問題 1.1. (1) $|\vec{u}| = 2,\ |\vec{v}| = 4, \vec{u}\cdot\vec{v} = 4,\ \cos\theta = \dfrac{1}{2}$（つまり，$\theta = \dfrac{\pi}{3}$）.

(2) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},\ \vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$. したがって，$|\vec{u}| = \sqrt{11},\ |\vec{v}| = \sqrt{5}, \vec{u}\cdot\vec{v} = -9,\ \cos\theta = -\dfrac{9}{\sqrt{55}}$ （$\cos\theta < 0$ であるから，θ が鈍角であることがわかる）.

問題 1.2. $\vec{a}\times\vec{b}$ は $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のどちらとも直交する．したがって，$(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{a} = (\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{b} = 0$.

(1) $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ (2) $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

問題 1.3. ベクトルの外積は <u>結合法則が成り立たない</u>．つまり，一般に

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) \neq (\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}$$

である．また，常に

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$$

が成り立つ．

(1)(3) $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c} = \begin{pmatrix} -11 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ (2) $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ -10 \end{pmatrix}$

問題 1.4. $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に直交するベクトルは $\vec{a}\times\vec{b}$ を実数倍したベクトルである．長さが 1 であるから，求めるベクトルは $\pm\dfrac{1}{|\vec{a}\times\vec{b}|}\vec{a}\times\vec{b}$ である．

(1) $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $|\vec{a}\times\vec{b}| = \sqrt{14}$. したがって，$\pm\dfrac{1}{\sqrt{14}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

(2) $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}$, $|\vec{a}\times\vec{b}| = \sqrt{65}$. したがって，$\pm\dfrac{1}{\sqrt{65}}\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}$.

問題 1.5. （省略）

問題 1.6.

(1) 1 次従属

(2) 1 次独立

(3) 1 次従属

(4) 1 次独立

(5) 1 次従属

問題 2.1. (1) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-4t \\ 2+t \end{pmatrix}$ または $\underline{x = 3-4t,\ y = 2+t}$.

(2) $x + 4y = 11$

問題 2.2. (1) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7+2t \\ 1-\frac{1}{2}t \end{pmatrix}$ または $\underline{x = 7+2t,\ y = 1-\frac{1}{2}t}$.

(2) $x + 4y = 11$

注意．直線の媒介変数表示は一意的ではない．

問題 2.3. (1) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+t \\ 2-2t \\ 3-t \end{pmatrix}$ または $\underline{x = 1+t,\ y = 2-2t,\ z = 3-t}$.

(2) $t = x - 1 = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{-1}$

問題 2.4. $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+t \\ 2-2t \\ 3 \end{pmatrix}$ または $\underline{x = 1+t,\ y = 2-2t,\ z = 3}$.

注意．問題 2.4 の解より，この直線の方程式は

$$2x + y = 4 \text{ および } z = 3$$

となる．これは「空間内の直線は 2 つの平面の交わり」として表されることを意味する．

問題 2.9. $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

問題 2.10. $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$

問題 2.11. （省略）

問題 3.1.

(1) $A\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ -13 \end{pmatrix}$, $A\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \end{pmatrix}$

(2) 直線 l の媒介変数表示は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+t \\ 3-2t \end{pmatrix}.$$

これを A で線形変換すると

$$A \begin{pmatrix} 2+t \\ 3-2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-3t \\ -13+4t \end{pmatrix}.$$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-3t \\ -13+4t \end{pmatrix}$, つまり，$x = 8-3t$, $y = -13+4t$ とおいてこの 2 式から t を消去すると $\boldsymbol{4x+3y=-7}$. これが直線 l' の方程式である．

(3) これも $\boldsymbol{4x+3y=-7}$ となる（確かめよ）．

問題 3.2.

直線 l の媒介変数表示は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+4t \\ 2t \end{pmatrix}.$$

これを行列 $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ で線形変換すると

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2+4t \\ 2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

つまり，直線 l 上の点はすべて 1 点 $\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$ に移る（直線が 1 点に「つぶれる」）．

問題 4.1.

