

חלק א

בחלק זה שאלה 1, היא שאלת חובה. תשובה נכונה ומלאה על כל סעיפי השאלה, מזכה ב 25 נקודות.

שאלה 1 (25 נקודות)

לפניכם חמש טענות. ציינו לגבי כל טענה נכון/לא נכון ונמקו את תשובתכם. (תשובה ללא נימוק לא תתקבל!).

- א. הסיכוי שביום מסוים הגברת "כבר" תגיע למועדון "הלבבות השבורים" הוא 0.6. הסיכוי שהאדון "כמעט" יגיע למועדון הוא 0.35. הסיכוי שאף אחד מהם לא יגיע הוא 0.15. לכן הסיכוי שרק אחד מהם יגיע הוא 0.85.

	כמעט	כבר
0.1	0.5	0.6
0.25	0.15	0.4
0.35	0.65	

	א	א'	סה"כ
א	0.50	0.10	0.6
א'	0.15	0.25	0.4
סה"כ	0.65	0.35	1

$P(A \cap A') + P(A' \cap A) = 0.50 + 0.25 = 0.75 \neq 0.85$
 אולי נכון.

- ב. נתונה משוואת הרגרסיה $\tilde{y} = 2x - 1$. מהמשוואה נובע ש $S_y^2 > S_x^2$.

$b = r \cdot \frac{S_y}{S_x} = 2 \Rightarrow \frac{S_y}{S_x} = \frac{2}{r}$ $S_y^2 > S_x^2$	כיוון ש $0 < r < 1$ והיה $\frac{2}{r} > 1$ ולכן והכיוון ש $S_y > S_x$ והכיוון ש $S_y^2 > S_x^2$
--	--

- ג. ההתפלגות של מספר הפיהוקים של סטודנטים במפגשי הקורס היא אסימטרית חיובית, והתפלגות של מספר הודעות הווטסאפ שנשלחות בזמן השיעור היא אסימטרית שלילית. ידוע שהחציון של שתי ההתפלגויות זהה. לכן הממוצע של מספר הפיהוקים, **בהכרח** גדול מהממוצע של מספר ההודעות שנשלחות בווטסאפ בזמן השיעור.
- תשובה: **הטענה נכונה.** התפלגות הפיהוקים של סטודנטים במפגשי הקורס היא א-סימטרית חיובית, לכן הממוצע גדול מהחציון. התפלגות של מספר הודעות הווטסאפ שנשלחות בזמן השיעור היא א-סימטרית שלילית. לכן, הממוצע קטן מהחציון.

- ד. יוסי בוחר 3 סוכריות, מתוך קופסה, שבה מונחות 11 סוכריות. רוני בוחר 8 סוכריות מתוך קופסה אחרת, שגם בה מונחות 11 סוכריות. שניהם בוחרים את הסוכריות, באופן מקרי, ללא החזרה וללא סדר (כלומר הסדר שבו נבחרות הסוכריות אינו חשוב). לכן מספר

הצירופים האפשריים של סוכריות, שיכול יוסי לבחור קטן יותר ממספר הצירופים האפשריים של סוכריות, שיכול רוני לבחור.

יוסי	יוני	$\binom{n}{k}$ בחירה של k סוכריות מתוך n סוכריות
$n = 11$ $k = 3$	$n = 11$ $k = 8$	הסתירה אינה נכונה - מספר הצירופים האפשריים זהה אבל שניהם.
$\binom{11}{3} = \frac{11!}{3! \times 8!}$	$\binom{11}{8} = \frac{11!}{8! \times 3!}$	

ה נתונים ציוני התקן של סדרת מספרים כלשהי. בהתפלגות של ציוני התקן, השונות בהכרח קטנה מסטיית התקן.

הסתירה אינה נכונה.

בהתפלגות של ציוני התקן של סדרת נתונים, סכמת התקן של ציוני התקן היא תמיד 1 ולכן גם השונות של ציוני התקן תמיד 1

$$Z_x = \frac{X - \bar{X}}{S_x} = \left(\frac{1}{S_x}\right) \cdot X - \left(\frac{\bar{X}}{S_x}\right)$$

$$S_{Z_x}^2 = \left(\frac{1}{S_x}\right)^2 \times S_x^2 = 1$$

המשך הבחינה בעמוד הבא

חלק ב

בחלק זה, עליכם לענות על **שלוש** שאלות מבין ארבע השאלות 2-5.

