

فصل ۱۰

ترسیمهای سه بعدی

ترسیم‌های سه بعدی (3-D) برای نمایش نقاط
داده سه بعدی به کار می روند
موارد رایج عبارتند از

- توابع عددی یا برداری از دو متغیر مستقل
- داده های عددی یا برداری اندازه گیری شده در فضای سه بعدی
- حرکت وابسته به زمان در فضای سه بعدی

MATLAB دستورات بسیاری برای ایجاد ترسیم‌های سه بعدی دارد. این موارد بررسی خواهند شد

- ترسیم خطی
- ترسیم سیمی
- ترسیم سطح
- ترسیم شبکه

برای اطلاعات بیشتر Plotting and Data Visualization را در پنجره راهنما ببینید

ترسیم خطی سه بعدی ترسیمی است که با وصل کردن نقاط در فضای سه بعدی ایجاد میشود. دستور آن به این صورت است

```
plot3(x,y,z,'line specifiers','PropertyName',property value)
```

x , y , and z are vectors of the coordinates of the points.

(Optional) Specifiers that define the type and color of the line and markers.

(Optional) Properties with values that can be used to specify the line width, and marker's size and edge and fill colors.

- x و y و z باید هم اندازه باشند
- بقیه ورودی ها مشابه ترسیمهای دو بعدی است (قسمت ۵.۱)

اگر مختصات فضایی یک گروه از نقاط تابعی از یک متغیر مستقل یکسان باشد، آن مختصات یک دسته معادله پارامتری ایجاد می کنند

- اغلب آن متغیر مستقل زمان (t) است و دسته معادلات نشان دهنده حرکت یک ذره در فضا در طول زمان است

مثال

فرض کنید مختصات فضایی با زمان این گونه
تغییر می کنند

$$x = \sqrt{t} \sin(2t)$$

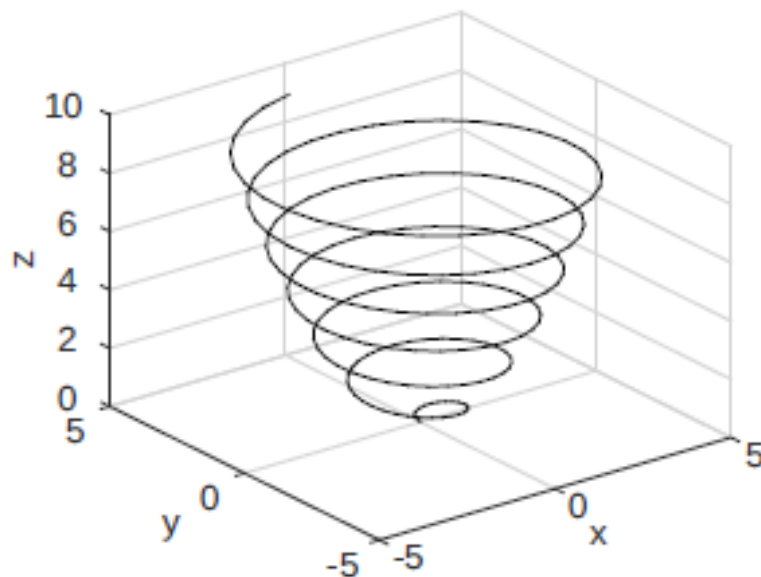
$$y = \sqrt{t} \cos(2t)$$

$$z = 0.5t$$

یک ترسیم خطی برای این بازه ایجاد کنید

$$0 \leq t \leq 6\pi$$

```
t=0:0.1:6*pi;  
x=sqrt(t).*sin(2*t);  
y=sqrt(t).*cos(2*t);  
z=0.5*t;  
plot3(x,y,z,'k','linewidth',1)  
grid on  
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z')
```



ترسیمهای شبکه و سطح ترسیمهای سه بعدی هستند که برای رسم توابعی به این صورت به کار می روند

