

# 眼科病床安排的合理性探讨

## 摘要

本文首先通过层次结构模型（AHP）构建了影响病床安排的主要六大因素，并进行了量化处理，得到六大因素的合理权值比；接着通过定义病床安排风险率、脆弱性、恢复性、重现期、风险度五个指标，采用模糊数学综合评判方法对病床安排问题进行评价。评价结果表明当前的床位安排模型虽然可以接受，但存在着明显的不稳定因素；尤其是风险度的指标在最后的两周内处于较低水平，说明医院存在着部分患者因床位分配的不合理而导致不能够及时入院就诊的风险，当前病床安排亟待改进。

其次，本文提出了改进的熵值法理论，确定每天白内障，视网膜疾病，青光眼，外伤患者住院的最优人数比。基于此熵值法，可根据已知的第二天拟出院病人人数来确定第二天应该安排哪些病人住院。安排病人就诊时，计算除去出院病人后的当天四种病症的病人的比例，并将该比例与熵值法的最优比例相互比较，若白内障病人的比例降低的百分比低于其他病症的病人，则优先安排白内障病人入住，其他病症患者依次采用相同方式处理。针对此熵值法理论，采用上述数学模糊综合评判方法对新的病床安排模型进行评估，评估结果证明新的病床安排模型五个指标均达较高水平。

再次，本文使用了 Agent 智能仿真模型，此模型为全文预测的核心部分。在 Agent 仿真主体部分中输入熵值法所得白内障，视网膜疾病，青光眼，外伤病人最优比例以及当前病床使用率从而生成患者入住条件。当仿真得到患者不满足入住条件时，执行驱动部分。在驱动部分中，根据病人的病症分析已入住同病例病人的最快出院时间以及当前病床利用率给出最优入住时间的数学表达，通过各 Agent 模块的数学表达仿真完成最优入住时间的预测。通过用 Matlab cftool 工具将得到的离散统计数据拟合光滑的三维曲线图，并对后 10 天的最优入住时间，算法稳定性以及病床使用率进行量化处理。接着，文章使用了灰色 Gompertz 模型对 Agent 算法进行误差分析，得到可靠的误差范围，从而完成了对最优入住时间区间的预测。

基于 Agent 智能算法相对复杂度较高，因此需要对模型结果做进一步优化，这里采用遗传算法将子代最优化的染色体  $V_0$  作为优化后的最优入住时间，得到修正后的时间预测。基于问题四中周六、周日不安排手术，则外伤手术和其他手术（视网膜疾病、青光眼等）需要调整手术时间，白内障手术不用调整。

最后，运用排队论，定义病人到达速率，服务速率，单一床位对单一病人服务速率等变量，建立  $N \times N$  转移速率矩阵。通过计算机模拟得出最小平均逗留时间，并建立病床比例分配模型，计算出此时的病床分配比例。

**关键词：**AHP 模糊数学综合评价 熵值法理论 Agent 智能仿真 灰色 Gompertz 模型 遗传算法 排队论

# 目 录

一、问题重述.....	4
二、问题分析.....	4
三、模型假设与符号说明.....	4
3.1 模型假设.....	4
3.2 符号说明.....	4
四、层次结构模型建立.....	5
4.1 模型的建立与求解.....	5
4.2 结论: .....	7
五、基于病床安排的模糊数学评价模型.....	8
5.1 基于病床安排的模糊数学理论.....	8
5.2 模糊数学评价指标的划分.....	8
5.3 隶属模型及模糊关系矩阵的构造.....	9
5.4 模型求解.....	11
5.5 结论: .....	12
六、基于改进熵值法构建床位安排模型.....	12
6.1 改进熵值法的定义.....	12
6.2 基于改进熵值法的病床分配评价模型.....	13
6.3 熵值法床位安排模型的实现.....	15
6.4 基于模糊数学评价模型对熵值分析法的评估.....	17
七、Agent 智能仿真模型.....	19
7.1 Agent 智能仿真模型的建立.....	19
7.1.1 数学表达.....	19
7.1.2 MAR 仿真模型.....	20
7.1.3 模型理论框架.....	20
7.2 步骤实现.....	20
7.3 实验结果.....	21
7.4 基于灰色 Gompertz 模型对 Agent 智能算法误差的分析.....	25
八、基于遗传算法对最优入住时间的优化.....	27
8.1 遗传算法流程图.....	27
8.2 遗传算法的实现.....	27
8.2.1 目标函数.....	27
8.2.2 选择与交叉.....	27
8.2.3 变异.....	28
8.2.4 最优保存策略: .....	28
8.3 优化结果及遗传状态的分析.....	28
九、周六、周日不安排手术情况下的熵值法分析.....	31
9.1 熵值法模型的进一步建立.....	31

9.2 基于模糊数学评价模型对周六、周日不安排手术的情况进行评估 .....	32
9.3 医院的手术时间调整情况 .....	32
<b>十、基于排队论的病床比例分配模型</b> .....	<b>33</b>
10.1 病人到达速率 $\lambda$ .....	33
10.2 服务速率 $\mu$ .....	33
10.3 单一床位对单一病人服务速率 $\beta$ .....	33
10.4 状态及状态转移 .....	33
10.5 病床比例分配模型的实现 .....	35
<b>十一、模型的进一步推广</b> .....	<b>37</b>
<b>十二、参考文献</b> .....	<b>38</b>

## 一、问题重述

医院就医排队是大家都非常熟悉的现象，我们考虑某医院眼科病床的合理安排的数学建模问题。

该医院眼科门诊每天开放，住院部共有病床 79 张。该医院眼科手术主要分四大类：白内障、视网膜疾病、青光眼和外伤。

我们将分析确定合理的评价指标体系，用以评价该问题的病床安排模型的优劣，该住院部当前的情况，建立合理的病床安排模型，并根据当时住院病人及等待住院病人的统计情况，在病人门诊时即告知其大致入住时间区间。最后建立使得所有病人在系统内的平均逗留时间（含等待入院及住院时间）最短的病床比例分配模型。

## 二、问题分析

眼科病床的合理安排问题的研究涉及多个因素，如眼科手术主要分类，白内障、视网膜疾病、青光眼和外伤病人到来的速率和时间、考虑到手术医生的安排问题、手术时间安排问题、病房数量的限制等等。

建立眼科病床合理性安排模型，首先，分析确定合理的评价指标体系，用以评价该问题的病床安排模型的优劣；然后，就该住院部当前的情况，建立合理的病床安排模型，以根据已知的第二天拟出院病人数来确定第二天应该安排哪些病人住院；再次，根据当时住院病人及等待住院病人的统计情况，在病人门诊时即告知其大致入住时间区间；最后，医院病床安排可采取使各类病人占用病床的比例大致固定的方案，试就此方案，建立使得所有病人在系统内的平均逗留时间（含等待入院及住院时间）最短的病床比例分配模型。

## 三、模型假设与符号说明

### 3.1 模型假设

- (1) 医院服务时期单位时间服务完人数服从负指数分布
- (2) 假设  $\beta$  与  $m$  和  $N-n$  成线性关系。
- (3) 由于急症数量较少，建模时这些眼科疾病可不考虑急症。
- (4) 在考虑病床安排时可不考虑手术条件的限制

### 3.2 符号说明

变量和缩略语	定义
$x^i$	第 $i$ 个因素
$a^{ij}$	$x_i, x_j$ 对上层对象
$CR$	一致性比率

$\alpha$	权向量
$\lambda$	病人到达速率
$\mu$	服务速率
$\beta$	单一床位对单一病人服务速率
N	现时刻总床位数
T	最优入住时间
AHP	层次结构模型
$c_1、c_2$	个体
$p_1、p_2$	附体
m	待评方案
n	评价指标

## 四、层次结构模型建立

### 4.1 模型的建立与求解

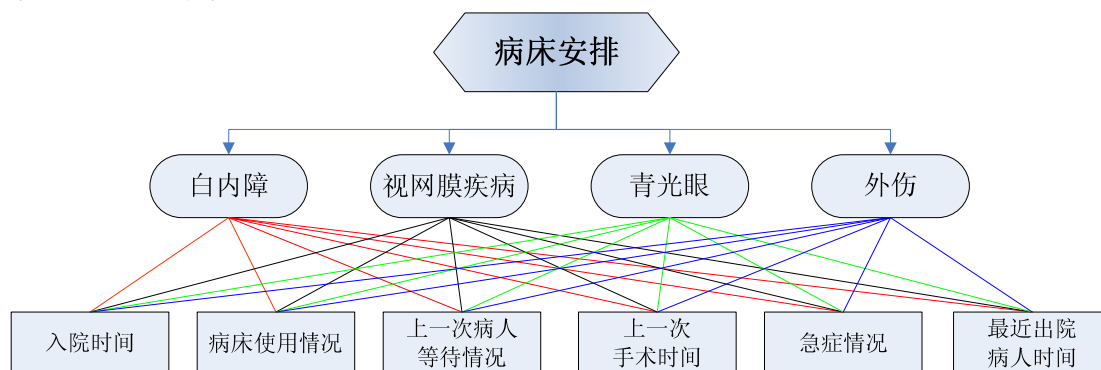


图 1 层次结构示意图

首先分析准则层对目标层的影响, 设有  $n$  个因素  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 用  $a_{ij}$  表示  $x_i$

和  $x_j$  对上层目标的影响比。

相对重要程度: $a_{ij}$	定义
1	若 $x_i$ 等价于 $x_j$ : 赋值 1
3	若 $x_i$ 比 $x_j$ 重要: 赋值 3
5	若 $x_i$ 比 $x_j$ 重要得多: 赋值 5
7	若 $x_i$ 远远比 $x_j$ 重要: 赋值 7
9	若 $x_i$ 是最重要的
2, 4, 6, 8	重要程度等级介于 $x_i$ 和 $x_j$ 之间
$1/2, 1/3, \dots, 1/9$	对应于以上等级的 $x_i$ 和 $x_j$ 之间的关系

表 1 相对重要程度  $a_{ij}$  取值情况

由 2008-07-13 到 2008-09-11 的病人信息对比当前白内障, 视网膜疾病, 青光眼, 外伤状况可近似得到以下系数:

$$a_{12} = 1:2$$

$$a_{13} = 1:1$$

$$a_{14} = 7:1$$

$$a_{23} = 3:1$$

$$a_{24} = 5:1$$

$$a_{34} = 3:1$$

从而得到正互反矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1/3 & 1 & 3 \\ 1/7 & 1/5 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}$$

利用 MATLAB 语言求矩阵  $A$  的最大特征值得:  $\lambda = 4.15$ ;

对正互反矩阵进行一致性检验, 采用 T. L. Saaty 一致性指标:  $CI = \frac{\lambda - n}{n - 1}$ ,

一致性比率  $CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.05}{0.90} = 0.056 < 0.1$ , 即通过了一致性检验。

