問題 5.4. (1) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 11 & -1 & 7 \\ 1 & 7 & -3 \end{pmatrix}$　(2) $AB = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 3 \\ 10 & -2 & -1 \\ -3 & -7 & 4 \end{pmatrix}$

問題 5.5. (a) ${}^tA \cdot A = \begin{pmatrix} 30 & -4 & 2 \\ -4 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$　(b) ${}^tA \cdot A = \begin{pmatrix} 13 & 13 & -4 \\ 13 & 27 & 0 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$

問題 5.6. （省略）$A \cdot {}^tA = {}^tA \cdot A = E_n$ となることを計算して示せばよい．
行列式の値は (1) が -1，(2) が 1．

問題 5.7. 行列 $S_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}$ が定める線形変換について．

(1) （省略）

(2) $S_\theta \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\, X + \sin\theta\, Y \\ \sin\theta\, X - \cos\theta\, Y \end{pmatrix}$

(3) $\vec{m} = \dfrac{1}{2}\left(\vec{p} + S_\theta \vec{p}\right) = \dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} (1+\cos\theta)\, X + \sin\theta\, Y \\ \sin\theta\, X + (1-\cos\theta)\, Y \end{pmatrix}$

(4) $\vec{m}$ が直線 $y = \left(\tan\frac{\theta}{2}\right) x$ 上の点であるためには

$$\frac{\sin\theta\, X + (1-\cos\theta) Y}{(1+\cos\theta)\, X + \sin\theta\, Y} = \tan\frac{\theta}{2}$$

が成り立てばよい．実際，三角関数の倍角の公式[*1]を使うと

$$\begin{aligned}
\frac{\sin\theta\, X + (1-\cos\theta)\, Y}{(1+\cos\theta)\ X + \sin\theta\, Y} &= \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, X + \left\{1 - \left(\cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}\right)\right\} Y}{\left\{1 + \left(\cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}\right)\right\}\ X + 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, Y} \\
&= \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, X + \left\{\left(1 - \cos^2\frac{\theta}{2}\right) + \sin^2\frac{\theta}{2}\right\} Y}{\left\{\cos^2\frac{\theta}{2} + \left(1 - \sin^2\frac{\theta}{2}\right)\right\}\ X + 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, Y} \\
&= \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, X + 2\sin^2\frac{\theta}{2}\, Y}{2\cos^2\frac{\theta}{2}\, X + 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, Y} \\
&= \frac{\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}\, X + \sin\frac{\theta}{2}\, Y\right)}{\cos\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2} X + \sin\frac{\theta}{2}\, Y\right)} = \tan\frac{\theta}{2}.
\end{aligned}$$

(5) 2 点 $\vec{p}$，$S_\theta\vec{p}$ を通る直線の傾きが $-\dfrac{1}{\tan\frac{\theta}{2}}$ であることの証明も (4) の計算とほとんど同様である（省略）．

[*1] $\theta = \frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2}$ とみる．