התפלגות בינומית

ניסוי ברנולי – **הוא ניסוי בודד** שיש לו שתי תוצאות אפשריות. לאחת נקרא "הצלחה" ולאחרת "כישלון". נסמן את הסיכוי ל"הצלחה" ב p והסיכוי לכישלון

ב - q=1-p

אם נסמן "הצלחה" ב "1" ו כישלון ב "0" נקבל:

$$X_i = \begin{cases} 1 & p \quad \text{הצלחה} \\ 0 & 1-p \quad \text{כשלון} \end{cases}$$

דוגמאות

1. אדם מגיע לרמזור נתבונן בצבע הרמזור (הניחו ירוק או אדום).
2. התוצאה בניסוי של הטלת מטבע
3. המגדר בלידת תינוק
4. בניסוי של הטלת קובייה נזכה במשחק אם התוצאה גדולה מ- 4
5. ניסוי בזריקה לסל (קלע או לא קלע)

משתנה מקרי בינומי

הגדרה: *המשתנה הבינומי* – מבצעים n ניסויי ברנולי ב"ת עם הסתברות p להצלחה ו – X סופר את מספר ההצלחות.

פונקצית ההסתברות של X נתונה על-ידי:

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$k = 0,1,\ldots,n$$

מסמנים זאת על-ידי X~Bin(n,p).

אם $X \sim B(n,p)$ אז

$$E(X) = np$$
$$Var(X) = np(1-p)$$

3 סימני זיהוי להתפלגות הבינומית:

א. סדרת n ניסויים בלתי תלויים (ב"ת).

ב. בכל ניסוי קיימת הצלחה בסיכוי P וכישלון בסיכוי q=1-p.

ג. המשתנה המקרי X סופר את מספר ההצלחות מתוך n הניסויים הבלתי תלויים .

דוגמה

שחקן כדורגל מתאמן בהבקעת שערים . הוא בועט לשער 8 פעמים ברציפות ההסתברות שיבקיע גול בכל אחת מהפעמים היא 0.6 .

א. מה ההסתברות שיבקיע 2 שערים ?

ב. מה ההסתברות שיבקיע 8 שערים ?

ג. מה ההסתברות שיבקיע לפחות שער אחד ?

ד. מה ההסתברות שיבקיע לכל היותר שער אחד ?

ה. מהי כמות השערים הממוצעת שיבקיע , ומהי שונות כמות זו ?

דוגמא: במטוס ארבעה מנועים הפועלים באופן בלתי תלוי זה מזה. הסיכוי של כל מנוע להתקלקל בזמן טיסה הוא 0.1. המטוס יוצא לדרכו.

א. מה ההסתברות שכל המנועים תקינים ?
ב. מה ההסתברות שכל המנועים מקולקלים?
ג. מה ההסתברות שלפחות 3 מנועים פועלים?
ד. מה ההסתברות שהמטוס יגיע ליעד (המטוס מגיע ליעד כל עוד מנוע אחד לפחות פועל)
ה. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר המנועים התקינים בזמן הטיסה ?

__פתרון :__

$X \sim B(n=4, p=0.9)$ מספר המנועים התקינים.

א $P(X=4)=\binom{4}{4}0.9^4\cdot 0.1^0=0.9^4$

ב $P(X=0)=\binom{4}{0}0.9^0\cdot 0.1^4=0.1^4$

ג $P(X\geq 3)=P(X=3)+P(X=4)=\binom{4}{3}0.9^3\cdot 0.1^1+\binom{4}{4}0.9^4\cdot 0.1^0=0.9477$

ד $P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-0.1^4=0.9999$

ה $E(X)=np=4\cdot 0.9=3.6$ תוחלת

$V(X)=npq=4\cdot 0.9\cdot 0.1=0.36$ שונות

לכן סטיית התקן שווה ל-0.6

<u>שאלה אמריקאית</u>

באוכלוסייה מסוימת 50% גברים ו-50% נשים . 10% מהגברים ו-20% מהנשים הם בעלי RH שלילי. במבצע להתרמת דם מצפים ל-400 תורמים מקריים .