(75 נקודות לחלק זה; 25 נקודות לכל תשובה נכונה ומלאה)

אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות, לפי סדר הופעתן בקובץ הפתרונות.

שאלה 2 (25 נקודות)

במשרד הנסיעות "שמיים פתוחים" אספו נתונים לגבי הזמנות של חופשות. לשם כך, בדקו כמה פעמים, בשנה האחרונה, הזמינו לקוחות המשרד חופשות. בטבלה שלהלן מוצגת השכיחות **המצטברת** של התפלגות החופשות:

מספר חופשות	שכיחות מצטברת
0	48
1	110
2	160
3	182
4	200

א. השלימו את נתוני הטבלה. הוסיפו עמודה עם שכיחות החופשות ועמודה עם השכיחות היחסית.

מספר חופשות	שכיחות מצטברת	$f_{(x)}$	$\frac{f_{(x)}}{n} \times 100$	$X \cdot f_{(x)}$	$X^2 \cdot f_{(x)}$
0	48	48	24%	0	0
1	110	62	31%	62	62
2	160	50	25%	100	200
3	182	22	11%	66	198
4	200	18	9%	72	288
				300	748

$n=200$ 100%

ב. חשבו את השכיח, החציון, הממוצע וסטיית התקן של מספר החופשות.

$$M_0 = 1 \quad M_d = \frac{X_{100} + X_{101}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X \cdot f_{(x)}}{n} = \frac{300}{200} = 1.5$$

$$S_x^2 = \frac{\sum X^2 \cdot f_{(x)}}{n} - \bar{X}^2 = \frac{748}{200} - 1.5^2 = 1.48 \quad S_x = 1.22$$

ג. מנהל המשרד טען, כי בהתפלגות החופשות המוצגת בטבלה, מספר הלקוחות שציון התקן שלהם שלילי שווה למספר הלקוחות שציון התקן שלהם חיובי. האם המנהל צודק? הסבירו.

אם נסתכל מספר הלקוחות שמספר החופשות שלהם הוא 1.5 שנה שווה למספר הלקוחות שמספר החופשות שלהם נמוך מ-1.5.

$$F(1) = 48 + 62 = 110$$

ולכן הסתכל איך נבונה.

$$n - F(1) = 200 - 110 = 90$$

ד. מנהל המשרד שם לב, שבטבלה חסרים נתוני 50 הלקוחות, שמשתתפים בתוכנית "גיל הזהב" של המשרד. בשנה האחרונה ממוצע החופשות השנתיות של לקוחות אלו היה 1.6, והשונות הייתה 1.25. מצאו את הממוצע ואת השונות של מספר החופשות הכולל של לקוחות המשרד.

S_x^2	\bar{X}	n	שם
$S_{x_1}^2 = 1.49$	$\bar{X}_1 = 1.5$	$n_1 = 200$	שנה
$S_{x_2}^2 = 1.25$	$\bar{X}_2 = 1.6$	$n_2 = 50$	גיל הזהב
S_c^2	\bar{X}	$N = 250$	כיתוב

$$\bar{X} = \frac{200 \times 1.5 + 50 \times 1.6}{250} = \frac{380}{250} = 1.52$$

$$S_c^2 = \frac{200 \times 1.49 + 50 \times 1.25}{250} + \frac{200(1.5 - 1.52)^2 + 50(1.6 - 1.52)^2}{250}$$

$$S_c^2 = 1.442 + 0.0016 = 1.4436$$

ה. המנהל מצא, שמקדם המתאם בין מספר החופשות בשנה לבין משך כל חופשה הוא $r = -0.75$. לכן הוא הסיק, שלקוחות שנוטים לצאת לחופשות רבות יותר, נוטים גם לצאת לחופשות ארוכות יותר. האם המנהל צודק? הסבירו.

X - מספר חופשות בשנה
 Y - משך החופשה

$r_{xy} = -0.75 \rightarrow$ קשר שלילי בין מספר החופשות למשך כל חופשה משמעותי

שכלכל שיש יותר חופשות בשנה, משך החופשה קטן יותר

לכן המנהל איך נבונה.

