

線形代数 I 演習 二学期末試験

担当：佐藤 弘康

- (1) すべての答案用紙に、名前、学籍番号を忘れずに記入してください。
- (2) すべての答案用紙の右上に、全体の中で何枚目かを記入してください (例えば、1/2 のように)。答案用紙は裏を使用しても構いません。解答が表裏にまたがる場合は「裏へ続く」と書くなどしててください。
- (3) 解答は結果だけでなく、計算のプロセス、思考の過程など、できるだけ丁寧に記述するようにしてください。

問 1. 次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

問 2. 次の連立方程式を解け.

$$\begin{cases} x - 2y - 3z + w = 3 \\ 2x + y - z = 1 \\ -x - 3y - 2z + w = 2 \\ 4x + 7y + 3z - 2w = -3 \end{cases}$$

問 3. 次の行列が正則行列となるための k の条件を求めよ.

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 & 5 \\ -1 & 1 & -k & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ k & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

問 4. 次の事柄のうち, 正しいものには証明を与え, 正しくないものには反例を与えよ.

- (1) 置換 σ, τ が $\sigma^{-1} = \tau^{-1}$ を満たすならば, $\sigma = \tau$ である.
- (2) 与えられた行列 A に対し, 方程式 $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ は必ず解をもつ.
- (3) 与えられた行列 A とベクトル \mathbf{b} に対し, 方程式 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ は必ず解をもつ. ただし \mathbf{b} は零ベクトルでないとする.
- (4) 任意の正方行列 A に対し, $\det(-A) = -\det(A)$ が成り立つ.
- (5) 正方行列 A, B に対し AB が正則行列ならば, A も B も正則行列である.

問 5. 線形代数 I (2 学期) の講義と演習で勉強した内容に関して, 深く印象に残ったこと (概念, 定理, 方法など) をひとつあげて, その理由を具体的に述べよ.