<u>שונות</u> של מספר מנות הדם מסוג RH שלילי שיתרמו במבצע היא (בחרו בתשובה הקרובה ביותר)

א. 84
ב. 60
ג. 51
ד. 9.17
ה. 7.14

<u>שאלה אמריקאית נוספת</u>

בכיתה שבה לומדים 48 תלמידים נערך מבחן . במבחן 4 שאלות עליהן יש לענות ב"כן" או "לא " התלמידים לא ידעו את החומר וניחשו את התשובות . מהי **<u>תוחלת</u>** מספר התלמידים שענו נכון **על שתי שאלות לפחות** ? רמז : חשבו תחילה את הסיכוי לענות נכון על שתי שאלות לפחות)

א. 24
ב. 33
ג. 12
ד. 3

<u>ניסויים שמסתיימים בהצלחה</u>

<u>שאלה</u>

אדם מנסה לחייג לאוניברסיטה . מניסיונות קודמים ידוע כי ההסתברות לקבל קו פנוי בכל ניסיון חיוג הוא **0.25** , אדם שמחייג לאוניברסיטה ממשיך לחייג עד שמקבל קו פנוי . מה ההסתברות שישיג את הקו בניסיון התשיעי ?

<u>שאלה</u>

במכון רנטגן ההסתברות שצילום יצליח היא 0.9 . אדם המגיע למכון לצורך צילום ממשיך להצטלם עד שהצילום מצליח . אדם הגיע למכון להצטלם.

מה ההסתברות שהצטלם 3 צילומים ?

תרגילי בית-חובה לפתור לפני הבחינה

שאלה +פתרון

בתהליך ייצור של מוצר נמצאו שני סוגי פגמים: פגם A המופיע ב-30% מהמוצרים ופגם B המופיע ב-60% מהמוצרים. כמו כן נמצא שב-15% מהמוצרים מופיעים שני הפגמים יחדיו.

(7 נק') א. בבחירה אקראית של 10 מוצרים מה ההסתברות שבדיוק 2 מוצרים עם פגמים מסוג A בלבד?

ב. מוצרים עם פגמים מוחזרים למפעל ובהתאם לסוג הפגם יגרם למפעל נזק כדלקמן:

מוצר עם פגם מסוג A בלבד גורם למפעל נזק של 10 ש"ח. מוצר עם פגם מסוג B בלבד גורם למפעל נזק של 20 ש"ח ומוצר עם שני הפגמים A ו-B גורם נזק של 50 ש"ח. מוצר ללא פגם לא מוחזר ולא גורם נזק.

(7 נק') 1. מהי תוחלת של הנזק הנגרם למפעל כתוצאה מפגמים בייצור המוצר?

(6 נק') 2. מהי סטיית התקן של הנזק הנגרם למפעל כתוצאה מפגמים בייצור המוצר?

פתרון

טבלת החיתוכים לנתונים:

	B	B^C	
A	0.15	0.15	0.3
A^C	0.45	0.25	0.7
	0.6	0.4	1

א. $X \sim B(10, 0.15)$ - מספר המוצרים עם פגמים מסוג A בלבד

$$P(X=2)=\binom{10}{2}0.15^2 0.85^8 = 0.2759$$

ב. יהי X - הנזק הנגרם למפעל כתוצאה מפגמים בייצור המוצר. פונקציית ההסתברות שלX היא:

x	0	10	20	50
$P(X=x)$	0.25	0.15	0.45	0.15

1. $E(X) = 0\cdot 0.25 + 10\cdot 0.15 + 20\cdot 0.45 + 50\cdot 0.15 = 18$

2. $\sigma^2 = V(X) = 0^2\cdot 0.25 + 10^2\cdot 0.15 + 20^2\cdot 0.45 + 50^2\cdot 0.15 - 18^2 = 246$

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{246} = 15.68$$

<u>שאלה נוספת +פתרון</u>

בכד נמצאים 9 חרוזים מהם 5 שחורים, 3 כחולים ו-1 לבן. אדם משתתף במשחק בו מוציאים מהכד 2 כדורים ללא החזרה. על כדור שחור שהוצא נקנס המשתתף ב- 20 ₪. על כל כדור כחול שהוצא מרוויח המשתתף 15 ₪. על כל כדור לבן שהוצא מרוויח המשתתף 70 ₪. **<u>חשב את תוחלת הרווח למשחק.</u>**

<u>פתרון</u>

. נסמן : A - כדור שהוצא שחור, B - כדור שהוצא כחול, C - כדור שהוצא לבן.

