問題 1.1. (1) $|\vec{u}| = 2,\ |\vec{v}| = 4, \vec{u}\cdot\vec{v} = 4,\ \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ （つまり，$\theta = \dfrac{\pi}{3}$）.

(2) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$. したがって，$|\vec{u}| = \sqrt{11},\ |\vec{v}| = \sqrt{5}, \vec{u}\cdot\vec{v} = -9,\ \cos\theta = -\dfrac{9}{\sqrt{55}}$ （$\cos\theta < 0$ であるから，θ が鈍角であることがわかる）.

問題 1.2. $\vec{a}\times\vec{b}$ は $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のどちらとも直交する．したがって，$(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{a} = (\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{b} = 0$.

(1) $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ (2) $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

問題 1.3. ベクトルの外積は <u>結合法則が成り立たない</u>．つまり，一般に

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) \neq (\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}$$

である．また，常に

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$$

が成り立つ．

(1)(3) $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c} = \begin{pmatrix} -11 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ (2) $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ -10 \end{pmatrix}$

問題 1.4. $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に直交するベクトルは $\vec{a}\times\vec{b}$ を実数倍したベクトルである．長さが 1 であるから，求めるベクトルは $\pm\dfrac{1}{|\vec{a}\times\vec{b}|}\vec{a}\times\vec{b}$ である．

(1) $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $|\vec{a}\times\vec{b}| = \sqrt{14}$. したがって，$\pm\dfrac{1}{\sqrt{14}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

(2) $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}$, $|\vec{a}\times\vec{b}| = \sqrt{65}$. したがって，$\pm\dfrac{1}{\sqrt{65}}\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}$.

問題 1.5. （省略）