情報数学 III 第 3 回小テスト（レポート）　学籍番号 | | | | | | | 　氏名

$\boxed{\mathbf{1}}$ ある直交座標系において方程式 $x^2-2x-y^2-3y-1=0$ で表される図形（曲線）を $\mathcal{C}$ とする．原点の移動（座標の平行移動）によって座標変換したら，$\mathcal{C}$ の方程式が $aX^2+bY^2=c$ になったとする．このときの以下の問に答えなさい．

(1) (x,y) と (X,Y) の関係式を答えなさい．（3 点）
(2) XY-座標系における $\mathcal{C}$ の方程式 $aX^2+bY^2=c$ の定数 a,b,c を求めなさい．（4 点）

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\{O,\vec{e}_1,\vec{e}_2\}$ を平面の直交座標系とする．次の問に答えなさい．（各 3 点）

(1) $\vec{e'}_1=\frac{1}{2}\vec{e}_1-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_2, \vec{e'}_2=p\vec{e}_1+q\vec{e}_2$ と基底を変換するとき，

$$\begin{pmatrix} \vec{e'}_1 & \vec{e'}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \end{pmatrix} A$$

を満たす行列 A（変換行列）を求めなさい．
(2) $\{O,\vec{e}_1,\vec{e}_2\}$–座標系における点 P の座標を (x,y)，$\{O,\vec{e'}_1,\vec{e'}_2\}$–座標系における点 P の座標を $(x,' y')$ とする．このとき，(x,y) と (x',y') の関係式（変換式）を答えなさい．
(3) $\{O,\vec{e'}_1,\vec{e'}_2\}$ が定める座標系も直交座標系となるとき，p,q の値を求めなさい．ただし，A の行列式の値は正であるとする．

点/40 点

$\boxed{\mathbf{3}}$ 行列 $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$，ベクトル $\vec{d_1} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{d_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ に対し，点変換 f_1, f_2 を

$$f_1(\vec{p}) = A_1\vec{p} + \vec{d_1}, \quad f_2(\vec{p}) = A_2\vec{p} + \vec{d_2}$$

で定義する．以下の問に答えなさい．(各 4 点)

(1) f_1 と f_2 の合成を $f_1 \circ f_2(\vec{p}) = B_1\vec{p} + \vec{v_1}$ とする．このとき，行列 B_1 とベクトル $\vec{v_1}$ を求めなさい．
(2) f_1 の逆変換を $f_1^{-1}(\vec{p}) = B_2\vec{p} + \vec{v_2}$ とする．このとき，行列 B_2 とベクトル $\vec{v_2}$ を求めなさい．
(3) $f_2 = f_1 \circ g$ を満たす点変換 g を $g(\vec{p}) = B_3\vec{p} + \vec{v_3}$ とする．このとき，行列 B_3 とベクトル $\vec{v_3}$ を求めなさい．

$\boxed{\mathbf{4}}$ 行列 $R_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$，$S_\phi = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ \sin\phi & -\cos\phi \end{pmatrix}$ に対し，次の問に答えなさい．(各 4 点)

(1) $R_\theta R_\phi = R_{\theta+\phi}$ が成り立つことを示しなさい．
(2) R_θ^{-1} を求めなさい．
(3) $S_\theta = AR_\theta$ を満たす行列 A を求めなさい．