

数学クォータ科目「基礎数学Ⅰ」第 11 回

三角関数とそのグラフ

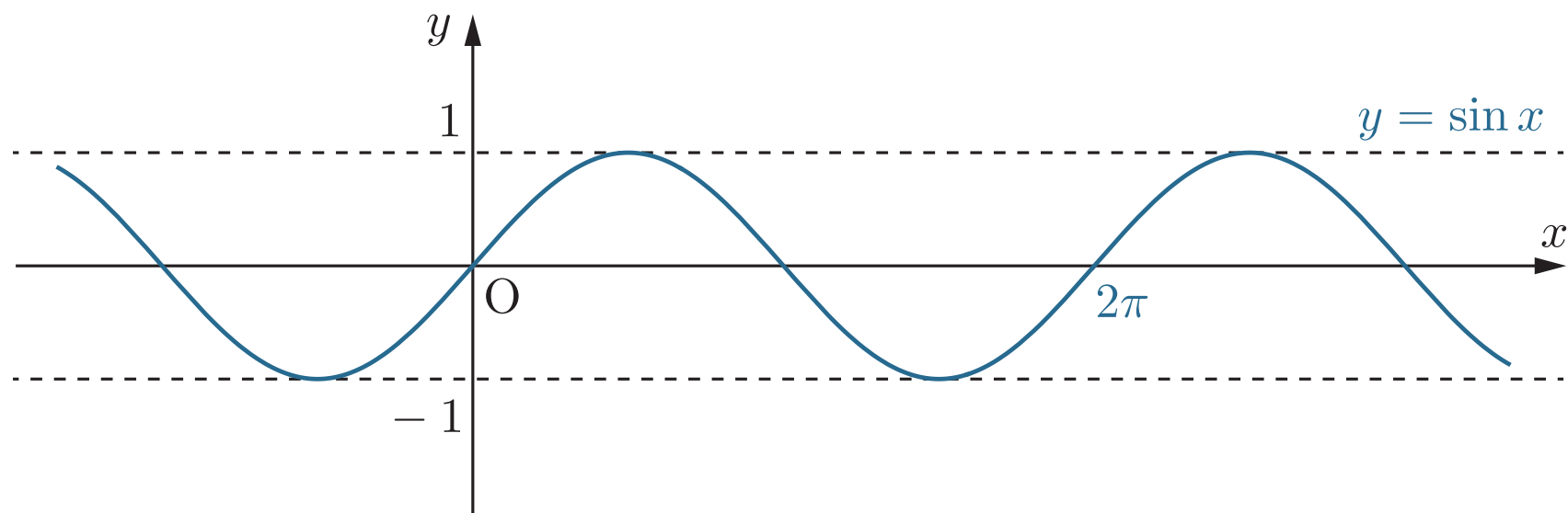
佐藤 弘康 / 日本工業大学 共通教育学群

今回の授業で理解してほしいこと

- 三角関数の性質（周期，振幅）
- 三角関数のグラフ

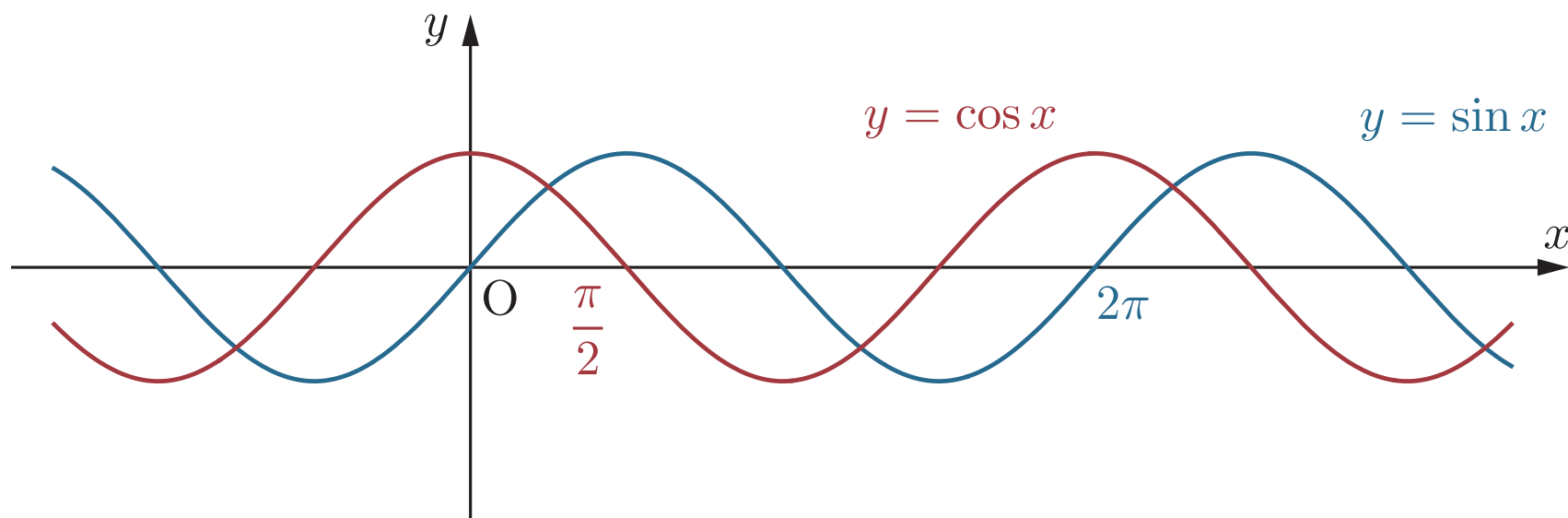
正弦関数 $y = \sin x$ のグラフ

- $y = \sin x$ のグラフは
 - 増加と減少を繰り返す波型の曲線（正弦波）である.
 - 2π ごとに同じパターンが現れる（ $\sin x$ は周期 2π の周期関数）.
 - $-1 \leq \sin x \leq 1$ より, $y = -1$ から $y = 1$ の間の領域の曲線である.



