微積分 III 演習*1

− (1) 論理記号,「任意」と「存在」, 否定命題 −

担当：佐藤 弘康*2

任意 ($\forall$) と存在 ($\exists$)

- 「$\forall x : P(x)$」任意（すべて）の x に対して，命題 $P(x)$ が成り立つ.
- 「$\exists x : P(x)$」ある x に対して，命題 $P(x)$ が成り立つ（命題 $P(x)$ を満たす x が存在する）.

例題 1.1. 次の命題を論理記号を使って書いてみよう.

(1) 任意の自然数 n に対して，p^n は 0 ではない.
(2) ある実数 M に対して，$f(x)$ は M 以上である.
(3) r が有理数ならば，$P(r)$ は有理数である.

例題 1.2. 次の命題を日本語の文章で書いてみよう.

(1) $\forall x \in \mathbf{Z} : x^n \in \mathbf{Z}$.
(2) $\exists x \geq 0 : (x-a)^2 = 0$.
(3) $-1 \leq f(x) \leq 1 \Longrightarrow x \leq 0$.

命題の否定 ($\neg$)

- $\forall$ と $\exists$ は入れ替わる.
- 「かつ ($\wedge$)」と「または ($\vee$)」は入れ替わる.
- 「$P \Longrightarrow Q$」の否定命題は「$P \wedge \neg Q$」

例題 1.3. 上の例題 1.1, 1.2 の 6 つの命題の否定命題を述べよ.

問題 1.1. 実数の集合 S の上限 λ とはどんな数のことか？定義を確認し，論理記号を使って書いてみよ．また，その否定命題を述べよ.

---

*1 科目番号：F B11 422,
http://www.math.tsukuba.ac.jp/~hiroyasu/2007/c3-ex.html

*2 研究室：自然系学系 D 棟 801 (029-853-4267),
E-mail：hiroyasu@math.tsukuba.ac.jp