נחשב הסתברות מתאימה לכל מאורע במרחב המדגם (ניתן לחשב ע"י דיאגרמת עץ) :

$$P(A,A)=\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8}=\frac{20}{72},P(A,B)=\frac{5}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{15}{72},P(A,C)=\frac{5}{9}\cdot\frac{1}{8}=\frac{5}{72}$$
$$P(B,A)=\frac{3}{9}\cdot\frac{5}{8}=\frac{15}{72},P(B,B)=\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}=\frac{6}{72},P(B,C)=\frac{3}{9}\cdot\frac{1}{8}=\frac{3}{72}$$
$$P(C,A)=\frac{1}{9}\cdot\frac{5}{8}=\frac{5}{72},P(C,B)=\frac{1}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{3}{72},P(C,C)=0$$

נגדיר X - רווח למשחק ונבנה את פונקציית ההסתברות המתאימה:

סה"כ	85	50	30	-5	-40	x
	$(B,C),(C,B)$	$(A,C),(C,A)$	(B,B)	$(A,B),(B,A)$	(A,A)	זוגות מתאימים
1	$\frac{3}{72}+\frac{3}{72}=\frac{1}{12}$	$\frac{5}{72}+\frac{5}{72}=\frac{5}{36}$	$\frac{6}{72}$	$\frac{15}{72}+\frac{15}{72}=\frac{5}{12}$	$\frac{20}{72}$	$P_X(x)$

תוחלת הרווח: $E(X)=(-40)\cdot\frac{5}{18}+(-5)\cdot\frac{5}{12}+30\cdot\frac{1}{12}+50\cdot\frac{5}{36}+85\cdot\frac{1}{12}=3\frac{1}{3}$

שאלות מעורבות

שאלה 1

אורך חיים של סוללות מתפלג נורמלית עם ממוצע של 105 שעות וסטיית תקן של 8 שעות.

בכל אריזה יש 4 סוללות . מה ההסתברות שבאריזה שנבחרה באופן מקרי יש **סוללה אחת** בדיוק שאורך החיים שלה בין 97 ל-113 שעות?

<u>שאלה 2</u>

ידוע כי 20% מהגברים מרכיבי משקפים.

מצא התוחלת והשונות של מספר מרכיבי המשקפים במדגם של 100 גברים.

<u>שאלה 3</u> X

בבחינה מסוימת יש 20 שאלות. ל-12 השאלות הראשונות יש לכל אחת שלוש תשובות אפשריות שרק אחת נכונה. ולשאר 8 השאלות יש לכל אחת ארבע תשובות שרק אחת נכונה.

כל תשובה נכונה מזכה ב-5 נקודות (ותשובה לא נכונה ב-0 נקודות). תלמיד עונה באופן מקרי ובלתי תלוי את תשובותיו. מהי התוחלת והשונות של ציון התלמיד ?

שאלה 4 (מבחינה)

בסקר צרכנות שנעשה בקניון מסוים התברר ש -40% מהמוצרים נרכשים עבור ילדים, 35% עבור נשים ו -25% עבור גברים. כמו כן נמצא ש -60% מהילדים מעדיפים תוצרת חוץ וכן גם 30% מהנשים ו -20% מהגברים מעדיפים תוצרת חוץ.

א. מהו אחוז המוצרים תוצרת הארץ שנמכרים בקניון ?

ב. אם נמכר מוצר תוצרת חוץ, מה ההסתברות שנרכש עבור אישה ?

ג. נבדקו 10 קונים שנבחרו באופן מקרי וכל אחד רכש מוצר אחד. מה ההסתברות שלפחות 2 מהם רכשו מוצרים תוצרת הארץ ?

ד. נבדקו 50 קונים שרכשו כל אחד מוצר אחד. מה הם התוחלת והשונות של מספר המוצרים שנרכשו עבור ילדים ?

<u>פתרון השאלה מעמוד קודם</u>

א. $0.4*0.4+0.35*0.7+0.25*0.8=0.605$ 60.5% מוצרים תוצרת הארץ נמכרים בקניון

ב. הסתברות מותנית : $\frac{0.35*0.3}{0.395}=0.2658$ - התנאי – המשלים של סעיף א

ג. כלל המשלים – נחשב $1-\ \ P(k=0),P(k=1)$

$$1-\binom{10}{1}*0.605^{1}*0.395^{9}-0.395^{10}=0.998$$

ד. $E(x)=50*0.4=20$ תוחלת

$V(x)=50*0.4*0.6=12$ שונות

<u>שאלה 5</u>

המפקח קולמבו משתתף בתחרות קליעה. 70% מהכדורים שיורה המפקח פוגעים בעיגול המרכזי של המטרה. ידוע כי הקליעות השונות בלתי תלויות.

