

OMR Answer Sheet No.

--	--	--	--	--	--	--

Question Booklet Number

6062

B.Sc. (VI Sem.) Special Examination, 2024

Booklet Series

C

(Session-2023-24)

MATHEMATICS

(Metric Space & Complex Analysis)

(To be filled by the Candidate / निम्न पूर्तियाँ परीक्षार्थी स्वयं भरें)

Roll No. (in figures)

अनुक्रमांक (अंकों में) _____

Roll No. (in words)

अनुक्रमांक (शब्दों में) _____

[Time : 2 : 00 Hours

| समय : 2 : 00 घण्टे

[Maximum Marks : 75

| अधिकतम अंक : 75

Name of Examination Centre

परीक्षा केन्द्र का नाम _____

Signature of Invigilator

कक्ष निरीक्षक के हस्ताक्षर

Instructions to the Examinee :

1. Do not open the booklet unless you are asked to do so.
2. The booklet contains 75 questions. Examinee is required to answer any 65 questions in the OMR Answer-Sheet provided and not in the question booklet. In case Examinee attempts more than 65 Questions, first 65 attempted questions will be evaluated. All questions carry equal marks.
3. Examine the Booklet and the OMR Answer-Sheet very carefully before you proceed. Faulty question booklet due to missing or duplicate pages/questions or having any other discrepancy should be immediately replaced.

(Remaining Instructions on last page)

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश :

1. प्रश्न-पुस्तिका को तब तक न खोलें जब तक आपसे कहा न जाए।
2. प्रश्न-पुस्तिका में 75 प्रश्न हैं। परीक्षार्थी को किन्हीं 65 प्रश्नों को दी गई ओ0एम0आर0 आन्सर-शीट पर ही हल करना है। परीक्षार्थी द्वारा 65 से अधिक प्रश्नों को हल करने की स्थिति में, प्रथम 65 उत्तरों को ही मूल्यांकित किया जायेगा। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
3. प्रश्नों के उत्तर अंकित करने से पूर्व प्रश्न-पुस्तिका तथा OMR उत्तर-पत्रक को सावधानीपूर्वक देख लें। दोषपूर्ण प्रश्न-पुस्तिका, जिसमें कुछ भाग छपने से छूट गये हों या प्रश्न एक से अधिक बार छप गये हों या किसी भी प्रकार की कमी हो, उसे तुरन्त बदल लें।

(शेष निर्देश अन्तिम पृष्ठ पर)

Rough Work
रफ़ कार्य

1. The argument of $\frac{1-i}{1+i}$ is:

- (A) $-\pi/2$
- (B) $\pi/2$
- (C) $-\pi$
- (D) π

2. The equation of circle, whose centre a and radius r is:

- (A) $|z-a|=r$
- (B) $\bar{z}-a=r$
- (C) $z-\bar{a}=r$
- (D) None of these

3. A function $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ is a Pseudo metric if

- (A) $d(x,y)=d(y,x) \forall x,y \in X$
- (B) $d(x,y)=0 \Leftrightarrow x=y$
- (C) $d(x,y)=0 \nRightarrow x=y$
- (D) $d(x,y)=0 \Rightarrow x=y$

4. The metric space (\mathbb{R}^n, d) is known as:

- (A) Unitary space
- (B) Postman space
- (C) Euclidean space
- (D) None of these

1. $\frac{1-i}{1+i}$ का आयाम है:

- (A) $-\pi/2$
- (B) $\pi/2$
- (C) $-\pi$
- (D) π

2. वृत्त का समीकरण होता है, जिसका केन्द्र a एवं त्रिज्या r है:

- (A) $|z-a|=r$
- (B) $\bar{z}-a=r$
- (C) $z-\bar{a}=r$
- (D) इनमें से कोई नहीं

3. एक फलन $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ एक सिम्यूट्रीक मीट्रिक होता है यदि

- (A) $d(x,y)=d(y,x) \forall x,y \in X$
- (B) $d(x,y)=0 \Leftrightarrow x=y$
- (C) $d(x,y)=0 \nRightarrow x=y$
- (D) $d(x,y)=0 \Rightarrow x=y$

4. मीट्रिक स्पेस (\mathbb{R}^n, d) जाना जाता है:

- (A) Unitary space
- (B) Postman spaces
- (C) Euclidean space
- (D) इनमें से कोई नहीं

5. If (X, d) is a metric space, then :

- (A) ϕ is open
- (B) X is open
- (C) X is closed
- (D) All of these

6. Which one is not an open set?

- (A) (a, b)
- (B) $(a, b]$
- (C) ϕ
- (D) $(a, b) \cup (c, d)$

7. The matrix of the quadratic form $x^2 - 2xy + 2y^2$ is.

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
- (B) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
- (C) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$
- (D) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

8. The set $B(x_0, r) = \{x \in X \mid d(x, x_0) < r\}$ with centre x_0 and radius r is called.

- (A) Closed Ball
- (B) Open Ball
- (C) Closed Circle
- (D) Open Circle

5. यदि (X, d) एक मीट्रिक स्पेस है तब:

- (A) ϕ खुला है
- (B) X खुला है
- (C) X बंद है
- (D) उपरोक्त सभी

6. निम्न में कौन सा एक खुला समुच्चय नहीं है?