标准化特征向量  $a^{(1)} = (0.276, 0.464, 0.197, 0.063)$

即当前白内障, 视网膜疾病, 青光眼的病床安排情况为  $(0.276, 0.464, 0.197, 0.063)$ 。

下面开始构造方案层对准则层的每个准则的正互反矩阵

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 1 \\ 3 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ 7 & 9 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ 5 & 3 & 9 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ 5 & 5 & 3 & 7 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 6 & 4 & 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 7 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} \\ 5 & 3 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{8} \\ 6 & 7 & 9 & 1 & \frac{1}{8} & \frac{1}{3} \\ 4 & 2 & 9 & 8 & 1 & \frac{1}{3} \\ 2 & 7 & 8 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 4 & 1 & \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 4 & 8 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 7 & 2 & 3 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ 5 & 4 & 5 & 7 & 1 & \frac{1}{4} \\ 3 & 2 & 3 & 7 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_4 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} \\ 3 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 9 & 6 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 6 & 7 & 4 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 2 & 9 & 5 & 3 & 1 & \frac{1}{4} \\ 7 & 3 & 5 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$k$	1	2	3	4
$a_k$	0.134	0.040	0.022	0.031
	0.143	0.052	0.021	0.029
	0.144	0.055	0.020	0.026
	0.142	0.065	0.018	0.032
	0.139	0.050	0.025	0.031
	0.298	0.738	0.894	0.851
$\lambda_k$	6.09	6.01	6.00	6.05
$CI_k$	0.018	0.002	0	0.010
$CR_k$	0.015	0.002	0	0.008

表 2 方案层指标

所有  $CR_k$  均小于 0.1，均通过一致性检验。

我们把各方案对目标的权向量，称为组合权向量。记作  $a^{(2)}$ 。我们已知准则层对目标层的权向量  $a^{(1)} = (0.276, 0.464, 0.197, 0.063)$

所以方案  $D_i$  在目标中的组合权中应该为  $a^{(1)}$  与  $a^{(2)}$  对应向量的两两乘积之和，如 D1 在目标中的组合权重应该为

$$0.134 \times 0.276 + 0.040 \times 0.464 + 0.022 \times 0.197 + 0.031 \times 0.063 = 0.062$$

同理可得 D2, D3, D4, D5, D6 在目标中的组合权重。从而得到方案层对准则层组合权向量  $a^{(2)} = (0.062, 0.070, 0.071, 0.075, 0.068, 0.654)$

## 4.2 结论：

由当前权重比例来看，最近病人的出院时间是影响病床安排的首要因素。由于视网膜疾病和青光眼方面的患者较多，出院时间普遍较晚，白内障患者理论出院时间虽然较早，但因为数量庞大，且普遍需要两次手术在 8 月中旬之后也将出现出院时间赘滞的现象。与最近出院时间相比较，病人等待状况，上一次手术时间等问题对病床安排的影响也相对突出，白内障患者所需手术的时间周期较短，

并且稳定性较高;视网膜疾病患者虽然人数较多但急症状况较少,可为外伤患者提供更具效率的手术时间。由层次模型的结论看出,急症情况对于病床安排的影响相对较小,即急症患者可在第一时间享有空床位置,矛盾冲突较低。

## 五、基于病床安排的模糊数学评价模型

### 5.1 基于病床安排的模糊数学理论

基于病床安排的数学模糊评价模型是在病床利用率和病人等待系数的基础上,把入院时间,前一病人手术时间,出院时间以及病人急症状况等其他因素综合起来考虑分析该病床安排状况是否合理。本文通过定义病床安排风险率、脆弱性、恢复性、重现期、风险度五个指标作为病床安排问题的评价指标,采用数学模糊综合评判方法对病床安排问题进行评价。

设给定 2 个有限论域  $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_m\}$  和  $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ , 其中,  $U$  代表综合评判的因素所组成的集合[1](入院时间,前一病人手术时间,出院时间,病人急症状况);  $V$  代表评语所组成的集合。则模糊综合评判即表示下列的模糊变换  $B = A \times R$ , 式中  $A$  为  $U$  上的模糊子集。而评判结果  $B$  是  $V$  上的模糊子集,并且可表示为  $B = A \times R A = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ ,  $0 \leq \lambda_i \leq 1$ ;  $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ ,  $0 \leq b_j \leq 1$ 。其中  $\lambda_i$  表示单因素  $u_i$  在总评定因素中所起作用大小的变量,也在一定程度上代表根据单因素  $u_i$  评定等级的能力;  $b_j$  为等级  $v_j$  对综合评定所得模糊子集  $B$  的隶属度,它表示综合评判的结果。关系矩阵  $R$  可表示为

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

式中:  $r_{ij}$  表示因素  $u_i$  的评价对等级  $v_j$  的隶属度[2], 因而矩阵  $R$  中第  $i$  行  $R_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in})$  即为第  $i$  个因素  $u_i$  的单因素评判结果。在评价计算中  $A = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  代表了各个因素对综合评判重要性的权系数,其权系数已通过上文的层次分析法得到。

### 5.2 模糊数学评价指标的划分

本文中关系矩阵  $R$  中的隶属度,其值可根据各评价因素的实际数值对照模糊评价各因素的分级指标推求。我们这里将评语级分为 5 个级别,各评价因素分级指标见表 3。

模糊评价	u1(风险率)	u2(脆弱性)	u3(恢复性)	u4(重现期)	u5(风险度)
V1 (低)	$\geq 0.800$	$\geq 0.800$	$\leq 0.200$	$\leq 1$	$\geq 2.000$



V2（较低）	0.601~ 0.800	0.601~ 0.800	0.200~ 0.400	1.000~ 3.000	1.001~ 2.000
V3（中）	0.401~ 0.600	0.401~ 0.600	0.401~ 0.600	3.001~ 6.000	0.601~ 1.000
V4（较高）	0.200~ 0.400	0.200~ 0.400	0.601~ 0.800	6.001~ 9.000	0.201~ 0.600
V5（高）	$\leq 0.200$	$\leq 0.200$	$\geq 0.800$	$\geq 9.000$	$\leq 0.200$

表 3 病床安排评价的各评价因素分级指标

下面通过当前入院时间，上一病人等待时间，前一病人手术时间，病人急症状况定义与之相对应的风险率、脆弱性、恢复性、重现期、风险度，即评价因素集  $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_m\}$ ，以达到量化分析的结果

### 5.3 隶属模型及模糊关系矩阵的构造

由于模糊数学模型中的风险率、脆弱性、风险度是越小越优性指标，所以对于  $u_1, u_2, u_5$  各评语级可构造如下隶属函数：（对于模糊数学评价的因素  $U$ ， $a_{i1}$  代表  $U$  相对于  $u_{i1}$  的平均测定值）

$$\mu_{v_1}(\Phi) = \begin{cases} 1, & \Phi \leq a_{i1} \\ \frac{a_{i2} - \Phi}{a_{i2} - a_{i1}}, & a_{i1} < \Phi \leq a_{i2} \\ 0, & \Phi > a_{i2} \end{cases}$$

$$\mu_{v_2}(\Phi) = \begin{cases} \frac{\Phi}{a_{i1}}, & \Phi \leq a_{i1} \\ 1, & a_{i1} < \Phi \leq a_{i2} \\ \frac{a_{i3} - \Phi}{a_{i3} - a_{i2}}, & a_{i2} < \Phi \leq a_{i3} \\ 0, & \Phi > a_{i3} \end{cases}$$

$$\mu_{v_3}(\Phi) = \begin{cases} 0, & \Phi \leq a_{i1} \\ \frac{\Phi}{a_{i2}}, & a_{i1} < \Phi \leq a_{i2} \\ 1, & a_{i2} < \Phi \leq a_{i3} \\ \frac{a_{i4} - \Phi}{a_{i4} - a_{i3}}, & a_{i3} < \Phi \leq a_{i4} \\ 0, & \Phi > a_{i4} \end{cases}$$

$$\mu_{v_4}(\Phi) = \begin{cases} 0, & \Phi \leq a_{i2} \\ \frac{\Phi}{a_{i3}}, & a_{i2} < \Phi \leq a_{i3} \\ 1, & a_{i3} < \Phi \leq a_{i4} \\ \frac{\Phi - a_{i4}}{a_{i4} - a_{i3}}, & \Phi > a_{i4} \end{cases}$$

$$\mu_{v_5}(\Phi) = \begin{cases} \frac{\Phi}{a_{i3}}, & \Phi \leq a_{i3} \\ \frac{\Phi - a_{i3}}{a_{i4} - a_{i3}}, & a_{i3} < \Phi \leq a_{i4} \\ 1, & \Phi > a_{i4} \end{cases}$$

由于模糊数学模型中的恢复性和重现期是越大越优性指标，所以对于  $u_3$ 、 $u_4$  各评语级可构造如下隶属函数：

$$\mu_{v_1}(\Phi) = \begin{cases} 1, & \Phi \geq a_{i1} \\ \frac{a_{i2} - \Phi}{a_{i2} - a_{i1}}, & a_{i2} \leq \Phi < a_{i1} \\ 0, & \Phi < a_{i2} \end{cases}$$

$$\mu_{v_2}(\Phi) = \begin{cases} \frac{a_{i1}}{\Phi}, & \Phi \geq a_{i1} \\ 1, & a_{i2} \leq \Phi < a_{i1} \\ \frac{a_{i3} - \Phi}{a_{i3} - a_{i2}}, & a_{i3} \leq \Phi < a_{i2} \\ 0, & \Phi < a_{i3} \end{cases}$$

$$\mu_{v_3}(\Phi) = \begin{cases} 0, & \Phi \geq a_{i1} \\ \frac{a_{i2}}{\Phi}, & a_{i2} \leq \Phi < a_{i1} \\ 1, & a_{i3} \leq \Phi < a_{i2} \\ \frac{a_{i3} - \Phi}{a_{i4} - a_{i3}}, & a_{i4} \leq \Phi < a_{i3} \\ 0, & \Phi < a_{i4} \end{cases}$$

$$\mu_{v_4}(\Phi) = \begin{cases} 0, & \Phi \geq a_{i2} \\ \frac{a_{i3}}{\Phi}, & a_{i3} \leq \Phi < a_{i2} \\ 1, & a_{i4} \leq \Phi < a_{i3} \\ \frac{\Phi}{a_{i4}}, & \Phi < a_{i4} \end{cases}$$

$$\mu_{v_5}(\Phi) = \begin{cases} 0, & \Phi \geq a_{i3} \\ \frac{a_{i4}}{\Phi}, & a_{i4} \leq \Phi < a_{i3} \\ 1, & \Phi < a_{i4} \end{cases}$$

