情報数学 III 中間試験

学籍番号 | | | | | | | |　氏名 ____________

点/40 点

$\boxed{1}$ 次の各問に答えなさい（詳細な説明は不要．問に答えるのみでよい）．（各 4 点）

(1) ベクトル $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ と直交するベクトルを次の（ア）～（エ）の中からすべて選びなさい．

（ア）$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$　（イ）$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$　（ウ）$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$　（エ）$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

(1) ウ、エ

$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$との内積を計算し、0となるものを選べばよい。

(2) ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ との組が線形従属となるようなベクトルを次の（ア）～（エ）の中からひとつ選びなさい．

（ア）$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$　（イ）$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$　（ウ）$\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$　（エ）$\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

(2) ウ

2つのベクトル $\vec{u}$ と $\vec{v}$ が線形従属 $\Longleftrightarrow$ $\vec{u}$ と $\vec{v}$ は平行.

(3) 平面 $\mathbf{R}^2$ 内の原点を中心とする回転変換を表す行列を次の（ア）～（エ）の中からひとつ選び，その回転角を答えなさい．

（ア）$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$　（イ）$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

（ウ）$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$　（エ）$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(3) ウ　回転角 $\frac{\pi}{2}$

回転変換を表す行列は $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

(4) 媒介変数表示

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (s, t \text{ は任意の実数})$$

で表される $\mathbf{R}^3$ 内の平面を π とする．π と平行な平面を表す方程式を次の（ア）～（エ）の中からすべて選びなさい．

（ア）$3x - 2y + 2z = 1$　（イ）$3x + 3y + z = 0$

（ウ）$4x - 3y + 2z = -2$　（オ）$2x - z = 4$

(4) イ

法線ベクトルが平行なものを選べばよい

πの法線ベクトルは $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$

(5) 行列 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 3 \\ 2 & -4 & -6 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ の固有ベクトルを次の（ア）～（エ）の中からひとつ選び，その固有値を答えなさい．

（ア）$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$　（イ）$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$　（ウ）$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$　（エ）$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(5) イ　固有値 -2

"$A\vec{v} = k\vec{v}$"

裏へ続く

2 2点 $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}-1\\1\\-2\end{pmatrix}$ を通る直線を l とする．以下の問に答えなさい．(8点)

(1) l 上の点を媒介変数 t を用いて成分表示しなさい．(4)

(2) l を行列 $\begin{pmatrix}-2&4&4\\0&0&-1\\2&-4&-5\end{pmatrix}$ で線形変換すると，どのような図形に変換されるか答えなさい．(4)

(1) $\vec{p}=\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}+t\left\{\begin{pmatrix}-1\\1\\-2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}\right\}=\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-2\\-1\\0\end{pmatrix}=\underline{\begin{pmatrix}1-2t\\2-t\\-2\end{pmatrix}}$

(2) $\begin{pmatrix}-2&4&4\\0&0&-1\\2&-4&-5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1-2t\\2-t\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\2\\4\end{pmatrix}$

<u>したがって，lは1点 $\begin{pmatrix}-2\\2\\4\end{pmatrix}$ に移る</u>

3 行列 $A=\begin{pmatrix}-1&2\\3&-2\end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めなさい．(12点)

$\Phi_A(t)=\det(tE_2-A)$

$=\det\begin{pmatrix}t+1&-2\\-3&t+2\end{pmatrix}$

$=(t+1)(t+2)-6$

$=t^2+3t-4$

$=(t+4)(t-1)$

したがって．固有値は <u>-4と1</u> (4)

(i) 固有値 -4 のとき

$-4E_2-A=\begin{pmatrix}-3&-2\\-3&-2\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{行基本変形}}\begin{pmatrix}3&2\\0&0\end{pmatrix}$

したがって $(-4E_2-A)\vec{x}=\vec{0}$ の

非自明解は $\underline{c\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}}$ となる

これが，-4に関するAの固有ベクトルである．(4)

(ii) 固有値 1 のとき

$E_2-A=\begin{pmatrix}-2&2\\2&-2\end{pmatrix}$

$\xrightarrow{\text{行基本変形}}\begin{pmatrix}1&-1\\0&0\end{pmatrix}$

したがって 固有値1に関する

Aの固有ベクトルは

$\underline{c\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}}$

である．(4)

(2010.11.10 担当：佐藤)