

線形代数 I 演習

- (5) 行列のブロック分割 -

担当: 佐藤 弘康

問題 5.1. 次の行列 A, B を適当にブロック分割して, AB を計算せよ.

$$(1) A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & -4 \\ 3 & -1 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 5.2. 行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

に対して, $2A^3 - 3A^2$ を計算せよ.

定義 5.1. 正方行列 A が冪零 (べきれい) 行列であるとは, $A^k = O$ となる自然数 k が存在することである.

問題 5.3. 対角成分がすべて 0 の上三角行列

$$N = \begin{pmatrix} 0 & * & * & \cdots & * \\ 0 & 0 & * & \cdots & * \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

は冪零行列であることを示せ.