对于模糊数学评价的因素  $U$  而言，对应一个测定指标向量  $Y = (\phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{13}, \phi_{14}, \phi_{15})$ 。其中那个， $\phi_{ij}$  是  $U$  相对于  $u_{ij}$  的测定值，测定值范围  $(0, 1)$ 。这样  $u_{v_i}(\phi_{ij})$  便表示相对于因素  $u_i$  而言属于  $v_i$  的程度[3]。对于因素集  $U$ ，便有下面的模糊关系矩阵

$$R_U = \begin{bmatrix} u_{v_1}(\phi_{11}) & u_{v_2}(\phi_{11}) & u_{v_3}(\phi_{11}) & u_{v_4}(\phi_{11}) & u_{v_5}(\phi_{11}) \\ u_{v_1}(\phi_{12}) & u_{v_2}(\phi_{12}) & u_{v_3}(\phi_{12}) & u_{v_4}(\phi_{12}) & u_{v_5}(\phi_{12}) \\ u_{v_1}(\phi_{13}) & u_{v_2}(\phi_{13}) & u_{v_3}(\phi_{13}) & u_{v_4}(\phi_{13}) & u_{v_5}(\phi_{13}) \\ u_{v_1}(\phi_{14}) & u_{v_2}(\phi_{14}) & u_{v_3}(\phi_{14}) & u_{v_4}(\phi_{14}) & u_{v_5}(\phi_{14}) \\ u_{v_1}(\phi_{15}) & u_{v_2}(\phi_{15}) & u_{v_3}(\phi_{15}) & u_{v_4}(\phi_{15}) & u_{v_5}(\phi_{15}) \end{bmatrix}$$

模糊数学评价各因素的权重确定采用层次分析法 (AHP)，设权重计算结果为  $A = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5) = (0.062, 0.071, 0.075, 0.068, 0.654)$ ，于是可得出综合评判向量

$$B = A \circ R_U = \left\{ (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5) \circ \begin{bmatrix} u_{v_1}(\phi_{11}) & u_{v_2}(\phi_{11}) & u_{v_3}(\phi_{11}) & u_{v_4}(\phi_{11}) & u_{v_5}(\phi_{11}) \\ u_{v_1}(\phi_{12}) & u_{v_2}(\phi_{12}) & u_{v_3}(\phi_{12}) & u_{v_4}(\phi_{12}) & u_{v_5}(\phi_{12}) \\ u_{v_1}(\phi_{13}) & u_{v_2}(\phi_{13}) & u_{v_3}(\phi_{13}) & u_{v_4}(\phi_{13}) & u_{v_5}(\phi_{13}) \\ u_{v_1}(\phi_{14}) & u_{v_2}(\phi_{14}) & u_{v_3}(\phi_{14}) & u_{v_4}(\phi_{14}) & u_{v_5}(\phi_{14}) \\ u_{v_1}(\phi_{15}) & u_{v_2}(\phi_{15}) & u_{v_3}(\phi_{15}) & u_{v_4}(\phi_{15}) & u_{v_5}(\phi_{15}) \end{bmatrix} \right\}$$

在综合评判中，我们选取“加权平均型”的  $M(\bullet, \oplus)$  模型，即  $b_j = \min \left\{ 1, \sum_{i=1}^n \lambda_i r_{ij} \right\}$ 。

由于  $\sum_{i=1}^n \lambda_i r_{ij}$ ，该模型实际上蜕化为一般的实数加法，即  $b_j = \sum_{i=1}^n \lambda_i r_{ij} \quad (j=1,2,\dots,m)$

选取与  $\max\{b_{ij}\}$  对应的评语为病床安排情况的评判结果。

为了比较直观的说明评价水平，我们将其分成 5 级，分别叫做低、较低、中、较高和高评价，其评判标准和各级别评估特征见表 4。

评价等级	评价级别	系统的评估特征
V1	低	错误的床位安排
V2	较低	问题突出的床位安排
V3	中	可以接受的床位安排
V4	较高	效率较高的床位安排
V5	高	成功的床位安排

表 4 评判标准和各级别评估特征

#### 5.4 模型求解

对 2008-07-13 到 2008-09-11 的病人信息进行测定，得到入院时间，前一病人手术时间，出院时间以及病人急症状况指标向量  $Y = (\phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{13}, \phi_{14}) = (0.6507, 0.6824, 0.7969, 0.3741)$ ，计算出模糊关系矩阵

$$R_U = \begin{bmatrix} 0.4546 & 0.6210 & 0.6981 & 0.6152 & 0.6532 \\ 0.3941 & 0.3260 & 0.3662 & -0.1507 & 0.3667 \\ 0.4730 & 0.2527 & 0.4662 & 0.5009 & 0.3604 \\ 0.6976 & 0.4017 & 0.2477 & 0.5635 & 0.1540 \end{bmatrix}$$

采用 AHP 法对评价指标的权重计算结果为  $A = (0.062, 0.071, 0.075, 0.068, 0.654)$ ，此时评判结果  $V$  上的模糊子集  $B = (0.4686, 0.5032, 0.5635, 0.4454, 0.5167)$ 。

采用同样的方法可以得到模糊集矩阵  $B^*$ ，下面对 2008-07-13 到 2008-09-11 以周为单位进行划分，并分别作出评价。得到评价等级表如下：

日期 \ 评 价	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$
07-13~07-19	0.2241	0.2106	0.6853	8.1200	0.5340
07-20~07-26	0.2100	0.1906	0.7285	9.1061	0.6494
07-27~08-02	0.5947	0.3128	0.4726	4.2265	0.7194
08-03~08-09	0.4327	0.4428	0.4785	3.1792	0.7746
08-10~08-16	0.2767	0.4285	0.5273	3.7264	0.6010
08-17~08-23	0.3218	0.4098	0.7919	3.8219	0.6257
08-24~08-30	0.6522	0.4365	0.4289	3.4552	1.7172
08-31~09-06	0.3341	0.6480	0.6953	3.3096	1.9861
09-07~09-13	————	————	0.6718	8.1326	————

表 5 床位安排模糊数学评价系数表

日期 \ 评价	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$
07-13~07-19	较高	较高	较高	较高	较高
07-20~07-26	较高	中	较高	较高	中
07-27~08-02	中	较高	中	中	中
08-03~08-09	中	中	中	中	中
08-10~08-16	较高	中	中	中	中
08-17~08-23	中	中	较高	中	中
08-24~08-30	中	中	中	中	较低
08-31~09-06	中	较低	较高	中	较低
09-07~09-13	——	——	较高	较高	——

表 6 床位安排模糊数学评价等级表

### 5.5 结论：

通过床位安排模糊数学评价结果显示，当前的床位安排模型虽然可以接受，但存在着明显的不稳定因素，在初期由于患者人数较少，模型体现出了一定的优越性，诸多因素均较高，但随着患者数量的增多，患病种类的增加以及床位的逐渐短缺，模型的稳定性日益下降，尤其是风险度的指标在最后的两周内处于较低水平，说明医院存在着部分患者因床位分配的不合理而导致不能够及时入院就诊的风险。以当前情况看，在 10 月中下旬将会出现三个指标的“较低”等级，因此当前床位安排模型有待进一步优化，以缓解床位问题。评价误差如下：

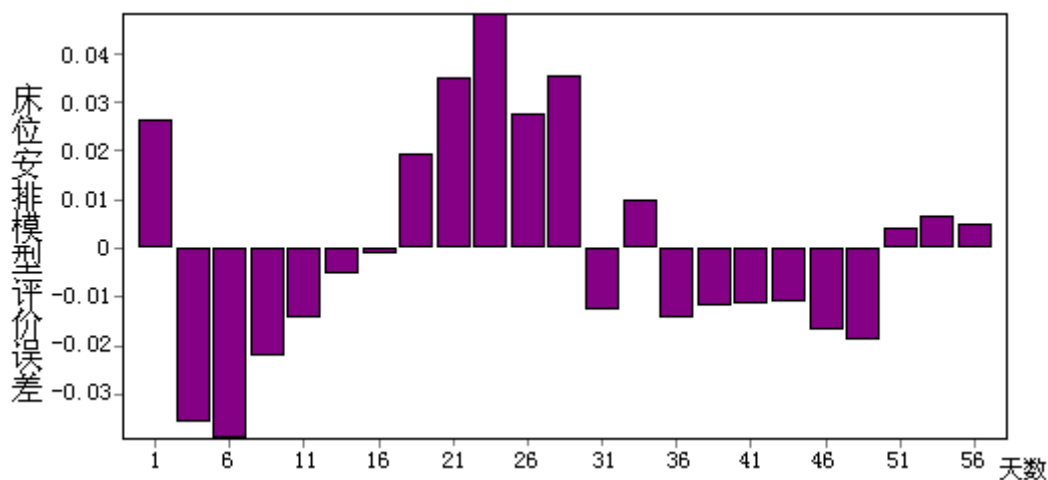


图 2 误差评价

## 六、基于改进熵值法构建床位安排模型

### 6.1 改进熵值法的定义

熵值法是一种实现赋权法[4]，熵是系统无序程度的一种度量，二者绝对值相等，但符号相反，根据此性质，可以把多目标决策评价中各待评方案的固有信息和决策者主观判断的信息进行量化与综合，计算出方案集中各方案基于熵的相对异性量化评价指数，从而依此做出对各方案的评价。

若有  $m$  个待评方案， $n$  项评价指标，形成原始指标数据矩阵  $x = (x_{ij})_{m \times n}$  对于某项指标  $x_j$ ，指标值  $x_{ij}$  的差距越大，则该指标在综合评价中所起的作用越大，反之就越小，如果某项指标的指标值全部相等，则该指标在综合评价中不起作用。

[5]在信息论中，信息熵为： $H(x) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \ln p(x_i)$  其中  $P(x_i)$  为指标  $x$  在方案某种的概率。本文采用标准化法进行变换，其方法：

对原始指标数据矩阵  $x = (x_{ij})_{m \times n}$  用标准化法进行变换

$$x'_{ij} = (x_{ij} - \bar{x}_j) / s_j$$

其中  $\bar{x}_j$  为第  $j$  项指标值的均值，即  $\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij}$ ， $s_j$  其为第  $j$  项指标值的方

差，即  $s_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$

一般地， $x_{ij}$  的范围为  $[-1, 1]$ ，为消除负值，可将坐标平移，令

$$x'_{ij} = 1 + x_{ij}$$

然后进行评价，

经过上面的变换，所得到的标准化的指标数据矩阵为： $x' = (x'_{ij})_{m \times n}$ ，为了方便书写，将转换的指标数据矩阵仍记作： $x = (x_{ij})_{m \times n}$

