

## חלק א

ענה על שאלה 1 (שאלת חובה!)

### שאלה 1 (25 נקודות)

לפניכם חמש טענות. ציינו לגבי כל טענה נכון/לא נכון ונמקו את תשובתכם. (תשובה ללא נימוק לא תתקבל!)

- 5) א. הרחק בצפון, בארץ פינלנד הקרה, נמצא עמק החיות המוזרות. שם גרה משפחה של יצורים לבנבנים הנקראים מומינים. שמונה חודשים בשנה העמק קר מאוד. בשאר חודשי השנה נעים. בחמישה מהחודשים הקרים מכוסה העמק בשלג. בחמשת החודשים המושלגים שקועים המומינים בשינה במשך 80% מהזמן. בשלושת החודשים הקרים ללא שלג הם שקועים בשינה ב 60% מהזמן. בחודשים הנעימים ישנים המומינים רק ב 15% מהזמן. בזמן שאינם ישנים הם מארחים חברים או מחפשים הרפתקאות. לכן, בזמן בו המומינים ישנים הסיכוי לשלג הוא  $1/3$ .
- 5) ב. מהספרות הבאות: 9,8,7,6,5,4,3,2. ניתן ליצור 360 מספרים 5-ספרתיים אי-זוגיים ( המסתיימים בספרה אי זוגית) שבהם כל הספרות שונות והספרה 5 היא הספרה האמצעית.
- 5) ג. בנבחרת כדור-עף נשים של בית הספר נמצאות 16 תלמידות שגובהן החציוני הוא 170 ס"מ. לנבחרת הצטרפו עוד 4 תלמידות, שגובהן: 174, 168, 170, 160. לכן לא ייתכן שהגובה החציוני של 20 התלמידות השתנה.
- 5) ד. נתון כי  $P(A)=0.55$ ,  $P(B)=0.70$ ,  $P(A \cup B)=0.95$ .  
לכן  $P(A \cap B)=0.3$
- 5) ה. נמצא ש 30% מהסטודנטים בקורס משתתפים באופן פעיל בכל המפגשים. לסטודנטים אלו הוחלט לתת בונוס של 5 נקודות בציון המטלות (ציון גבוה מ-100 אפשרי). כתוצאה מכך ציון המטלות הממוצע של כלל הסטודנטים יעלה ב- 2 נקודות.

## חלק ב

עליכם לענות על **שלוש** מבין ארבע השאלות 2 - 5.

(75 נקודות לחלק זה; 25 נקודות לכל תשובה נכונה ומלאה.)

אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות לפי סדר הופעתן במחברת.

### שאלה 2 (25 נקודות)

להלן נתונים על מספר תכניות החיסכון, שחוסכים בהן אנשים שנבחרו באקראי מתוך אוכלוסיית חוסכים מסוימת.

מספר אנשים	מספר תכניות חיסכון
10	0
19	1
40	2
31	3
76	4
24	5

8 נק') א. מהו השכיח, מהו החציון ומהו הממוצע של מספר תוכניות החיסכון?

5 נק') ב. חשבו את השונות ואת הטווח הבינרבעוני של ההתפלגות.

5 נק') ג. עבור כל חיסכון, גובה הבנק מלקוחותיו סכום של 5 ₪ בחודש. כמו כן, נגבים מכל לקוח דמי ניהול נוספים קבועים (שאינם תלויים במספר החשבונות) בסך 2 ₪. חשבו את השכיח, הממוצע, החציון, השונות והטווח הבינרבעוני של דמי הניהול.

7 נק') ד. לו כל האנשים בעלי 3 תוכניות חיסכון היו פותחים תכנית חיסכון נוספת, וכל האנשים בעלי 2 תוכניות חיסכון היו "שוברים" תכנית אחת ונשארים רק עם תכנית אחת, מה היה קורה לשכיח, לחציון ולממוצע של התפלגות מספר תוכניות החיסכון? נמקו.