- (A) (a, b)
- (B) $(a, b]$
- (C) ϕ
- (D) $(a, b) \cup (c, d)$

7. द्विघात रूप $x^2 - 2xy + 2y^2$ आव्यूह है:

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
- (B) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
- (C) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$
- (D) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

8. त्रिज्या r एवं केन्द्र x_0 के साथ समुच्चय $B(x_0, r) = \{x \in X \mid d(x, x_0) < r\}$ कहलाता है:

- (A) Closed Ball
- (B) Open Ball
- (C) Closed Circle
- (D) Open Circle

9. If $f(z)$ is analytic in D , then which of the following is correct?

- (A) $f'(z_0) = \frac{1}{4\pi i} \int_c \frac{f(z)dz}{(z-z_0)^2}$
 (B) $f'(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{f(z)dz}{(z-z_0)^2}$
 (C) $f'(z_0) = \int_c \frac{f(z)dz}{(z-z_0)^2}$
 (D) None of these

10. The value of $\int_c \frac{e^{2z} dz}{(z+1)^4}$, where $c: |z|=3$, is.

- (A) $\frac{4\pi i}{3e^2}$
 (B) $\frac{2\pi i}{e^2}$
 (C) $\frac{8\pi i}{3e^2}$
 (D) $\frac{\pi i}{3e^2}$

11. The value of Integral $\int \frac{dz}{z}$, where L is a semi circle $z=2e^{iQ}$, $0 \leq Q \leq 2\pi$.

- (A) $-2+4\pi i$
 (B) $4\pi i$
 (C) $-4+2\pi i$
 (D) $2\pi i$

12. Which of the following is correct?

- (A) $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}}$
 (B) $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}}$
 (C) $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \equiv 4 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}}$
 (D) None of these

9. यदि D में $f(z)$ विश्लेषिक है तो निम्नलिखित में कौन सा सत्य है

- (A) $f'(z_0) = \frac{1}{4\pi i} \int_c \frac{f(z)dz}{(z-z_0)^2}$
 (B) $f'(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{f(z)dz}{(z-z_0)^2}$
 (C) $f'(z_0) = \int_c \frac{f(z)dz}{(z-z_0)^2}$
 (D) इनमें से कोई नहीं

10. $\int_c \frac{e^{2z} dz}{(z+1)^4}$ का मान है जहाँ $c: |z|=3$ है।

- (A) $\frac{4\pi i}{3e^2}$
 (B) $\frac{2\pi i}{e^2}$
 (C) $\frac{8\pi i}{3e^2}$
 (D) $\frac{\pi i}{3e^2}$

11. समाकलन $\int \frac{dz}{z}$ का मान है, जहाँ L एक अर्धवृत्त है $z=2e^{iQ}$, $0 \leq Q \leq 2\pi$

- (A) $-2+4\pi i$
 (B) $4\pi i$
 (C) $-4+2\pi i$
 (D) $2\pi i$

12. निम्न में से कौन सा सही है:

- (A) $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}}$
 (B) $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}}$
 (C) $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \equiv 4 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}}$
 (D) इनमें से कोई नहीं

13. If $f(z)=w= u+iv$ and $u=e^{-x}\{x^2-y^2\}$
 $\cos y+2xy \sin y\}$ then $f(z)$ is.

- (A) $z^2e^{-z}+c$
- (B) $ze^{-z}+c$
- (C) $e^{-z}+c$
- (D) $z+c$

14. If $u=\cos x \cos hy$, then its harmonic
conjugate v is:

- (A) $\cos x \sin hy+c$
- (B) $\sin x \sin hy+c$
- (C) $-\sin x \sin hy$
- (D) $-\sin x \sin hy+c$

15. The space $C[a,b]$ for any functions
 f,g is a metric space unded metric
defined by.

- (A) $d(f,g) = \int_a^b |f(x)-g(x)| dx$
- (B) $d(f,g) = \sup_{x \in [a-b]} |f(x)-g(x)|$
- (C) $d(f,g) = \inf_{x \in [a-b]} |f(x)-g(x)|$
- (D) Both (A) and (B)

16. The function $f(z)=|z|^2$ has.

- (A) One singular point
- (B) Two singular points
- (C) Three singular points
- (D) No singular points

13. यदि $f(z)=w= u+iv$ and $u=e^{-x}\{x^2-y^2\}$
 $\cos y+2xy \sin y\}$ तब $f(z)$ है:

- (A) $z^2e^{-z}+c$
- (B) $ze^{-z}+c$
- (C) $e^{-z}+c$
- (D) $z+c$

14. यदि $u=\cos x \cos hy$, तब इसका हारमोनिक
संयुग्मी v है:

- (A) $\cos x \sin hy+c$
- (B) $\sin x \sin hy+c$
- (C) $-\sin x \sin hy$
- (D) $-\sin x \sin hy+c$

15. स्पेस $C[a,b]$ किन्हीं फलनों f,g के लिये मीट्रिक
स्पेस होता है जब मीट्रिक निर्धारित किया जाता है:

- (A) $d(f,g) = \int_a^b |f(x)-g(x)| dx$
- (B) $d(f,g) = \sup_{x \in [a-b]} |f(x)-g(x)|$
- (C) $d(f,g) = \inf_{x \in [a-b]} |f(x)-g(x)|$
- (D) दोनों (A) और (B)

16. फलन $f(z)=|z|^2$ में होता है-

- (A) एक सिंगुलर बिन्दु
- (B) दो सिंगुलर बिन्दु
- (C) तीन सिंगुलर बिन्दु
- (D) एक भी सिंगुलर बिन्दु नहीं

17. The analytic function $f(z) = \frac{z-1}{z^2+1}$

has singularity at.