## 6.2 基于改进熵值法的病床分配评价模型

(1) 根据改进后熵值法的基本思想，对病床分配评价指标体系中第二层指标对上层指标的重要性进行评价，得到病床分配原始评价指标数据矩阵，按上述改进的熵值法对该数据矩阵进行变换得到标准化的指标数据矩阵： $x = (x_{ij})_{m \times n}$ 。

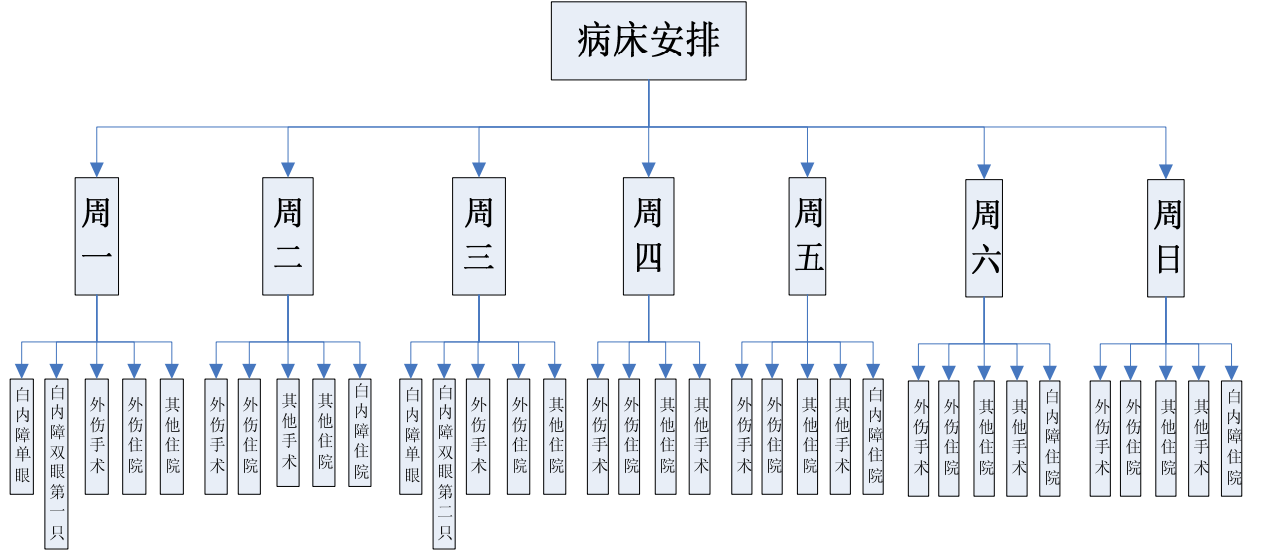


图 3 病床分配评价指标体系

(2) 将各指标同度量化，计算  $x_{ij}$  在第  $j$  项指标的比重  $p_{ij}$

$$P_{ij} = x_{ij} / \sum_{i=1}^m x_{ij}$$

(3) 计算第  $j$  个指标的熵值  $e_j$

$$e_j(x) = -k \sum_{i=1}^n p_{ij} \ln p_{ij}$$

其中  $k > 0$ ， $e_j \geq 0$ 。如果  $x_{ij}$  对于给定的  $j$  全部相等，那么

$$P_{ij} = x_{ij} / \sum_{i=1}^m x_{ij} = \frac{1}{m}$$

此时， $e_j$  取极大值，即

$$e_j(x) = -k \sum_{i=1}^m \frac{1}{m} \ln \frac{1}{m} = k \ln m$$

若设  $k = \frac{1}{\ln m}$ ，于是有  $0 \leq e_j \leq 1$ 。

(4) 计算第  $j$  项指标的差异性系数  $g_j$

对于给定的  $j$ ， $x_{ij}$  的差异性越小，则  $e_j$  越大，当  $x_{ij}$  全部相等时， $e_j = e_{\max} = 1$ ，

此时对于方案的比较，指标  $x_j$  毫无作用；当各方案的指标值相差越大时， $e_j$  越小，

该项指标对于方案比较所起的作用越大。[6]定义差异性系数

$$g_j = 1 - e_j$$

则当  $g_j$  越大时，指标越重要。

(5) 定义权数

$$a_j = g_j / \sum_{i=1}^m g_i$$

(6) 按上述方法计算其它二级指标相对于一级指标的权重集，一级指标相对于总目标的权重集。

(7) 按层次分析法，计算病床分配评价指标体系中各项二级指标相对于总目标的权重集  $\omega$ 。

(8) 对病床分配评价指标体系中的各个指标进行综合评价，得到各评价指标的实际值，然后对指标的实际值进行量纲一化处理得到各个指标的指标评价价值，其评价价值集为  $C$ 。

### 6.3 熵值法床位安排模型的实现

通过 10 次对病床分配评价指标体系中一级指标“周一”下的二级指标“白内障单眼、白内障双眼第一只、外伤手术、外伤住院、其他住院”按 100 分制进行评分得到下面的评价矩阵：

$$\begin{pmatrix} 93 & 90 & 93 & 95 & 89 \\ 82 & 93 & 77 & 95 & 74 \\ 78 & 84 & 88 & 80 & 75 \\ 93 & 86 & 91 & 89 & 93 \\ 80 & 78 & 60 & 75 & 95 \\ 79 & 69 & 95 & 65 & 62 \\ 68 & 86 & 91 & 89 & 97 \\ 77 & 79 & 80 & 68 & 85 \\ 88 & 80 & 89 & 78 & 86 \\ 64 & 66 & 90 & 75 & 77 \end{pmatrix}$$

对上述原始数据矩阵用标准化方法进行转换得到如下的矩阵：

$$\begin{pmatrix} 1.1406 & 1.1201 & 1.0685 & 1.1236 & 1.0643 \\ 1.0198 & 1.1606 & 0.9243 & 1.1236 & 0.9535 \\ 0.9758 & 1.0391 & 1.0234 & 0.9921 & 0.9608 \\ 1.1406 & 1.0661 & 1.0505 & 1.0710 & 1.0938 \\ 0.9978 & 0.9582 & 0.7710 & 0.9483 & 0.8870 \\ 0.9868 & 0.8367 & 1.0865 & 0.8606 & 0.8648 \\ 0.8660 & 1.0661 & 1.0505 & 1.0710 & 1.1234 \\ 0.9649 & 0.9717 & 0.9513 & 0.8869 & 1.0347 \\ 1.0857 & 0.9852 & 1.0325 & 0.9746 & 1.0421 \\ 0.8221 & 0.7962 & 1.0415 & 0.9483 & 0.9756 \end{pmatrix}$$

根据第（2）步，对各项指标进行同度量化后的矩阵

$$\begin{pmatrix} 0.1141 & 0.1120 & 0.1069 & 0.1124 & 0.1064 \\ 0.1020 & 0.1161 & 0.0924 & 0.1124 & 0.0953 \\ 0.0976 & 0.1039 & 0.1023 & 0.0992 & 0.0961 \\ 0.1141 & 0.1066 & 0.1050 & 0.1071 & 0.1094 \\ 0.0998 & 0.0958 & 0.0771 & 0.0948 & 0.0887 \\ 0.0987 & 0.0837 & 0.1087 & 0.0861 & 0.0865 \\ 0.0866 & 0.1066 & 0.1050 & 0.1071 & 0.1123 \\ 0.0965 & 0.0972 & 0.0951 & 0.0887 & 0.1035 \\ 0.1086 & 0.0985 & 0.1032 & 0.0975 & 0.1042 \\ 0.0822 & 0.0796 & 0.1041 & 0.0948 & 0.0976 \end{pmatrix}$$

根据第（3）步，计算各指标的熵值如下：

$$\begin{cases} e_1 = 0.99731920161607 \\ e_2 = 0.99787985710654 \\ e_3 = 0.99769508363228 \\ e_4 = 0.99666029544670 \\ e_5 = 0.99753249874021 \end{cases}$$

根据第（4）步，计算各个指标的差异性系数如下：

$$\begin{cases} g_1 = 0.00212014289346 \\ g_2 = 0.00333970455330 \\ g_3 = 0.00230491636772 \\ g_4 = 0.00268079838393 \\ g_5 = 0.00246750125979 \end{cases}$$

根据第（5）步，计算各指标的权重如下：



$$\begin{cases} a_1 = 0.16418589595896 \\ a_2 = 0.25862991877257 \\ a_3 = 0.17849493074851 \\ a_4 = 0.20760359403539 \\ a_5 = 0.19108566048458 \end{cases}$$

因此,  $\omega_{21} = (0.1642, 0.2586, 0.1785, 0.2076, 0.1911)$

(6) 按上述方法, 计算其它二级指标相对于上层指的权重分别如下:

$$\omega_{22} = (0.2936, 0.2056, 0.1655, 0.1642, 0.1711)$$

$$\omega_{23} = (0.2816, 0.1956, 0.1835, 0.1662, 0.1731)$$

$$\omega_{24} = (0.3936, 0.3018, 0.1662, 0.1584)$$

$$\omega_{25} = (0.2314, 0.1720, 0.2163, 0.1782, 0.2021)$$

$$\omega_{26} = (0.2437, 0.1943, 0.2048, 0.1836, 0.1736)$$

$$\omega_{27} = (0.2145, 0.1685, 0.1957, 0.2063, 0.2150)$$

则二级指标相对于一级指标的权重集为:  $\omega_2 = (\omega_{21}, \omega_{22}, \omega_{23}, \omega_{24}, \omega_{25})$ ,  
一级指标相对于总目标的权重集为:

$$\omega_1 = (0.4368, 0.1326, 0.1027, 0.1168, 0.2111)$$

(7) 则病床分配评价模型中二级指标相对于总目标的权重集为:

$$\begin{aligned} \omega = \omega_1 * \omega_2 = & (0.0221, 0.0318, 0.0296, 0.0288, 0.0352, 0.0341, 0.0322, 0.0221, 0.0345, \\ & 0.0344, 0.0232, 0.0370, 0.0241, 0.0258, 0.0224, 0.0351, 0.0325, 0.0247, \\ & 0.0294, 0.0294, 0.0293, 0.0394, 0.0284, 0.0283, 0.0339, 0.0295, 0.0394, \\ & 0.0328, 0.0293, 0.0223, 0.0229, 0.0319, 0.0193, 0.0261, 0.0326) \end{aligned}$$

(8) 根据专家对病床分配评价指标体系各个指标的评价值进行归一化处理得

$$\begin{aligned} C = & (0.7526, 0.7174, 0.7233, 0.6967, 0.7754, 0.7446, 0.8016, 0.7184, 0.7685, \\ & 0.7415, 0.8063, 0.7037, 0.7253, 0.7247, 0.6693, 0.7114, 0.6953, 0.7323, \\ & 0.7073, 0.6473, 0.7012, 0.7403, 0.7457, 0.6828, 0.7104, 0.6903, 0.7203, \\ & 0.6503, 0.7903, 0.7740, 0.6923, 0.7316, 0.7072, 0.7092, 0.7529) \end{aligned}$$

