連続性と（偏）微分可能性

1 変数関数 : $f(x)$	2 変数関数 : $f(x,y)$
$x=a$ において連続 $\Leftrightarrow f(a)=\lim_{x\to a} f(x)$	$(x,y)=(a,b)$ において連続 $\Leftrightarrow f(a,b)=\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y)$
$x=a$ において微分可能 $\Leftrightarrow$ 次の極限 $f'(a)$ が存在する; $f'(a)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$	$(x,y)=(a,b)$ において偏微分可能 $\Leftrightarrow$ 次の極限 $f_x(a,b), f_y(a,b)$ が存在する; $\begin{cases} f_x(a,b)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+h,b)-f(a,b)}{h} \\ f_y(a,b)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a,b+h)-f(a,b)}{h} \end{cases}$
$x=a$ で微分可能 $\Longrightarrow x=a$ で連続	$(x,y)=(a,b)$ で偏微分可能 $\not\Longrightarrow (x,y)=(a,b)$ で連続 （教科書 p.145 例 4.1）

(1)

全微分

1 変数関数 : $f(x)$	2 変数関数 : $f(x,y)$
$x=a$ において微分可能 $\Leftrightarrow$ 適当な定数 A をえらんで $f(a+h)-f(a)=Ah+h\varepsilon(h)$ としたとき, $\lim_{h\to 0}\varepsilon(h)=0.$ ($A=f'(a)$) $\Updownarrow$ $x=a$ の近傍における $f(x)$ の 1 次近似を与える). （a における接線の存在性）	$(x,y)=(a,b)$ において全微分可能 $\Leftrightarrow$ 適当な定数 A,B をえらんで $f(a+h,b+k)-f(a,b)$ $=Ah+Bk+\sqrt{h^2+k^2}\,\varepsilon(h,k)$ としたとき, $\lim_{(h,k)\to(0,0)}\varepsilon(h,k)=0.$ ($A=f_x(a,b), B=f_y(a,b)$) $\Updownarrow$ $(x,y)=(a,b)$ の近傍における $f(x,y)$ の 1 次近似を与える. （(a,b) における接平面の存在性）

$f(x,y)$ が $(x,y)=(a,b)$ で全微分可能 $\Longrightarrow (x,y)=(a,b)$ で連続

(2)