המשך הבחינה בעמוד הבא

שאלה 3 (25 נקודות)

חברת טכנולוגיה משתתפת בשלושה מכרזים גדולים (באיטליה, בצרפת ובהולנד). בכל מכרז, ההסתברות שהחברה תזכה היא 0.6, ללא תלות במכרזים האחרים. אם החברה תזכה בכל שלושת המכרזים, היא תפתח סניף באירופה (בוודאות). אם החברה תזכה בשני מכרזים, יש הסתברות של 0.7 שהחברה תפתח סניף באירופה. אחרת, בוודאות לא ייפתח סניף.

- מה ההסתברות שהחברה תפתח סניף באירופה?
- אם החברה תפתח סניף באירופה, מה הסיכוי שניצחה בכל שלושת המכרזים?
- מהי ההסתברות, שהחברה תזכה רק במכרז בהולנד?
- מבין שלושת המכרזים, מהן תוחלת ושונות מספר המכרזים, שבהם תזכה החברה?

נאמר X - מספר המכרזים בהם זוכה החברה מתוך 3.
 $X \sim B(3, 0.6)$

$P(X=3) = 0.6^3 = 0.216$
 $P(X=2) = \binom{3}{2} \times 0.6^2 \times 0.4 = 0.432$
 $P(X < 2) = P(X=0) + P(X=1) = 1 - (0.216 + 0.432) = 0.352$
 $P(\text{פתח סניף באירופה}) = 0.216 + 0.432 \times 0.7 = 0.5184$

ה. מצאנו בהסתברות אחת
 $P(\text{זכייה ב-3 מכרזים} | \text{נפתח סניף באירופה}) = \frac{0.216}{0.5184} = \frac{5}{12} = 0.4167$

ג. לכיף רק המכרז אחד בהולנד
 $P(X=1) = 0.6 \times 0.4^2 = 0.1$
 $E(X) = np = 3 \times 0.6 = 1.8$ $V(X) = npq = 3 \times 0.6 \times 0.4 = 0.72$

שאלה 4 (25 נקודות)

- עומר לומד חשבונאות באוניברסיטה הפתוחה. בסמסטר א הוא למד שלושה קורסים: מבוא לסטטיסטיקה, מבוא למקרו כלכלה ותורת המימון. התפלגות הציונים בכל אחד מהקורסים הייתה נורמלית. בקורס מבוא לסטטיסטיקה, התקבל ממוצע 72, עם סטיית תקן 8. הציון של עומר היה 76. בקורס מבוא למקרו כלכלה, התקבל ממוצע 79, עם סטיית תקן 12. הציון של עומר היה 76. בקורס תורת המימון, התקבל ממוצע 82, עם סטיית תקן 6. הציון של עומר הוא באחוזון ה 85. א. באיזה מבחן מיקומו היחסי של עומר הוא הגבוה ביותר (ביחס לשאר הנבחנים)? הסבירו. ב. איזה אחוז מהסטודנטים קיבל במבחן במקרו כלכלה ציון גבוה מהציון של עומר? ג. מהו אחוז הסטודנטים שקיבל במבחן בתורת המימון ציון בין 76 לבין 85? ד. הציון של רון בסטטיסטיקה, גבוה מהציון של עומר. מה הסיכוי שהציון שלו בסטטיסטיקה

גבוה מ 84?

א. את המיקום היחסי נבדוק לפי ציון ותקן
 לפיכך כפי שהן מציגים היחס הוא
 המזהה קילמר.

$$Z_{\text{מבוא}} = \frac{76-72}{8} = 0.5$$

$$Z_{\text{מקרו}} = \frac{76-79}{12} = -0.25$$

$$\Phi(Z_{\text{מקרו}}) = 0.85 \rightarrow Z_{\text{מקרו}} = 1.036$$

$$P(X_{\text{מקרו}} > 76) = P(Z > -0.25) = \Phi(0.25) = 0.5987 \quad 59.87\%$$

$$P(76 < X_{\text{מקרו}} < 85) = P\left(\frac{76-82}{6} < Z < \frac{85-82}{6}\right) = P(-1 < Z < 0.5)$$