(1) $\Phi_A(t) = t^2 - 5t + 6 = (t-2)(t-3)$

(2) 2 と 3

(3) $k = 2$ のとき；$(2E_2 - A) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{行基本変形}]{} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

したがって，$\underline{\boldsymbol{v}_2 = c\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}}$ （ただし，$c \neq 0$ は実数）.

$k = 3$ のとき；$(2E_2 - A) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{行基本変形}]{} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

したがって，$\underline{\boldsymbol{v}_3 = c\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}$ （ただし，$c \neq 0$ は実数）.

(4) （省略）

問題 4.2. （以下，c は零でない実数とする）[*1]

(1) 固有値は -2 と 1.

-2 に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$，1 に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(2) 固有値は -1，固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(3) 固有値は -3 と 0.

-3 に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$，0 に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(4) 実数の固有値は存在しない.[*2]

(5) 固有値は 1，2，3．固有値はそれぞれ $c\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，$c\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，$c\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

[*1] 固有ベクトルを問う問題では，この「c 倍」は特に書かなくてもよい.

[*2] 複素数の範囲で考えると，固有値は $\frac{1}{2}(3 \pm \sqrt{5})$．$\frac{1}{2}(3+\sqrt{5})$ に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} \sqrt{5}-1 \\ 2 \end{pmatrix}$，$\frac{1}{2}(3-\sqrt{5})$ に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} \sqrt{5}+1 \\ -2 \end{pmatrix}$ である（この c は任意の複素数）.

問題 5.1.

(1) $2x^2 + y^2 = 5$

(2) $3x^2 - 2y^2 = \dfrac{23}{6}$

問題 5.2.

(1) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}, \qquad x^2 - y^2 + 3z^2 = \dfrac{49}{12}$

(2) $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \qquad -x^2 + 2y^2 - z^2 = \dfrac{5}{4}$

問題 5.3. 平面 $2x - y + 3z = 3$ の法線ベクトル

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

と直交するベクトルであれば何でもよい.

問題 5.4. (1) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 11 & -1 & 7 \\ 1 & 7 & -3 \end{pmatrix}$ (2) $AB = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 3 \\ 10 & -2 & -1 \\ -3 & -7 & 4 \end{pmatrix}$

問題 5.5. (a) ${}^tA \cdot A = \begin{pmatrix} 30 & -4 & 2 \\ -4 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ (b) ${}^tA \cdot A = \begin{pmatrix} 13 & 13 & -4 \\ 13 & 27 & 0 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$

問題 5.6. （省略）$A \cdot {}^tA = {}^tA \cdot A = E_n$ となることを計算して示せばよい．
行列式の値は (1) が -1，(2) が 1．

問題 5.7. 行列 $S_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}$ が定める線形変換について．

(1) （省略）

(2) $S_\theta \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\, X + \sin\theta\, Y \\ \sin\theta\, X - \cos\theta\, Y \end{pmatrix}$

(3) $\vec{m} = \dfrac{1}{2}\left(\vec{p} + S_\theta \vec{p}\right) = \dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} (1+\cos\theta)\, X + \sin\theta\, Y \\ \sin\theta\, X + (1-\cos\theta)\, Y \end{pmatrix}$

(4) $\vec{m}$ が直線 $y = \left(\tan\frac{\theta}{2}\right) x$ 上の点であるためには

$$\frac{\sin\theta\, X + (1-\cos\theta) Y}{(1+\cos\theta)\, X + \sin\theta\, Y} = \tan\frac{\theta}{2}$$

が成り立てばよい．実際，三角関数の倍角の公式[*1]を使うと

$$\begin{aligned} \frac{\sin\theta\, X + (1-\cos\theta)\, Y}{(1+\cos\theta)\ X + \sin\theta\, Y} &= \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, X + \left\{1 - \left(\cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}\right)\right\} Y}{\left\{1 + \left(\cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}\right)\right\}\ X + 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, Y} \\ &= \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, X + \left\{\left(1 - \cos^2\frac{\theta}{2}\right) + \sin^2\frac{\theta}{2}\right\} Y}{\left\{\cos^2\frac{\theta}{2} + \left(1 - \sin^2\frac{\theta}{2}\right)\right\}\ X + 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, Y} \\ &= \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, X + 2\sin^2\frac{\theta}{2}\, Y}{2\cos^2\frac{\theta}{2}\, X + 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, Y} \\ &= \frac{\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}\, X + \sin\frac{\theta}{2}\, Y\right)}{\cos\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2} X + \sin\frac{\theta}{2}\, Y\right)} = \tan\frac{\theta}{2}. \end{aligned}$$

(5) 2 点 $\vec{p}$，$S_\theta\vec{p}$ を通る直線の傾きが $-\dfrac{1}{\tan\frac{\theta}{2}}$ であることの証明も (4) の計算とほとんど同様である（省略）．

[*1] $\theta = \frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2}$ とみる．

問題 6.1.