则病床分配评价值为:

$$T = \omega * C = 0.7489$$

根据病床分配评价模型中等级的划分, 则该病床分配综合统计值在  $(0.85 \sim 0.7]$  区间内, 即该病床分配为良。

改进的熵值法全面考虑了不同病症的病人就诊、住院的特点, 并以周为单位, 确定每天白内障, 视网膜疾病, 青光眼, 外伤患者住院的最优人数比。基于此熵值法, 可根据已知的第二天拟出院病人人数来确定第二天应该安排哪些病人住院。当病人来就诊时, 首先计算除去出院病人后, 当天的白内障, 视网膜疾病, 青光眼, 外伤病人的比例, 并将该比例与熵值法的最优比例相互对照。相对于熵值法权值比, 若白内障病人的比例降低的百分比低于其他三种病症的病人, 则优先安排白内障病人入住, 其他病症患者依次采用相同方式处理。

#### 6.4 基于模糊数学评价模型对熵值分析法的评估

根据上述模糊数学理论对问题一中的床位安排模型的评价方法，同理可得其对熵值分析法评价的方法。这里，重新对白内障，视网膜疾病，青光眼，外伤患者影响因子进行评估，并通过模糊关系矩阵计算评价等级系数得到如下的等级表

日期 \ 评价	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$
07-13~07-19	较高	高	高	较高	较高
07-20~07-26	较高	高	较高	高	较高
07-27~08-02	较高	较高	较高	较高	较高
08-03~08-09	较高	较高	较高	较高	较高
08-10~08-16	较高	较高	较高	较高	较高
08-17~08-23	较高	中	较高	较高	较高
08-24~08-30	中	较高	中	较高	较高
08-31~09-06	中	中	较高	较高	较高
09-07~09-13	——	——	较高	较高	——

表 7 熵值法模糊数学评价等级表

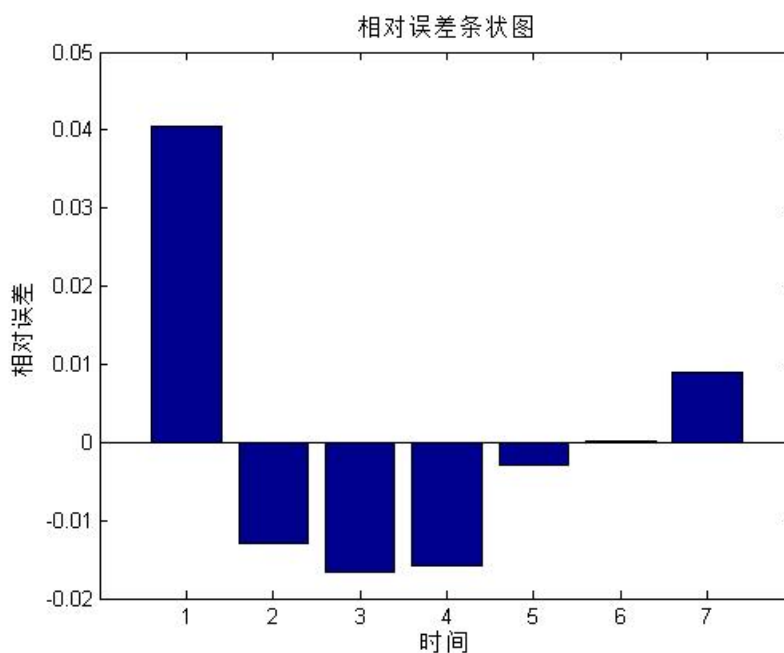


图 4 模糊数学评价误差

模糊数学评价结果可看出由熵值法确定的新的床位安排模型具有很高的评价等级，且随着时间的推移，展现了良好的稳定性和可靠性。属于效率较高的床位安排模型。

## 七、Agent 智能仿真模型

### 7.1 Agent 智能仿真模型的建立

根据上述熵值法模型以及模糊数学理论,通过每一天各影响因子的情况,得到了针对于 79 张床位,不同病症病人的最合理权值比。不同病理的病人对于住院条件及入住时间会有不同的影响结果,但由于每天来就诊病人的病因不能提前预估,其带有随机性,因此病人入住时间和条件很难控制,以此得到的拟定入住时间不稳定,因此在熵值法的基础上选择基于 Agent 模型和计算机 MAR 仿真模型,并引入了最优入住时间的概念,通过合理化各影响因子的比例数量从而得到病人最优化后的入住时间。

#### 7.1.1 数学表达

首先分析影响病人入住时间的诸多因素条件,首先是当天除去出院病人后,白内障,视网膜疾病,青光眼,外伤病人的比例,并将该比例与熵值法求出的比例相互对照。相对于熵值法权值比,若白内障病人的比例降低的百分比低于其他三种病症的病人,则优先安排白内障病人入住,其他病症患者依次采用相同方式处理。在当天不能安排入住的病人,则根据病人的病症分析已入住同病例病人的最快出院时间以及当前病床利用率给出最优入住时间,其理论表达式为:

$$(1) \quad \begin{aligned} \text{Optimization} \quad T &= T_0 + w_e^2 T_1 + f_e^2 T_2 + g_e^2 G_0 \\ \text{s. t} \quad w_e + f_e + g_e &= 1 \end{aligned}$$

(2)  $T$  为最优入住时间;  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $G_0$  分别为已住同病症病人最快出院时间,第二,第三出院时间以及当前预入住病人总数;  $w_e$ 、 $f_e$  和  $g_e$  分别为第二,第三出院时间及入住病人权重系数。这里,  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  需要在模型算法实现中,每执行一次 Agent 仿真就要根据更新后的主体部分进行新的设定,以等待下一个 Agent 仿真。

(3) 定义  $N_w$ ,  $N_f$ ,  $N_g$  分别为该天已住病人最佳出院时间 1; 次佳出院时间 2 和理想入住总人数。 $W_{\max}$ ,  $F_{\max}$ ,  $G_{\max}$  分别为最长出院时间及同一天入住病人上限,这里  $W_{\max} = F_{\max}, G_{\max} = 79$

于是有如下公式:

$$\begin{cases} w_e = Nw / w_{\max} \\ f_e = Nf / f_{\max} \\ g_e = Ng / g_{\max} \end{cases}$$

(4) 理论公式可以等价转化为:

$$\text{Optimization} \quad T = T_0 + (Nw / w_{\max})^2 T_1 + (Nf / f_{\max})^2 T_2 + (Ng / g_{\max})^2 G_0$$

7.1.2 MAR 仿真模型

为进一步解决最优入住时间，病床利用率，天数之间的非线性以及波动性关系，得到量化的分析结果，这里运用 MARS 来做进一步分析。

7.1.3 模型理论框架

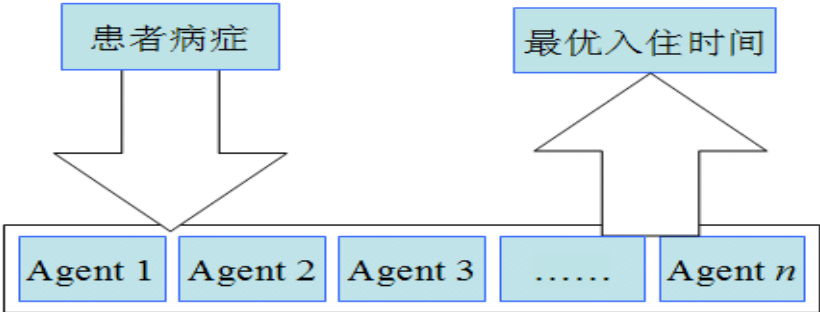


图 5 模型理论框架图

总体模型分为主体部分和驱动部分，主体部分指的是在 Agent 体系中输入熵值法所得白内障，视网膜疾病，青光眼，外伤病人最优比例以及当前病床使用率从而生成入住条件，这里 MARS 仿真体现出其在运行连接 Agent 模块时良好的衔接性和稳定性。如图 6 所示，当仿真得到患者不满足入住条件时，执行驱动部分，即上述数学表达中的（1）理论公式及其推导，从而仿真得到最优入住时间的预测。