כל משתתף בתחרות יורה ארבעה כדורים. משתתף שאינו פוגע במטרה אינו מקבל פרס. משתתף אשר פוגע פעם אחת או פעמיים במטרה מקבל 500 ₪ . משתתף אשר פוגע במטרה לפחות שלוש פעמים , זוכה ב-1,000 ₪ .

יהי X – מספר הכדורים שפגע המפקח במטרה. R –סכום זכית המפקח.

א. מצא את פונקצית ההסתברות של X .

ב. מצא את פונקצית ההסתברות של R .

ג. חשב את תוחלת ושונות R.

<u>שאלה 6</u>

משקל אבטיח מתפלג נורמלית עם ממוצע 3 ק״ג וסטיית תקן 0.5 ק״ג.
לארוע מסוים נקנו 10 אבטיחים שנבחרו באופן מקרי :

(8 נקי) א. מה ההסתברות שבדיוק 2 מהם ישקלו יותר מ- 3.2 ק״ג

X (12 נקי) ב. אבטיח שמשקלו עד 3.2 ק״ג עולה 10 ₪ ואבטיח שמשקלו 3.2 ק״ג ומעלה עולה 15₪
מהן התוחלת והשונות של מחיר עשרת האבטיחים?

<u>פתרון</u>

א) נתון X: משקל אבטיח, $\mu=3$, $\sigma_x=0.5$

$$p=P(X>3.2)=1-\phi(\frac{3.2-3}{0.5})=1-\phi(0.4)=1-0.6554=0.3446$$

$Y\sim B(10,0.3446)$ מספר האבטיחים השוקלים מעל 3.2 ק״ג,

$$E(Y)=10\cdot 0.3446=3.446\quad;\quad V(Y)=10\cdot 0.3446\cdot 0.6554=2.2585$$

$$P(Y=2)=\binom{10}{2}0.3446^2\cdot 0.6554^8=0.1819$$

ב) $S=15Y+10(10-Y)=100+5Y$ מחיר האבטיחים

$$E(S)=100+5E(Y)=100+5\cdot 3.446=117.23\quad V(S)=5^2V(Y)=5^2\cdot 2.2585\;56=56.4628$$

<u>שאלה 7(מבחינה)</u>

בתהליך ייצור של מוצר נמצאו שני סוגי פגמים : פגם A המופיע ב-30% מהמוצרים ופגם B המופיע ב-60% מהמוצרים. כמו כן נמצא שב-15% מהמוצרים מופיעים שני הפגמים יחדיו.

(7 נק׳) א. בבחירה אקראית של 10 מוצרים מה ההסתברות שבדיוק 2 מוצרים עם פגמים מסוג A בלבד?

ב. מוצרים עם פגמים מוחזרים למפעל ובהתאם לסוג הפגם יגרם למפעל נזק כדלקמן :

מוצר עם פגם מסוג A בלבד גורם למפעל נזק של 10 ש״ח. מוצר עם פגם מסוג B בלבד גורם למפעל נזק של 20 ש״ח ומוצר עם שני הפגמים A ו-B גורם נזק של 50 ש״ח. מוצר ללא פגם לא מוחזר ולא גורם נזק.

(7 נק׳) 1. מהי תוחלת של הנזק הנגרם למפעל כתוצאה מפגמים בייצור המוצר?

(6 נק׳) 2. מהי סטיית התקן של הנזק הנגרם למפעל כתוצאה מפגמים בייצור המוצר?

פתרון שאלה 7

טבלת החיתוכים לנתונים:

	B	B^C	
A	0.15	0.15	0.3
A^C	0.45	0.25	0.7
	0.6	0.4	1

א. $X \sim B(10, 0.15)$ - מספר המוצרים עם פגמים מסוג A בלבד

$$P(X=2)=\binom{10}{2}0.15^2 0.85^8=0.2759$$

ב. יהי X - הנזק הנגרם למפעל כתוצאה מפגמים בייצור המוצר. פונקציית ההסתברות של X היא:

x	0	10	20	50
$P(X=x)$	0.25	0.15	0.45	0.15

1. $E(X)=0\cdot 0.25+10\cdot 0.15+20\cdot 0.45+50\cdot 0.15=18$
2. $\sigma^2=V(X)=0^2\cdot 0.25+10^2\cdot 0.15+20^2\cdot 0.45+50^2\cdot 0.15-18^2=246$

$$\sigma=\sqrt{V(X)}=\sqrt{246}=15.68$$

שאלה 8(מבחינה)

על-פי נתונים סטטיסטיים נמצא כי בחברת התעופה "שמיים" 20% מהמטוסים מגיעים באיחור ליעדם, וכן כי 5% מבין המטוסים המאחרים - מאחרים ביותר משעה אחת.
האיחורים של המטוסים השונים אינם תלויים זה בזה.
ביום שלישי בבוקר יש לחברה 10 טיסות.

