微分積分学 **I**

科 目 名 微分法　　　　　　出 題 者 名　　　　佐藤 弘康

1　次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to-3}\frac{x^2+4x+3}{x+3}$

$$\lim_{x\to-3}\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\lim_{x\to-3}\frac{(x+1)(x+3)}{x+3}$$
$$=\lim_{x\to-3}(x+1)$$
$$=-3+1$$
$$=-2 \quad【1 点】$$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$

$$\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}$$
$$=\lim_{x\to2}\frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}$$
$$=\lim_{x\to2}\frac{1}{\sqrt{x+2}+2}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2+2}+2}$$
$$=\frac{1}{4}\quad【1 点】$$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{x+\sqrt{3}}\right)$

$$\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{x+\sqrt{3}}\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\times\frac{(x+\sqrt{3})-\sqrt{3}}{\sqrt{3}(x+\sqrt{3})}$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\times\frac{x}{\sqrt{3}(x+\sqrt{3})}$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{1}{\sqrt{3}(x+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{3}(0+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{1}{3}\quad【1 点】$$

2　導関数の定義にしたがって, 関数 $y=2\sqrt{x}$ を微分せよ.

教科書 p.3 例題 1 を参照【1 点】

日本工業大学

3　次の関数を微分せよ.

(1) $y=3x^4-2x^3+5x+3$

$$y'=12x^3-6x^2+5\quad【1 点】$$

(2) $y=(3-2x)^6$

$$y'=6(3-2x)^{6-1}\times(-2)=-12(3-2x)^5\quad【1 点】$$

(3) $y=\sqrt[3]{x+3}$

$$y'=\frac{1}{3}(x+3)^{\frac{1}{3}-1}=\frac{1}{3}(x+3)^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}\quad【1 点】$$

(4) $y=\tan(3x+4)$

$$y'=\frac{1}{\cos^2(3x+4)}\times(3x+4)'=\frac{3}{\cos^2(3x+4)}\quad【1 点】$$

(5) $y = (x^2 + 3)\sqrt{2x - 1}$

$$y' = 2x\sqrt{2x-1} + (x^2+3) \times \frac{1}{2}(2x-1)^{-\frac{1}{2}} \times 2$$
$$= 2x\sqrt{2x-1} + \frac{x^2+3}{\sqrt{2x-1}}$$
$$= \frac{5x^2 - 2x + 3}{\sqrt{2x-1}} \quad \text{【1 点】}$$

(6) $y = \dfrac{x + 7}{3 - x}$

$$y' = \frac{(3-x) - (x+7) \times (-1)}{(3-x)^2} = \frac{10}{(3-x)^2} \quad \text{【1 点】}$$

(7) $y = \cos \dfrac{1}{x}$

$$y' = -\sin\frac{1}{x} \times \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2} \cdot \sin\frac{1}{x} \quad \text{【1 点】}$$

(8) $y = x^2 \sin x$

$$y' = 2x \sin x + x^2 \cos x \quad \text{【1 点】}$$

(9) $y = \cos^2\left(\sqrt{\dfrac{2x-1}{3x+1}}\right)$

$$y' = 2\cos\left(\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right) \times \left(-\sin\left(\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right)\right) \times \left(\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right)'$$
$$= -2\cos\left(\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right)\sin\left(\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right) \times \left(\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right)'$$
$$= -\sin\left(2\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right) \times \left(\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right)'$$
$$= -\sin\left(2\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right) \times \frac{1}{2}\left(\frac{2x-1}{3x+1}\right)^{-\frac{1}{2}} \times \left(\frac{2x-1}{3x+1}\right)'$$
$$= -\frac{1}{2}\sin\left(2\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right) \times \sqrt{\frac{3x+1}{2x-1}}$$
$$\quad \times \frac{(2x-1)'(3x+1) - (2x-1)(3x+1)'}{(3x+1)^2}$$
$$= -\frac{1}{2}\sin\left(2\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right) \times \sqrt{\frac{3x+1}{2x-1}}$$
$$\quad \times \frac{2(3x+1) - 3(2x-1)}{(3x+1)^2}$$
$$= -\frac{1}{2}\sin\left(2\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right) \times \sqrt{\frac{3x+1}{2x-1}} \times \frac{5}{(3x+1)^2}$$
$$= -\frac{5}{2(3x+1)\sqrt{(2x-1)(3x+1)}}\sin\left(2\sqrt{\frac{2x-1}{3x+1}}\right) \quad \text{【3 点】}$$