

— 注意事項 —

- (1) 出題順に解答しなくてもよいが、どの問題の解かがわかるように記述すること。
- (2) 解を導きだす過程もできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な解答は減点の対象とする。
- (3) 字の粗暴な解答は減点の対象とする。
- (4) 答案用紙が足りなくなった者は挙手をして試験監督者に追加の用紙をもらうこと。答案用紙の裏も使用してよい。
- (5) 試験時間終了前に すべての解答 が終わった者は途中退席しても構わない。
- (6) 答案回収後、略解を配布する。必ず自己採点すること。
- (7) やり直しレポートの提出期限を 11 月 9 日 (火) 16:30，提出場所は教育棟 1 階事務入り口の レポートボックス とする（いかなる理由があろうと締切り以降は受け取りません）。

**1** 次の文章は行列の固有値, 固有ベクトルについての説明である. 空欄に入る適切な言葉または数式を答えなさい. ただし,  $E_n$  を  $n$  次単位行列とする. (各 10 点)

- $n$  次正方行列  $A$  に対し, (1) を満たす数  $k$  を  $A$  の固有値とよび, ベクトル  $\vec{v}$  を固有値  $k$  に関する固有ベクトルとよぶ.
- 固有値  $k$  に関する固有ベクトルは連立方程式

$$(kE_n - A)\vec{x} = \vec{0}$$

の (2) である.

- この事実から固有値  $k$  に対し, 行列  $(kE_n - A)$  の (3) は 0 となる.

**2** 次の (ア) ~ (エ) の中から行列  $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  の固有ベクトルをすべて

選びなさい. (20 点)

(ア)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$       (イ)  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$       (ウ)  $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$       (エ)  $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

**3** 行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$  に対して以下の問に答えなさい.

- (1)  $A$  の固有多項式を求めなさい. (10 点)
- (2)  $A$  の固有値を求めなさい. (10 点)
- (3) (2) で求めた各固有値に関する固有ベクトルを求めなさい (どのベクトルがどの固有値に対応しているか明記すること). (30 点)