

問 1. $f(x, y)$ と $x(s, t) = e^s \cos t, y(s, t) = e^s \sin t$ との合成関数を $f^*(s, t)$ とおく. すなわち, $f^*(s, t) = f(x(s, t), y(s, t))$. このとき,

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial t^2} = e^{2s} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)$$

が成り立つことを示せ.

問 2. 2 変数関数

$$f(x, y) = \frac{2}{3}x^3 + x^2 - xy^2 + y^2$$

について, 次の問いに答えよ.

- (1) $f(x, y)$ の 1 次および 2 次の偏導関数をすべて求めよ.
- (2) 極値をとる点をすべて求めよ.

問 3. 次の積分の順序を変更せよ.

$$\int_0^2 \left(\int_{\frac{x^2}{4}}^{3-x} f(x, y) dy \right) dx.$$

問 4. 曲面 $z = x^2 + y^2$, 円柱面 $x^2 + y^2 = 2x$, 平面 $z = 0$ で囲まれる部分の体積を求めよ.