(5 נק') א. מה ההסתברות שמטוס של חברת "שמיים" יאחר ביותר משעה?
(6 נק') ב. מה ההסתברות שביום שלישי בבוקר כל הטיסות של חברת "שמים" יגיעו באיחור?
(6 נק') ג. מה ההסתברות שביום שלישי בבוקר לכל היותר 2 מטוסים של חברת "שמיים" יאחרו?
(8 נק') ד. בחודש יש לחברת "שמיים" 150 טיסות. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר הטיסות של החברה המאחרות ביותר משעה אחת?

פתרון שאלה 8

א) $0.2 \cdot 0.05 = 0.01$

ב) 0.2^{10}

ג) $X \sim B(10,0.2)$ מספר הטיסות שיאחרו . לכן : $P(X \le 2) = 0.8^{10} + 10 \cdot 0.2 \cdot 0.8^{9} + \binom{10}{2} \cdot 0.2^{2} \cdot 0.8^{8} = 0.677795$

ד) $X \sim B(150,0.01) \Rightarrow E(X) = 150 \cdot 0.01 = 1.5, \sigma_X = \sqrt{150 \cdot 0.01 \cdot 0.99} = \sqrt{1.485} = 1.22$

שאלה 9

מפעל מייצר פריט שיכולים להופיע בו שני סוגי פגמים –A ו- B . ההסתברות שיופיע פגם מסוג A היא 0.10 , וההסתברות שיופיע פגם מסוג B היא 0.20 . שני סוגי הפגמים מופיעים באופן בלתי תלוי .

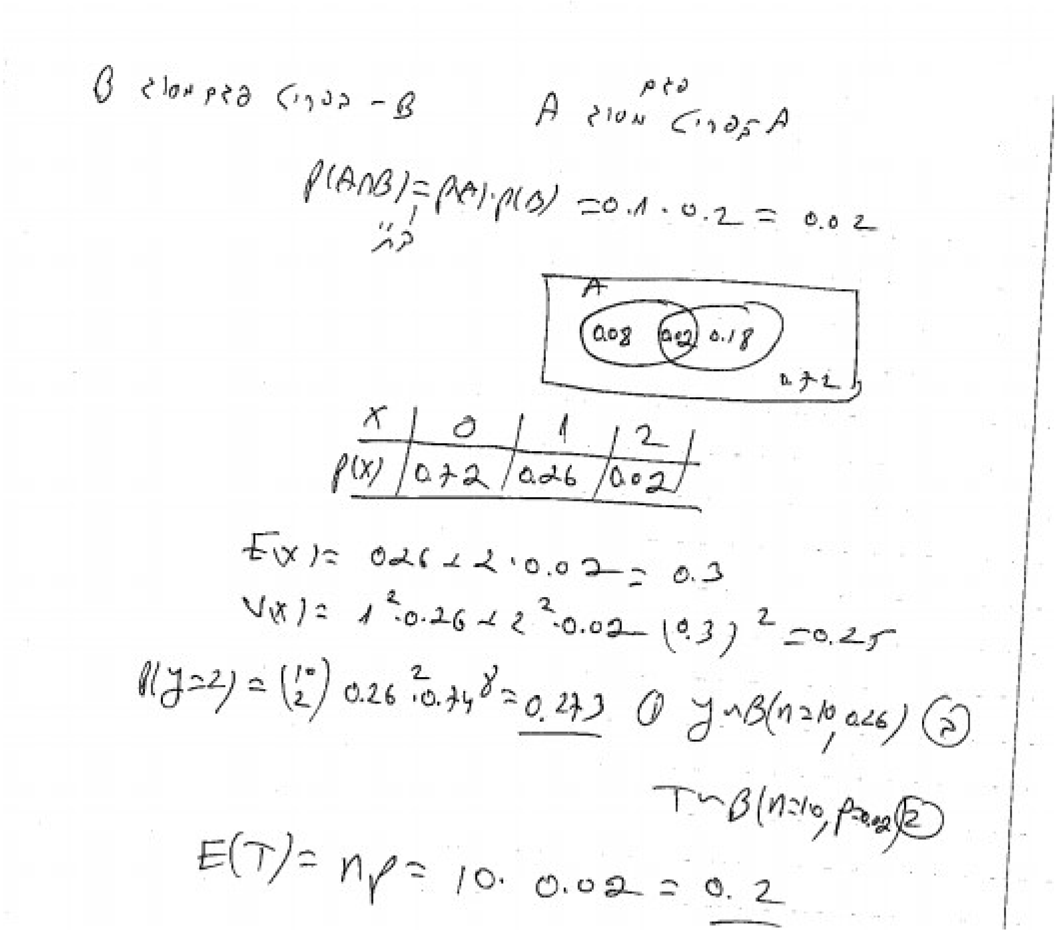
יהי X מספר סוגי הפגמים שיופיעו בפרט מקרי .