7.2 步骤实现

具体实现步骤见图 6

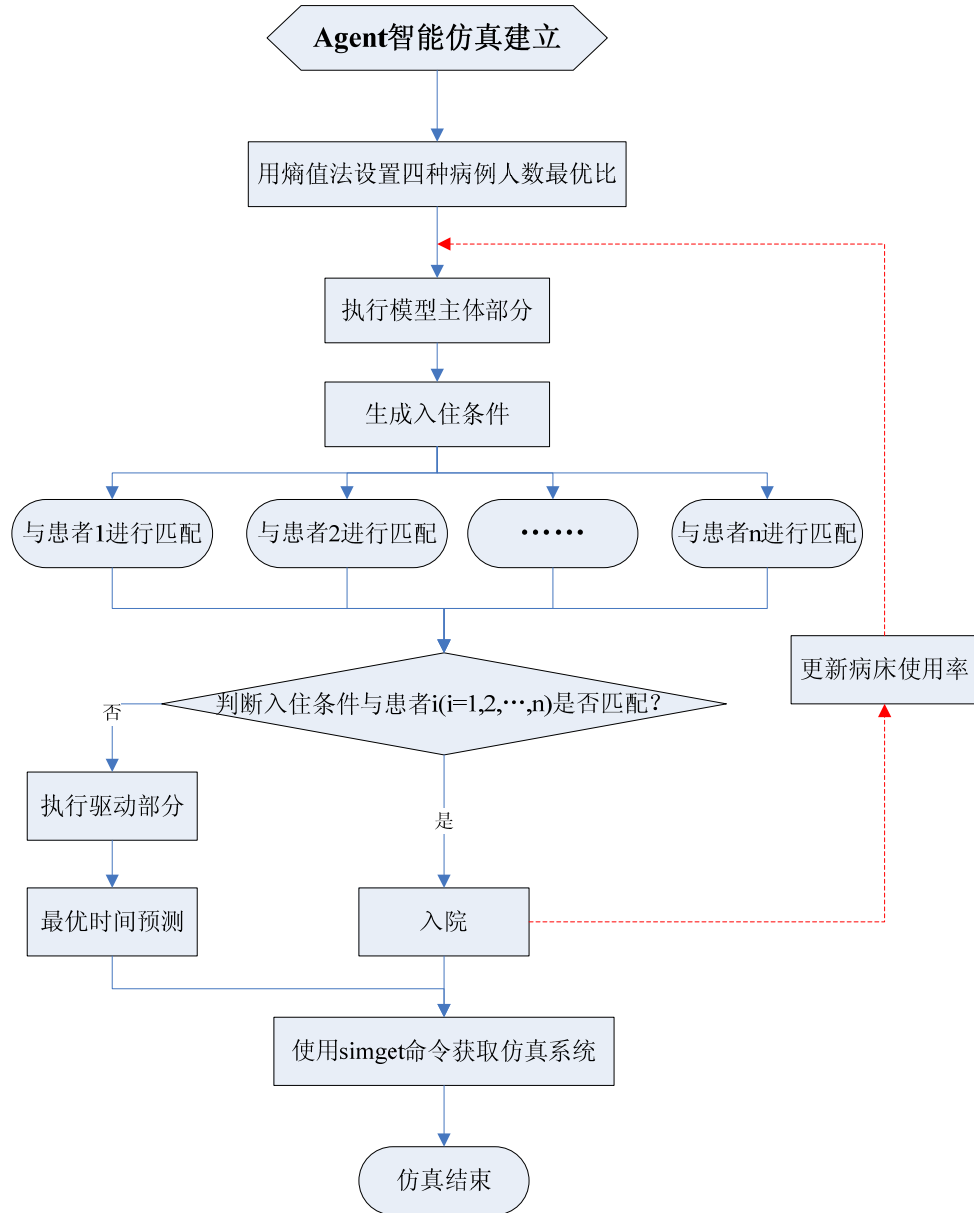


图6 技术实现过程图

### 7.3 实验结果

取 Agent 实例数为 5000，坐标范围：天数范围 2008-07-13 到 2008-09-11 设置为 1~60 天，病床使用 30~79，最优入住时间第 0~27 天，模拟过程中针对每一个 Agent 实例，Agent 模型以理论公式（1）作为目标函数，根据依次递增输入的患者病症进行智能仿真，得到当前与之对应的病床使用情况以及最佳入住时间在三维坐标轴中进行标定。在各 Agent 仿真模块结束后通过用 Matlab cftool 工具将得到的离散统计数据拟合光滑的三维曲线图及后 10 天根据已有数据预测的最优入住时间，算法稳定性以及病床使用率的二维曲线图，最终实现了对最优入住时间的预测。

