$\boxed{\text{問 1.}}$ -12

$\boxed{\text{問 2.}}$ $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} = (1,5)\,(2,3,4) = (1,5)\,(2,3)\,(3,4)$. したがって，$A_\sigma = P_{15}P_{23}P_{34}$ と書ける（これは一例．表し方は一通りではない）．ちなみに

$$A_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(補足) 基本ベクトルの代わりに，数ベクトル ${}^t\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ を用いると，以下のようになる．A_σ を左からかける操作が σ^{-1} に対応することに注意せよ（授業で間違った説明をしてしまいました．訂正します）．

$$A_\sigma \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma^{-1}(1) \\ \sigma^{-1}(2) \\ \sigma^{-1}(3) \\ \sigma^{-1}(4) \\ \sigma^{-1}(5) \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{問 3.}}$

$$\begin{aligned} D(a,b,c) := \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix} &= \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & b-a & c-a \\ 0 & b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{pmatrix} \\ &= (b-a)(c-a) \det \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ b+a & c+a \end{pmatrix} \\ &= (b-a)(c-a)(c-b). \end{aligned}$$

したがって，

$$\begin{aligned} x &= \frac{D(2,b,c)}{D(a,b,c)} = \frac{(b-2)(c-2)}{(b-a)(c-a)}, \\ y &= \frac{D(a,2,c)}{D(a,b,c)} = \frac{(2-a)(c-2)}{(b-a)(c-b)}, \\ z &= \frac{D(a,b,2)}{D(a,b,c)} = \frac{(2-a)(2-b)}{(c-a)(c-b)}. \end{aligned}$$

$\boxed{\textbf{問 4.}}$

(1) 正しい.「AB が正則ならば，$\det(AB) \neq 0$」と行列式の性質「$\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$」を用いて証明せよ.

(2) 正しくない.

(3) 正しい. 余因子行列の性質「$A\widetilde{A} = \widetilde{A}A = \det(A)E_n$」を用いて証明せよ.