情報数学 III 期末試験　　学籍番号 | | | | | | | |　　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

点/40 点

1　2 次方程式

$$x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2 = 1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \ (*)$$

に対して，以下の問に答えなさい．（各 4 点）

(1) (*)式を行列とベクトルを用いて

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$$

と表すときの行列 A を答えなさい．

(2) 行列 A の固有値を求めなさい．

(3) (*)式が表す 2 次曲面がどのような図形（放物線，楕円，双曲線）か答えなさい．

(1) A ＿＿＿＿＿＿＿＿　(2) ＿＿＿＿＿＿＿＿　(3) ＿＿＿＿＿＿＿＿

（2011.1.17 担当：佐藤）

学籍番号 | | | | | | | 氏名 ____________________

2　$S = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ を視点とし，平面 $z = 0$ を投影面とする透視投影を φ_S とする．以下の問に答えなさい．

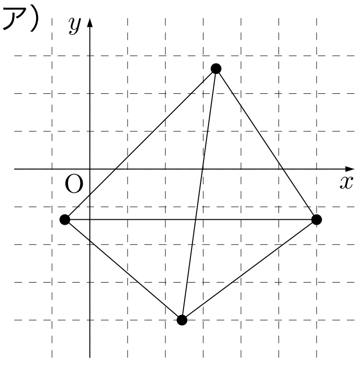
(1) 同次座標において φ_S は行列の積で表すことができる．その <u>4 次正方行列</u> を答えなさい．（3 点）

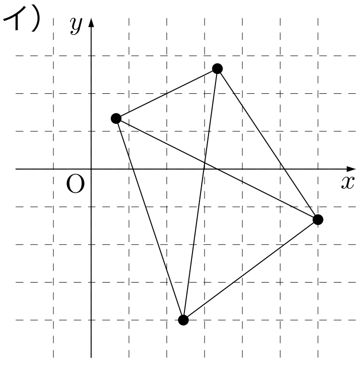
(2) 4 点 $A = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{5}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$ の φ_S による像 $\varphi_S(A)$, $\varphi_S(B)$, $\varphi_S(C)$, $\varphi_S(D)$ を求め，<u>直交座標で答えなさい</u>．（各 2 点）

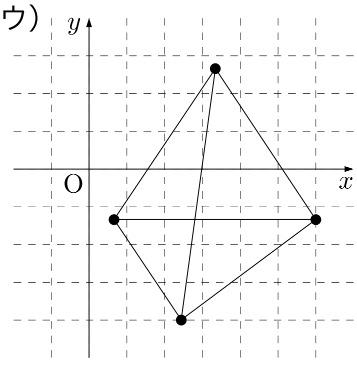
(3) 4 点 A, B, C, D を頂点とする四面体の φ_S による像のワイヤーフレームとして正しいものを（ア）～（ウ）の中から選びなさい（ただしグラフの 1 目盛りは 0.5）．（2 点）

(1) φ_S ____________________

(2) $\varphi_S(A)$　　$\varphi_S(B)$　　$\varphi_S(C)$　　$\varphi_S(D)$ ____________________

（ア）


（イ）


（ウ）


(3) ____________

$\boxed{\mathbf{3}}$ S を視点とし，方程式 $2x - y + 3z = 2$ で与えられる平面 π を投影面とする透視投影を Φ_S とする．(i) 次の文中の <u>直交行列 P</u> と <u>ベクトル $\vec{v}$</u> を求めなさい．さらに，(ii) <u>行列 M_1，M_2，M_3 として適当なもの</u> を（ア）〜（エ）の中から選びなさい；$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \boldsymbol{P} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} + \boldsymbol{\vec{v}}$ と座標変換すると，平面 π の方程式は $\tilde{z} = 0$ となる．このとき，視点 S の xyz-座標，$\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$-座標における同次座標表示をそれぞれ $\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_0 \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_1 \\ \tilde{\sigma}_2 \\ \tilde{\sigma}_3 \\ \tilde{\sigma}_0 \end{bmatrix}$ とすると，$\begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_1 \\ \tilde{\sigma}_2 \\ \tilde{\sigma}_3 \\ \tilde{\sigma}_0 \end{bmatrix} = \boldsymbol{M_1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_0 \end{bmatrix}$ となる．点 A の xyz-座標における同次座標を $\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_0 \end{bmatrix}$ とすると，点 A の Φ_S による像は $\boldsymbol{M_2} \begin{pmatrix} -\tilde{\sigma}_3 & 0 & \tilde{\sigma}_1 & 0 \\ 0 & -\tilde{\sigma}_3 & \tilde{\sigma}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\sigma}_0 & -\tilde{\sigma}_3 \end{pmatrix} \boldsymbol{M_3} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_0 \end{bmatrix}$ となる．（P が 5 点，$\vec{v}$ が 4 点，M_i は各 2 点）

(i) P　　　　$\vec{v}$　　　　(ii) M_1　　　　M_2　　　　M_3

（ア）$\left(\begin{array}{ccc|c} & P & & \vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$　（イ）$\left(\begin{array}{ccc|c} & {}^tP & & -\vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$　（ウ）$\left(\begin{array}{ccc|c} & {}^tP & & -{}^tP\vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$　（エ）$\left(\begin{array}{ccc|c} & P & & P\vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$