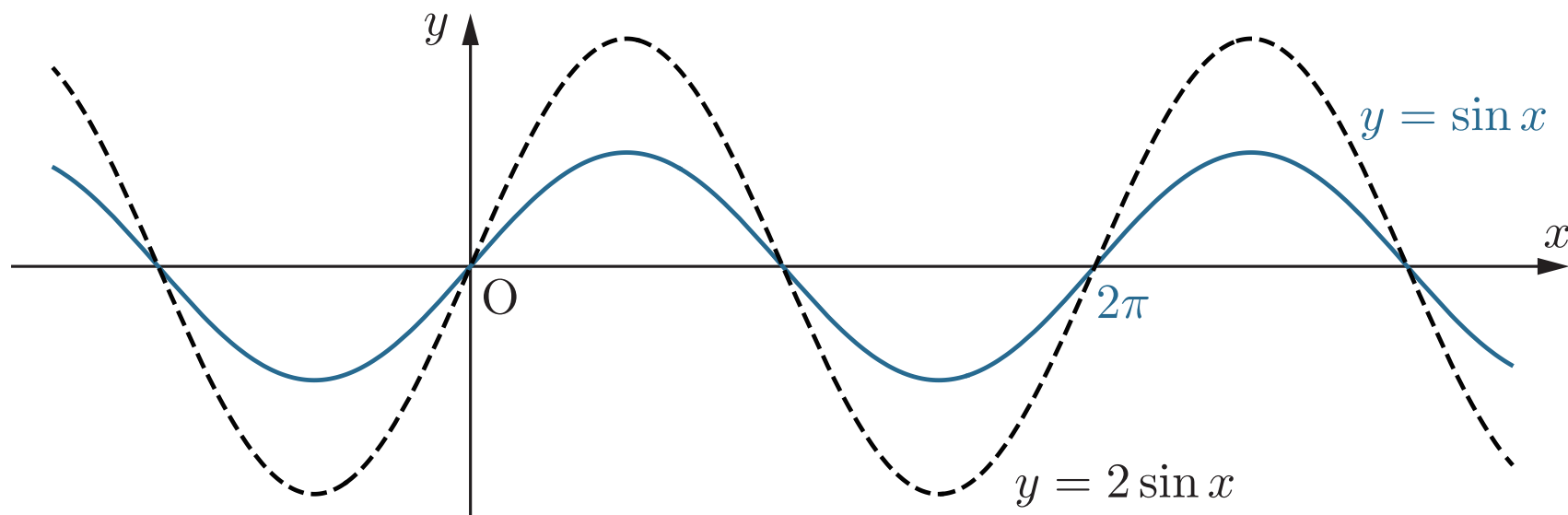
余弦関数 $y = \cos x$ のグラフ

- $y = \cos x$ のグラフは
 - 増加と減少を繰り返す波型の曲線（正弦波）である.
 - 2π ごとに同じパターンが現れる（ $\sin x$ は周期 2π の周期関数）.
 - $-1 \leq \cos x \leq 1$ より, $y = -1$ から $y = 1$ の間の領域の曲線である.
 - $\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ より,