$$z = f(x, y)$$

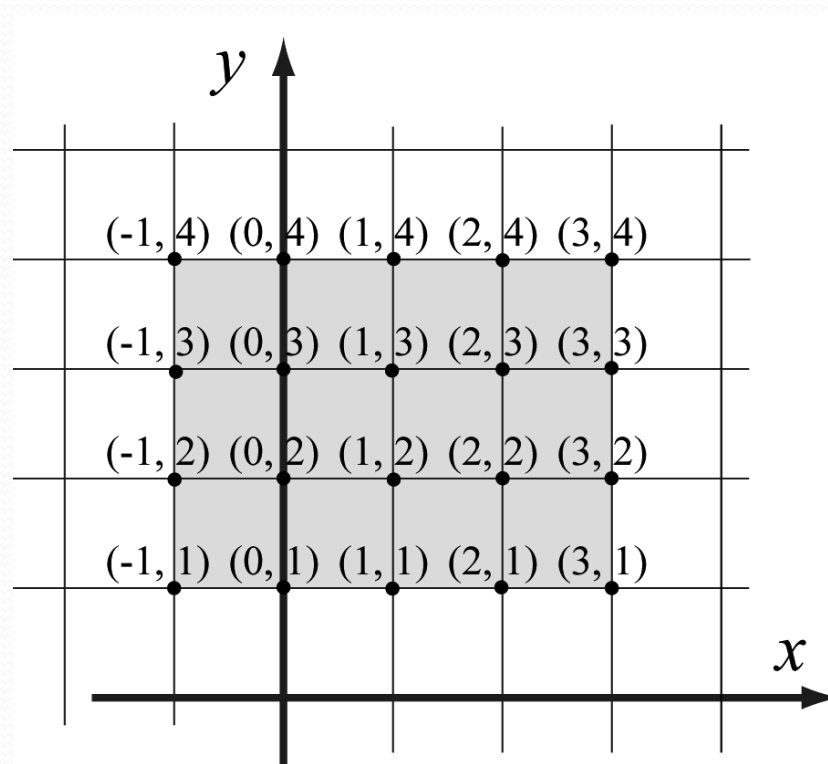
- x و y متغیر مستقل و z متغیر وابسته است
- ترسیم شبکه مقادیر z را با خطوطی به هم وصل میکند تا طرح کلی یک سطح ایجاد شود
- ترسیم سطح خطوط ترسیم شبکه را با صفحه هایی به هم وصل میکند تا یک نمای توپر از سطح ایجاد شود

سه گام برای ایجاد ترسیم شبکه یا سطح

1. شبکه ای در صفحه $x-y$ ایجاد کنید که شامل نقاط مورد نظر باشد
2. مقدار z را در هر نقطه شبکه حساب کنید
3. ترسیم را ایجاد کنید

ایجاد شبکه در صفحه $x-y$ (مختصات دکارتی):

شبکه گروهی از نقاط است که مقدار z را در آنها می‌خواهید. به عنوان مثال



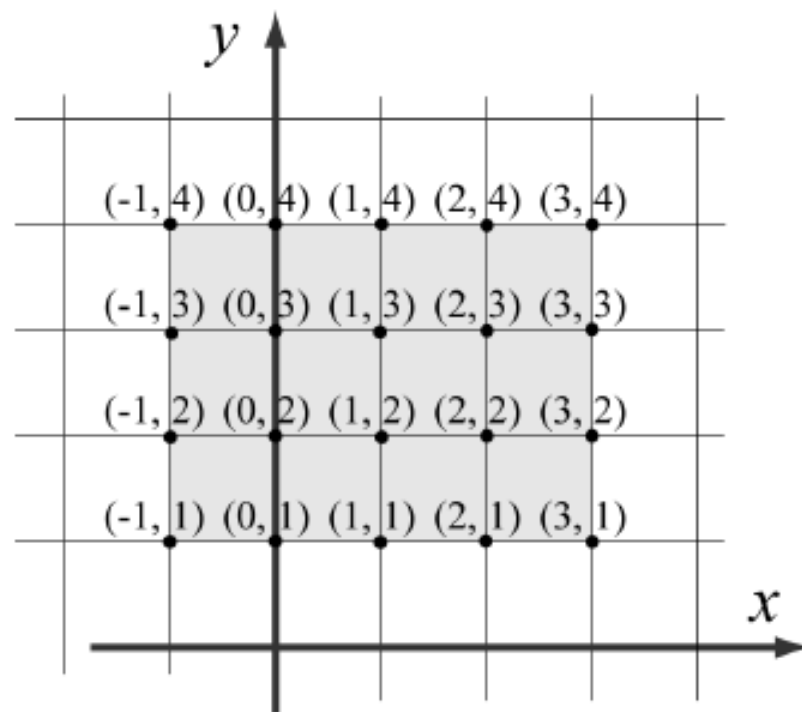
شبکه را می توان با استفاده از دو ماتریس تعریف کرد،
 X و Y