א. בנו את פונקציית ההסתברות של X , חשבו שונות של X .

ב. בוחרים 10 פריטים באופן מקרי.

1. מה ההסתברות שבדיוק בשניים מן הפריטים יש פגם מסוג אחד בלבד?
2. מה תוחלת מספר הפריטים בהם יש פגמים משני הסוגים ?

פתרון שאלה 9



<u>שאלה 10 (שאלה אמריקאית)</u>

נתנאל לומד בכיתה המונה בסך-הכול **10** תלמידים. כל פעם שטלפון נייד מצלצל, המורה מעניש תלמיד אחד באקראי, כאשר הוא אינו מצליח לאתר את האשם. אם במשך תקופה מסוימת, התרחשו 7 צלצולים והמורה לא הצליח לאתר את האשם , מהי ההסתברות לכך שנתנאל נענש פעמיים ?

א.0.124

ב.0.142

ג 0.10

ד. 0.2

משתנה מקרי ובינומית(שאלות מבחינות)

1. למשתנה מקרי X תוחלת 10 וסטיית התקן 2. נגדיר $Z=3X-5$. מכאן נובע :
   א. $E(Z)=25$ $Var(Z)=36$
   ב. $E(Z)=25$ $Var(Z)=31$
   ג. $E(Z)=25$ $Var(Z)=6$
   ד. $E(Z)=30$ $Var(Z)=1$

2. המשטרה נוהגת לערוך בדיקות תקינות לרכבים. ההנחה ש- 40% מהמכוניות אינן תקינות. מה ההסתברות שמתוך 10 מכוניות שנבדקות ביום אחד בדיוק 5 מכוניות יימצאו בלתי תקינות?
   א. 0.8
   ב. 0.2
   ג. 0.3
   ד. 0.4

3. ההסתברות של תלמיד לנהיגה לעבור את מבחן הנהיגה המעשי (טסט) ולקבל רישיון נהיגה היא 0.7. נבחר תלמיד נהיגה באופן מקרי . מה ההסתברות שהוא יצטרך לעבור פחות מ 3 מבחני נהיגה מעשיים (בהנחה שאין תלות בין מבחני הנהיגה המעשיים) ?

   א. 0.7 ב. 0.21 ג. 0.24 ד. 0.91

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 4 ו-5

קובייה הוגנת מוטלת 9 פעמים .

יהיו : X- מספר הפעמים שהתקבלה תוצאה קטנה או שווה ל-2 .

Y- מספר הפעמים שהתקבלה תוצאה גדולה או שווה ל-3 .

שאלה 4

התוחלת של X+Y היא :

א. 0
ב. 4.5
ג. 6
ד. 9
ה. אף לא אחת מהתשובות א-ד נכונה .

שאלה 5

השונות של X+Y היא:

א. 0
ב. 4
ג. 9
ד. 2/9
ה. אף לא אחת מהתשובות א-ד נכונה .

תשובות : 1.א' 2.ב' 3. ד' 4.ד' 5. א'

פונקציית ההתפלגות המצטברת של משתנה נורמלי סטנדרטי, $\Phi(z)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857

2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

טבלת עזר: z כפונקציה של $\Phi(z)$

$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z
.50	0	.91	1.341	.995	2.576
.55	.126	.92	1.405	.999	3.090
.60	.253	.93	1.476	.9995	3.291
.65	.385	.94	1.555	.9999	3.719
.70	.524	.95	1.645	.99995	3.891
.75	.674	.96	1.751	.99999	4.265
.80	.842	.97	1.881	.999995	4.417
.85	1.036	.98	2.054	.999999	4.753
.90	1.282	.99	2.326	.9999999	5.199