数学クォータ科目「基礎数学 II」第 1 回

微分係数と導関数

佐藤 弘康 / 日本工業大学 共通教育学群

今回，理解すること

(1) 関数の概念（※関数を表す 記号 $f(x)$ の使い方）.

(2) 関数 $y = f(x)$ のグラフとは何か（※平面の直交座標系）.

(3) 関数 $f(x)$ の $x = a$ から $x = b$ までの平均変化率.

(4) 関数 $f(x)$ の $x = a$ における微分係数.

(5) 関数 $f(x)$ の導関数.

(1) 関数について

※ 別のスライド参照

(2) 関数のグラフについて

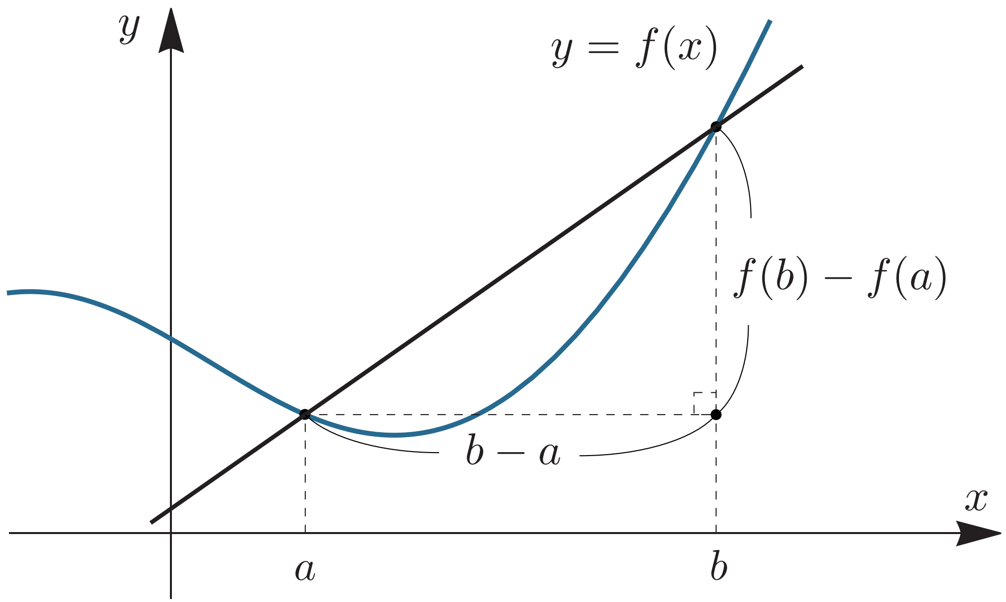
※ 別のスライド参照

(3) 平均変化率

- 関数 $f(x)$ がある．
- 関数 $f(x)$ の定義域内の２点 $x = a, b$ $(a < b)$ をとる．
- このとき，$x = a$ から $x = b$ $(= a + h)$ までの平均変化率を以下で定義．