- X حاوی مختصات x همه نقاط شبکه است
- Y حاوی مختصات y همه نقاط شبکه است

برای شبکه نشان داده شده

$$X = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



توجه کنید که

- X دارای سطرهای یکسان است چون هر ردیف شبکه دارای مختصات x یکسان است

- Y دارای ستونهای یکسان است چون هر ستون شبکه دارای مختصات y یکسان است

برای ایجاد ماتریس ها، از این دستور استفاده کنید

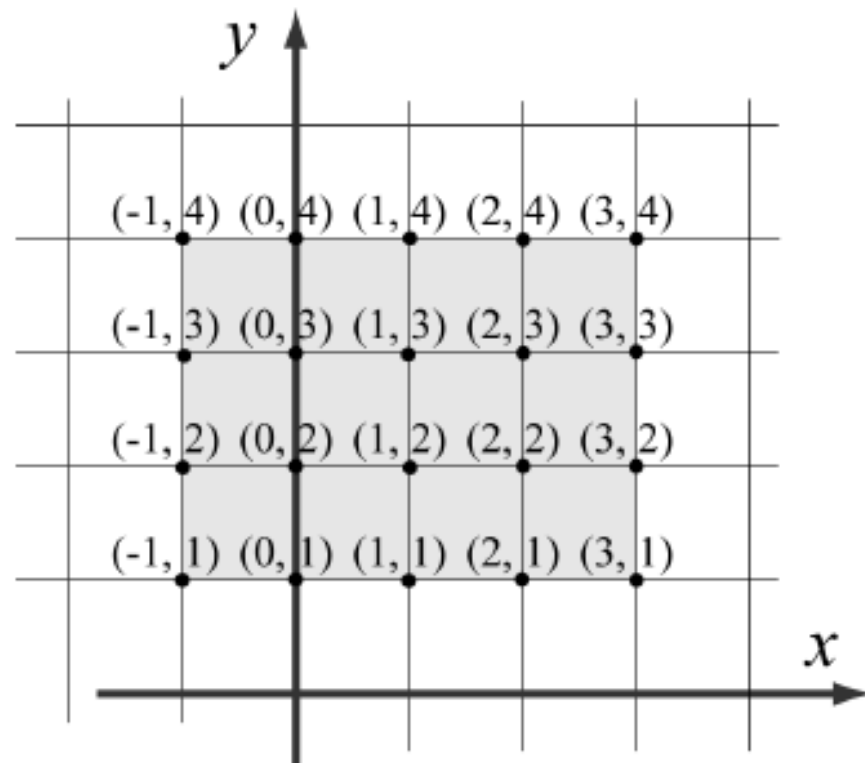
```
[X,Y] = meshgrid(x,y)
```

X is the matrix of the x coordinates of the grid points.

Y is the matrix of the y coordinates of the grid points.

x is a vector that divides the domain of x .
 y is a vector that divides the domain of y .

```
>> x=-1:3;  
>> y=1:4;  
>> [X,Y]=meshgrid(x,y)  
X =  
    -1     0     1     2     3  
    -1     0     1     2     3  
    -1     0     1     2     3  
    -1     0     1     2     3  
Y =  
     1     1     1     1     1  
     2     2     2     2     2  
     3     3     3     3     3  
     4     4     4     4     4
```



محاسبه مقدار Z در هر نقطه شبکه:

مقدار Z را در هر نقطه با استفاده از محاسبات درایه به درایه به دست آورید

- X و Y باید دارای ابعاد یکسان باشند
- Z به دست آمده نیز دارای همان ابعاد خواهد بود

برای شبکه مثال و $Z = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$

```
>> Z = X.*Y.^2 ./ (X.^2 + Y.^2)
```

```
Z =
-0.5000    0    0.5000    0.4000    0.3000
-0.8000    0    0.8000    1.0000    0.9231
-0.9000    0    0.9000    1.3846    1.5000
-0.9412    0    0.9412    1.6000    1.9200
```

ایجاد ترسیم‌های شبکه ای و سطح:

- برای ترسیم شبکه ای از این دستور `mesh (X , Y , Z)`
 - و برای ترسیم سطح از این دستور `surf (X , Y , Z)`
- استفاده کنید

