

数学クォータ科目「基礎数学Ⅰ」第10回

三角関数とその性質

佐藤 弘康 / 日本工業大学 共通教育学群

今回の授業で理解してほしいこと

- 三角関数の定義
- 三角関数の相互関係

三角関数の定義

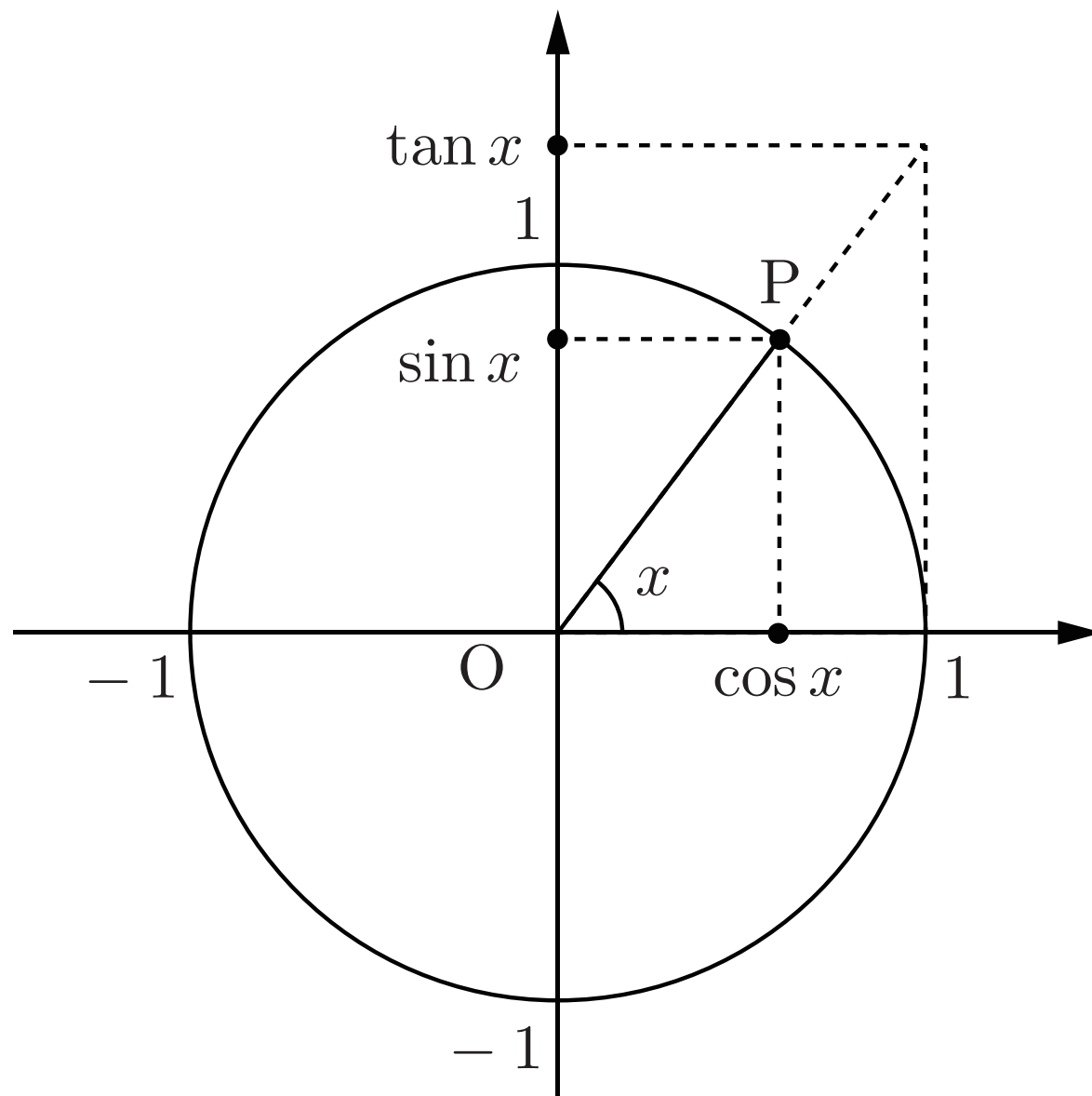
定義（三角関数）

実数 x に対し, 一般角 x ラジアン の

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \sin x \\ y = \cos x \\ y = \tan x \end{array} \right. \quad \text{を対応させる関数をそれぞれ} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{正弦関数} \\ \text{余弦関数} \\ \text{正接関数} \end{array} \right. \quad \text{という.}$$