 $y = \sin x$ のグラフを x 軸負の方向に $\frac{\pi}{2}$ だけずらした曲線 である.



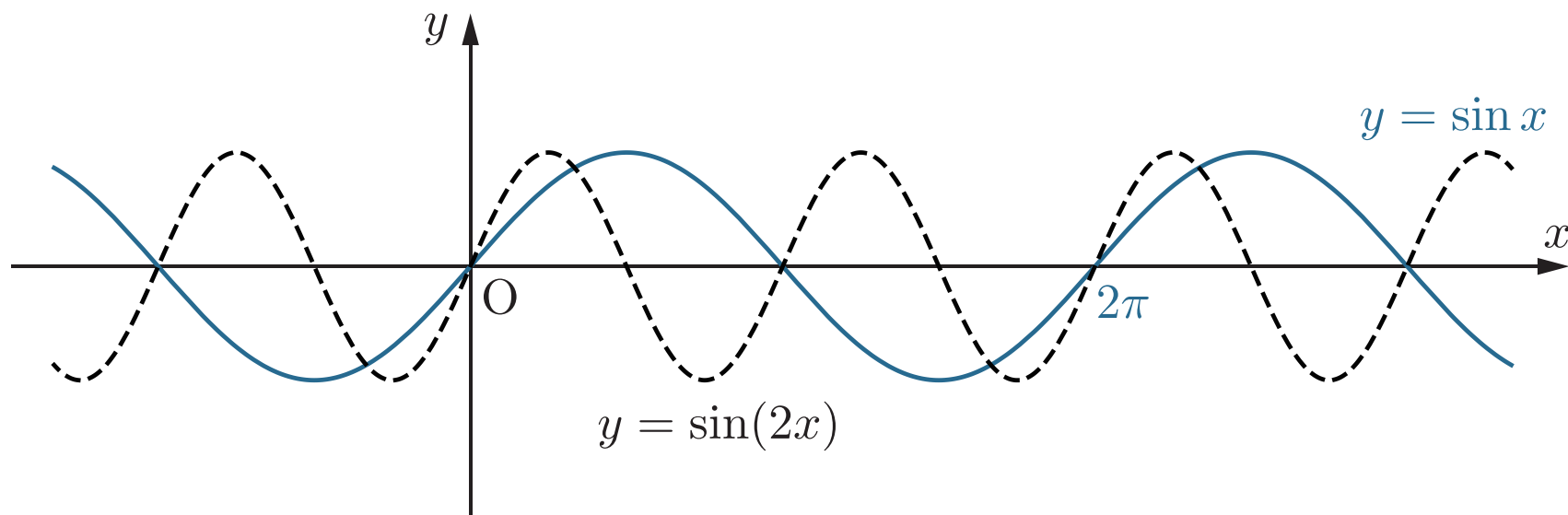
例 1) $y = k \sin x$ のグラフ

- $y = k \sin x$ のグラフは
 - $y = \sin x$ のグラフを y 軸方向に k 倍だけ拡大・縮小した曲線である.
- 波の中心 (直線 $y = 0$) からの 最大変位は $|k|$ である.
これを **振幅** という.