### שאלה 3 (25 נקודות)

בסקר שנערך בקרב מסיימי 1,200 תואר ראשון בכלכלה נמצא כי 90% מהבוגרים מוצאים עבודה (מאורע A) ו- 35% מהם ממשיכים לתואר שני (מאורע B). כמו כן, 25% מהבוגרים גם עובדים וגם לומדים לתואר שני.

6 נק') א. מה ההסתברות כי משתתף מקרי בסקר אינו עובד ואינו לומד לתואר שני?

9 נק') ב. בהינתן שסטודנט לומד לתואר שני, מה ההסתברות שהוא גם עובד?

5 נק') ג. מהו הסיכוי ללמוד לתואר שני או לעבוד – אך לא שניהם?

5 נק') ד. האם המאורעות "עובד" ו"לומד לתואר שני" הם מאורעות תלויים? נמקו

#### שאלה 4 (25 נקודות)

במחקר לבדיקת הקשר בין מספר הילדים במשפחה לבין מספר השעות השבועיות שעובדת האם מחוץ לבית, נבדקו 10 משפחות. נסמן:  $X$  – מספר הילדים,  $Y$  – מספר שעות העבודה של האם. התוצאות שהתקבלו הן:

$$\bar{X} = 3, \bar{Y} = 31, \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 110, \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 10620, \sum_{i=1}^{10} x_i \cdot y_i = 855$$

- 7 נק' א. על סמך התוצאות מצאו את ערכו של מקדם המתאם הלינארי בין  $X$  לבין  $Y$ .
- 9 נק' ב. במשפחה עם 5 ילדים, מהו הניבוי למספר שעות העבודה השבועיות של האם?
- 9 נק' ג. **מצאו את קו הניבוי לניבוי מספר הילדים במשפחה לפי מספר שעות העבודה השבועיות של האם.**

#### שאלה 5 (25 נקודות)

באוניברסיטה מסוימת לומדים בשנה א' בחוג לפסיכולוגיה 600 סטודנטים. מספר השעות השבועי שסטודנטים אלו משקיעים בלימודים מתפלג נורמלית עם ממוצע 25 שעות. ידוע כי 80% מהם משקיעים פחות מ-35 שעות.

- 5 נק' א. מצאו את סטיית התקן של מספר שעות הלימוד השבועיות.
- 6 נק' ב. מהו אחוז הסטודנטים המשקיעים בין 10 לבין 15 שעות שבועיות בלימודים?
- 5 נק' ג. מהו מספר שעות הלמידה השבועיות שרק 5% מהסטודנטים משקיעים פחות ממנו?
- ד. 6 סטודנטים נבחרים באופן מקרי. מספר שעות הלמידה השבועיות של כל סטודנט בלתי תלוי במספר שעות הלמידה השבועיות של יתר הסטודנטים. מצאו:
  - 4 נק' 1. מה ההסתברות שלפחות אחד מהסטודנטים לומד פחות מ-15 שעות בשבוע?
  - 5 נק' 2. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר הסטודנטים הלומדים יותר מ-15 שעות שבועיות.

**בהצלחה!**

### חלק א: סטטיסטיקה תיאורית

מדדי מרכז:  $MR = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}$  ;

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} ; \quad \bar{x} = \frac{\sum x f(x)}{n}$$

מדדי פיזור:

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f(x)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 f(x)}{n} - \bar{x}^2$$

$$s_x = \sqrt{s_x^2}$$

טרנספורמציות: אם  $x' = b \cdot x + a$  אזי:

$$Mo' = b \cdot Mo + a \quad Md' = b \cdot Md + a \quad MR' = b \cdot MR + a$$

$$\bar{x}' = b \cdot \bar{x} + a$$

$$s_{x'}^2 = b^2 s_x^2 \quad s_{x'} = |b| s_x$$

ממוצע משוקלל ושונות מצורפת:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{j=1}^k \bar{x}_j n_j}{N} ; \quad N = \sum_{j=1}^k n_j ; \quad s_c^2 = \frac{\sum_{j=1}^k n_j s_j^2}{N} + \frac{\sum_{j=1}^k n_j (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2}{N}$$