(1) $k_1 = 25, k_2 = 0$

(2) $\vec{v}_1 = c_1 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = c_2 \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$.（ただし，$c_1, c_2$ は零でない実数）

(3)（省略）

(4) 例えば，$\vec{v}_1 = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

(5)（省略）

(6)（省略）

問題 6.2. 行列 A の固有値は -2 と 4．問題 6.1 と同様の手順で考えればよい（答えは問題 6.4 の中にあります）．

問題 6.3.

(1)（省略）

(2) $25\bar{x}^2 + \frac{1}{5}(3\bar{x} - 4\bar{y}) + 1 = 0$

問題 6.4.

(1)（省略）

(2) $-2\bar{x}^2 + 4\bar{y}^2 - \sqrt{2}\bar{y} = 0$

(3) $-2\tilde{x}^2 + 4\tilde{y}^2 = \frac{1}{8}$

問題 6.5. 問題 6.3 は放物線，問題 6.4 は双曲線．

問題 6.6. 2 次の係数行列 $\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$ の固有値は ± 2. $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix}$ と直交変換すると，$-2\bar{x}^2 + 2\bar{y}^2 + 4\bar{y} + 1 = 0$．さらに $\bar{y}$ 軸方向に適当に平行移動（座標変換）することにより $-2\tilde{x}^2 + 2\tilde{y}^2 = 1$ となる．つまりこれは双曲線である．

問題 6.7.

(1) (i) $\bar{x}^2 + \frac{1}{2}\bar{y}^2 + \bar{y} + \sqrt{3}\bar{z} - \sqrt{3}\bar{y}\bar{z} - \frac{1}{2}\bar{z}^2 - 1 = 0$　(ii) $\bar{x}^2 + \frac{1}{2}\bar{y}^2 + \bar{y} = 0$.
(iii) 楕円

(2) (i) $\bar{x}^2 + \sqrt{2}\bar{y} - 2\bar{y}\bar{z} + \sqrt{2}\bar{z} - 1 = 0$　(ii) $\bar{x}^2 + \sqrt{2}\bar{y} - 1 = 0$.　(iii) 放物線

(3) (i) $\bar{x}^2 - \bar{y}^2 + 2\bar{y} + \bar{z}^2 - 1 = 0$　(ii) $\bar{x}^2 - \bar{y}^2 + 2\bar{y} - 1 = 0$.　(iii) 双曲線

問題 **7.1.**

(1) 正しい.

(2) 正しい.

(3) 正しい. この式は以下の変換式に対応している；

$$\vec{y} = A\vec{x} + \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_0 \end{bmatrix} = \left(\begin{array}{ccc:c} & A & & \vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_0 \end{bmatrix}$$

(4) 正しくない；

$$\left(\begin{array}{ccc:c} & & & 0 \\ & A & & 0 \\ & & & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc:c} & E_3 & & \vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc:c} & A & & \boldsymbol{A}\vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right).$$

(5) 正しくない. $\vec{x}$ に対して $A\vec{x} + \vec{v}$ を対応させる変換の逆変換は

$$\vec{y} \longmapsto A^{-1}\vec{y} - A^{-1}\vec{v}$$

である；

$$\left(\begin{array}{ccc:c} & A & & \vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)^{-1} = \left(\begin{array}{ccc:c} & A^{-1} & & -\boldsymbol{A^{-1}}\vec{v} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right).$$

