

--	--	--	--	--	--	--

1 2 次方程式

$$16x^2 + 24xy + 9y^2 + 5x = 1$$

..... (*)

に対して，以下の間に答えなさい．（各 4 点）

- (1) (*) 式を行列とベクトルを用いて

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$$

と表すときの行列 A を答えなさい．

- (2) 行列 A の固有値を求めなさい．
 (3) (*) 式が表す 2 次曲面がどのような図形（放物線，楕円，双曲線）か答えなさい．

(1) A

(2)

(3)

--	--	--	--	--	--	--

2 $S = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ を視点とし, 平面 $z = 0$ を投影面とする透視投影を φ_S とする. 以下の間に答えなさい.

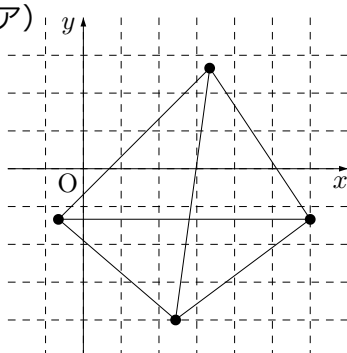
(1) 同次座標において φ_S は行列の積で表すことができる. その 4 次正方行列 を答えなさい. (3 点)

(2) 4 点 $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{5}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ の φ_S による像 $\varphi_S(A)$, $\varphi_S(B)$, $\varphi_S(C)$, $\varphi_S(D)$ を求め, 直交座標で答えなさい. (各 2 点)

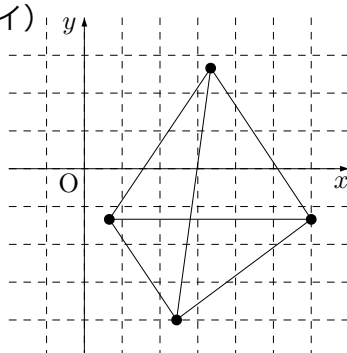
(3) 4 点 A, B, C, D を頂点とする四面体の φ_S による像のワイヤーフレームとして正しいものを (ア) ~ (ウ) のなかから選びなさい (ただしグラフの 1 目盛りは 0.5). (2 点)

(1) φ_S (2) $\varphi_S(A)$ $\varphi_S(B)$ $\varphi_S(C)$ $\varphi_S(D)$

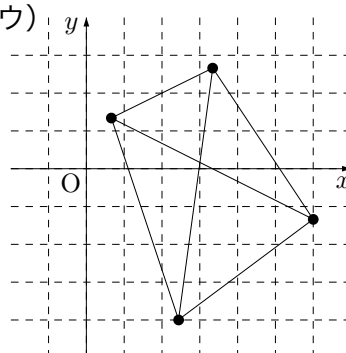
(ア)



(イ)



(ウ)



(3)

--	--	--	--	--	--	--

3 S を視点とし, 方程式 $x + 2y - 2z = -1$ で与えられる平面 π を投影面とする透視投影を Φ_S とする. (i) 次の文中の直交行列 P とベクトル \vec{v} を求めなさい. さらに, (ii) 行列 M_1, M_2, M_3 として適当なものを (ア) ~ (工) の中から

選びなさい; $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} + \vec{v}$ と座標変換すると, 平面 π の方程式は $\tilde{z} = 0$ となる. このとき, 視点 S の xyz -

座標, $\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ -座標における同次座標表示をそれぞれ $\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_1 \\ \tilde{\sigma}_2 \\ \tilde{\sigma}_3 \\ \tilde{\sigma}_0 \end{bmatrix}$ とすると, $\begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_1 \\ \tilde{\sigma}_2 \\ \tilde{\sigma}_3 \\ \tilde{\sigma}_0 \end{bmatrix} = M_1 \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_0 \end{bmatrix}$ となる. 点 A の

xyz -座標における同次座標を $\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_0 \end{bmatrix}$ とすると, 点 A の Φ_S による像は $M_2 \begin{pmatrix} -\tilde{\sigma}_3 & 0 & \tilde{\sigma}_1 & 0 \\ 0 & -\tilde{\sigma}_3 & \tilde{\sigma}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\sigma}_0 & -\tilde{\sigma}_3 \end{pmatrix} M_3 \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_0 \end{bmatrix}$

となる. (P が 5 点, \vec{v} が 4 点, M_i は各 2 点)

(i) P \vec{v} (ii) M_1 M_2 M_3

$$(ア) \left(\begin{array}{ccc|c} & P & & \vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$(イ) \left(\begin{array}{ccc|c} & {}^tP & & -\vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$(ウ) \left(\begin{array}{ccc|c} & P & & P\vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$(エ) \left(\begin{array}{ccc|c} & {}^tP & & -{}^tP\vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

注意事項

- 問題・答案用紙は全部で 3 枚 です（これは裏です）。すべての用紙の表に学籍番号と名前を記入すること。
- 解答は各問題用紙の表の余白（問題文の下）に書くこと。なお解答だけでなく、解を導き出す過程をできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な解答や字が粗暴なものは加点しない。
- 裏は計算用紙として使用してよい（採点の際、裏は見ません）。
- 試験時間は 14:30 までとする。
- 試験時間中は自身の答案の作成に集中すること。不正行為と間違われるような行為を行った者 は即刻試験を終了し、事務に通告する。