

問題 4.1. 2 次多項式 $\varphi(x, y) = 3x^2 - 12xy - 6y^2 - 6x - 12y + 13$ について, 以下の問の答えなさい.

(1) $\varphi(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - 6y^2 - 6x - 12y + 13$ と表すときの 2 次正方行列 A を書きなさい.

(2) $\varphi(x, y) = \begin{pmatrix} x & y & 1 \end{pmatrix} A_0 \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$ と表すときの 3 次正方行列 A_0 を書きなさい.

(3) $\det(A)$ および $\det(A_0)$ を求めなさい.

(4) 座標の平行移動 $x = \bar{x} + \lambda$, $y = \bar{y} + \mu$ によつて, 方程式 $\varphi(x, y) = 0$ を $a\bar{x}^2 + 2h\bar{x}\bar{y} + b\bar{y}^2 + \bar{c} = 0$ と式変形できることを確かめ, そのときの λ, μ の値を求めなさい.

問題 4.2. 次の 2 次方程式が表す 2 次曲線が, 有心 2 次曲線か無心 2 次曲線か考察しなさい.

(1) $x^2 - xy + y^2 + 2x + 2y - 1 = 0$

(2) $16x^2 - 24xy + 9y^2 + 5x - 10y + 5 = 0$

Mathematica で 2 次曲線を描いてみよう.

方程式 $\varphi(x, y) = 0$ の形で与えられた図形を描画するには「ContourPlot」を使います. たとえば, 問題 4.1 の方程式の場合は

• `ContourPlot[3*x^2-12*x*y-6*y^2-6*x-12*y+13==0, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}]`

とします. *Mathematica* において, 等号「=」は「==」のように 2 つ続けて入力する必要がありますので注意してください. 「{x, -5, 5}, {y, -5, 5}」は描画する範囲を指定してます. 何も描画されない場合は, この範囲を変更してみてください.