直線の媒介変数表示 (1)

2 点 $\vec{a}, \vec{b}$ を通る直線上の点 $\vec{p}$ は

$$\vec{p} = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a}) \qquad (t \text{ は実数})$$

と表される．

問題 2.1. 2 点 $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ を通る直線上の点を $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ とする．以下の問に答えなさい．

(1) x と y を媒介変数 t を用いて表しなさい．

(2) (1) の 2 式から t を消去し，x と y の方程式を求めなさい．

直線の媒介変数表示 (2)

点 $\vec{a}$ を通り，方向ベクトルが $\vec{v}$ の直線上の点 $\vec{p}$ は

$$\vec{p} = \vec{a} + t\,\vec{v} \qquad (t \text{ は実数})$$

と表される．

問題 2.2. 点 $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ を通り，方向ベクトルが $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ である直線上の点を $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ とする．以下の問に答えなさい．

(1) x と y を媒介変数 t を用いて表しなさい．

(2) (1) の 2 式から t を消去し，x と y の方程式を求めなさい．

解答は web サイトで公開する；
http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2010/im3.html

直線の方程式

点 $\vec{a}$ を通り，方向ベクトルが $\vec{v}$ の直線上の点 $\vec{p}$ とする．

- （平面 $\mathbf{R}^2$ の場合）
  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$，$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$，$\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ とする．このとき，x, y は以下の方程式を満たす；
  $$v_2(x - a_1) = v_1(y - a_2).$$
- （空面 $\mathbf{R}^3$ の場合）
  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$，$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$，$\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ とする．$v_1 \neq 0, v_2 \neq 0, v_3 \neq 0$ のとき，x, y, z は以下の方程式を満たす；
  $$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2} = \frac{z - a_3}{v_3}$$

問題 2.3. 空間内の 2 点 $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ を通る直線上の点を $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ とする．

(1) x, y, z を媒介変数 t を用いて表しなさい．
(2) (1) の 3 つの各式を $t = \cdots$ の形に変形しなさい．

問題 2.4. 空間内の 2 点 $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ を通る直線上の点を $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ とする．このとき，x, y, z を媒介変数 t を用いて表しなさい．