

線形代数II 演習 期末試験

担当：佐藤 弘康

注意事項

- (1) すべての答案用紙の表に名前，学籍番号を忘れずに記入してください。
- (2) すべての答案用紙の右上に，全体の中で何枚目かを記入してください (例えば，1/2 のように)。
- (3) 答案用紙は裏を使用しても構いません。解答が表裏にまたがる場合は「裏へ続く」と書くなどしてください。
- (4) 解答は結果だけでなく，計算のプロセスや思考の過程などをできるだけ丁寧に記述するようにしてください。
- (5) 終了時間前に解答が済んだ場合は途中退席しても構いません (その際は挙手をしてその旨を伝えてください)。

問 1. 次の行列 A の行列式 $\det(A)$ を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

問 2. 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

について, 次の問いに答えよ.

- (1) 固有多項式 $\Phi_A(t)$ を求めよ. また, A の固有値を求めよ.
- (2) 行列式 $\det(A)$ を求めよ.
- (3) A の逆行列 A^{-1} を A の多項式で表せ.

問 3. 次の命題の中から 3 つを選び, その命題が正しいければ証明を与え, 正しくなければ反例をあたえよ. (命題の行列 A, B はすべて正方行列とする).

- (1) 行列 A の固有値のひとつが 0 ならば, A は正則ではない.
- (2) AB が正則ならば, A も B も正則である.
- (3) 行列 A が正則ならば, $\det(\tilde{A}) = \det(A)^{n-1}$ である. ただし, \tilde{A} は A の余因子行列.
- (4) $\det(-A) = -\det(A)$.
- (5) $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ となるベクトル $\mathbf{x}(\neq \mathbf{0})$ が存在するならば, $\det(A) = 0$.

問 4. 線形代数 II の講義と演習で学習した中で深く印象に残ったこと (概念, 定理, 方法など) をひとつあげて, その理由を具体的に述べよ.