

平成19年度 数理物質科学研究科プロジェクト 研究成果報告書

研究種目	数学				
研究課題	Poisson 核写像, 熱核写像と Fisher 情報計量				
氏 名	佐藤 弘康	職 名	準研究員	所 属	数学専攻
<p>【研究成果の概要】 空間 <math>X</math> 上の確率測度全体のなす空間 <math>P(X)</math> には Fisher 情報計量と呼ばれる自然な Riemann 計量 <math>g_F</math> が存在する. 伊藤-宍戸は完備単連結負曲率多様体 <math>(X, h)</math> の Poisson 核を用いて <math>X</math> から <math>P(\partial X)</math> (ただし, <math>\partial X</math> は <math>X</math> の理想境界) への写像 (Poisson 核写像) を定義し, <math>X</math> が非コンパクト型階数 1 対称空間のとき, <math>g_F</math> の Poisson 核写像による引き戻しは <math>h</math> と相似的であることを示した.</p> <p>同様のことが熱核についても成立することを示した[1]; <math>k(t, x, y)</math> を <math>X</math> の熱核とする. <math>(X, h)</math> が非コンパクト型階数 1 対称空間のとき, <math>x \in X</math> に対して <math>k(t, x, y) dy \in P(X)</math> を対応させる写像 (熱核写像) <math>(X, h) \rightarrow (P(X), g_F)</math> は相似的である.</p> <p>これらの逆の主張が成り立つのか, というのも興味深い問題である. 熱核写像の場合は非コンパクト型階数 1 対称空間以外にも, Fisher 情報計量の熱核写像による引き戻しが計量 <math>h</math> の定数倍になるような空間が存在することがわかった[2]; <math>(X, h)</math> を調和的等質 Hadamard 多様体とする. つまり, (i) <math>x \in X</math> を中心とする正規座標系をとると, 体積密度関数が <math>x</math> からの距離に依存する関数で表される, (ii) 等長変換群が推移的に作用する, (iii) 完備単連結で曲率が非正. このとき, 熱核が距離に関するある種の急減少性を満たすならば, 熱核写像 <math>(X, h) \rightarrow (P(X), g_F)</math> は相似的である. この定理が成り立つ多様体の例としては Damek-Ricci 空間がある. また, 相似定数が熱核に関する Shannon のエントロピーの時間微分に等しいことも示した.</p> <p>[1] M. Itoh, H. Satoh and Y. Shishido, <i>A note on the Fisher information metric and heat kernels</i>, to appear in Int. J. Pure Appl. Math.</p> <p>[2] M. Itoh, H. Satoh and Y. Shishido, <i>Information Geometry of Heat Kernels and the Entropy of Harmonic Manifolds</i>, in preparation.</p> <p>【研究発表】</p> <p>(1) 階数 1 非コンパクト型対称空間の熱核と Fisher 情報計量, 日本数学会秋季総合分科会, 東北大学, 9 月 21 日.</p> <p>(2) Poisson 核, 熱核と Fisher 情報計量, 大阪市立大学数学研究所ミニスクール「情報幾何への入門と応用 II」, 大阪市立大学, 12 月 23 日.</p> <p>【研究費用途】 幾何学関連書籍, 研究・論文作成補助のためのソフトウェア (MS Office, Acrobat), 研究室の備品 (椅子等) の購入. 研究集会参加のための旅費.</p>					