

微積分 I 演習^{*1}

－ 第 1 回 実数の集合 －

担当：佐藤 弘康^{*2}

基本問題 A を実数の集合とする。このとき、以下のことを確認せよ (定義を述べよ)。

- (1) A が「上に有界である」とはどういうことか。
- (2) A の「上界」とはどのような数のことか。
- (3) A の「最大値」とはどのような数のことか。
- (4) A の「上限」とはどのような数のことか。
- (5) A が「下に有界である」とはどういうことか。また、 A の「下界」「最小値」「下限」とはどのような数のことか。

問題 1.1. 以下のことを示せ。

- (1) 有理数 a, b (ただし $a < b$) に対して $a < c < b$ を満たす有理数 c が存在する。
- (2) 有理数 a, b (ただし $b \neq 0$) に対して $a + b\sqrt{2}$ は有理数ではない。
- (3) 有理数 a, b (ただし $a < b$) に対して $a < c < b$ を満たす無理数 c が存在する。

問題 1.2. 次の集合が有界かどうか調べよ。

- (1) $\{\sqrt{x+1} - \sqrt{x} \mid x \in \mathbf{R}, x > 0\}$
- (2) $\{x \mid x \in \mathbf{R}, x^2 > 2\}$
- (3) $\left\{ \frac{n^2 + n}{n + 2} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$

問題 1.3. $\bigcap_{n=1}^{\infty} (1, 1 + n^{-1})$ はどのような集合か？

^{*1} 科目番号：F B11 272

^{*2} 研究室：自然系学系 D 棟 801 (電話：029-853-4267)

E-mail：hiroyasu@math.tsukuba.ac.jp