

## 線形代数 I 演習

## - 第 8 回 行列のブロック分割 -

担当：佐藤 弘康

問題 8.1. 次の行列  $A, B$  を適当にブロック分割して,  $AB$  を計算せよ.

$$(1) A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & -4 \\ 3 & -1 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 8.2. 行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

に対して,  $2A^3 - 3A^2$  を計算せよ.

定義. 正方行列  $A$  が冪零 (べきれい) 行列であるとは,  $A^k = O$  となる自然数  $k$  が存在することである.

問題 8.3. 対角成分がすべて 0 の上三角行列

$$N = \begin{pmatrix} 0 & * & * & \cdots & * \\ 0 & 0 & * & \cdots & * \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

は冪零行列であることを示せ.