- $y = \sin x$ と $y = \cos x$ は, 任意の実数 x に対して定義可能.
また, $-1 \leq y \leq 1$ である.
- $y = \tan x$ は, $\frac{\pi}{2} + m\pi$ (m は整数) を除く実数 x に対して定義可能.
また, $-\infty < y < \infty$ である.

三角関数の定義

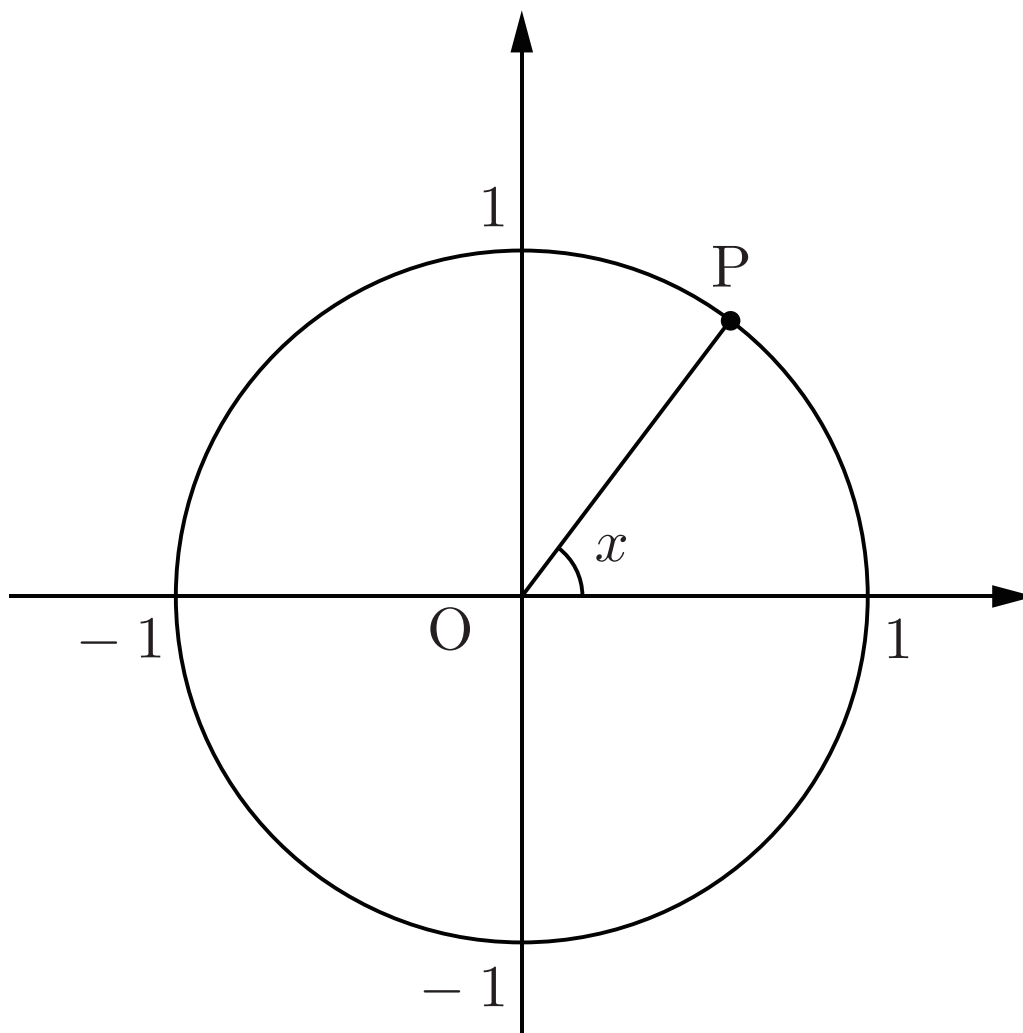


三角関数の相互関係

$$(1) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$(2) \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$(3) \tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$



