

Горение. Алгоритмы для моделирования

Кроз Елена, Ухарова Софья, Новикова Алина, Чупрына Петр, Попов Олег, Ширяев Кирилл ¹

MatMod-2021, 27 Feb, 2021 Russia, Moscow

¹RUDN University, Moscow, Russian Federation

Закон Аррениуса

$$\frac{\partial N}{\partial T} = -\frac{N}{\tau} e^{-E/RT}$$

Теплопроводность с тепловыделением

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \rho Q \frac{\partial N}{\partial T}$$

Система уравнений для безразмерных величин

Перейдя к

$$\tilde{T} = \frac{cT}{Q}, \tilde{E} = \frac{cE}{RQ}$$

(далее \sim опущена), получим

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial N}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial T} = -\frac{N}{\tau} e^{-E/T} \end{cases}$$

где

$$\chi = k/\rho c$$

Уравнение температуры в узле на новом шаге по времени

$$\frac{\hat{T}_i - T_i}{\Delta t} = \chi \frac{\frac{T_{i+1} - T_i}{h} - \frac{T_i - T_{i-1}}{h}}{h} = \chi \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{h^2}$$

В крайних точках

$$T_2 - T_0 = 0, (T_{n+1} - T_{n-1})/2h = 0$$

Схема изменения безразмерной температуры за шаг времени

$$\begin{cases} \Delta N_i = -\frac{N_i}{\tau} e^{-E/T_i} \Delta t \\ \hat{T}_i = T_i + \frac{\chi \Delta t}{h^2} (T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}) - \Delta N_i \\ \hat{N}_i = N_i + \Delta N_i \end{cases}$$

Неявная разностная схема

$$\frac{\hat{T}_i - T_i}{\Delta t} = \chi \frac{(\delta^2 T)_i}{h^2}, e = O[\Delta t] + O[h^2]$$

-Явная схема, устойчива, если

$$\chi \Delta t / h^2 \leq 1/2$$

$$\frac{\hat{T}_i - T_i}{\Delta t} = \chi \frac{(\delta^2 \hat{T})_i}{h^2}, e = O[\Delta t] + O[h^2]$$

-Неявная схема, всегда устойчива

Неявная разностная схема

$$\frac{\hat{T}_i - T_i}{\Delta t} = \chi \frac{(\delta^2 T)_i + (\delta^2 \hat{T})_i}{2h^2}, e = O[(\Delta t)^2] + O[h^2]$$

-Неявная схема Кранка–Николсона, всегда устойчива
Система уравнений на временном слое

$$\hat{T}_{i-1} - \left(2 + \frac{2h^2}{\chi \Delta t}\right) \hat{T}_i + \hat{T}_{i+1} = -T_{i-1} + \left(2 - \frac{2h^2}{\chi \Delta t}\right) T_i - T_{i+1}$$