



## بخش تئوری

## سوال 1:

مجموعه داده ای را با 2 نقطه در نظر بگیرید.

$$(x_1 = 0, y_1 = -1)$$

$$(x_2 = \sqrt{2}, y_2 = 1)$$

با استفاده از بردار ویژگی، هر نقطه را به صورت سه بعدی در نظر بگیرید. (این معادل استفاده از یک کرنل چند جمله ای مرتبه دوم است)

$$\phi(X) = [1, 2X, X^2]^T$$

با در نظر گرفتن max margin classifier به سوالات زیر پاسخ دهید

$$\begin{aligned} \min ||\mathbf{w}||^2 \quad \text{s.t.} \\ y_1(\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_1) + w_0) \geq 1 \\ y_2(\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_2) + w_0) \geq 1 \end{aligned}$$

الف \_ برداری را بنویسید که موازی با بردار بهینه  $\mathbf{w}$  باشد.

ب \_ مقدار حاشیه ای که با این  $\mathbf{w}$  بدست می آید چقدر است؟

ج \_  $w_0$  را با استفاده از مقدار  $\mathbf{w}$  و معادلات max margin classifier بدست آورید. نکته: نقاط در مرز تصمیم قرار می گیرند، بنابراین نابرابری ها tight خواهند بود.



## سوال 2:

مجموعه داده ی زیر را در نظر بگیرید کلاس ها و ضرایب لاگرانژی مشخص شده اند.

$i$	$x_{i1}$	$x_{i2}$	$y_i$	$\alpha_i$
$\mathbf{x}_1^T$	4	2.9	1	0.414
$\mathbf{x}_2^T$	4	4	1	0
$\mathbf{x}_3^T$	1	2.5	-1	0
$\mathbf{x}_4^T$	2.5	1	-1	0.018
$\mathbf{x}_5^T$	4.9	4.5	1	0
$\mathbf{x}_6^T$	1.9	1.9	-1	0
$\mathbf{x}_7^T$	3.5	4	1	0.018
$\mathbf{x}_8^T$	0.5	1.5	-1	0
$\mathbf{x}_9^T$	2	2.1	-1	0.414
$\mathbf{x}_{10}^T$	4.5	2.5	1	0

1. معادله ی ابر صفحه ی SVM را بدست آورید.  $h(x)$
2. فاصله ی نقطه ی  $\mathbf{x}_6$  را از ابر صفحه بدست آورید. آیا این نقطه درون حاشیه (margin) است؟
3. نقطه ی  $\mathbf{z} = (3, 3)^T$  را توسط  $h(x)$  طبقه بندی کنید.



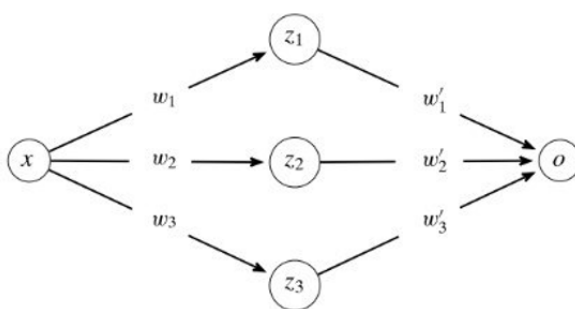
## سوال 3:

شبکه عصبی زیر را در نظر بگیرید. همانطور که دیده می شود مقدار پیش قدر (bias) ثابت و صفر می باشد. مقدار ماتریس های وزنی نیز در زیر آورده شده است.

$$W = (w_1, w_2, w_3) = (1, 1, -1)$$

$$W' = (w'_1, w'_2, w'_3)$$

فرض کنید تابع فعالساز لایه پنهان Relu و لایه خروجی sigmoid و خطا SSE باشد. اگر  $x=4$  و  $y=0$  باشد به سوالات زیر پاسخ دهید.



الف) با انتشار پیشرو خروجی را تخمین بزنید.

ب) مقدار خطا را محاسبه کنید.

ب) بردار گرادیان شبکه در لایه خروجی و لایه پنهان را بدست آورید.  $\delta_j = \frac{\partial L}{\partial z_j}$

ج) ماتریس گرادیان وزنی بین لایه ورودی و پنهان و نیز بین لایه پنهان و خروجی را محاسبه کنید.  $\frac{\partial L}{\partial w_{ij}}$



### بخش پیاده سازی

قصد داریم عمل طبقه‌بندی (Classification) چند کلاسه را توسط یک شبکه عصبی با یک لایه ورودی، یک لایه پنهان و یک لایه خروجی انجام دهیم. در ابتدا مجموعه داده mnist که شامل 60000 داده آموزشی و 10000 داده تست می‌باشد را توسط یکی از کتابخانه‌ها مانند sklearn دریافت کنید. تابع فعالساز در لایه پنهان را لجستیک (sigmoid) در نظر بگیرید و در لایه‌ی خروجی از تابع softmax استفاده کنید. همچنین از تابع cross\_entropy برای محاسبه خطا استفاده کنید. تعداد نورون‌های ورودی 784 (سایز هر عکس در قالب آرایه)، تعداد نورون‌های لایه پنهان 100 و تعداد نورون‌های لایه خروجی 10 است. که این نشان می‌دهد 10 کلاس داریم. الف) بخش feed\_forward را بدون استفاده از کتابخانه پیاده‌سازی کنید. ب) بخش back\_propagation را با محاسبه مشتقات جزئی تابع خطا نسبت به وزن‌ها و بایاس‌ها پیاده‌سازی کنید. ج) با استفاده از tensorflow همین شبکه را پیاده‌سازی کنید و نتایج را مقایسه کنید.

### نکات

- تمرین‌ها را در سامانه ایلرن بارگزاری کنید.
- تمام تمرین‌های تئوری، باید بصورت دست‌نویس و خوانا باشند.
- لطفا گزارش را به زبان فارسی بنویسید و تمامی نکات، فرض‌ها و فرمول‌ها در آن ذکر شود. گزارش در روند تصحیح تمارین، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.
- کپی کردن کدهای آماده موجود در اینترنت و یا استفاده از تکالیف هم‌کلاسی‌ها تقلب محسوب می‌شود.
- در صورت مشاهده تقلب، نمرات تمامی افراد شرکت‌کننده در آن، صفر لحاظ می‌شود.
- بجز مواردی که ذکر شده از کتابخانه sklearn استفاده شود، در دیگر موارد فقط از توابع پایتون و کتابخانه numpy استفاده شود.