情報数学 III 期末試験 略解　　2010 年度（担当：佐藤）

$\boxed{\mathbf{1}}$

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$

(2) $\Phi_A(t) = \det(tE_2 - A) = (t+2)(t-2)$ より，A の固有値は $\pm\mathbf{2}$.

(3) (2) の結果から，問題の 2 次方程式が $2\tilde{x}^2 - 2\tilde{y}^2 = 1$ となるように座標変換できる．したがって，この 2 次曲線は双曲線.

$\boxed{\mathbf{2}}$

(1) この行列は一意には決まらない．S の同時座標の決め方に依る．S の同次座標を $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}$ とすると，$\varphi_S = \begin{pmatrix} -8 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -8 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix}$.

(2) $\varphi_S(A) = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} \\ \frac{4}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$，$\varphi_S(B) = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$，$\varphi_S(C) = \begin{pmatrix} 3 \\ -\frac{2}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$，

$\varphi_S(D) = \begin{pmatrix} \frac{11}{9} \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

(3)（ウ）

$\boxed{\mathbf{3}}$ (i) P も $\vec{v}$ も一意には決まらない．平面 π の法線ベクトルを $\vec{n}$ とおくと，P は「第 3 列が $\vec{n}$ と平行となるような直交行列」で，$\vec{v}$ は「$\vec{n}\cdot\vec{v} = 2$ を満たすベクトル」であればよい．たとえば，$P = \begin{pmatrix} \frac{4}{\sqrt{42}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{14}} \\ \frac{5}{\sqrt{42}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{14}} \\ -\frac{1}{\sqrt{42}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{3}{\sqrt{14}} \end{pmatrix}$，$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(ii) M_1 は（ウ），M_2 は（ア），M_3 は（ウ）.

この授業に関する情報
http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2010/im3.html