مثال

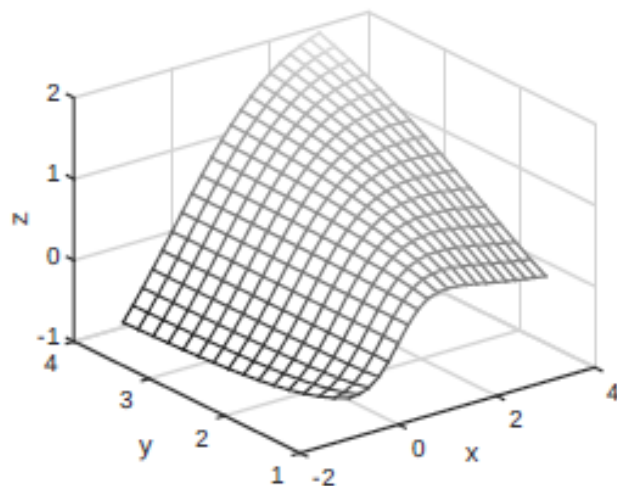
ترسیم شبکه ای و سطح $z = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$ در بازه

$$-1 \leq x \leq 3 \text{ و } 1 \leq y \leq 4$$

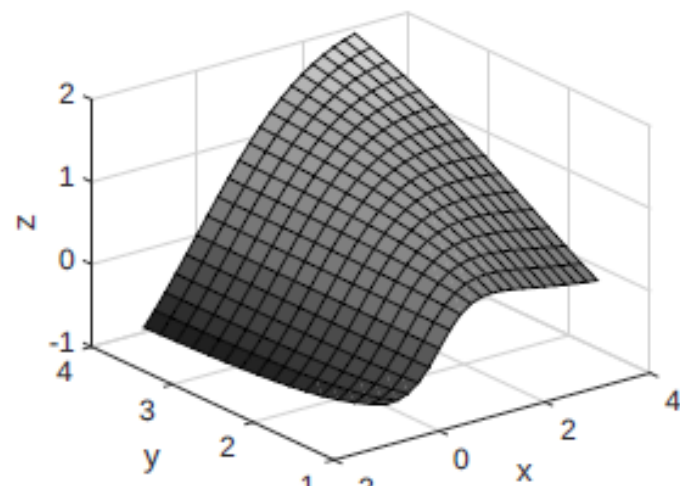
```
x=-1:0.1:3;  
y=1:0.1:4;  
[X,Y]=meshgrid(x,y);  
Z=X.*Y.^2./(X.^2+Y.^2);  
mesh(X,Y,Z)  
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z')
```

Type `surf(X,Y,Z)` for surface plot.

Note that in the program above the vectors `x` and `y` have a much smaller spacing than the spacing earlier in the section. The smaller spacing creates a denser grid. The figures created by the program are:



Mesh plot



Surface plot

نکاتی دیگر در خصوص دستور mesh:

- MATLAB ترسیمهای سطح را با رنگهایی رنگ می کند که وابسته به مقدار z هستند
- طیف های رنگ را میتوان با استفاده از Plot Editor در پنجره ترسیمات یا با استفاده از دستور `colormap` با یک رنگ ثابت جایگزین کرد (راهنمای `colormap` را ببینید)
- به طور پیشفرض، `mesh` یک شبکه در محورهای مختصات ترسیم رسم می کند. با استفاده از دستور `grid off` میتوان از نمایش آن جلوگیری کرد
- با استفاده از `box on` میتوان یک کادر دور ترسیم کشید

همچنین میتوان از $\text{surf}(Z)$ و $\text{mesh}(Z)$ استفاده کرد

- دستور از شماره ردیفها روی محور x و شماره ستونها روی محور y استفاده می کند

جدول ۱-۱۰ کتاب صورتهای بسیار دیگری از دستورات surf و mesh را نشان می دهد

جدول ۲-۱۰ کتاب چند دستور برای ترسیمهای سه بعدی خاص را نشان می دهد. اطلاعات بیشتر را میتوان از پنجره راهنما یا دستور `help` به دست آورد.