- (A) 1 & -1
- (B) 1 & i
- (C) 1 & -i
- (D) i & -i

18. Residue of $\frac{1}{\sin z - \cos z}$ at $z = \pi/4$ is.

- (A) 2
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (D) $\sqrt{2}$

19. The value of integral $\int_c \frac{dz}{z^2-2z}$, where c is the circle $|z|=1$ is.

- (A) $-2\pi i$
- (B) $-\pi i$
- (C) 0
- (D) πi

20. Fixed points of $\omega = \frac{z}{z-2}$ are.

- (A) 0 and 2
- (B) 0 and 3
- (C) 1 and 2
- (D) None of the above

17. विश्लेषणात्मक फ़ंक्शन $f(z) = \frac{z-1}{z^2+1}$ में

समानता होगी।

- (A) 1 और -1
- (B) 1 और i
- (C) 1 और -i
- (D) i और -i

18. $\frac{1}{\sin z - \cos z}$ का अवशेष, $z = \pi/4$ पर

- (A) 2
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (D) $\sqrt{2}$

19. अभिन्न $\int_c \frac{dz}{z^2-2z}$ का मूल्य होगा, जहाँ c चक्र है $|z|=1$

- (A) $-2\pi i$
- (B) $-\pi i$
- (C) 0
- (D) πi

20. $\omega = \frac{z}{z-2}$ के निश्चित बिंदु होंगे।

- (A) 0 और 2
- (B) 0 और 3
- (C) 1 और 2
- (D) कोई नहीं

21. If $u=y^3-3x^2y$, the harmonic conjugate of u is.

(A) $-3xy^2-y^3$

(B) $-3xy^2+x^3$

(C) xy^2+x^3

(D) None of the above

22. If $(a+ib)^5=\alpha+i\beta$, then $(b+ia)^5$ is equal to.

(A) $\beta+i\alpha$

(B) $\alpha-i\beta$

(C) $\beta-i\alpha$

(D) $-\alpha-i\beta$

23. Which of the following metric space with usual metric is not complete.

(A) (\mathbb{R}^2, d)

(B) (\mathbb{R}^3, d)

(C) $\{x=(0,1), d\}$

(D) (I_∞, d)

21. यदि $u=y^3-3x^2y$ तो u का हार्मोनिक संयुग्म होगा।

(A) $-3xy^2-y^3$

(B) $-3xy^2+x^3$

(C) xy^2+x^3

(D) कोई नहीं

22. यदि $(a+ib)^5=\alpha+i\beta$, है तब $(b+ia)^5$ बराबर होगा।

(A) $\beta+i\alpha$

(B) $\alpha-i\beta$

(C) $\beta-i\alpha$

(D) $-\alpha-i\beta$

23. निम्नलिखित में से कौन सा मीट्रिक स्पेस सामान्य मीट्रिक के साथ पूर्ण नहीं है।

(A) (\mathbb{R}^2, d)

(B) (\mathbb{R}^3, d)

(C) $\{x=(0,1), d\}$

(D) (I_∞, d)

24. Residue of $\cos\left(\frac{1}{z-2}\right)$ at $z=2$ is.

- (A) -2
- (B) $1/2$
- (C) 0
- (D) 1

25. The transformation $w=\beta z$ (where β is a complex no.) is a.

- (A) Rotation
- (B) Magnification
- (C) Rotation & Magnification
- (D) Translation

26. If $z=x+iy$, then $|\bar{z}|=$

- (A) $\sqrt{x^2-y^2}$
- (B) $\sqrt{y^2+x^2}$
- (C) $\sqrt{y^2-x^2}$
- (D) None of the above

27. Every contraction mapping is.

- (A) Bounded
- (B) Unbounded
- (C) Uniformly continuous
- (D) None of these

24. $\cos\left(\frac{1}{z-2}\right)$ का अवशेष $z=2$ पर होगा-

- (A) -2
- (B) $1/2$
- (C) 0
- (D) 1

25. परिवर्तन $w=\beta z$, जहाँ β एक सम्मिश्र संख्या है, होगा।

- (A) घूर्णन
- (B) आवर्धन
- (C) घूर्णन एवं आवर्धन
- (D) अनुवाद

26. यदि z बराबर है $x+iy$, तो $|\bar{z}|=$

- (A) $\sqrt{x^2-y^2}$
- (B) $\sqrt{y^2+x^2}$
- (C) $\sqrt{y^2-x^2}$
- (D) कोई नहीं

27. हर संकुचन मानचित्रण है।

- (A) सीमित
- (B) असीमित
- (C) समान रूप से निरंतर
- (D) कोई नहीं

28. In a metric space, each derived set is.

- (A) Open
- (B) Closed
- (C) Not open
- (D) Not closed

29. Every convergent sequence in a metric space is.

- (A) bounded
- (B) unbounded
- (C) monotonically decreasing
- (D) Monotonically increasing

