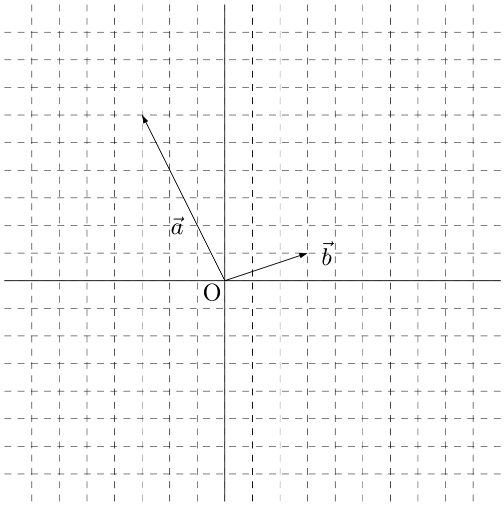
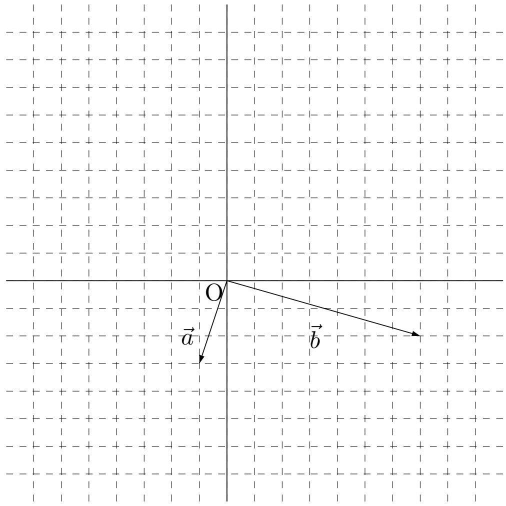
情報数学 III 第 2 回小テスト（レポート）　　学籍番号 | | | | | | | |　　氏名

$\boxed{\mathbf{1}}$ 図中のベクトル（有向線分）$\vec{a}$, $\vec{b}$ に対して，次の各ベクトルを有向線分として図示しなさい．ただし，始点は原点とすること．（各 2 点）

(1) $\vec{a}+3\vec{b}$



(2) $-2\vec{a}-\vec{b}$



$\boxed{\mathbf{2}}$ ある直交座標系で $\vec{a}=(1,-3)$, $\vec{b}=(-2,1)$ と成分表示されるベクトルに対し，以下の問に答えなさい．

(1) ベクトル $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{v}=\vec{a}-2\vec{b}$ を成分表示しなさい．（各 2 点）
(2) ノルム $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ を求めなさい．（各 2 点）
(3) 内積 $(\vec{u},\vec{v})$ を求めなさい．（2 点）
(4) ベクトル $\vec{u},\vec{v}$ のなす角 θ の余弦 $\cos\theta$ を求めなさい．（2 点）

$\boxed{\mathbf{3}}$ 直交座標系における 3 点 $A\,(3,3,3)$, $B\,(-3,1,3)$, $C\,(4,0,2)$ に対し，$\triangle ABC$ は直角三角形になる．このとき，$\angle ABC, \angle BCA, \angle CAB$ の中で直角になる角がどれか調べなさい．（3 点）

$\boxed{\mathbf{4}}$ ある直交座標系で $\vec{a}=(1,2,3), \vec{b}=(2,-1,1), \vec{c}=(3,1,-2)$ と表されるベクトルに対し，次の問に答えなさい．(各 3 点)

点/40 点

(1) ベクトル $\vec{a}\times\vec{b}$ を成分表示しなさい．ただし，「×」は空間ベクトルの外積とする．

(2) $\vec{a}\times\vec{b}$ が $\vec{a}$ と直交することを示しなさい．また，$\vec{a}\times\vec{b}$ が $\vec{b}$ と直交することを示しなさい．

(3) (1) の結果を利用して $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}$ を計算しなさい．

(4) $\vec{b}\times\vec{c}$ を計算しなさい．さらに $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$ を計算しなさい．

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\{\vec{a},\vec{b}\}$ を線形独立な 2 つのベクトルとし，$\vec{a}=\overrightarrow{OA}, \vec{b}=\overrightarrow{OB}$ とする．このとき次の問に答えなさい．(各 3 点)

(1) ベクトル $\vec{a},\vec{b}$ のなす角を θ とするとき，三角形 OAB の面積が $\frac{1}{2}\|\vec{a}\|\,\|\vec{b}\|\sin\theta$ に等しいことを説明しなさい．

(2) 三角関数の性質と内積の定義を用いて，$\|\vec{a}\|\,\|\vec{b}\|\sin\theta=\sqrt{\|\vec{a}\|^2\,\|\vec{b}\|^2-(\vec{a},\vec{b})^2}$ であることを示しなさい．

(3) ある直交座標系で $\vec{a}=(a_1,a_2), \vec{b}=(b_1,b_2)$ と表されるとき，$\|\vec{a}\|^2\,\|\vec{b}\|^2-(\vec{a},\vec{b})^2=\left(\det\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}\right)^2$ が成り立つことを計算して確かめなさい．ただし，$\det M$ は行列 M の行列式とする．