球面のベクトル方程式

与えられたベクトル $\vec{c}$ と正の数 r に対し，

$$|\vec{p} - \vec{c}| = r \tag{2.1}$$

を満たす点 $\vec{p}$ の全体を $\boldsymbol{\vec{c}}$ を中心とする半径 $\boldsymbol{r}$ の球面という．球面とは点 $\vec{c}$ からの距離が一定値 r である点の集合である．

問題 2.9. $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$，$\vec{c} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ として，(2.1) を x, y の方程式で表しなさい[*1]．

問題 2.10. $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$，$\vec{c} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ として，(2.1) を x, y, z の方程式で表しなさい．

球面の媒介変数表示

ここでは原点 O を中心とし，半径 r の球面を考える．

- 平面 $\mathbf{R}^2$ 内の球面（円周）の媒介変数表示は

$$\begin{pmatrix} r\cos t \\ r\sin t \end{pmatrix}$$

  で与えられる．ただし，$0 \leq t \leq 2\pi$．
- 空間 $\mathbf{R}^3$ 内の球面の媒介変数表示は

$$\begin{pmatrix} r\cos t\ \cos s \\ r\sin t\ \cos s \\ r\sin s \end{pmatrix}.$$

  で与えられる．ただし，$0 \leq t \leq 2\pi$，$-\dfrac{\pi}{2} \leq s \leq \dfrac{\pi}{2}$．

問題 2.11. $x = r\cos t\ \cos s,\ y = r\sin t\ \cos s,\ z = r\sin s$ が方程式

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

を満たすことを示しなさい．

[*1] $\mathbf{R}^2$ 内の球面は円周に他ならない．