当前就诊病人白内障病人时，其最优入住时间，天数，病床使用情况如图：

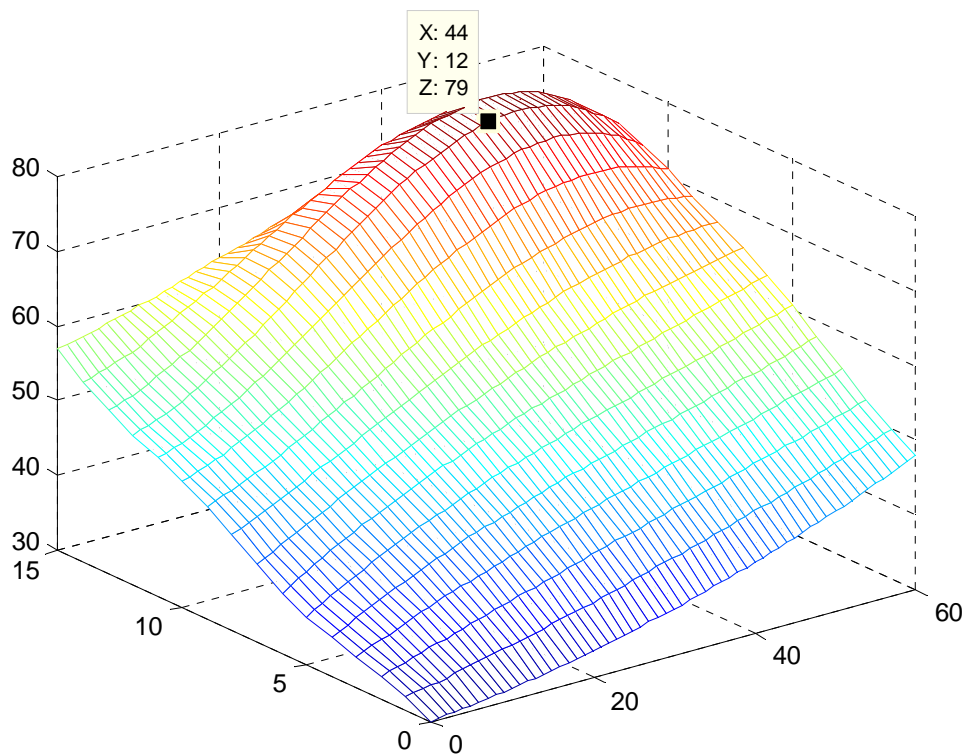


图 7 最优入住时间，病床使用情况及天数仿真图  
其后十天白内障患者最优入住时间，算法稳定性以及病床使用率情况如图

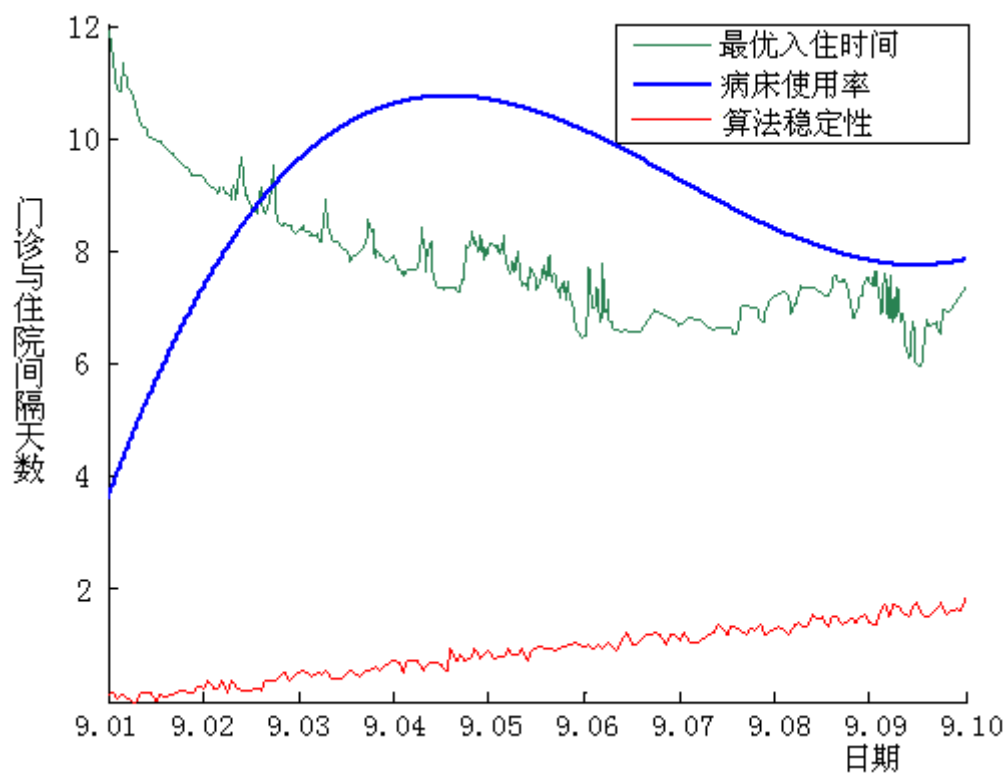


图 8 最优入住时间，病床使用率，算法稳定性仿真图  
当前就诊病人为视网膜疾病病人时，其最优入住时间，天数，病床使用情况如图

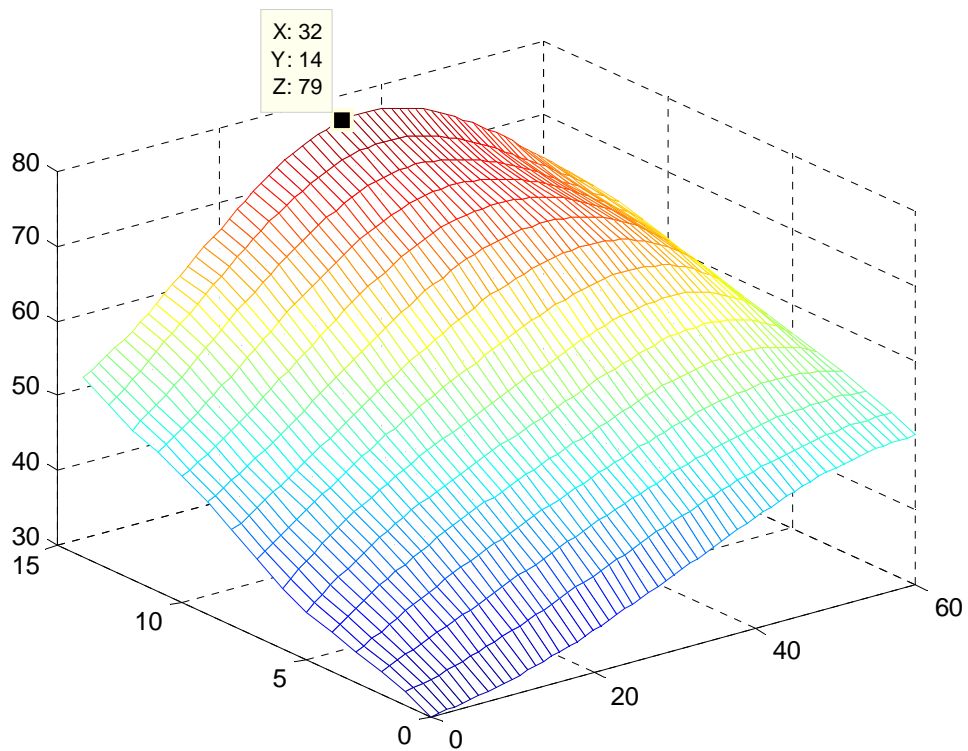


图 9 最优入住时间，病床使用情况及天数仿真图  
其后十天视网膜疾病患者最优入住时间，算法稳定性以及病床使用率情况  
如图

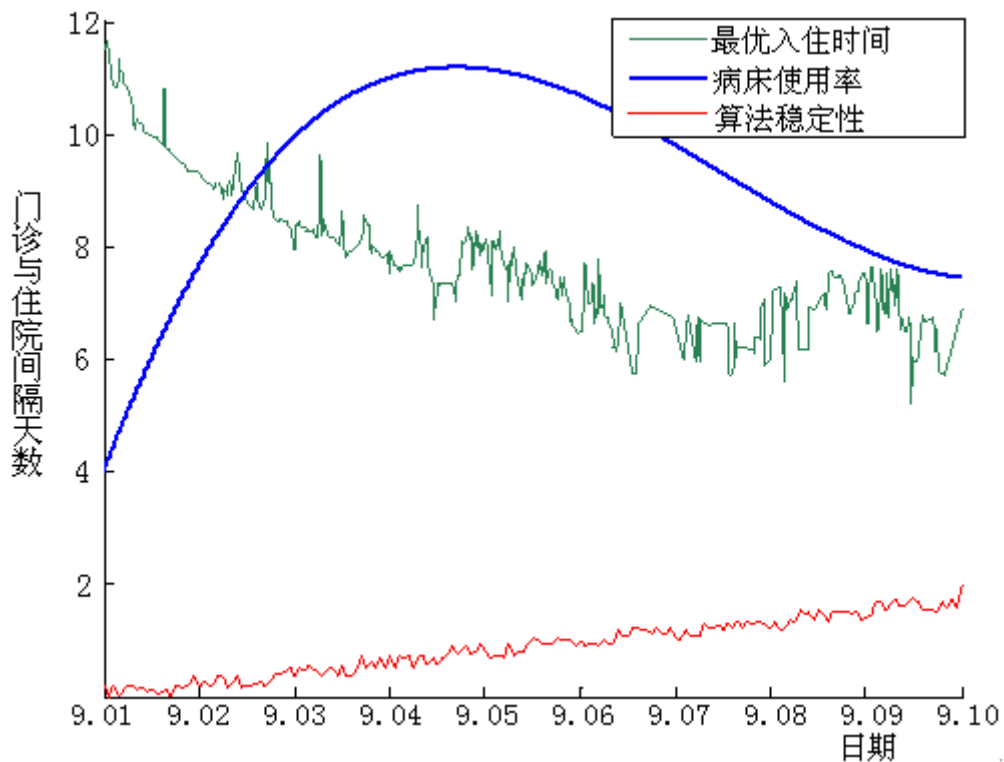


图 10 最优入住时间，病床使用率，算法稳定性仿真图  
当前就诊为青光眼病人时，其最优入住时间，天数，病床使用情况如图

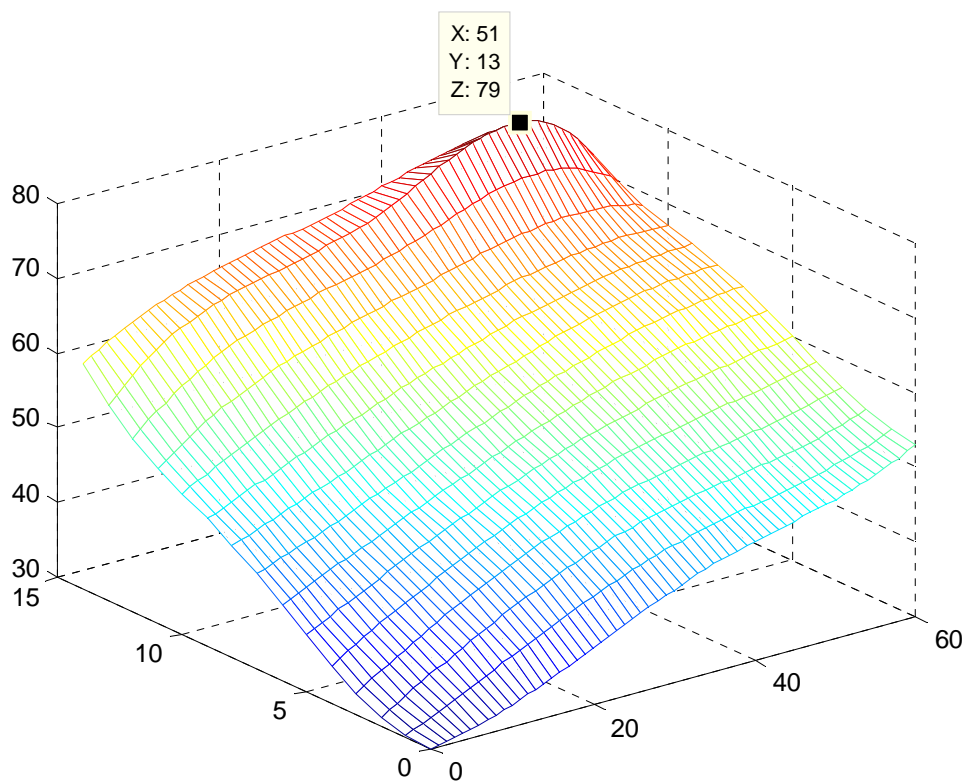


图 11 最优入住时间，病床使用情况及天数仿真图

其后十天青光眼患者最优入住时间，算法稳定性以及病床使用率情况如图

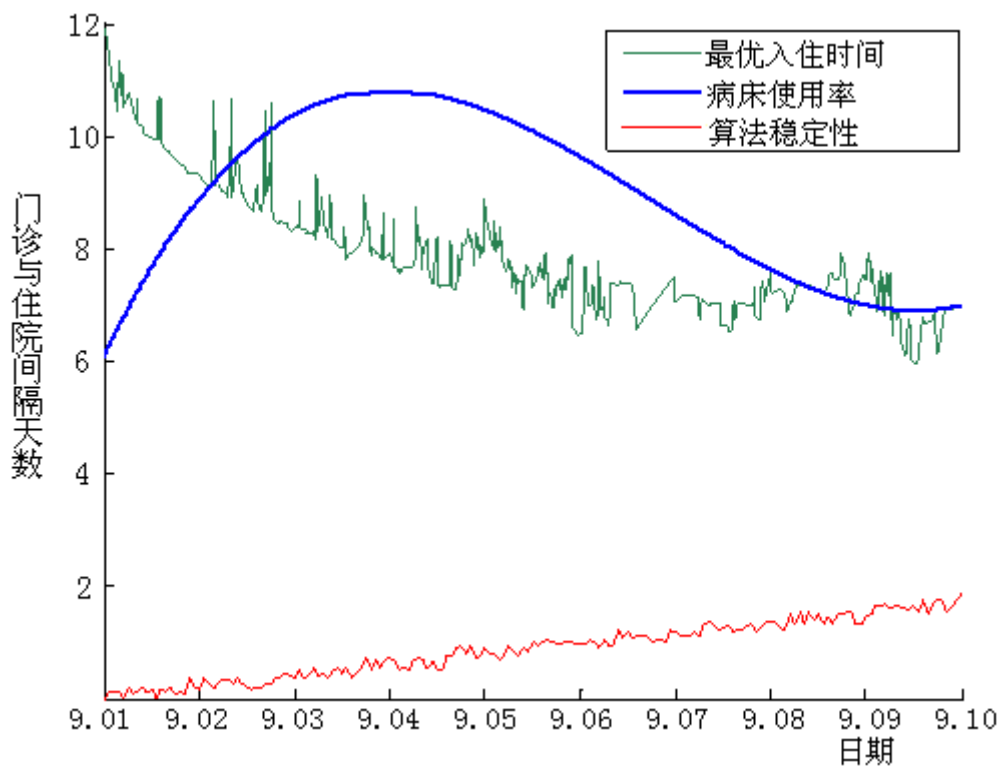


图 12 最优入住时间，病床使用率，算法稳定性仿真图



#### 7.4 基于灰色 Gompertz 模型对 Agent 智能算法误差的分析

传统的灰色模型是用于控制和预测的技术。但是，从动态系统中得到的实际数据，往往具有一定的波动性，这种波动性会产生误差。

改进的灰色模型——灰色 Gompertz 模型考虑了实际数据误差，以绝对误差为标准，通过背景函数导出连续算法模拟时产生的误差波动值，并形成误差波动频率并通过 Matlab 信号处理工具箱的 chirp（）函数进行误差波动频率的扫频信号处理，最后利用 stem（）函数对扫频后的信号进行离散处理，得到精确的误差值。

灰色 Gompertz 模型的实质是对以特定算法中的误差波动范围进行跟踪和预测。我们建立如下的灰色 Gompertz 模型来对 Agent 智能仿真算法的误差波动范围进行跟踪和预测（注：Agent 智能算法平均误差不超过 10%为最优预测结果）：

- (1) 令 Agent 得到的最优入住时间为  $y^{(0)}$ ,  $y^{(0)}(i) > 0$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 对于  $y^{(0)}$  采用对数变换进行生成处理，即令

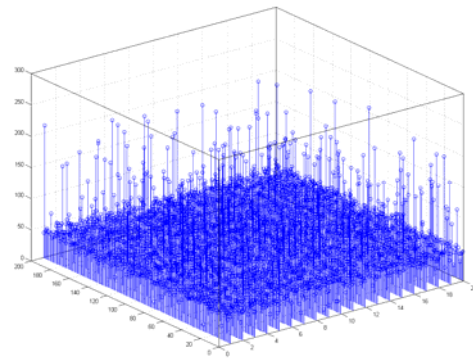
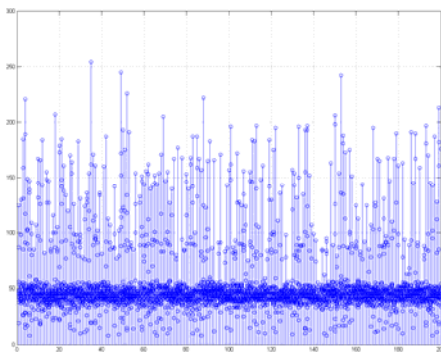
$$x^{(0)}(i) = \ln[y^{(0)}(i)] \quad (i=1,2,\dots,n)$$

