה בדיקה אחת, ההסתברות שתעבור בהצלחה את הבדיקה השנייה - 0.1. בתהליך הייצור של אותו מפעל 5% מהמכוניות אינן תקינות.

- 8 נק' א. מה ההסתברות שמכונית שנבחרה באופן מקרי תעבור בהצלחה בדיקה אחת בלבד?
 8 נק' ב. מה ההסתברות שמכונית לא תקינה תעבור את הבדיקה הראשונה בהצלחה אך לא את השנייה?
 9 נק' ג. מה ההסתברות שמכונית שעברה את שתי הבדיקות בהצלחה היא תקינה?

שאלה 5 (25 נקודות)

הציונים בבחינות כניסה לאוניברסיטה גדולה מתפלגים נורמלית. הציון השכיח הוא 73 וסטיית התקן היא 8.

- 7 נק' א. בוחרים באקראי נבחן. מה הסיכוי שהציון שלו נמוך מ-65? הסבירו את תשובתכם.
 6 נק' ב. כדי להתקבל לאוניברסיטה נדרש ציון הגבוה מהממוצע. אולם, אלו שהציון שלהם נמוך מ-85 נדרשים לעבור סדנת הכנה. איזה אחוז מהסטודנטים המתקבלים לאוניברסיטה מתבקשים לעבור סדנת הכנה.
 6 נק' ג. הנבחנים שקיבלו את הציונים הגבוהים ביותר במבחן זכאים למלגה. המלגה ניתנת ל-5% מהנבחנים. מהו הציון הנמוך ביותר המזכה במלגה?
 6 נק' ד. 5 חברים נרשמו יחד למבחן הכניסה. מה הסיכוי שכל החמישה יתקבלו לאוניברסיטה?

בהצלחה!

חלק א: סטטיסטיקה תיאורית

מדדי מרכז: $MR = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}$;

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} ; \quad \bar{x} = \frac{\sum x f(x)}{n}$$

מדדי פיזור:

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f(x)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 f(x)}{n} - \bar{x}^2$$

$$s_x = \sqrt{s_x^2}$$

טרנספורמציות: אם $x' = b \cdot x + a$ אז:

$$Mo' = b \cdot Mo + a \quad Md' = b \cdot Md + a \quad MR' = b \cdot MR + a$$

$$\bar{x}' = b \cdot \bar{x} + a$$

$$s_{x'}^2 = b^2 s_x^2 \quad s_{x'} = |b| s_x$$

ממוצע משוקלל ושונות מצורפת:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{j=1}^k \bar{x}_j n_j}{N} ; \quad N = \sum_{j=1}^k n_j ; \quad s_c^2 = \frac{\sum_{j=1}^k n_j s_j^2}{N} + \frac{\sum_{j=1}^k n_j (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2}{N}$$

מדדי מיקום יחסי:

$$Z_x = \frac{x - \bar{x}}{s_x}$$

נוסחאות אחוזונים:

$$C_x = \left[\frac{(x - L_0)}{(L_1 - L_0)} \cdot f(x_m) + F(x_{m-1}) \right] \cdot \frac{100}{n} ; \quad x_C = L_0 + \frac{\frac{n \cdot C}{100} - F(x_{m-1})}{f(x_m)} \cdot (L_1 - L_0)$$

התפלגות נורמלית:

$$P(Z \leq z) = \phi(z) ; \quad P(Z > z) = 1 - \phi(z)$$

$$P(a < Z < b) = \phi(b) - \phi(a) \quad : a < b \quad \text{לכל}$$

$$\lambda_{y/x} = \frac{L_y - L_{y/x}}{L_y} \quad ; \quad \lambda_{x/y} = \frac{L_x - L_{x/y}}{L_x}$$

$$r_c = \sqrt{\frac{1}{n(L-1)} \chi^2} = \sqrt{\frac{1}{n(L-1)} \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}} \quad ; \quad \phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} = \sqrt{\frac{(a \cdot d - b \cdot c)^2}{e \cdot f \cdot r \cdot k}}$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$r = \frac{cov(x,y)}{s_x \cdot s_y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_{x_i} * Z_{y_i} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n * s_x * s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{n * s_x * s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2)(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \bar{y}^2)}} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2 \right]}}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y} = cov(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$

$$\tilde{y} = bx + a \quad ; \quad b = \frac{rs_y}{s_x} \quad ; \quad a = \bar{y} - b\bar{x} \quad ; \quad r^2 = \frac{s_{\tilde{y}}^2}{s_y^2}$$

$$\tilde{x} = b' y + a' \quad ; \quad b' = \frac{rs_x}{s_y} \quad ; \quad a' = \bar{x} - b' \bar{y} \quad ; \quad r^2 = \frac{s_{\tilde{x}}^2}{s_x^2}$$

חלק ב: הסתברות

$$(N)_k = N * (N - 1) * (N - 2) * \dots * (N - K + 1)$$

קומבינטוריקה:

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

פעולות בקבוצות:

$$P(A \cup B) = (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

הסתברות מותנית:

$$P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (P(A) > 0)$$

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B / A)$$

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

A ו-B הם מאורעות בלתי תלויים $(P(B/A) = P(B))$ אם ורק אם

אם $X \sim B(n, p)$ אזי:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \quad ; \quad k = 0, 1, 2, \dots, n \quad \text{לכל}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad ; \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1 \quad ; \quad 0! = 1$$

$$E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = \mu$$

$$V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) = \sum_i x_i^2 P(x_i) - \mu^2 = \sigma^2$$

אם $X \sim B(n, p)$ אזי:

$$E(X) = np \quad ; \quad V(X) = npq$$

אם $Y = bX + a$ אזי:

$$E(Y) = bE(X) + a$$

$$V(Y) = b^2 V(X) \quad ; \quad \sigma_Y = |b| \sigma_X$$

אם X_1, X_2, \dots, X_n משתנים מקרים אזי:

$$E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)$$

אם X_1, X_2, \dots, X_n משתנים מקריים בלתי תלויים בזוגות, אזי:

$$V(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_n)$$

נספח ב – טבלאות התפלגות

פונקציית ההתפלגות המצטברת של משתנה נורמלי סטנדרטי, $\Phi(z)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

טבלת עזר: z כפונקציה של $\Phi(z)$

$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z
.50	0	.91	1.341	.995	2.576
.55	.126	.92	1.405	.999	3.090
.60	.253	.93	1.476	.9995	3.291
.65	.385	.94	1.555	.9999	3.719
.70	.524	.95	1.645	.99995	3.891
.75	.674	.96	1.751	.99999	4.265
.80	.842	.97	1.881	.999995	4.417
.85	1.036	.98	2.054	.999999	4.753
.90	1.282	.99	2.326	.9999999	5.199