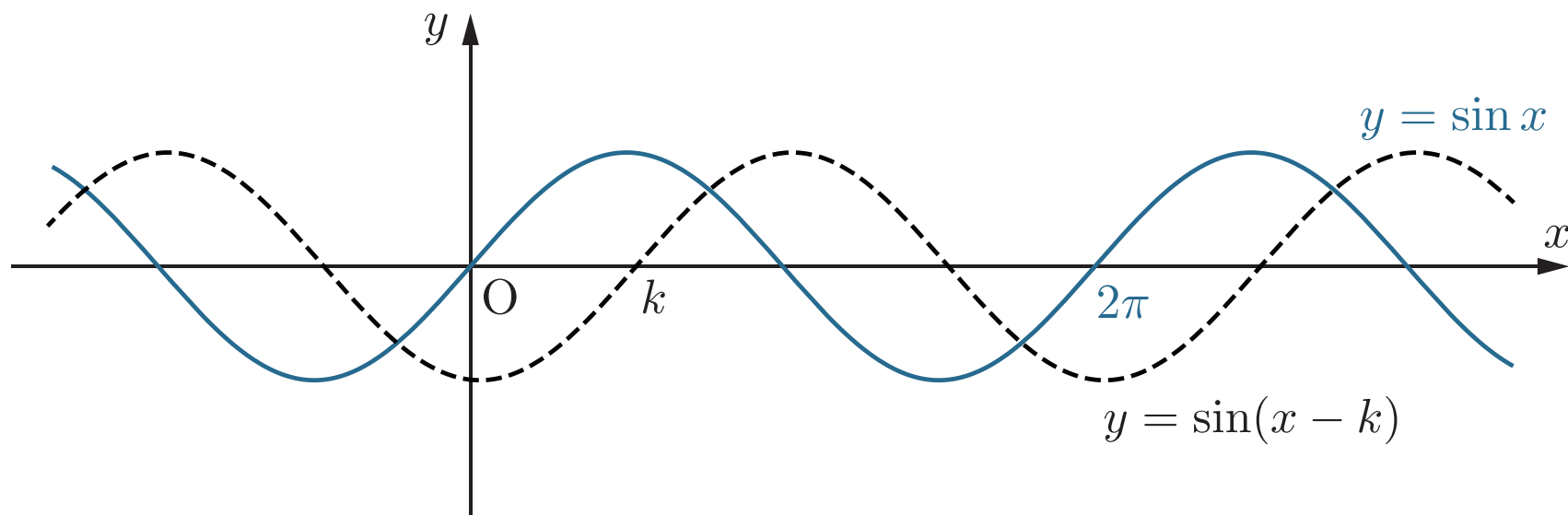
例 2) $y = \sin(kx)$ のグラフ

- $y = \sin X$ は, X が 0 から 2π への変化に伴って, 「一周」する.
- $X = kx$ が 0 から 2π へ変化するのには, x が 0 から $\frac{2\pi}{k}$ へ変化するときである.
- つまり, $y = \sin(kx)$ のグラフは 周期が $\frac{2\pi}{k}$ の正弦波 である.



例3) $y = \sin(x - k)$ のグラフ

- $y = \sin X$ は, X が 0 から 2π への変化に伴って, 「一周」する.
- $X = x - k$ が 0 から 2π へ変化するの, x が k から $k + 2\pi$ へ変化する
ときである.
- つまり, $y = \sin(x - k)$ のグラフは $y = \sin x$ のグラフを k だけずらした
正弦波 である.