شبکه مختصات قطبی در صفحه $x y$:

برای ایجاد یک ترسیم سه بعدی از تابع $z = f(r, \theta)$

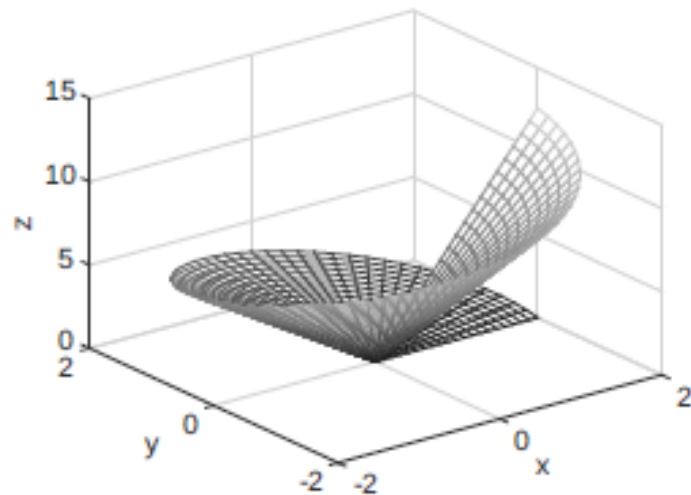
1. شبکه ای از مقادیر θ و r با استفاده از دستور `meshgrid` ایجاد کنید
2. مقدار z را در هر نقطه شبکه حساب کنید
3. شبکه مختصات قطبی را با استفاده از دستور `pol2cart` به شبکه مختصات دکارتی تبدیل کنید
4. یک ترسیم سه بعدی با استفاده از مقادیر z و مختصات دکارتی ایجاد کنید

For example, the following script creates a plot of the function $z = r\theta$ over the domain $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ and $0 \leq r \leq 2$.

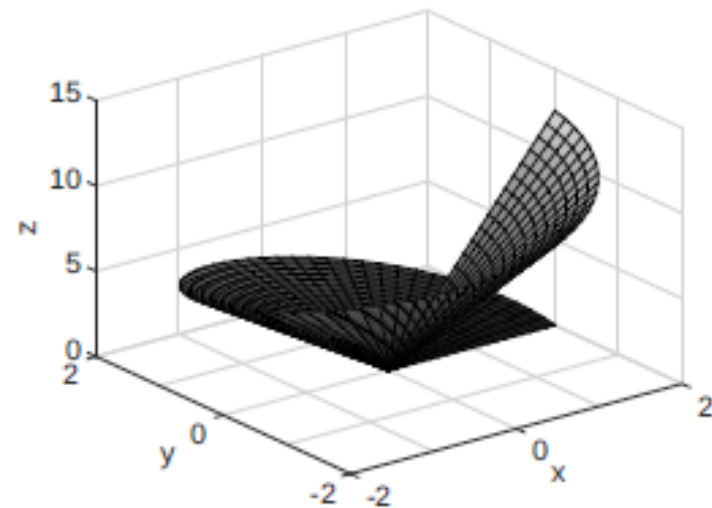
```
[th,r]=meshgrid((0:5:360)*pi/180,0:.1:2);  
Z=r.*th;  
[X,Y] = pol2cart(th,r);  
mesh(X,Y,Z)
```

Type `surf(X,Y,Z)` for surface plot.

The figures created by the program are:



Mesh plot

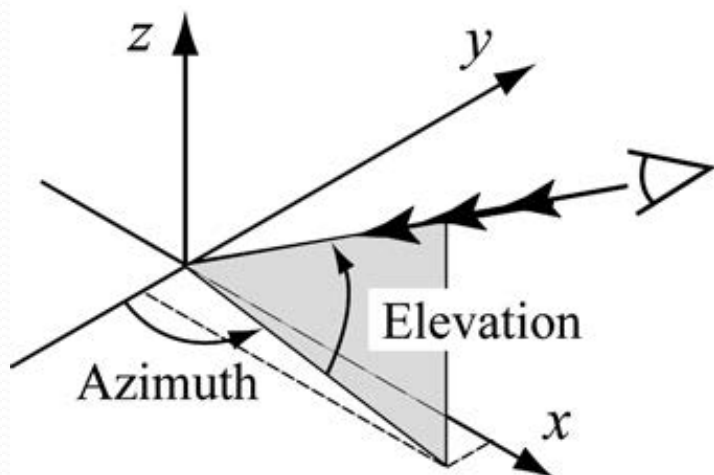


Surface plot

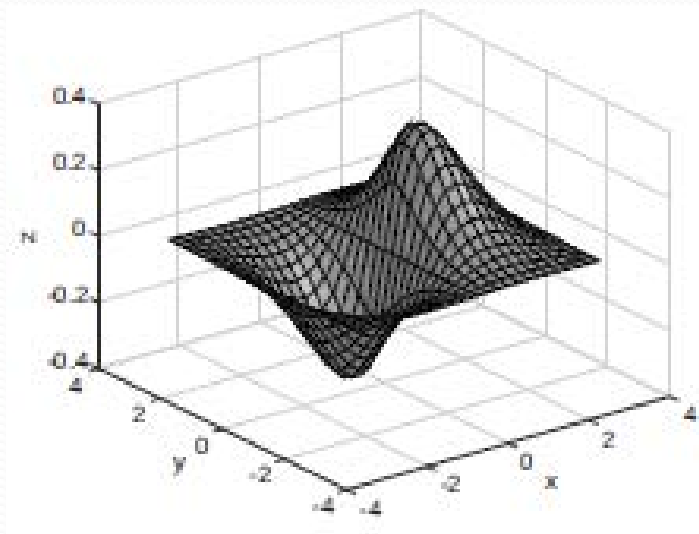
دستور view زاویه ای که ترسیم از آن دیده می شود را کنترل می کند. این دستور به این صورت است

`view(az,el)` or `view([az el])`

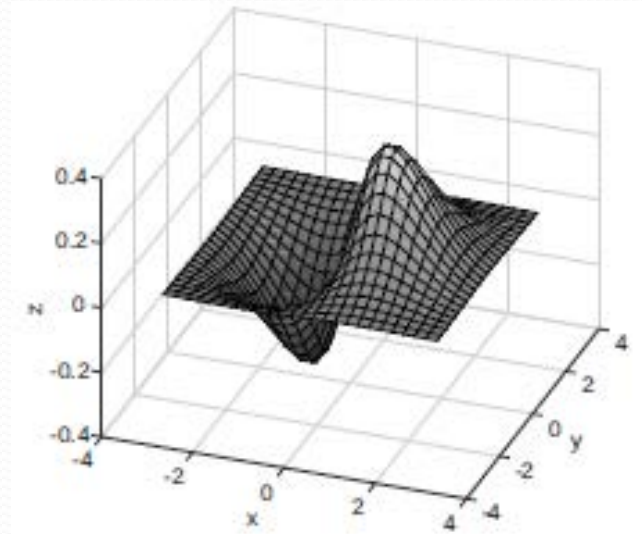
- az-آزیموت : زاویه (به درجه) در صفحه xy از محور منفی y در جهت خلاف عقربه های ساعت
- el-ارتفاع : زاویه ارتفاع (به درجه) از صفحه xy در جهت مثبت محور z مثبت است.



زوایای دید پیشفرض $el = 30^\circ$ و $az = -37.5^\circ$



$az = -37.5^\circ$ and $el = 30^\circ$



$az = 20^\circ$ and $el = 35^\circ$

تصویر یک منحنی سه بعدی در صفحات دو بعدی را می توان با تنظیم آزیموت و ارتفاع به دست آورد

<u>Projection plane</u>	<u>az value</u>	<u>el value</u>
$x\ y$ (top view)	0	90
$x\ z$ (side view)	0	0
$y\ z$ (side view)	90	0

تصاویر ۵-۱۰ تا ۷-۱۰ را برای مثالهایی از تصویر کردن ببینید

view همچنین می تواند یک زاویه دید پیشفرض ایجاد کند

- `view(2)` دید پیشفرض را دید از بالا تعیین می کند.
تصویر در صفحه xy با $az = 0^\circ$ و $el = 90^\circ$
- `view(3)` دید پیشفرض را دید استاندارد سه بعدی تعیین می کند.
 $el = 30^\circ$ و $az = -37.5^\circ$

جهت دید را همچنین میتوان با تعیین یک نقطه در فضا که ترسیم از آن دیده می شود تنظیم کرد

• دستور به این صورت است $\text{view}([x \ y \ z])$

• x و y و z مختصات نقطه هستند

• جهت دید از آن نقطه به مرکز محورهای مختصات است

• جهت دید مستقل از فاصله است. مثلاً دید از نقطه $[6 \ 6 \ 6]$ با $[10 \ 10 \ 10]$ یکسان است

• دید از بالا را با این نقطه تنظیم کنید $[0 \ 0 \ 1]$

• دید جانبی صفحه xz از جهت منفی محور y را با این نقطه تنظیم کنید $[0 \ -1 \ 0]$

شماره تمرین های منتخب

۱۹ •

۲۰ •

۲۱ •

۳ •

۷ •

۸ •

۹ •

۱۱ •

۱۲ •

۱۴ •

۱۶ •

۱۷ •