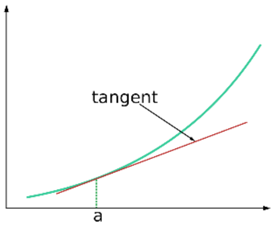

<u>קירוב ליניארי</u>

מתאר קירוב של פונקציה מתמטית כלשהי באמצעות פונקציה ליניארית ליתר דיוק, היות שפונקציות ליניאריות הן קלות לחישוב ולפתרון, קירובים ליניאריים מועדפים כמעט תמיד בניתוחים אנליטיים ונומריים אם הם מספקים את הדיוק הנדרש.

כאשר לפונקציה קיים קירוב ליניארי, נאמר שהפונקציה דיפרנציאבילית .

כדי לתקן פונקציה. הבעיה היא שאנחנו לא יודעים כלום על רוב הפונקציות. ואנחנו יודעים די הרבה דברים על פונקציות ליניאריות (אם יש נוסחה של פונקציה קווית - יודעים מה השיפוע, מה נקודות החיתוך על הצירים, ובעצם מהנוסחה יודעים איך לשרטט את הגרף)
אז מה שעושים זה מקרבים - מתקרבים לפונקציה שאנחנו לא מכירים בכלל בעזרת קירובים לינאריים שאותם אנחנו מכירים די טוב. בשלב הבא מתמקדים רק בשיפוע של הקירובים האלה (שיפוע שונה בכל נקודה) - וקוראים לזה "נגזרת" = הקצב שבו הגרף משתנה.

*בפונקציה שלנו אנו משתמשים בשיעורי X ו-Y של נקודה כלומר - (x,y) ובנוסף שולחים גם את X1 שהוא מייצג את גודל הסטייה שאנחנו מוכנים לקבל.

הגדרה:

בהינתן פונקציה f על מרחב הממשיים שהיא רציפה וגזירה ושנגזרתה רציפה גם היא בסביבה של a, מתקבל מטור טיילור עבור n=1 כי:

$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+R_2$$

כאשר R_2 הוא איבר השארית המייצג את סכום האיברים מסדר גבוה יותר. קירוב ליניארי, או קירוב מסדר ראשון, מתקבל על ידי השמטת השארית, כך שמתקבלת הנוסחה:
$f(x)\approx f(a)+f'(a)(x-a).$

ככל שה-x יהיה יותר קרוב ל a כך שגיאת הקירוב תהיה קטנה יותר שכן האיברים של החזקות הגבוהות יותר של x – a ישאפו מהר יותר לאפס ויהיו זניחים ביחס לאיבר הליניארי ב x-a והאיבר הקבוע.

למעשה הנוסחה למעלה היא בעצם משוואת המשיק לגרף של הפונקציה f בנקודה ((a, f(a).

דוגמא:

ניתן לחשב קירוב לערך $\sqrt[3]{25}$ על ידי קירוב ליניארי של הפונקציה $f(x)=x^{1/3}$, כלומר לחשב את הקירוב על ידי חישוב הערך $f(25)$

1. ראשית עלינו למצוא את הנגזרת הראשונה של הפונקציה:

$$f'(x)=\frac{x^{-2/3}}{3}=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

2. ואז לפי משוואת הקירוב הליניארי:

$$f(25)\approx f(27)+f'(27)(25-27)=3-2/27.$$

התוצאה המתקבלת 2.926 קרובה למדי לערך האמתי של מספר 2.924. שגיאת הקירוב המוחלטת היא 0.002 ושגיאת הקירוב היחסי היא 0.0684%.