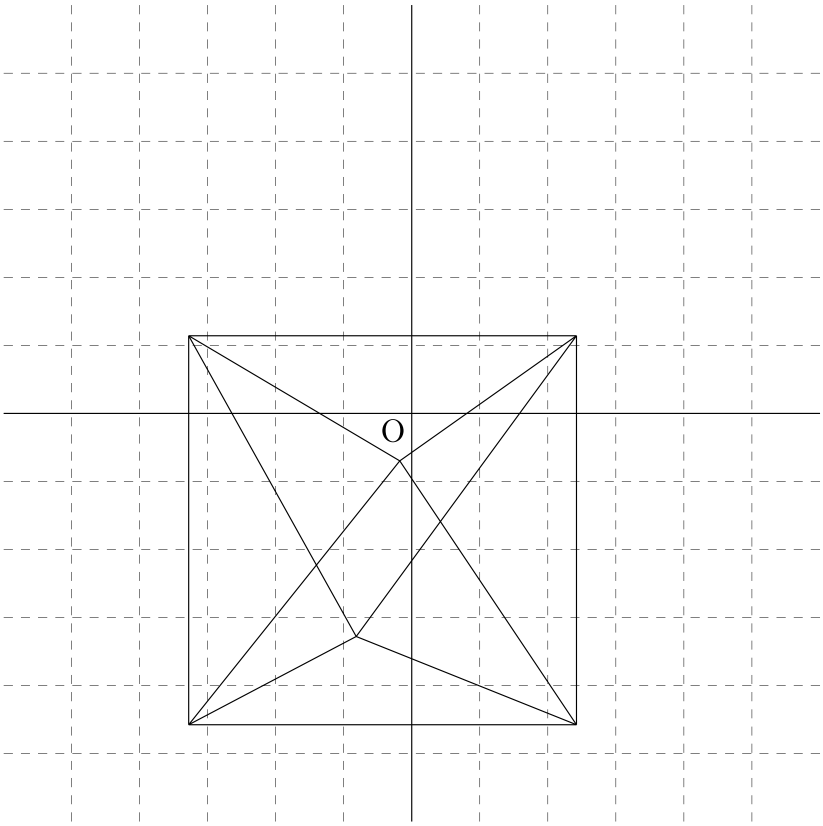
問題 **7.2.** （省略）

問題 **7.4.** 8 面体の各頂点の像は

$$\varphi_S(A)=\begin{pmatrix}\frac{17}{14}\\ \frac{4}{7}\\ 0\end{pmatrix},\quad \varphi_S(B)=\begin{pmatrix}-\frac{23}{14}\\ \frac{4}{7}\\ 0\end{pmatrix},\quad \varphi_S(C)=\begin{pmatrix}-\frac{23}{14}\\ -\frac{16}{7}\\ 0\end{pmatrix},$$

$$\varphi_S(D)=\begin{pmatrix}\frac{17}{4}\\ -\frac{16}{7}\\ 0\end{pmatrix},\quad \varphi_S(E)=\begin{pmatrix}-\frac{3}{34}\\ -\frac{6}{17}\\ 0\end{pmatrix},\quad \varphi_S(F)=\begin{pmatrix}-\frac{9}{22}\\ -\frac{18}{11}\\ 0\end{pmatrix}$$

となる．したがって，ワイヤーフレームは以下のようになる．



問題 7.5. （省略）

問題 7.6.

(i) 方程式 $3x+2y+2z=-1$ が $\tilde{z}=0$ となるように座標変換する[*1]．たとえば,

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = P\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} + \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{4}{\sqrt{34}} & 0 & \frac{3}{\sqrt{17}} \\ -\frac{3}{\sqrt{34}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{2}{\sqrt{17}} \\ -\frac{3}{\sqrt{34}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{2}{\sqrt{17}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(ii) 視点 S を同次座標で表し，さらに $\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$-座標に変換する；

$$S = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{座標変換}} \tilde{S} = \left(\begin{array}{ccc|c} & P & & \vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)^{-1}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} & {}^tP & & -{}^tP\vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} \frac{4}{\sqrt{34}} & -\frac{3}{\sqrt{34}} & -\frac{3}{\sqrt{34}} & \frac{7}{\sqrt{34}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{3}{\sqrt{17}} & \frac{2}{\sqrt{17}} & \frac{2}{\sqrt{17}} & \frac{1}{\sqrt{17}} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{15}{\sqrt{34}} \\ -\frac{5}{\sqrt{2}} \\ \frac{27}{\sqrt{17}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 \\ -5\sqrt{17} \\ 27\sqrt{2} \\ \sqrt{34} \end{bmatrix}$$

