

情報数学Ⅲ 第4回レポート

PAGE -

- ① 実数を成分とする n 次正方行列 A に対し、 \mathbb{R}^n のベクトル P とスカラー $\lambda \in \mathbb{R}$ があって
 $AP = \lambda P$ ($P \neq 0$)
 を満たすとき、 λ を A の固有値、 P を λ に対応する A の固有ベクトルとする。

② $A\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 3 \\ 9 & -5 & 3 \\ -9 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 + (-3) - 3 \\ -9 - 5 - 3 \\ 9 + 3 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -17 \\ 17 \end{pmatrix}$

$A\vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 3 \\ 9 & -5 & 3 \\ -9 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 - 3 - 3 \\ 9 - 5 - 3 \\ -9 + 3 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_2 = 1 \times \vec{u}_2$

$A\vec{u}_3 = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 3 \\ 9 & -5 & 3 \\ -9 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 - 9 - 9 \\ 18 - 15 - 9 \\ -18 + 9 + 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_3 = (-1) \times \vec{u}_3$

$A\vec{u}_4 = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 3 \\ 9 & -5 & 3 \\ -9 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 + 9 \\ 9 + 9 \\ -9 - 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ -24 \end{pmatrix}$

\vec{u}_2, \vec{u}_3

③ (1) $\det(tE_3 - A) = \det \begin{pmatrix} t-7 & 3 & -3 \\ -9 & t+5 & -3 \\ 9 & -3 & t+5 \end{pmatrix} = (t-7)(t+5)^2 - 162$
 $= t^3 + 10t^2 + 25t - 7t^2 - 170t - 175 - 162 + 45t + 333$
 $= t^3 + 3t^2 - 4 = (t+2)^2(t-1)$

(2) 固有値 1, -2