$$= \Phi(0.5) - \Phi(-1) = 0.6915 - (1 - 0.8413) = 0.5328 \quad 53.28\%$$

ג. מצאנו קוסימטריות מאג'ית

$$P(84 < X | 76 < X) = \frac{P((76 < X) \cap (84 < X))}{P(76 < X)} = \frac{P((84 < X))}{P(76 < X)} = \frac{P(1.5 < Z)}{P(0.5 < Z)}$$

$$= \frac{1 - \Phi(1.5)}{1 - \Phi(0.5)} = \frac{1 - 0.9332}{1 - 0.6915} = \frac{0.0668}{0.3085} = 0.2165$$

המשך הבחינה בעמוד הבא

שאלה 5 (25 נקודות)

א

טבלת שכיחות מאורבת

סוג	סביב	קיץ	ביטחון	סך
80	35	40	5	120
120	15	30	75	200
200	50	70	80	

טבלת שכיחות פרימרי

סוג	סביב	קיץ	ביטחון	סך
80	35	40	5	120
120	15	30	75	200
200	50	70	80	

1. (א)

$$\lambda_{y/x} = \frac{120 - 85}{120} = 0.292$$

$$L_y = 200 - 80 = 120$$

$$L_{y/x} = 200 - (75 + 40) = 85$$

$$\lambda_{x/y} = \frac{80 - 50}{80} = 0.375$$

$$L_x = 200 - 120 = 80$$

$$L_{x/y} = 200 - (35 + 40 + 75) = 50$$

$$\chi^2 = \frac{(32 - 5)^2}{32} + \frac{(48 - 75)^2}{48} + \frac{(28 - 40)^2}{28} + \frac{(42 - 30)^2}{42} + \frac{(20 - 35)^2}{20} + \frac{(30 - 15)^2}{30} = 65.29$$

$$r_c = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(L-1)}} = \sqrt{\frac{65.29}{200 \times 1}} = 0.571$$

2. (א)

$$P(\text{הסביבה} \cap \text{הביטחון}) = \frac{75}{200} = 0.375$$

הסביבה והביטחון

$$P(\text{הקיץ} / \text{הסביבה}) = \frac{75}{120} = 0.625$$

הקיץ בהסביבה

ב. חוקר בדק את הקשר בין ציון הבחינה בסטטיסטיקה (Y) לבין מספר השאלות הממוצע, ששאלו סטודנטים בפורומים שבאתר (X). במדגם של 30 סטודנטים התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_i x_i = 174 \quad \sum_i x_i^2 = 1,728 \quad \sum_i y_i^2 = 190,668$$

כמו כן, נמצא כי קו הניבוי ל Y לפי X הוא: $\tilde{y} = 1.8x + 68$.

1. מהו מספר הציון הממוצע בבחינה בסטטיסטיקה?
2. מהו המתאם בין מספר השאלות הממוצע, ששאלו הסטודנטים, לבין הציונים שקיבלו בקורס?
3. מהי שונות הטעויות בניבוי הציון לפי מספר השאלות, ששאל הסטודנט בפורומים?

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{174}{30} = 5.8 \quad (3 \text{ נ})$$

$$\bar{y} = 1.8 \bar{X} + 68 = 1.8 \times 5.8 + 68 = 78.44 \quad (4 \text{ נ})$$

$$S_x^2 = \frac{\sum X^2}{n} - \bar{X}^2 = \frac{1728}{30} - 5.8^2 = 23.96$$

$$S_y^2 = \frac{\sum Y^2}{n} - \bar{y}^2 = \frac{190668}{30} - 78.44^2 = 202.766$$

$$b = 1.8 = r \times \frac{S_y}{S_x} = r \times \frac{\sqrt{202.766}}{\sqrt{23.96}}$$

$$r = 1.8 \times \sqrt{\frac{23.96}{202.766}} = 0.61875$$

$$\begin{aligned} S_{y-\tilde{y}}^2 &= S_y^2 - S_{\tilde{y}}^2 = S_y^2 - r^2 \cdot S_y^2 = (1-r^2) S_y^2 \quad (5 \text{ נ}) \\ &= (1-0.61875^2) \times 202.766 \\ &= 125.137 \end{aligned}$$