Отчет по лабораторной работе №8

Модель конкуренции двух фирм

Ширяев Кирилл Владимирович

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Ознакомиться с моделью “Конкуренция двух фирм” и построить графики по этой модели.

Задание

Вариант 39

Построить график конкуренции двух фирм, для двух случаев:

1.

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2\tilde{p}_1^2Nq}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2\tilde{p}_2^2Nq}$, $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2\tilde{p}_1^2\tau_2^2\tilde{p}_2^2Nq}$, $c_1 = \frac{p_{cr}-\tilde{p}_1}{\tau_1\tilde{p}_1}$, $c_2 = \frac{p_{cr}-\tilde{p}_2}{\tau_2\tilde{p}_2}$

Также введена нормировка $t = c_1\theta$

2.

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - (\frac{b}{c_1} + 0,00093)M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

При следующих начальных условиях: $M_0^1 = 3.3, M_0^2 = 2.3, p_{cr} = 22, N = 33, q = 1, \tau_1 = 22, \tau_2 = 11, \tilde{p}_1 = 6.6, \tilde{p}_2 = 11.1.$

Теоретическая справка

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы.

В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.)

Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с (2) в виде

$$\frac{dM_1}{dt} = -\frac{M_1}{\tau_1} + N_1 q\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)p - \kappa_1$$

$$\frac{dM_2}{dt} = -\frac{M_2}{\tau_2} + N_2 q\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)p - \kappa_2$$

(10)

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины $N1$ и $N2$ – числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы.

Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене p.

Тогда

$$\frac{M_1}{\tau_1\tilde{p}_1} = N_1 q\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)$$

$$\frac{M_2}{\tau_2\tilde{p}_2} = N_2 q\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)$$

(11)

где $\tilde{p}_1$ и $\tilde{p}_2$ – себестоимости товаров в первой и второй фирме.

С учетом (10) представим (11) в виде

$$\frac{dM_1}{dt} = -\frac{M_1}{\tau_1}\left(1 - \frac{p}{\tilde{p}_1}\right) - \kappa_1$$

$$\frac{dM_2}{dt} = -\frac{M_2}{\tau_2}\left(1 - \frac{p}{\tilde{p}_2}\right) - \kappa_1$$

(12)

Уравнение для цены, по аналогии с (3),

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma\left(\frac{M_1}{\tau_1\tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2\tilde{p}_2} - Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)\right) \quad (13)$$

Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

$$p = p_{cr}\left(1 - \frac{1}{Nq}\left(\frac{M_1}{\tau_1\tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2\tilde{p}_2}\right)\right) \quad (14)$$

Подставив (14) в (12) имеем:

$$\frac{dM_1}{dt} = c_1 M_1 - bM_1M_2 - a_1 M_1^2 - \kappa_1$$

$$\frac{dM_2}{dt} = c_2 M_2 - bM_1M_2 - a_2 M_2^2 - \kappa_2$$

(15)

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p_1}^2 Nq}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p_2}^2 Nq}$, $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p_1}^2 \tau_2^2 \tilde{p_2}^2 Nq}$, $c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p_1}}{\tau_1 \tilde{p_1}}$, $c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p_2}}{\tau_2 \tilde{p_2}}$ (16)

Исследуем систему (15) в случае, когда постоянные издержки (κ_1, κ_2) пренебрежимо малы. И введем нормировку $t = c_1 \theta$. Получим следующую систему:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

(17)

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться.

Например,

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.002) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

Выполнение лабораторной работы

Библиотеки

Подключаю все необходимые библиотеки

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint
```

Случай №1

Значения

Ввод значений из своего варианта для первого случая (39 вариант)

```
M0_1 = 3.3
M0_2 = 2.3
p_cr = 22
N = 33
q = 1
tau1 = 22
tau2 = 11
p1 = 6.6
p2 = 11.1
a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
```

```
a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);


v = [M0_1,M0_2]
t = np.arange(0,30,0.01)
```

Решение системы

```
def f1(v,t):
    dM_1 = v[0] - (b/c1)*v[0]*v[1] - (a1/c1)*v[0]*v[0]
    dM_2 = (c2/c1)*v[1] - (b/c1)*v[0]*v[1] - (a2/c1)*v[1]*v[1]
    return [dM_1,dM_2]

res = odeint(f1,v,t)
```

Вывод графика

Вывод графика конкуренции двух фирм(рис. @fig:001).

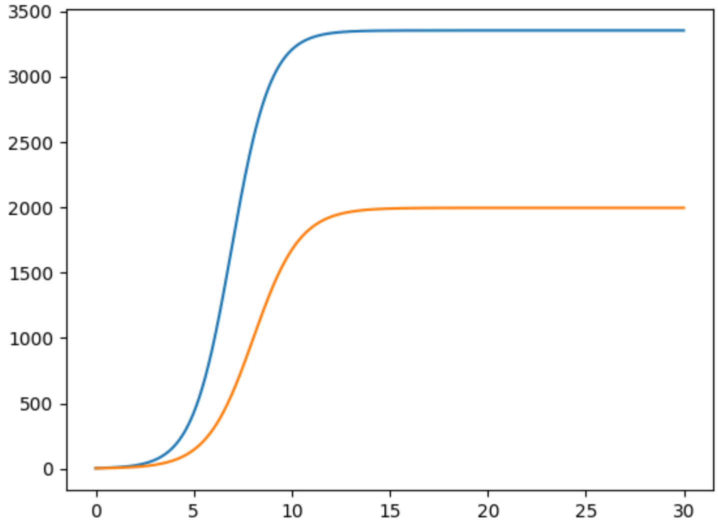

Рис. 0.1: Вывод графика №1

Случай №2

Решение системы

```
def f2(v,t):
    dM_1 = v[0] - (b / c1) * v[0] * v[1] - (a1 / c1) * v[0] * v[0]
    dM_2 = (c2 / c1) * v[1] - (b/c1 + 0.00093) * v[0] * v[1] - (a2 / c1) * v[1] * v[1]
    return [dM_1, dM_2]


res2 = odeint(f2,v,t)
```

Вывод графика

Вывод графика конкуренции двух(рис. @fig:002).

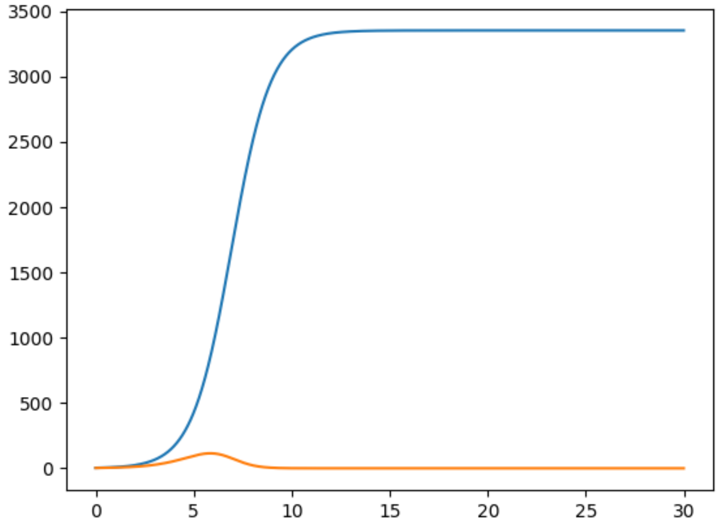

Рис. 0.2: Вывод графика №2

Выводы

Я ознакомился с моделью “Конкуренция двух фирм” и построил графики по этой модели.