三角関数の性質（１）周期性

- 一般角 x の動径 と $x + 2m\pi$ の動径 は一致するので,

$$\sin x = \sin(x + 2m\pi), \quad \cos x = \cos(x + 2m\pi) \quad (m \text{ は整数})$$

- $y = \sin x$ と $y = \cos x$ は 周期が 2π の周期関数 ※ である.
- $\tan x$ は一般角 x の動径の傾きに等しいので,

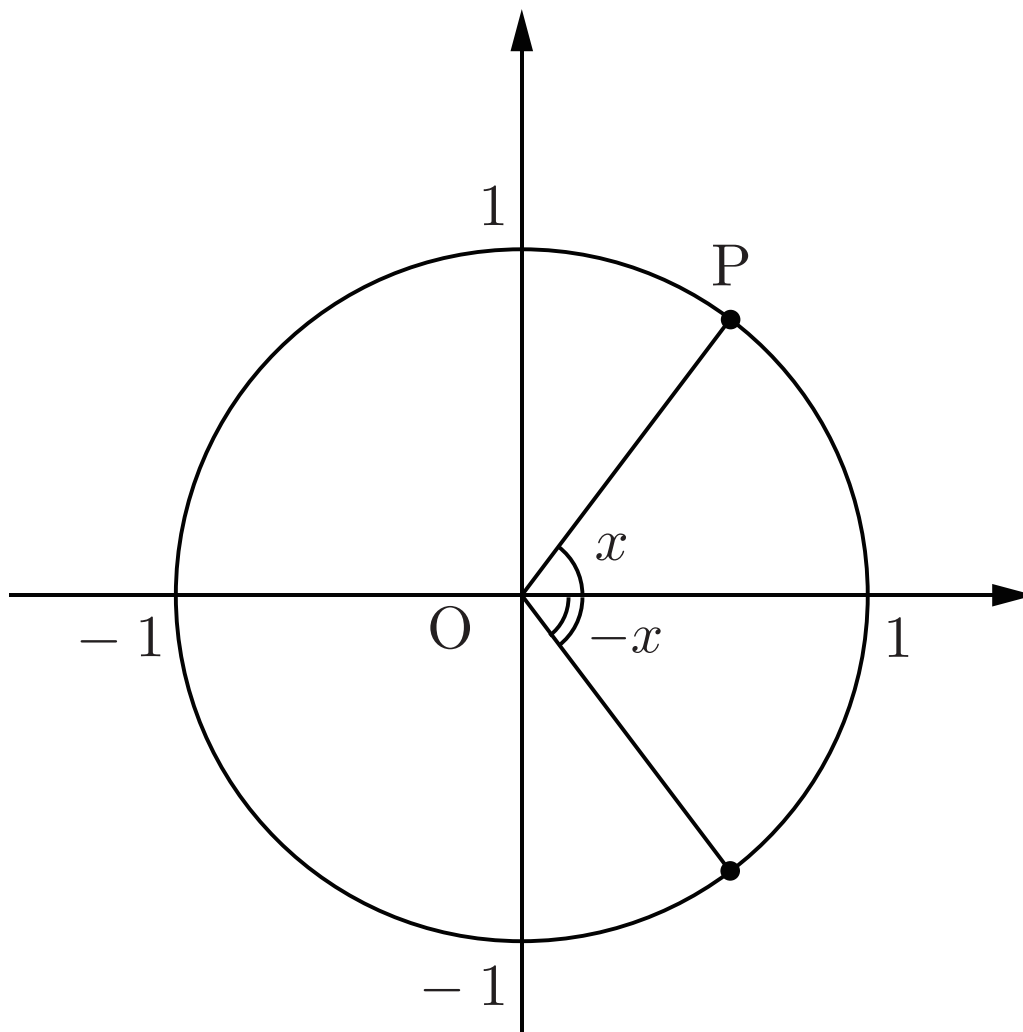
$$\tan x = \tan(x + m\pi) \quad (m \text{ は整数})$$

- $y = \tan x$ は 周期が π の周期関数 ※ である.

