【復習】マクローリン展開の例

$$f(x) = f(0) + f'(0)\,x + \frac{f''(0)}{2!}\,x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}\,x^n + \cdots$$

(1) $e^x = 1 + x + \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3!} + \cdots + \dfrac{x^n}{n!} + \cdots$

(2) $\cos x = 1 - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^4}{4!} - \cdots + (-1)^m \dfrac{x^{2m}}{(2m)!} + \cdots$

(3) $\sin x = x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!} - \cdots + (-1)^m \dfrac{x^{2m+1}}{(2m+1)!} + \cdots$

(4) $\dfrac{1}{1-x} = 1 + x + \cdots + x^n + \cdots$

(5) $\log(1+x) = x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} - \cdots + (-1)^n \dfrac{x^n}{n} + \cdots$

マクローリン展開の応用：近似値の計算

マクローリン展開の n 次までの式

$$f(x) = f(0) + f'(0)\,x + \frac{f''(0)}{2!}\,x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}\,x^n + \cdots$$

を, $f(x)$ の n **次近似式**という.

事実

x が 0 に近い値（つまり, $|x|$ が十分小さい値）ならば,

$$f(x) \fallingdotseq f(0) + f'(0)\,x + \frac{f''(0)}{2}\,x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}\,x^n$$

である.

$\longrightarrow$ **問題集 144.**

２変数関数のマクローリン展開

$$
\begin{aligned}
f(x, x) = & f(0,0) + f_x(0,0)\,x + f_y(0,0)\,y \\
& + \frac{1}{2!}\left(f_{xx}(0,0)\,x^2 + 2f_{xy}(0,0)\,xy + f_{yy}(0,0)\,y^2\right) \\
& + \frac{1}{3!}\left(f_{xxx}(0,0)\,x^3 + 3f_{xxy}(0,0)\,x^2y + 3f_{xyy}(0,0)\,xy^2 + f_{yyy}(0,0)\,y^3\right) \\
& + \cdots
\end{aligned}
$$

$\longrightarrow$ **問題集 148.**