情報数学 III 第 5 回小テスト

学籍番号 | | | | | | | |　氏名 ________________

$\boxed{\mathbf{1}}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ について以下の問に答えなさい．

(1) A の固有多項式 $\Phi_A(t)$ を求めなさい．（4 点）
(2) A の固有値を求めなさい．（4 点）
(3) (2) で求めた各固有値に関する A の固有ベクトルを求めなさい．（8 点）

$\boxed{\mathbf{2}}$ 2 次多項式 $\varphi(x,y)=x^2+xy+y^2+5x+y+6$ について以下の問に答えなさい．（各 4 点）

点/40 点

(1) 2 次曲線 $\varphi(x,y)=0$ が有心 2 次曲線か，無心 2 次曲線かを答えなさい．

(2) $\varphi(\bar{x}+\lambda,\bar{y}+\mu)$ を計算し，$\bar{x}$ の係数と $\bar{y}$ の係数を λ,μ を用いて表しなさい．

(3) $\varphi(\bar{x}+\lambda,\bar{y}+\mu)=\bar{x}^2+\bar{x}\bar{y}+\bar{y}^2+\bar{c}$ となるような λ,μ を求めなさい．

(4) (3) で求めた λ,μ に対して，$\varphi(\bar{x}+\lambda,\bar{y}+\mu)$ の定数項 $\bar{c}$ を求めなさい．

(5) (4) で求めた $\bar{c}$ に対し，$\bar{\varphi}(\bar{x},\bar{y})=\bar{x}^2+\bar{x}\bar{y}+\bar{y}^2+\bar{c}$ とおく．直交行列 P を用いて $\begin{pmatrix}\bar{x}\\ \bar{y}\end{pmatrix}=P\begin{pmatrix}\tilde{x}\\ \tilde{y}\end{pmatrix}$ と座標変換すると，方程式 $\bar{\varphi}(\bar{x},\bar{y})=0$ は $\alpha\tilde{x}^2+\beta\tilde{y}^2+\bar{c}=0$ となった．このときの直交行列 P を求めなさい．

(6) 以上を踏まえて，2 次曲線 $\varphi(x,y)=0$ がどのような形か（楕円，双曲線，放物線，またはそのいずれでもないか）を答えなさい．