(iii) $\tilde{z}=0$ への透視投影（視点 $\tilde{S}$）を表す行列をつくる；

$$\varphi_{\tilde{S}} = \begin{pmatrix} -27\sqrt{2} & 0 & -15 & 0 \\ 0 & -27\sqrt{2} & -5\sqrt{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{34} & -27\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

[*1] 12 月 8 日の授業ノートおよび第 6 回小テスト [2] を参照.

(iv) xyz-座標における π への透視投影を表す行列を計算する；

$$\Phi_S = \left(\begin{array}{ccc|c} & P & & \vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \times \varphi_{\tilde{S}} \times \left(\begin{array}{ccc|c} & {}^tP & & -{}^tP\vec{v} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} \frac{4}{\sqrt{34}} & 0 & \frac{3}{\sqrt{17}} & -1 \\ -\frac{3}{\sqrt{34}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{2}{\sqrt{17}} & 1 \\ -\frac{3}{\sqrt{34}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{2}{\sqrt{17}} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{pmatrix} -27\sqrt{2} & 0 & -15 & 0 \\ 0 & -27\sqrt{2} & -5\sqrt{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{34} & -27\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\times \left(\begin{array}{ccc|c} \frac{4}{\sqrt{34}} & -\frac{3}{\sqrt{34}} & -\frac{3}{\sqrt{34}} & \frac{7}{\sqrt{34}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{3}{\sqrt{17}} & \frac{2}{\sqrt{17}} & \frac{2}{\sqrt{17}} & \frac{1}{\sqrt{17}} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$= \sqrt{2} \begin{pmatrix} -21 & 4 & 4 & 2 \\ 9 & -21 & 6 & 3 \\ 21 & 14 & -13 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & -26 \end{pmatrix}$$

(v) 各点 A, B, C, D, E, F を同次座標で表し，行列 Φ_S をかける；

$$\Phi_S(A) = \begin{bmatrix} -3\sqrt{2} \\ 9\sqrt{2} \\ 3\sqrt{2} \\ -15\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad \Phi_S(B) = \begin{bmatrix} 39\sqrt{2} \\ -9\sqrt{2} \\ -39\sqrt{2} \\ -21\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad \Phi_S(C) = \begin{bmatrix} 31\sqrt{2} \\ 33\sqrt{2} \\ -67\sqrt{2} \\ -25\sqrt{2} \end{bmatrix},$$

$$\Phi_S(D) = \begin{bmatrix} -11\sqrt{2} \\ 51\sqrt{2} \\ -25\sqrt{2} \\ -19\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad \Phi_S(E) = \begin{bmatrix} 8\sqrt{2} \\ 12\sqrt{2} \\ -\frac{25\sqrt{2}}{2} \\ -23\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad \Phi_S(F) = \begin{bmatrix} 20\sqrt{2} \\ 30\sqrt{2} \\ -\frac{103\sqrt{2}}{2} \\ -17\sqrt{2} \end{bmatrix}.$$

(vi) 各点の Φ_S による像を直交座標で表す；

$$\Phi_S(A) = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} \end{pmatrix}, \quad \Phi_S(B) = \begin{pmatrix} -\frac{13}{7} \\ \frac{3}{7} \\ \frac{13}{7} \end{pmatrix}, \quad \Phi_S(C) = \begin{pmatrix} -\frac{31}{25} \\ -\frac{33}{25} \\ \frac{67}{25} \end{pmatrix},$$

$$\Phi_S(D) = \begin{pmatrix} \frac{11}{19} \\ -\frac{51}{19} \\ \frac{25}{19} \end{pmatrix}, \quad \Phi_S(E) = \begin{pmatrix} -\frac{8}{23} \\ -\frac{12}{23} \\ \frac{25}{46} \end{pmatrix}, \quad \Phi_S(F) = \begin{pmatrix} -\frac{20}{17} \\ -\frac{30}{17} \\ \frac{103}{34} \end{pmatrix}.$$