30. If a Cauchy sequence has a convergent subsequence then it is _____.

- (A) divergent
- (B) convergent
- (C) Both convergent and divergent
- (D) None of these

28. मीट्रिक स्पेस में प्रत्येक व्युत्पन्न सेट है।

- (A) खुला
- (B) बंद
- (C) खुला नहीं
- (D) बंद नहीं

29. मीट्रिक्स स्पेस में प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम है।

- (A) सीमित
- (B) असीमित
- (C) एकरसतापूर्वक घटते हुए
- (D) एकरसतापूर्वक बढ़ते हुए

30. यदि एक कोई कॉशी अनुक्रम एक अभिसारी अनुक्रम रखता है तो यह है

- (A) अपसारी
- (B) अभिसारी
- (C) अपसारी और अभिसारी दोनों
- (D) इनमें से कोई नहीं

31. The polar form of Cauchy Riemann equation are.

- (A) $\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial Q}, \frac{\partial y}{\partial Q} = -r \frac{\partial v}{\partial r}$
- (B) $\frac{\partial y}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial Q}, \frac{\partial y}{\partial Q} = r \frac{\partial v}{\partial r}$
- (C) $\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial Q}, \frac{\partial y}{\partial Q} = r \frac{\partial v}{\partial r}$
- (D) $\frac{\partial y}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial Q}, \frac{\partial y}{\partial Q} = -r \frac{\partial v}{\partial r}$

32. The Cauchy-Riemann equation are:

- (A) $u_x = v_y, u_y = v_x$
- (B) $u_x = -v_y, u_y = v_x$
- (C) $u_x = v_y, u_y = -v_x$
- (D) $u_x = -v_y, u_y = -v_x$

33. The equation $z(\bar{z}+2)=3$ represents.

- (A) Line
- (B) Circle
- (C) ellipse
- (D) Hyperbola

34. The module of $\frac{3-i}{2+i} + \frac{3+i}{2-i}$ is

- (A) i
- (B) 1
- (C) 2
- (D) $-i$

31. ध्रुवीय रूप से कौसी-रीमान का समीकरण होता है:

- (A) $\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial Q}, \frac{\partial y}{\partial Q} = -r \frac{\partial v}{\partial r}$
- (B) $\frac{\partial y}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial Q}, \frac{\partial y}{\partial Q} = r \frac{\partial v}{\partial r}$
- (C) $\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial Q}, \frac{\partial y}{\partial Q} = r \frac{\partial v}{\partial r}$
- (D) $\frac{\partial y}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial Q}, \frac{\partial y}{\partial Q} = -r \frac{\partial v}{\partial r}$

32. कौसी-रीमान समीकरण होता है:

- (A) $u_x = v_y, u_y = v_x$
- (B) $u_x = -v_y, u_y = v_x$
- (C) $u_x = v_y, u_y = -v_x$
- (D) $u_x = -v_y, u_y = -v_x$

33. समीकरण $z(\bar{z}+2)=3$ प्रदर्शित करता है:

- (A) Line
- (B) Circle
- (C) ellipse
- (D) Hyperbola

34. $\frac{3-i}{2+i} + \frac{3+i}{2-i}$ का मापांक है:

- (A) i
- (B) 1
- (C) 2
- (D) $-i$

35. Let A, B be subsets of a metric space (X, d) and \bar{A} denote closure of, A then

- (A) $\bar{A} \cap \bar{B} \subset \overline{(A \cap B)}$
- (B) $\bar{A} \cup \bar{B} \subset \overline{(A \cup B)}$
- (C) $\overline{(A \cup B)} \subset \bar{A} \cup \bar{B}$
- (D) $A \subseteq B \Rightarrow \bar{A} \subseteq \bar{B}$

36. In a metric space every derived set of a set is:

- (A) Closed set
- (B) Open set
- (C) ϕ
- (D) Power set

37. Open sphere on the real line in usual metric are:

- (A) Closed Interval
- (B) Open Interval
- (C) Infinite Interval
- (D) None

38. Let $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ be a metric on X , then symmetric property of d is.

- (A) $d(x, y) = d(y, x) \quad \forall x, y \in X$
- (B) $d(x, y) = 0 \quad \forall x, y \in X$
- (C) $d(x, y) \geq 0 \quad \forall x, y \in X$
- (D) None of these

35. माना A, B एक मीट्रिक स्पेस (X, d) के उपसमुच्चय हैं और \bar{A} A के क्लोजर को निरूपित करता है तब:

- (A) $\bar{A} \cap \bar{B} \subset \overline{(A \cap B)}$
- (B) $\bar{A} \cup \bar{B} \subset \overline{(A \cup B)}$
- (C) $\overline{(A \cup B)} \subset \bar{A} \cup \bar{B}$
- (D) $A \subseteq B \Rightarrow \bar{A} \subseteq \bar{B}$

36. एक मीट्रिक स्पेस में, समुच्चय का डेराइव्ड समुच्चय होता है:

- (A) बंद समुच्चय
- (B) खुला समुच्चय
- (C) ϕ
- (D) घात समुच्चय

37. वास्तविक रेखा पर सामान्य मीट्रिक में खुला गोला है:

- (A) बंद अंतराल
- (B) खुला अंतराल
- (C) असीमित अंतराल
- (D) कोई नहीं

38. माना $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ समुच्चय X पर मीट्रिक है तब d की सममित गुण है:

- (A) $d(x, y) = d(y, x) \quad \forall x, y \in X$
- (B) $d(x, y) = 0 \quad \forall x, y \in X$
- (C) $d(x, y) \geq 0 \quad \forall x, y \in X$
- (D) इनमें से कोई नहीं

39. The property $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y)$ is named as:

- (A) Non Negativity
- (B) Triangle inequality
- (C) Reflexive
- (D) None

40. The usual metric on the set of real number is defined as:

- (A) $d(x,y) = |x| + |y|$
- (B) $d(x,y) = |x| - |y|$
- (C) $d(x,y) = |x+y|$
- (D) $d(x,y) = |x-y|$

41. The discrete metric on a non empty set x is defined as:

- (A) $d(x,y) = \begin{cases} 0, & x = y \\ 1, & x \neq y \end{cases}$
- (B) $d(x,y) = 1$
- (C) $d(x,y) = 0$
- (D) $d(x,y) = \begin{cases} 1, & x = y \\ 0, & x \neq y \end{cases}$

42. The number of zeros of the function $f(z) = \sin 1/2$ is.

- (A) 0
- (B) 2
- (C) Infinite
- (D) 01

39. गुण $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y)$ नाम से जाना जाता है:

- (A) गैर ऋणात्मक
- (B) त्रिभुजीय गुण
- (C) स्वतुल्य
- (D) कोई नहीं

40. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय पर सामान्य मीट्रिक निर्धारित होता है:

- (A) $d(x,y) = |x| + |y|$
- (B) $d(x,y) = |x| - |y|$
- (C) $d(x,y) = |x+y|$
- (D) $d(x,y) = |x-y|$

41. डिसक्रीट मीट्रिक, एक अरिक्त समुच्चय x पर के रूप में निर्धारित किया जाता है:

- (A) $d(x,y) = \begin{cases} 0, & x = y \\ 1, & x \neq y \end{cases}$
- (B) $d(x,y) = 1$
- (C) $d(x,y) = 0$
- (D) $d(x,y) = \begin{cases} 1, & x = y \\ 0, & x \neq y \end{cases}$

42. फ़ंक्शन $f(z) = \sin 1/2$ के शून्यों की संख्या है।

- (A) 0
- (B) 2
- (C) अनगिनित
- (D) 01

43. Let (x, d) be a metric space. Then for x , the function $d^*: X \times X \rightarrow R$ are defined as follows. Which of the following functions d^* is not a metric for x ?

- (A) $d^*(x, y) = 2d(x, y)$
- (B) $d^*(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$
- (C) $d^*(x, y) = \min \{1, d(x, y)\}$
- (D) $d^*(x, y) = \max \{1, d(x, y)\}$

44. Let x be a non empty set then for x , metric is a function $d: X \times X \rightarrow R$ which for each $x, y, z \in x$, does not possess one of the following properties?

- (A) $d(x, y) \geq 0$
- (B) $d(x, y) = 0 (\Rightarrow x = y)$
- (C) $d(x, y) = d(y, x)$
- (D) $d(x, y) + d(y, z) \leq d(x, z)$

45. Let (x, d) is a metric space, then $(x, 2d)$:

- (A) is a metric space
- (B) Cannot be a metric space
- (C) Will be a pseudo metric space
- (D) None of these

43. मान लीजिए (x, d) एक मैट्रिक स्पेस है। तो x के लिए फंक्शन $d^*: X \times X \rightarrow R$ निम्नानुसार परिभाषित किया गया है। निम्नलिखित में से कौन सा फंक्शन x के लिए मैट्रिक नहीं है।

- (A) $d^*(x, y) = 2d(x, y)$
- (B) $d^*(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$
- (C) $d^*(x, y) = \min \{1, d(x, y)\}$
- (D) $d^*(x, y) = \max \{1, d(x, y)\}$

44. मान लीजिए एक गैर रिक्त सेट है, तो x के लिए मीटरीक एक फंक्शन है जो प्रत्येक अभ्यास के लिए निम्नलिखित गुणों में से एक नहीं रखता है-

- (A) $d(x, y) \geq 0$
- (B) $d(x, y) = 0 (\Rightarrow x = y)$
- (C) $d(x, y) = d(y, x)$
- (D) $d(x, y) + d(y, z) \leq d(x, z)$

45. मान लें कि (x, d) एक मैट्रिक स्पेस है, तो $(x, 2d)$ है-

- (A) एक मैट्रिक स्पेस
- (B) मैट्रिक स्पेस नहीं है
- (C) एक सुडू मैट्रिक्स स्पेस होगा
- (D) कोई नहीं

46. Let (x,d) be a metric space. If $d(x,y)=4$ and $d(y,z)=5$, then the maximum value of $d(x,z)$ is.

- (A) 7
- (B) 8
- (C) 9
- (D) 10

47. In the metric space (R,d) where $d(x,y)=|x-y|$, the value of $d(3,7)$ is.

- (A) 2
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6

48. Which of the following function has a simple pole at $z=1$?

- (A) $f(z) = \frac{e^z}{z}$
- (B) $f(z) = \frac{1}{z-1}$
- (C) $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}$
- (D) $f(z) = \left(\frac{1}{z^2-1}\right)^2$