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

→ ２点 $(a, f(a)), (b, f(b))$ を通る直線の傾きである．

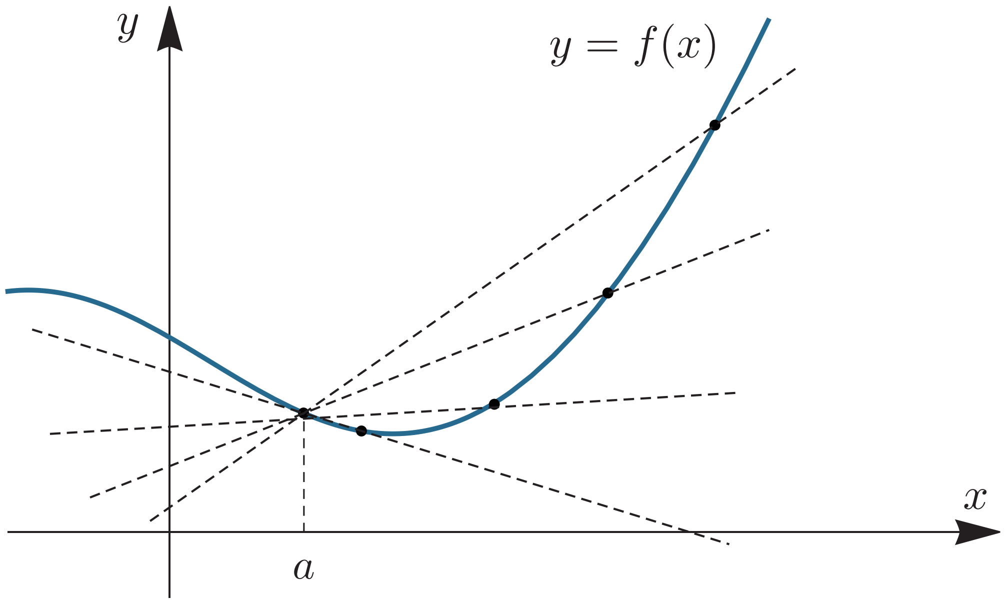


(4) 微分係数

- 関数 $f(x)$ がある．
- 関数 $f(x)$ の定義域内の点 $x = a$ をとる．
- このとき，$x = a$ における微分係数を以下で定義．

$$f'(a) = \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

→ ２点 $(a, f(a)), (b, f(b))$ を通る直線の「極限」である直線を点 $(a, f(a))$ における接線という．

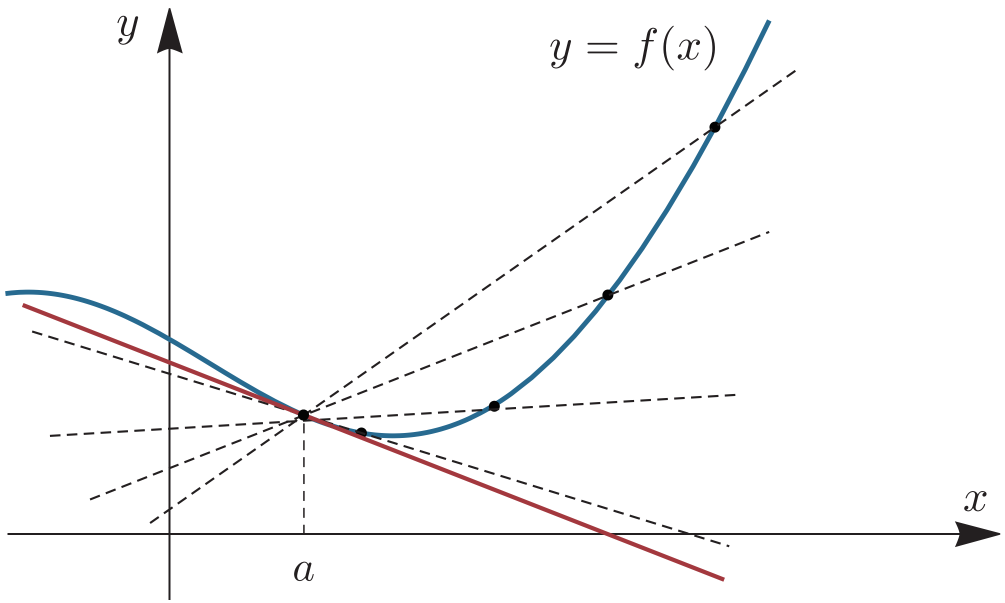


(4) 微分係数

- 関数 $f(x)$ がある．
- 関数 $f(x)$ の定義域内の点 $x = a$ をとる．
- このとき，$x = a$ における微分係数を以下で定義．

$$f'(a) = \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

→ ２点 $(a, f(a)), (b, f(b))$ を通る
直線の「極限」である直線を
点 $(a, f(a))$ における接線という．
微分係数は接線の傾きである．



(5) 導関数：定義

- $x = a$ に対し微分係数 $f'(a)$ を対応させる関数を，$f(x)$ の導関数という．
  つまり，
  $$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
- $f(x)$ の導関数を求めることを「関数 $f(x)$ を微分する」という．
- 関数 $y = f(x)$ の導関数を次のような記号で表す．

$$f'(x), \quad y', \quad \frac{df}{dx}(x), \quad \frac{dy}{dx}$$

(5) 導関数：微分の性質

- 微分の性質 関数 $f(x), g(x)$ と定数 k に対し，

(1-1) $\{f(x) \pm g(x)\}' = f'(x) \pm g'(t)$

(1-2) $\{k\,f(x)\}' = k\,f'(x)$

- 基本的な関数の微分（１）

(2-1) $(k)' = 0$（すなわち，定数関数の微分は消える）

(2-2) $(x^n)' = n\,x^{n-1}$ $(n = 1, 2, \ldots)$