数学クォータ科目「基礎数学Ⅱ」第1回

微分係数と導関数

佐藤 弘康 / 日本工業大学 共通教育学群

今回,理解すること

- (1) 関数の概念(%関数を表す 記号 f(x) の使い方).
- (2) 関数 y = f(x) のグラフとは何か(※平面の直交座標系).
- (3) 関数 f(x) の x = a から x = b までの平均変化率.
- (4) 関数 f(x) の x = a における微分係数.
- (5) 関数 f(x) の導関数.

(1) 関数について

※ 別のスライド参照

(2) 関数のグラフについて

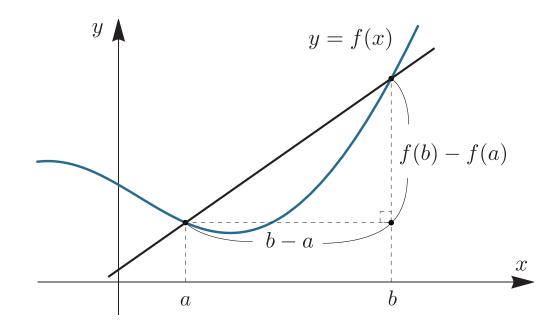
※ 別のスライド参照

(3) 平均変化率

- 関数 f(x) がある.
- 関数 f(x) の定義域内の 2 点 x = a, b (a < b) をとる.
- このとき, x = a から x = b (= a + h) までの平均変化率を以下で定義.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

→ 2点 (a, f(a)), (b, f(b)) を通る 直線の傾きである。

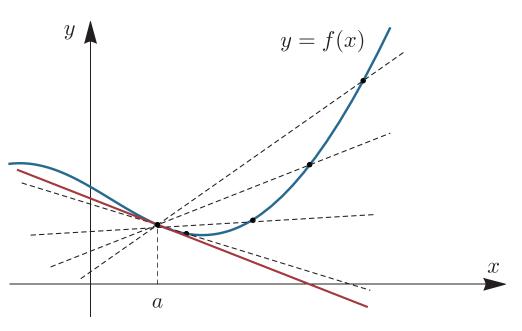


(4) 微分係数

- 関数 f(x) がある.
- 関数 f(x) の定義域内の点 x = a をとる.
- このとき, x = a における微分係数を以下で定義.

$$f'(a) = \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

 → 2点 (a, f(a)), (b, f(b)) を通る 直線の「極限」である直線を 点 (a, f(a)) における接線という。
微分係数は接線の傾きである。



(5) 導関数:定義

• x = a に対し微分係数 f'(a) を対応させる関数を, f(x) の導関数という. つまり、

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- f(x) の導関数を求めることを「関数 f(x) を微分する」という.
- 関数 y = f(x) の導関数を次のような記号で表す.

$$f'(x), \quad y', \quad \frac{df}{dx}(x), \quad \frac{dy}{dx}$$

(5) 導関数:微分の性質

• 微分の性質 関数 f(x), g(x) と定数 k に対し,

$$(1-1) \{f(x) \pm g(x)\}' = f'(x) \pm g'(t)$$

$$(1-2) \{k f(x)\}' = k f'(x)$$

• 基本的な関数の微分(1)

(2-1)(k)'=0(すなわち,定数関数の微分は消える)

$$(2-2) (x^n)' = n x^{n-1} (n = 1, 2, ...)$$