49. What is the value of m for which $2x-x^2+my^2$ is harmonic?

- (A) -1
- (B) 1
- (C) -2
- (D) 2

46. माना (x,d) एक मीट्रिक स्पेस है। यदि $d(x,y)=4$ और $d(y,z)=5$, तो $d(x,z)$ का अधिकतम मान है-

- (A) 7
- (B) 8
- (C) 9
- (D) 10

47. मीट्रिक स्पेस (R,d) में जहाँ $d(x,y)=|x-y|$, $d(3,7)$ का मान है-

- (A) 2
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6

48. निम्न में से किस फलन का सामान्य पोल $z=1$ पर है?

- (A) $f(z) = \frac{e^z}{z}$
- (B) $f(z) = \frac{1}{z-1}$
- (C) $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}$
- (D) $f(z) = \left(\frac{1}{z^2-1}\right)^2$

49. m के किस मान के लिये $2x-x^2+my^2$ हार्मोनिक है-

- (A) -1
- (B) 1
- (C) -2
- (D) 2

50. The value of $|e^{i0}|$ is

- (A) 0
- (B) -1
- (C) 1
- (D) π

51. The real part of the function $|z|^2$ is.

- (A) $x^2 - y^2$
- (B) $2xy$
- (C) $x^2 + y^2$
- (D) $y^2 - x^2$

52. The value of $\int_c z \, dz$ where c is the circle $|z|=2$

- (A) Zero
- (B) $2\pi i$
- (C) $4\pi i$
- (D) $8\pi i$

53. If c is a circle $|z|=1$ then $\int_c \bar{z} \, dz$ is.

- (A) $-2\pi i$
- (B) 0
- (C) πi
- (D) $2\pi i$

50. $|e^{i0}|$ का मान है

- (A) 0
- (B) -1
- (C) 1
- (D) π

51. फलन $|z|^2$ का वास्तविक भाग है-

- (A) $x^2 - y^2$
- (B) $2xy$
- (C) $x^2 + y^2$
- (D) $y^2 - x^2$

52. $\int_c z \, dz$ का मान, जहाँ c एक वृत्त है जिसका समी. $|z|=2$ है।

- (A) शून्य
- (B) $2\pi i$
- (C) $4\pi i$
- (D) $8\pi i$

53. यदि c एक वृत्त $|z|=1$ है। तो $\int_c \bar{z} \, dz$ का मान है-

- (A) $-2\pi i$
- (B) 0
- (C) πi
- (D) $2\pi i$

54. Under the transformation $w=z+1-i$, the image of the line $x=0$ in z -plane is.

- (A) $u=1$
- (B) $u=0$
- (C) $v=1$
- (D) $v=0$

55. The function $f(z)=\tan z$ is.

- (A) Continuous every where
- (B) Analytic in finite complex plane
- (C) Analytic every where except the points where $\cos z=0$
- (D) None of these

56. Which of the following statement is true for the integral $\int_c z^n dz$ around a closed contour c where n is an integer.

- (A) The integral is zero if $n \neq -1$
- (B) The integral is $2\pi i$ if $n = -1$
- (C) The integral is zero for all n
- (D) Both (A) and (B)

54. ट्रांसफॉर्मेशन $w=z+1-i$ के तहत, रेखा $x=0$ का z -तल में प्रतिबिम्ब है-

- (A) $u=1$
- (B) $u=0$
- (C) $v=1$
- (D) $v=0$

55. फलन $f(z)=\tan z$ है।

- (A) सब जगह सतत्
- (B) सीमित कॉम्प्लेक्स तल में एनालिटिक
- (C) सभी जगह एनालिटिक सिवाय उन बिन्दुओं के जहाँ $\cos z=0$
- (D) इनमें से कोई नहीं

56. समाकलन $\int_c z^n dz$ के लिए निम्न में से कौन सा कथन सत्य है जहाँ n एक पूर्णांक है और c एक बन्द कन्टूर है।

- (A) यदि $n \neq -1$, समाकलन शून्य है
- (B) यदि $n = -1$, समाकलन का मान $2\pi i$ है
- (C) n के सभी मान के लिये समाकलन शून्य है
- (D) दोनों (A) और (B)

57. The series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} z^n$ converges for.

- (A) $|z| > 1$
- (B) $|z| \geq 1$
- (C) $|z| < 1$
- (D) All z

58. The function $f(z) = |z|^2$ has

- (A) One singular point
- (B) Two singular points
- (C) Three singular points
- (D) No singular points

59. The image of the line $y=2$ in the z -plane by the mapping $w=z+1-i$ is.

- (A) $v=1$
- (B) $u=1$
- (C) $v=-1$
- (D) $u=-1$

60. An analytic function with constant modules is.

- (A) Variable
- (B) May be variable or constant
- (C) Constant
- (D) None of these

