情報数学 III 第 4 回小テスト（レポート） 解答

$\boxed{1}$ 求めるものは連立 1 次方程式

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = -4 \\ -x - y + 3z = 5 \\ -2x + y = 4 \end{cases} \tag{0.1}$$

の解である．この連立方程式の拡大係数行列は以下のように行基本変形できる．

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & 3 & 5 \\ -2 & 1 & 0 & 4 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -4 & 11 & 11 \\ 1 & 1 & -3 & -5 \\ 0 & 3 & -6 & -6 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -4 & 11 & 11 \\ 1 & 1 & -3 & -5 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \end{array}\right)$$
$$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \end{array}\right)$$
$$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

したがって，(0.1) の解は $x = -2$, $y = 0$, $z = 1$．つまり，3 平面の交点の座標は $\underline{(-2, 0, 1)}$ である．

$\boxed{2}$ 求めるものは連立 1 次方程式

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = -10 \\ -x - 2y + 3z = 7 \end{cases} \tag{0.2}$$

の解である．この連立方程式の拡大係数行列は以下のように行基本変形できる．

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -4 & -10 \\ -1 & -2 & 3 & 7 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \end{array}\right)$$

これは，連立方程式 (0.2) が

$$\begin{cases} x \quad + \quad z = 1 \\ \quad y - 2z = -4 \end{cases} \tag{0.3}$$

と簡略化できることを意味している[*1]．ここで，両方の式に含まれる未知数 z を $z = k$ とおくと，$x = -k + 1, y = 2k - 4$（k は任意の実数）．したがって，$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k+1 \\ 2k-4 \\ k \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}}$ であり，これが 2 平面の交線のパラメーター表示である．

[*1] もっと厳密にいうと (0.2) の解の全体と (0.3) の解の全体は同じ．

情報数学 III 第 4 回小テスト（レポート） 解答

$\boxed{\mathbf{3}}$

(1) $\det\begin{pmatrix} 1 & x & y & z \\ 1 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & 10 & 2 & -4 \end{pmatrix} = 0$ を計算すればよい．$\underline{2x - 3y + z = 10}$.

(2) $\begin{pmatrix} 1+2t \\ t \\ 4+3t \end{pmatrix}$．ただし，表し方は一通りではない．

(3) (2) を (1) の式に代入して t に関する方程式を解き，その解を (2) の式に代入する．$\underline{(3, 1, 7)}$.

(4) (1) の平面のパラメーター表示は $\begin{pmatrix} 1-t+9s \\ -1-t+3s \\ 5-t-9s \end{pmatrix}$．これを行列 M で移すと

$$\begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-t+9s \\ -1-t+3s \\ 5-t-9s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-12s \\ -6s \\ 4-18s \end{pmatrix}$$

となる．これは点 $(1, 0, 4)$ を通り，方向ベクトルが $\vec{v} = (-12, -6, -18) = -6(2, 1, 3)$ の直線である．$(1, 0, 4)$ は直線 l 上の点であり，$\vec{v}$ も l の方向ベクトルと平行である．したがって，平面 π の f による像は l である．