

## 微積分 II 演習 期末試験

担当：佐藤 弘康

### 注意事項

- (1) すべての答案用紙の表に名前，学籍番号を忘れずに記入してください。
- (2) すべての答案用紙の右上に，全体の中で何枚目かを記入してください (例えば，1/2 のように)。
- (3) 答案用紙は裏を使用しても構いません。解答が表裏にまたがる場合は「裏へ続く」と書くなどしてください。
- (4) 解答は結果だけでなく，計算のプロセスや思考の過程などをできるだけ丁寧に記述するようにしてください。
- (5) 終了時間前に解答が済んだ場合は途中退席しても構いません (その際は挙手をしてその旨を伝えてください)。

問 1.  $x(s, t) = e^s \cos t, y(s, t) = e^s \sin t$  と  $f(x, y)$  との合成関数を  $f^*(s, t)$  とおく. すなわち,  $f^*(s, t) = f(x(s, t), y(s, t)) = f(e^s \cos t, e^s \sin t)$ . このとき,

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial t^2} = e^{2s} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)$$

が成り立つことを示せ.

問 2. 2 変数関数

$$f(x, y) = \frac{2}{3}x^3 + x^2 - xy^2 + y^2$$

について, 次の問いに答えよ.

- (1)  $f(x, y)$  の 1 次および 2 次の偏導関数を全て求めよ.
- (2) 極値をとる候補の点  $(x, y)$  をすべて求め, そのおのこのについて極値をとるかどうか判定せよ. 極値をとる場合はその値を求め, 極大値か極小値か答えよ.

問 3. 原点  $(0, 0)$  を中心とする半径  $a(> 0)$  の円周で囲まれた領域を  $D$  とする. このとき

$$\iint_D \left( \frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} \right) dx dy$$

の値を求めよ.

問 4. 微積分 II の講義と演習で学習した中で深く印象に残ったこと (概念, 定理, 方法など) をひとつあげて, その理由を具体的に述べよ.