57. श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} z^n$ अभिसारी है-

- (A) $|z| > 1$
- (B) $|z| \geq 1$
- (C) $|z| < 1$
- (D) सभी z के लिये

58. फलन $f(z) = |z|^2$ के है

- (A) एक सिंगुलर बिन्दु
- (B) दो सिंगुलर बिन्दु
- (C) तीन सिंगुलर बिन्दु
- (D) एक भी सिंगुलर बिन्दु नहीं

59. चित्रण $w=z+1-i$ के लिये z -प्लेन में रेखा $y=2$ की प्रतिबिम्ब है-

- (A) $v=1$
- (B) $u=1$
- (C) $v=-1$
- (D) $u=-1$

60. एक एनालिटिक फलन, स्थिर मापांक के साथ होता है-

- (A) चर
- (B) या तो चर या स्थिर
- (C) स्थिर
- (D) इनमें से कोई नहीं

61. Which of the following function is not analytic.

- (A) $\sin z$
- (B) $\cos z$
- (C) az^2+bz+c
- (D) $\frac{1}{z-1}$

62. Which of the following is correct for $w=f(z)$?

- (A) $\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial x}$
- (B) $\frac{dw}{dz} = -\frac{\partial w}{\partial x}$
- (C) $\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial y}$
- (D) $\frac{dw}{dz} = -\frac{\partial w}{\partial y}$

63. The transformation $w=1/z$ maps $|z|<1$ on to _____.

- (A) $|w|=1$
- (B) $|w|>1$
- (C) $|w|<1$
- (D) None of these

64. Which of the following is true for analytic function.

$$f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$$

- (A) u is harmonic function
- (B) v is harmonic function
- (C) v is conjugate harmonic
- (D) All of above

61. निम्न में से कौन सा फलन एनालिटिक नहीं है-

- (A) $\sin z$
- (B) $\cos z$
- (C) az^2+bz+c
- (D) $\frac{1}{z-1}$

62. $w=f(z)$ के लिये निम्न में से कौन सा कथन सत्य है-

- (A) $\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial x}$
- (B) $\frac{dw}{dz} = -\frac{\partial w}{\partial x}$
- (C) $\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial y}$
- (D) $\frac{dw}{dz} = -\frac{\partial w}{\partial y}$

63. ट्रान्सफॉर्मेशन $w=1/z$, $|z|<1$ को चित्रित करता है।

- (A) $|w|=1$
- (B) $|w|>1$
- (C) $|w|<1$
- (D) इनमें से कोई नहीं

64. एनालिटिक फलन $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ के लिये कौन सा कथन सत्य है-

- (A) u हार्मोनिक फलन है
- (B) v हार्मोनिक फलन है
- (C) v कॉन्जुगेट हार्मोनिक फलन है
- (D) ऊपर के सभी

65. The value of limit $\lim_{z \rightarrow 1} \frac{z^2 + z - 2}{z - 1}$ is.

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 0

66. If $f: A \rightarrow B$ is one-one function and $f(a) = f(b)$ then ____.

- (A) $a > b$
- (B) $a < b$
- (C) $a = b$
- (D) $a \neq b$

67. At what points $w = z + \frac{1}{z}$ is not conformal.

- (A) $(-1, 1)$
- (B) $(-i, i)$
- (C) $(-2, 2)$
- (D) $(-3, 3)$

68. Every subset of a discrete metric space is.

- (A) Open
- (B) Closed
- (C) Open & closed both
- (D) None of these

65. $\lim_{z \rightarrow 1} \frac{z^2 + z - 2}{z - 1}$ का मान है

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 0

66. यदि $f: A \rightarrow B$ एक वन टु वन फलन है और $f(a) = f(b)$ है तो

- (A) $a > b$
- (B) $a < b$
- (C) $a = b$
- (D) $a \neq b$

67. किस बिन्दु पर $w = z + \frac{1}{z}$, कन्फर्मल नहीं है-

- (A) $(-1, 1)$
- (B) $(-i, i)$
- (C) $(-2, 2)$
- (D) $(-3, 3)$

68. असतत मीट्रिक स्पेस का प्रत्येक उपसमुच्चय है।

- (A) खुला
- (B) बंद
- (C) खुला और बंद दोनों
- (D) कोई नहीं

69. In any metric space, every finite intersection of open sets will be.

- (A) Closed set
- (B) Null set
- (C) Open set
- (D) None of these

70. Every Cauchy sequence is.

- (A) Oscillatory
- (B) Bounded
- (C) Divergent
- (D) None of the these

71. Let d be a usual metric on \mathbb{R} , $A = \left\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \dots\right\}$ and $B = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \dots\right\}$. Then find the distance between A and B .

