(2010 年度後期 担当:佐藤)

直交座標系と同次座標系

直交座標

同次座標

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} = \begin{bmatrix} t x_1 \\ t x_2 \\ t x_3 \\ t \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

線形変換・平行移動の同次座標表示 一

空間内の点 \vec{x}, \vec{y} の同時座標表示をそれぞれ

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

とする. このとき,

• 3 次正方行列 A に対し,

$$\vec{y} = A\vec{x} \iff \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} & & & 0 \\ & A & & 0 \\ & & & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_0 \end{bmatrix}$$

空間ベクトル でに対し、

$$ec{y} = ec{x} + ec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \left[egin{array}{c} Y_1 \ Y_2 \ Y_3 \ Y_0 \end{array}
ight] = \left(egin{array}{cccc} E_3 & ec{v} \ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}
ight) \left[egin{array}{c} X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_0 \end{array}
ight]$$

25 7.1

問題 **7.1.** 次の各式の <u>等号が成り立つか確かめなさい</u>. 等号が成り立たない場合は <u>右辺を正しく書き直しなさい</u>. ただし,A を 3 次正則行列, \vec{v} を空間ベクトル(3×1 行列)とする.

$$(1) \begin{pmatrix} & & & 0 \\ & A & & 0 \\ & & & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} & & & 0 \\ & A^{-1} & & 0 \\ & & & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} E_3 & \vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} E_3 & -\vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} E_3 & \vec{v} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & \vec{v} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
A & 0 \\
0 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
E_3 & \vec{v} \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
A & \vec{v} \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix}$$

$$(5) \left(\begin{array}{c|cccc} A & \vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)^{-1} = \left(\begin{array}{c|cccc} A^{-1} & -\vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

26 7.1