

— 注意事項 —

- (1) 出題順に解答しなくてもよいが、どの問題の解かがわかるように記述すること。
- (2) 解を導きだす過程もできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な解答は減点の対象とする。
- (3) 字の粗暴な解答は減点の対象とする。
- (4) 答案用紙が足りなくなった者は挙手をして試験監督者に追加の用紙をもらうこと。答案用紙の裏も使用してよい。
- (5) 試験時間終了前に すべての解答 が終わった者は途中退席しても構わない。
- (6) 答案回収後、略解を配布する。必ず自己採点すること。
- (7) やり直しレポートの提出期限を 11 月 30 日 (火) 16:30、提出場所は教育棟 1 階事務入り口の レポートボックス とする (いかなる理由があろうと締切り以降は受け取りません)。

1 次の文章は直交行列・直交変換についての説明である。空欄に入る適切な言葉または数式を答えなさい。(各 5 点)

- n 次直交行列とは $\boxed{(1)}$ $= E_n$ を満たす行列 A のことである。
- 直交変換 A は任意のベクトル \vec{u}, \vec{v} に対し, $(A\vec{u}) \cdot (A\vec{v}) = \boxed{(2)}$ を満たす。つまり、直交変換とは内積を保存する (内積の値を変えない) 変換である。
- 直交行列の行列式の値は $\boxed{(3)}$ に等しい。

2 次の行列が直交行列になるための k の条件を答えなさい。(各 10 点)

$$(1) \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & k \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & k \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} \cos k & -\sin k \\ \sin k & \cos k \end{pmatrix}$$

3 次の各条件を満たす空間ベクトル $\vec{v} (\neq \vec{0})$ をひとつずつ答えなさい。(各 15 点)

- (1) 空間 \mathbf{R}^3 内の平面 $x - y + 3z = 2$ を \vec{v} 方向に平行移動したら同じ平面に移った。
- (2) 2 次曲面 $x^2 - 3y^2 + z^2 + 4x + 2y + 2z = 3$ を \vec{v} 方向に平行移動したら、2 次曲面 $x^2 - 3y^2 + z^2 = c$ に移った (c は定数)。

4 方程式

$$2xy + 2yz + 2zx = 1$$

が定める空間 \mathbf{R}^3 内の図形を C とおく。 C を直交行列

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

で直交変換した図形 C' の方程式を求めなさい。(15 点)