例 4) $y = a \sin(\omega x - \varphi)$ のグラフ

- $y = a \sin(\omega x - \varphi)$ のグラフ

↑ y 軸方向に a 倍した曲線 (振幅は $|a|$)

- $y = \sin(\omega x - \varphi) = \sin\left\{\omega\left(x - \frac{\varphi}{\omega}\right)\right\}$ のグラフ

↑ 周期を $\frac{2\pi}{\omega}$ にした曲線

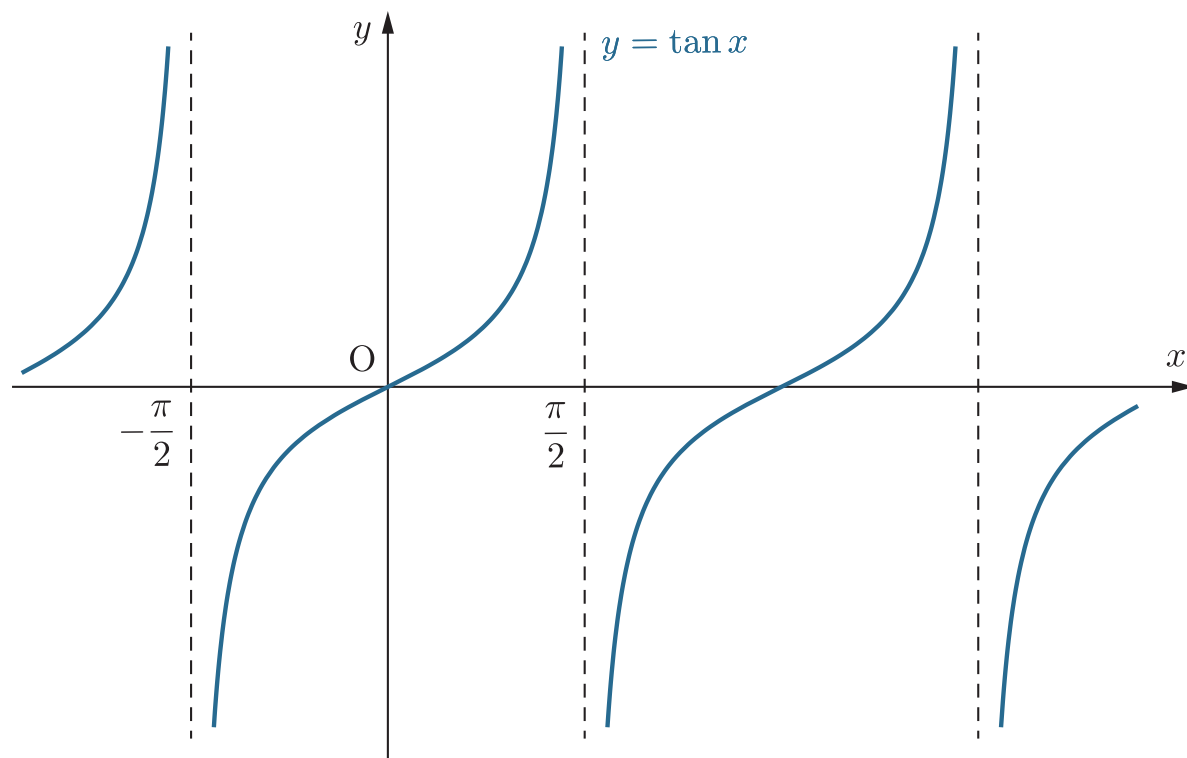
- $y = \sin\left(x - \frac{\varphi}{\omega}\right)$ のグラフ

↑ x 軸方向に $\frac{\varphi}{\omega}$ だけずらした曲線

- $y = \sin x$ のグラフ

正接関数 $y = \tan x$ のグラフ

- $y = \tan x$ のグラフは
 - x が $-\frac{\pi}{2}$ から $\frac{\pi}{2}$ への変化に伴って値が増加する連続関数である.
 - π ごとに同じパターンが現れる ($\tan x$ は周期 π の周期関数).
 - x が $\frac{\pi}{2} + m\pi$ (ただし, m は整数) のときは, 定義できない.



まとめと復習（と予習）

- 正弦関数, 余弦関数のグラフはどのような曲線ですか？
- 正接関数のグラフはどのような曲線ですか？
- $y = a \sin(\omega x - \varphi)$ の振幅, 周期, $y = \sin x$ とのズレは？

教科書 p.59～p.63

問題集 51～53