問題 3.1.

(1) $A\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ -13 \end{pmatrix}$, $A\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \end{pmatrix}$

(2) 直線 l の媒介変数表示は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+t \\ 3-2t \end{pmatrix}.$$

これを A で線形変換すると

$$A \begin{pmatrix} 2+t \\ 3-2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-3t \\ -13+4t \end{pmatrix}.$$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-3t \\ -13+4t \end{pmatrix}$，つまり，$x = 8-3t$, $y = -13+4t$ とおいてこの 2 式から t を消去すると $\boldsymbol{4x+3y=-7}$. これが直線 l' の方程式である.

(3) これも $\boldsymbol{4x+3y=-7}$ となる（確かめよ）.

問題 3.2.

直線 l の媒介変数表示は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+4t \\ 2t \end{pmatrix}.$$

これを行列 $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ で線形変換すると

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2+4t \\ 2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

つまり，直線 l 上の点はすべて 1 点 $\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$ に移る（直線が 1 点に「つぶれる」）.