直交座標系と同次座標系

直交座標 同次座標

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_0 \end{bmatrix} \quad \left(= \begin{bmatrix} t\,x_1 \\ t\,x_2 \\ t\,x_3 \\ t \end{bmatrix} \right)$$

線形変換・平行移動の同次座標表示

空間内の点 $\vec{x}, \vec{y}$ の同時座標表示をそれぞれ

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

とする．このとき，

- 3 次正方行列 A に対し，

$$\vec{y} = A\vec{x} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_0 \end{bmatrix} = \left(\begin{array}{ccc:c} & & & 0 \\ & A & & 0 \\ & & & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_0 \end{bmatrix}$$

- 空間ベクトル $\vec{v}$ に対し，

$$\vec{y} = \vec{x} + \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_0 \end{bmatrix} = \left(\begin{array}{ccc:c} & E_3 & & \vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_0 \end{bmatrix}$$

問題 **7.1.** 次の各式の 等号が成り立つか確かめなさい．等号が成り立たない場合は 右辺を正しく書き直しなさい．ただし，A を 3 次正則行列，$\vec{v}$ を空間ベクトル（3×1 行列）とする．

(1)
$$\left(\begin{array}{ccc:c} & & & 0 \\ & A & & 0 \\ & & & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)^{-1} = \left(\begin{array}{ccc:c} & & & 0 \\ & A^{-1} & & 0 \\ & & & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

(2)
$$\left(\begin{array}{ccc:c} & E_3 & & \vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)^{-1} = \left(\begin{array}{ccc:c} & E_3 & & -\vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

(3)
$$\left(\begin{array}{ccc:c} & E_3 & & \vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\left(\begin{array}{ccc:c} & & & 0 \\ & A & & 0 \\ & & & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc:c} & A & & \vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

(4)
$$\left(\begin{array}{ccc:c} & & & 0 \\ & A & & 0 \\ & & & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\left(\begin{array}{ccc:c} & E_3 & & \vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc:c} & A & & \vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

(5)
$$\left(\begin{array}{ccc:c} & A & & \vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)^{-1} = \left(\begin{array}{ccc:c} & A^{-1} & & -\vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$