※ 一般に関数 $f(x)$ が $f(x) = f(x + c)$ を満たすとき, この等式を満たす最小の $c > 0$ に対して, 「関数 $f(x)$ は周期 c の 周期関数 である」という.

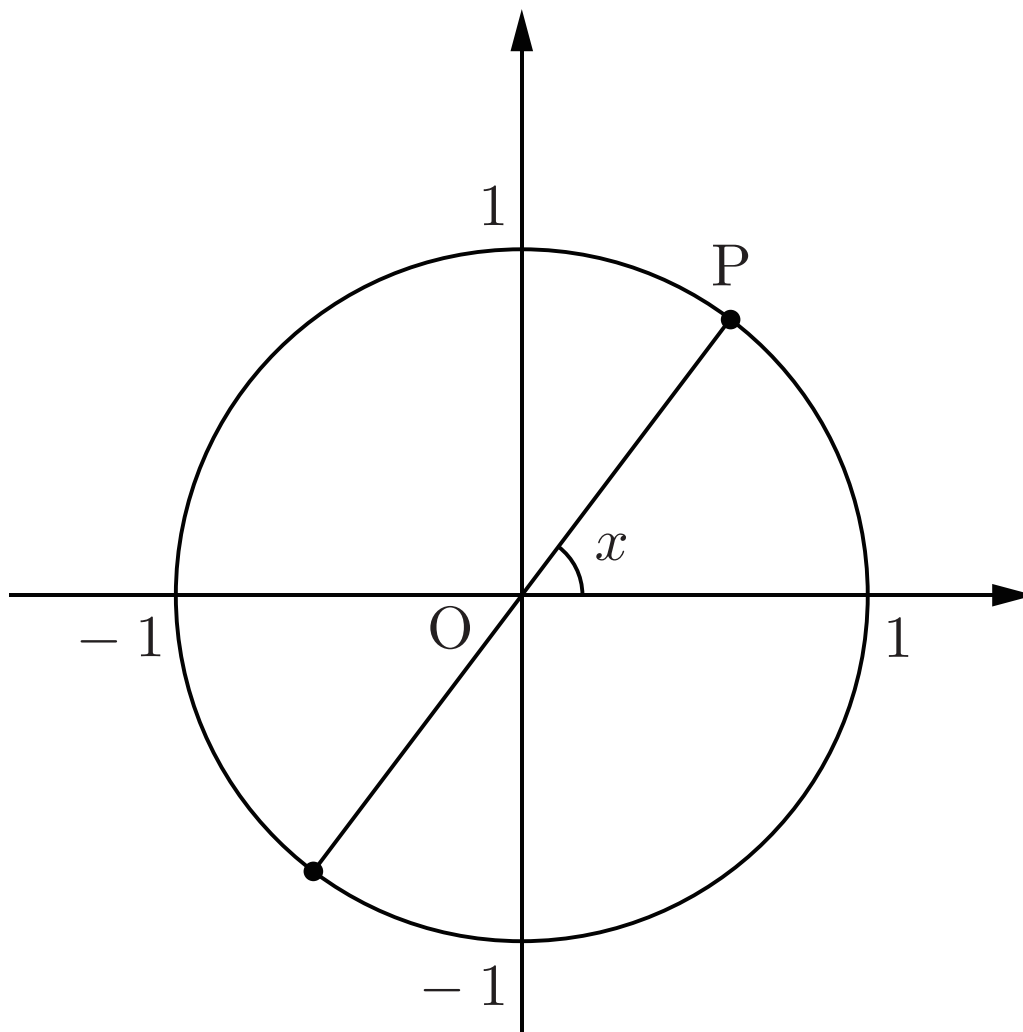
三角関数の性質 (2) x と $-x$ の三角比

- $\sin(-x) = -\sin x$
- $\cos(-x) = \cos x$
- $\tan(-x) = -\tan x$



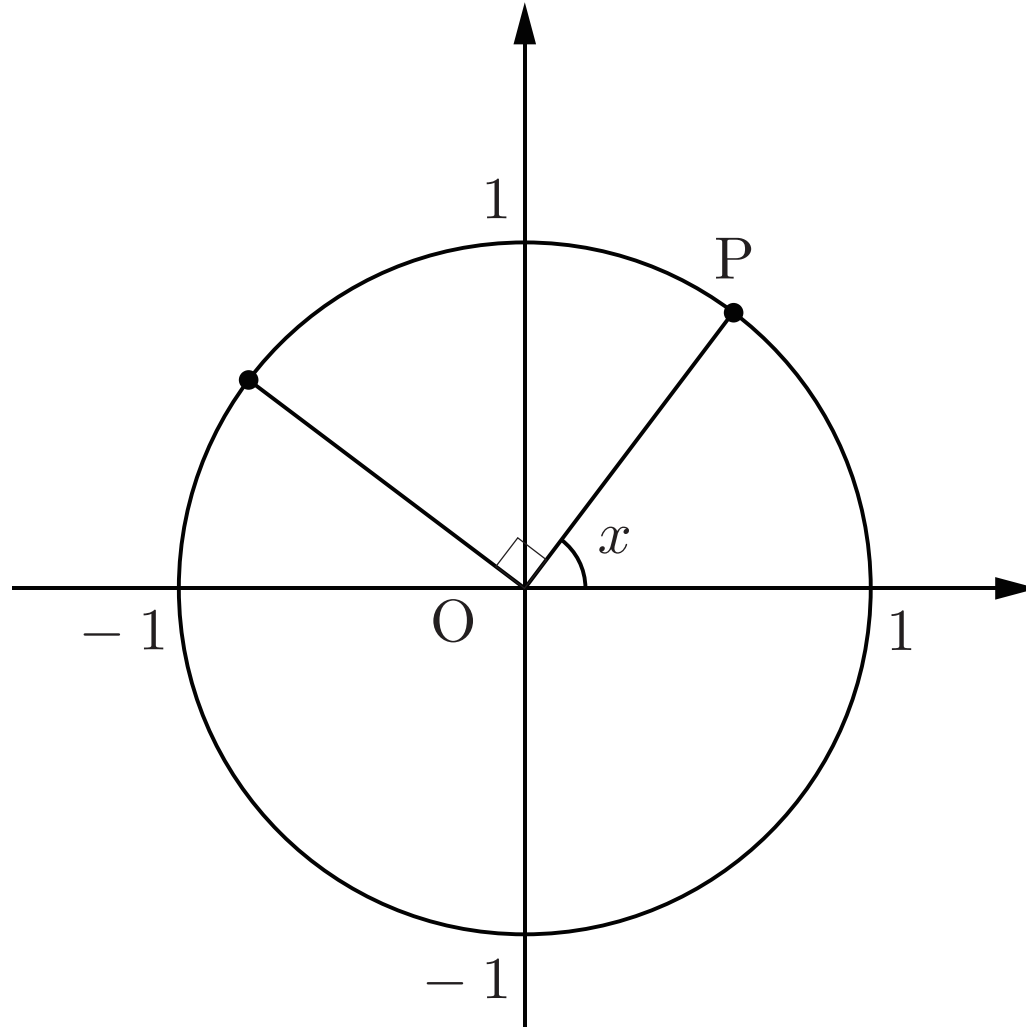
三角関数の性質（3） x と $x + \pi$ の三角比

- $\sin(x + \pi) = -\sin x$
- $\cos(x + \pi) = -\cos x$
- $\tan(x + \pi) = \tan x$



三角関数の性質（４） x と $x + \frac{\pi}{2}$ の三角比

- $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$
- $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$
- $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan x}$



まとめと復習（と予習）

- 三角関数とはどのように定義される関数ですか？
- 角 x の象限と, その三角関数の値の符号の関係は？
- 三角関数の周期とは何ですか？

教科書 p.54～p.58

問題集 44～50