מדדי מיקום יחסי:

$$Z_x =$$

$$\frac{x - \bar{x}}{s_x}$$

נוסחאות אחוזונים:

$$C_x = \left[ \frac{(x - L_0)}{(L_1 - L_0)} \cdot f(x_m) + F(x_{m-1}) \right] \cdot \frac{100}{n} ; \quad x_c = L_0 + \frac{\frac{n \cdot C}{100} - F(x_{m-1})}{f(x_m)} \cdot (L_1 - L_0)$$

התפלגות נורמלית:

$$P(Z \leq z) = \phi(z) \quad ; \quad P(Z > z) = 1 - \phi(z)$$

$$P(a < Z < b) = \phi(b) - \phi(a) \quad : a < b \quad \text{לכל}$$

מדדי קשר:

$$\lambda_{y/x} = \frac{L_y - L_{y/x}}{L_y} \quad ; \quad \lambda_{x/y} = \frac{L_x - L_{x/y}}{L_x}$$

$$r_c = \sqrt{\frac{1}{n(L-1)} \chi^2} = \sqrt{\frac{1}{n(L-1)} \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}} \quad ; \quad \phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} = \sqrt{\frac{(a \cdot d - b \cdot c)^2}{e \cdot f \cdot r \cdot k}}$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_{x_i} * Z_{y_i} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n * S_x * S_y} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{n * S_x * S_y} = \frac{\text{cov}(x, y)}{S_x * S_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2)(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \bar{y}^2)}} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{\sqrt{\left[ n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2 \right] \left[ n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2 \right]}}$$

$$\text{cov}(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}$$

קו הרגרסיה

$$\tilde{y} = bx + a \quad ; \quad b = \frac{rs_y}{s_x} \quad ; \quad a = \bar{y} - b\bar{x} \quad ; \quad r^2 = \frac{s_{\tilde{y}}^2}{s_y^2}$$

$$\tilde{x} = b' y + a' \quad ; \quad b' = \frac{rs_x}{s_y} \quad ; \quad a' = \bar{x} - b' \bar{y} \quad ; \quad r^2 = \frac{s_{\tilde{x}}^2}{s_x^2}$$

## חלק ב: הסתברות

$$(N)_k = N * (N - 1) * (N - 2) * \dots * (N - K + 1)$$

פעולות בקבוצות:

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

הסתברות מותנית:

$$(P(A) > 0) \quad P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B / A)$$

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B) \quad \text{אם ורק אם} \quad P(B/A) = P(B) \quad \text{הם מאורעות בלתי תלויים ב-A ו-B}$$

אזי: אם  $X \sim B(n, p)$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n \quad \text{לכל}; \quad P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}; \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1; \quad 0! = 1$$

$$E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = \mu$$

$$V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) = \sum_i x_i^2 P(x_i) - \mu^2 = \sigma^2$$

אם  $X \sim B(n, p)$  אזי:

$$E(X) = np; \quad V(X) = npq$$

אם  $Y = bX + a$  אזי:

$$E(Y) = bE(X) + a$$

$$V(Y) = b^2 V(X); \quad \sigma_Y = |b| \sigma_X$$

אם  $X_1, X_2, \dots, X_n$  משתנים מקריים אזי:

$$E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)$$

אם  $X_1, X_2, \dots, X_n$  משתנים מקריים בלתי תלויים בזוגות, אזי:

$$V(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_n)$$

נספח ב – טבלאות התפלגות

פונקציית ההתפלגות המצטברת של משתנה נורמלי סטנדרטי,  $\Phi(z)$

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

טבלת עזר:  $z$  כפונקציה של  $\Phi(z)$

$\Phi(z)$	$z$	$\Phi(z)$	$z$	$\Phi(z)$	$z$
.50	0	.91	1.341	.995	2.576
.55	.126	.92	1.405	.999	3.090
.60	.253	.93	1.476	.9995	3.291
.65	.385	.94	1.555	.9999	3.719
.70	.524	.95	1.645	.99995	3.891
.75	.674	.96	1.751	.99999	4.265
.80	.842	.97	1.881	.999995	4.417
.85	1.036	.98	2.054	.999999	4.753
.90	1.282	.99	2.326	.9999999	5.199