情報数学 III 中間試験

学籍番号 | | | | | | | | 氏名

$\boxed{1}$ 次の各問に答えなさい．なお，ベクトルの成分はある直交座標系における成分であるとする．(各 4 点)

(1) ベクトルの内積の定義を述べなさい．

(2) ベクトル $\vec{a} = (1, 2, 3)$ と $\vec{b} = (2, \alpha, \beta)$ に対し，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の外積 $\vec{a} \times \vec{b}$ が零ベクトルであるとする．このとき，α, β の値を求めなさい．

$\boxed{2}$ $\{O; \vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ を平面の座標系とし，この座標系における P の座標を $(1, 2)$ とする．このとき，次の各問に答えなさい．(各 4 点)

(1) $\{O; \vec{e}_1, \vec{e}_2\}$-座標系における点 O' の座標を $(-5, 2)$ とするとき，$\{O'; \vec{e}_1, \vec{e}_2\}$-座標系における P の座標を求めなさい．

(2) 平面ベクトルの基底 $\{\vec{f}_1, \vec{f}_2\}$ が関係式

$$\begin{cases} \vec{e}_1 = 2\vec{f}_1 + \vec{f}_2 \\ \vec{e}_2 = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 \end{cases}$$

を満たすとする．このとき，$\{O; \vec{f}_1, \vec{f}_2\}$-座標系における P の座標を求めなさい．

$\boxed{3}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & k \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$ に対して，次の問に答えなさい．(各 4 点)

(1) A が直交行列となるような k の値を求めなさい．

(2) k が (1) の値のとき，A の逆行列を答えなさい．

学籍番号 | | | | | | |

点/40 点

$\boxed{\mathbf{4}}$ ある直交座標系を定めた平面において，2 点 $A(1,2), B(-2,1)$ を通る直線を l とする．また，原点を中心に $\frac{\pi}{4}$ だけ反時計周りに回転させる線形変換を f とする．このとき，以下の問に答えなさい．(各 4 点)

(1) l 上の点をパラメーター表示しなさい．

(2) 点 $(-5,0)$ が l 上の点かどうか判定しなさい．

(3) f の表現行列（つまり，$f(\vec{p}) = M\vec{p}$ を満たす行列 M）を答えなさい．

(4) 線形変換 f で直線 l を変換した像を l' とする．l' がどのような図形か答えなさい（l' が直線のときは，l' 上の点 (x,y) が満たす方程式を答えなさい）．

(注意) 以下の問題はおまけですが，正解ならば加点します（ただし，合計点数の上限は 40 点）．

$\boxed{\mathbf{5}}$ ある直交座標系を定めた平面において，2×2-行列 M を表現行列とする平面の線形変換を g とする（つまり，$g(\vec{p}) = M\vec{p}$）．2 点 $A(1,1), B(2,-1)$ の g による像 $A' = g(A), B' = g(B)$ の座標がそれぞれ $A'(3,-1), B'(0,5)$ のとき，行列 M を求めなさい．