- (A) 0
- (B) 1
- (C) -1
- (D) ∞

72. Which of the following intervals is not bounded?

- (A) $[a, b]$
- (B) $[0, b]$
- (C) $(a, b]$
- (D) $(-\infty, a]$

69. किसी भी मीट्रिक स्पेस में खुले सेटों का प्रत्येक परिमित प्रतिच्छेदन होगा।

- (A) बंद सेट
- (B) शून्य सेट
- (C) खुला सेट
- (D) कोई नहीं

70. हर कॉची अनुक्रम है-

- (A) दोलनशील
- (B) सीमित
- (C) अपसारी
- (D) कोई नहीं

71. मान लीजिए d एक सामान्य मीट्रिक है \mathbb{R} पर $A = \left\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \dots\right\}$ और $B = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \dots\right\}$ तब A और B के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

- (A) 0
- (B) 1
- (C) -1
- (D) ∞

72. निम्नलिखित में से कौन सा अंतराल परिबद्ध नहीं है।

- (A) $[a, b]$
- (B) $[0, b]$
- (C) $(a, b]$
- (D) $(-\infty, a]$

73. A usual metric space on the set of real numbers is:

- (A) Bounded
- (B) Discrete
- (C) Unbounded
- (D) None of these

74. The metric space (X, d') with $d'(x, y) = \min \{d(x, y), 2\}$ for any metric d on any set X is.

- (A) Bounded
- (B) Unbounded
- (C) Discrete
- (D) In-discrete

75. The value of integral $\int_0^{1+i} (x-y + ix^2) dz$, along the straight line $z=0$ to $z=1+i$ is:

- (A) $\frac{-1-i}{3}$
- (B) $\frac{-1+i}{3}$
- (C) $\frac{1+i}{3}$
- (D) None of these

73. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय पर सामान्य मीट्रिक स्पेस होता है:

- (A) Bounded
- (B) Discrete
- (C) Unbounded
- (D) None of these

74. किसी समुच्चय X पर मीट्रिक d के साथ, मीट्रिक स्पेस (X, d') जिसके $d'(x, y) = \min \{d(x, y), 2\}$ होता है:

- (A) Bounded
- (B) Unbounded
- (C) Discrete
- (D) In-discrete

75. समाकलन $\int_0^{1+i} (x-y + ix^2) dz$ का सरल रेखा $z=0$ से $z=1+i$ पर मान है:

- (A) $\frac{-1-i}{3}$
- (B) $\frac{-1+i}{3}$
- (C) $\frac{1+i}{3}$
- (D) इनमें से कोई नहीं

Rough Work

4. Four alternative answers are mentioned for each question as A, B, C & D in the booklet. The candidate has to choose the most appropriate answer and mark the same in the OMR Answer-Sheet as per the direction :

Example :

Question :

- Q. 1 ☐ A ☒ ☐ C ☐ D
- Q. 2 ☐ A ☐ B ☒ ☐ D
- Q. 3 ☐ A ☒ ☐ C ☐ D

Illegible answers with cutting or over-writing or half filled circle will be cancelled.

- In case the candidate does not fill the appropriate circle in the OMR Answer-Sheet and leave blank, 'Zero' mark will be given.
- The candidate has to mark answers on the OMR Answer-Sheet with **black or blue ball point pen only** carefully as per directions.
- There will be no negative marking.**
- Examinee must handover the OMR answer-sheet to the invigilator before leaving the examination hall.
- Rough-work, if any, should be done on the blank page provided for the purpose at the end of booklet.
- Write your Roll Number and other required details in the space provided on the title page of the booklet and on the OMR Answer-Sheet with ball point pen. **Do not use lead pencil.**
- To bring and use log-book, calculator, pager & cellular phone in examination hall is prohibited.**

4. प्रश्न-पुस्तिका में प्रत्येक प्रश्न के चार सम्भावित उत्तर A, B, C तथा D हैं। परीक्षार्थी को उन चारों विकल्पों में से एक सबसे सही अथवा सबसे उपयुक्त उत्तर छँटना है। उत्तर को OMR उत्तर-पत्रक में सम्बन्धित प्रश्न संख्या में निम्न प्रकार अंकित करना है :

उदाहरण :

प्रश्न :

- प्रश्न 1 ☐ A ☒ ☐ C ☐ D
- प्रश्न 2 ☐ A ☐ B ☒ ☐ D
- प्रश्न 3 ☐ A ☒ ☐ C ☐ D

अपठित उत्तर या ऐसे उत्तर जिन्हें काटा या बदला गया है, या गोले में आधा भरकर दिया गया, उत्तर निरस्त कर दिया जाएगा।

- यदि परीक्षार्थी OMR उत्तर-पत्रक में उपयुक्त गोले को नहीं भरता है और उत्तर-पत्रक को खाली छोड़ देता है, तो उसे 'शून्य' अंक प्रदान किया जाएगा।
- अभ्यर्थी को प्रश्नों के उत्तर OMR उत्तर-पत्रक पर **केवल काले या नीले बाल प्वाइंट पेन** से सतर्कतापूर्वक निर्देशानुसार अंकित करने होंगे।
- निगेटिव मार्किंग नहीं है।**
- परीक्षार्थी OMR उत्तर-पत्रक परीक्षा भवन छोड़ने से पहले कक्ष निरीक्षक को सौंप दें।
- कोई भी रफ-कार्य, रफ-कार्य के लिए दिए खाली पेज पर ही किया जाना चाहिए।
- प्रश्न-पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ पर तथा OMR उत्तर-पत्रक पर निर्धारित स्थान में अनुक्रमांक तथा अन्य विवरण बॉल प्वाइंट पेन से ही भरें। **पेन्सिल का उपयोग न करें।**
- परीक्षा कक्ष में **लॉग-बुक, कैल्कुलेटर, पेजर तथा सैल्युलर फोन ले जाना तथा उसका उपयोग करना वर्जित है।**