情報数学 III 第 1 回小テスト問題　　　　　　　　　2010.9.27（担当：佐藤）

1 ベクトル $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\-1\\1\end{pmatrix}$ に対し，以下の問に答えなさい．

(1) ベクトル $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{v}=3\vec{a}+2\vec{b}$ を成分表示しなさい．（各 4 点） $\vec{u}=\begin{pmatrix}3\\3\\-4\end{pmatrix}$, $\vec{v}=\begin{pmatrix}-1\\4\\-7\end{pmatrix}$

(2) 長さ $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$ を求めなさい．（各 4 点） $|\vec{u}|=\sqrt{34}$、$|\vec{v}|=\sqrt{66}$

(3) 内積 $\vec{u}\cdot\vec{v}$ を求めなさい．（5 点） $\vec{u}\cdot\vec{v}=37$

(4) ベクトル $\vec{u},\vec{v}$ のなす角 θ の余弦 $\cos\theta$ を求めなさい．（8 点） $\cos\theta=\dfrac{37}{2\sqrt{561}}$

2 ベクトル $\vec{a}=\begin{pmatrix}-2\\1\\4\end{pmatrix}$ に直交するベクトルを <u>ひとつ</u> 答えなさい．ただし，零ベクトル以外とする．（15 点）

$\vec{a}$との内積が0になればいいので無数にある。たとえば $\begin{pmatrix}0\\-4\\1\end{pmatrix}$

3 ベクトル $\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\-2\\3\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}$ に対し，以下の問に答えなさい．（各 12 点）

$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\7\\2\end{pmatrix}$

(1) 外積 $\vec{a}\times\vec{b}$ を求めなさい．

(2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に直交する長さが 1 のベクトルを <u>ひとつ</u> 答えなさい．

4 ベクトル $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}$ と $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\k\\4\end{pmatrix}$ に対し，外積 $\vec{a}\times\vec{b}$ が零ベクトルとなるときの実数 k の値を求めなさい．（20 点）

$k=0$

5 ベクトル $\vec{a}$ に対し，ベクトル $\vec{b}$ と $\vec{c}$ は

$$「\ \vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c} \quad かつ \quad \vec{a}\times\vec{b}=\vec{a}\times\vec{c}\ 」 — (*)$$

を満たしているとする．このとき，$\boxed{\vec{b}=\vec{c}\text{が成り立つ}}$かどうか考察し，その理由を説明（証明）しなさい．ただし，$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ はどれも零ベクトルでないとする．（12 点）

ヒント　内積、外積の線形性より (*)式は

「$\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{c})=0$ かつ $\vec{a}\times(\vec{b}-\vec{c})=\vec{0}$」—(*)'

と書きなおすことができる。$\vec{d}=\vec{b}-\vec{c}$ とおくと、(*)'は

「$\vec{a}\cdot\vec{d}=0$ かつ $\vec{a}\times\vec{d}=\vec{0}$」—(*)''

となる。(*)''を満たす$\vec{d}$はどのようなベクトルか考えよ。