問題 3.2.

(1) 例えば，$(2+t, 3-2t)$

(2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2+t \\ 3-2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-3t \\ -13+4t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -13 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

l の f による像 l' は直線でその方向ベクトルは $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

直線の方程式は $4x+3y=-7$.

(3) $f(A)=(8,-13)$，$f(B)=(5,-9)$

(4) $4x+3y=-7$

(5) 2 点 A, B を通る直線のアフィン変換 f による像は，2 点 $f(A), f(B)$ を通る直線に他ならない．したがって，異なる 2 点の像が再び異なる点ならば像は直線であり，異なる 2 点の像が同じ点に移るならば像は 1 点につぶれてしまう．

問題 3.3. 問題 3.2 (1)(2) と同様の方針で調べてもよいが，上の解の (5) で述べたことに基づいて調べてみる．2 点 $(-2,0)$，$(2,2)$ の像は

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

となる．したがって，上記の 2 点を通る直線は 1 点 $(-2,-4)$ に移る．