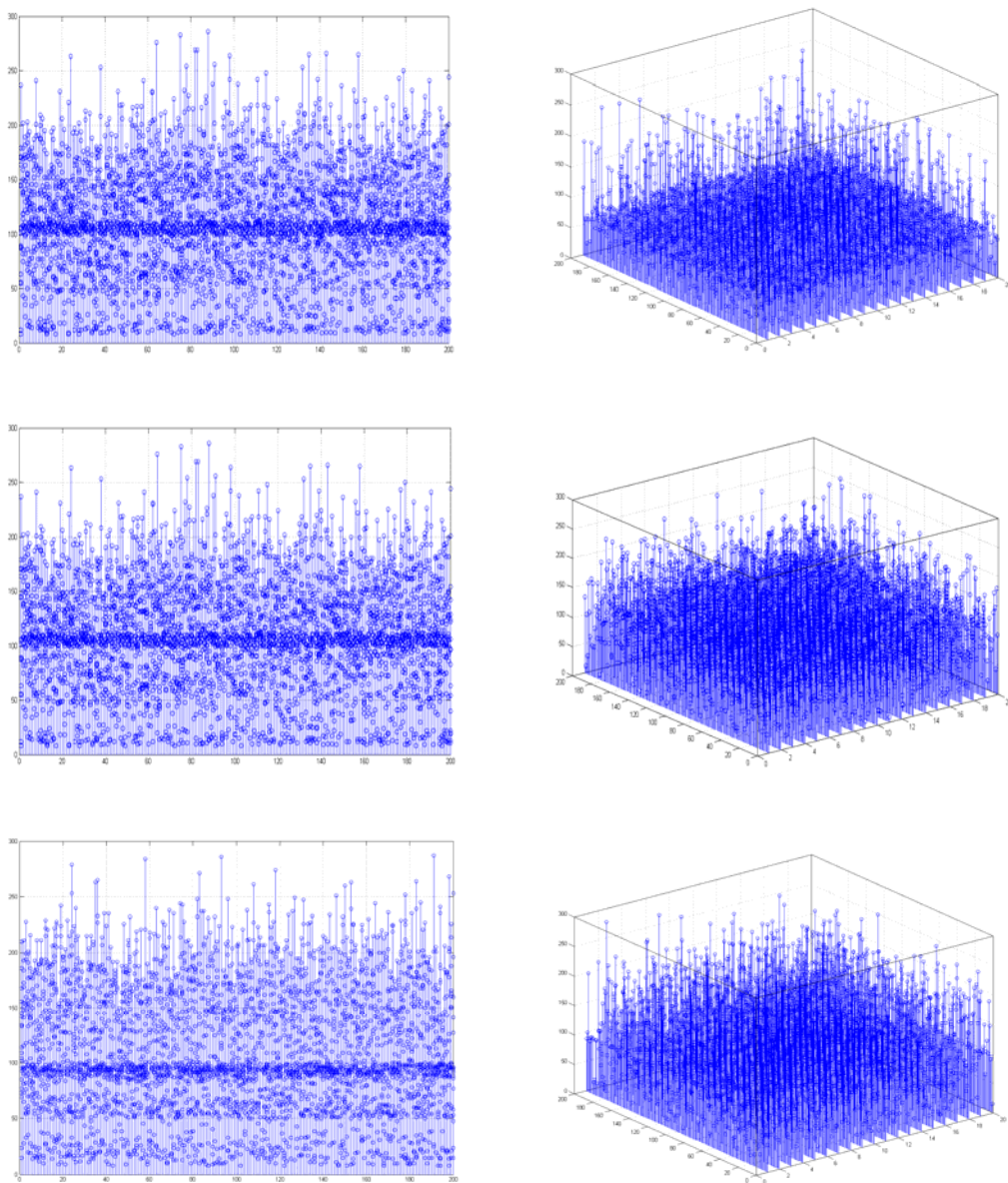
- (2) 对于数据序列  $x^{(0)}(i) = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ ，利用下述方程组的最小二乘解

$$\begin{bmatrix} x^{(1)}(2)+x^{(1)}(3) & 2 & 1 \\ x^{(1)}(3)+x^{(1)}(4) & 3 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x^{(1)}(n-1)+x^{(1)}(n) & n-1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n-1) \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} x^{(1)}(2) \\ x^{(1)}(3) \\ \vdots \\ x^{(1)}(n-1) \end{bmatrix}$$

- (3) 由  $p_2$ 、 $p_3$ 、 $p_4$  及  $y^{(0)}(k) = e^{c+b^*e^{-a^*k}}$  可解得参数 a；在这里， $p_2$ 、 $p_3$ 、 $p_4$  分别为最优入住时间，病床利用率，算法稳定性在 Agent 智能仿真中的每个模块产生的误差波动频率，通过 Matlab 信号处理工具箱的 chirp（）函数进行误差波动频率的扫频信号处理得到各变量在 Agent 智能仿真过程

中的频率值分别计作 c, b, k, 并将结果带到公式  $y^{(0)}(k) = e^{c+b^*e^{-a^*k}}$  中，即可解得参数 a，将多个模块所得到的参数 a 通过 Matlab 信号处理工具箱的 stem（）函数做离散处理，可得到如下的算法误差分布图：（连续四次灰色 Gompertz 模型误差波动跟踪预测结果）。





系列图 13 Agent 智能仿真误差分析

基于 Agent 智能仿真实例数取为 5000，有误差结果图分析，最高 Agent 实例误差为 292，误差范围为 5.84%，即当 Agent 仿真预测入住时间为第 20 天，则实际入住区间为[8，11]

## 八、基于遗传算法对最优入住时间的优化

### 8.1 遗传算法流程图

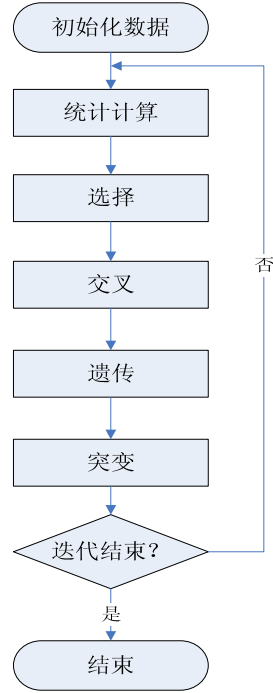


图 14 遗传算法流程图

### 8.2 遗传算法的实现

我们采用浮点数编码,由于浮点数编码比二进制编码在变异操作上能够保持更好的种群多样性,避免了早熟收敛(即基因丢失和基因浓度过低),减小遗传算法陷入局部最优点的概率。

#### 8.2.1 目标函数

$\text{target}_l$  表示第 1 个个体的目标函数值设为

$$\text{target}_l = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|m_{ij} - \hat{m}(A_l, k_{l1}, k_{l2}, k_{l3}, k_{l4}, R_{lj}, T_{lj}, M_j)\| \quad (10)$$

遗传算法以适应度函数作为进化目标,并且只能朝着适应度函数增大的方向进化,所以需要适当地在适应度函数与目标函数之间进行转换。我们取适应度函数为目标函数的倒数,则适应度函数最大的时候即可保证目标函数最小。

#### 8.2.2 选择与交叉

采用排序选择法,用来确定交叉个体,以及被选中的个体将产生的子代个体数量。

我们以设定选择概率

$$p_i = q'(1-q)^{r_i-1} \quad (11)$$

其中  $p_i$  为第  $i$  个个体的适应度函数值;  $q$  为选中的个体是最优个体的概率,一般选择  $q=0.08$ ,种群中的个体按照适应度的大小进行排列;  $r_i$  为种群按照个体适应

度的大小进行排序后第  $i$  个个体的排序号。则有

$$q' = \frac{q}{1 - (1 - q)^m} \quad (12)$$

其中  $m$  为群体中个体的总数。

为了能够在下一代产生新的个体，我们通过交叉操作来使得遗传算法的搜索能力得以飞跃地提高。变异本身只是一种局部搜索，但是与交叉结合在一起后，保证了遗传算法的有效性，进而防止了基因丢失和基因浓度过低，即早熟收敛。具体浮点数编码交叉方式为

$$c_1 = p_1\alpha + p_2(1 - \alpha) \quad (13)$$

$$c_2 = p_1(1 - \alpha) + p_2\alpha \quad (14)$$

其中， $c_1$ 、 $c_2$  为个体， $p_1$ 、 $p_2$  为附体， $\alpha$  是 0、1 之间的随进变量。

### 8.2.3 变异

设置变异算子

$$X' = X + 0.5 \times L \times \Delta \quad (15)$$

其中， $X'$  为变异后变量的值， $X$  为变异前变量的值； $L$  为变量的取值范围；

$$\Delta = \sum_{i=0}^m \frac{a(i)}{2^i}, \quad a(i) \text{ 以 } \frac{1}{m} \text{ 的概率取 } 1, \text{ 以 } 1 - \frac{1}{m} \text{ 的概率取 } 0; \text{ 当 } m=20 \text{ 时, } a(i) \text{ 取 } 1$$

的概率为 0.05，取 0 的概率为 0.95。

### 8.2.4 最优保存策略：

最好的染色体不一定出现在最后一代，所以，开始时我们把最好的染色体保留下来并记作  $V_0$ 。若在产生的新的群体中发现比  $V_0$  更好的染色体，则用其替代

$V_0$ 。随着新个体的产生， $V_0$  不断更新，这一进程结束后，得到的  $V_0$  就是优化后的最优入住时间

### 8.3 优化结果及遗传状态的分析

根据以上模型对白内障病人入住时间问题进行求解(精确至 0.01)，结果如下表：

日期	Agent 智能仿真结果	遗传算法优化结果
9 月 02 日	第 8.62 天	第 8.60 天
9 月 03 日	第 8.18 天	第 8.34 天
9 月 04 日	第 7.82 天	第 7.65 天
9 月 05 日	第 6.69 天	第 7.02 天
9 月 06 日	第 6.41 天	第 6.44 天
9 月 07 日	第 6.48 天	第 6.92 天
9 月 08 日	第 6.47 天	第 6.18 天
9 月 09 日	第 6.89 天	第 7.11 天
9 月 10 日	第 6.77 天	第 6.57 天

表 8 遗传算法优化结果

同理可得到视网膜疾病和青光眼入住时间的优化结果。下图是遗传算法优化过程中个体误差的变化情况，从图 15 中可以看出，随着子代数的增加，平均个体误差逐渐下降，并最终收敛于最小误差，对应于最优个体的最小误差在经过约 40 代的遗传之后达到其最小值。而最大误差随着遗传代数增加而不断下降。这说明了遗传算法中的个体最终收敛到非线性问题的最优解。

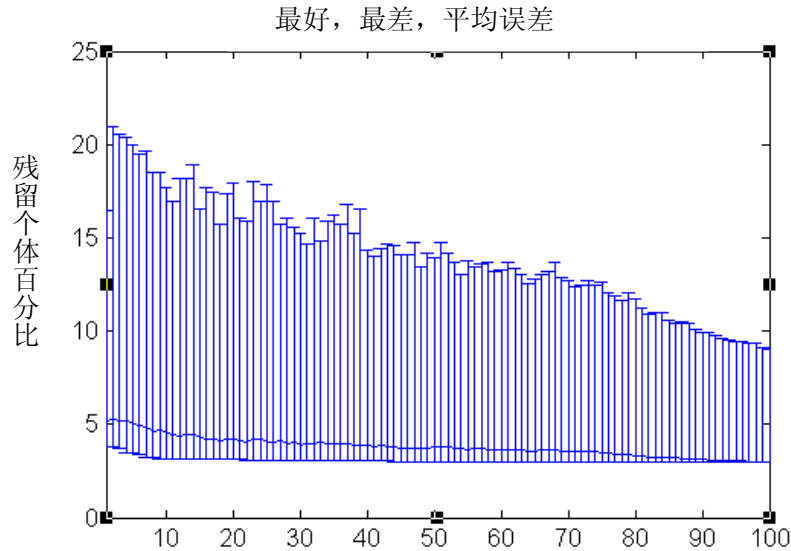
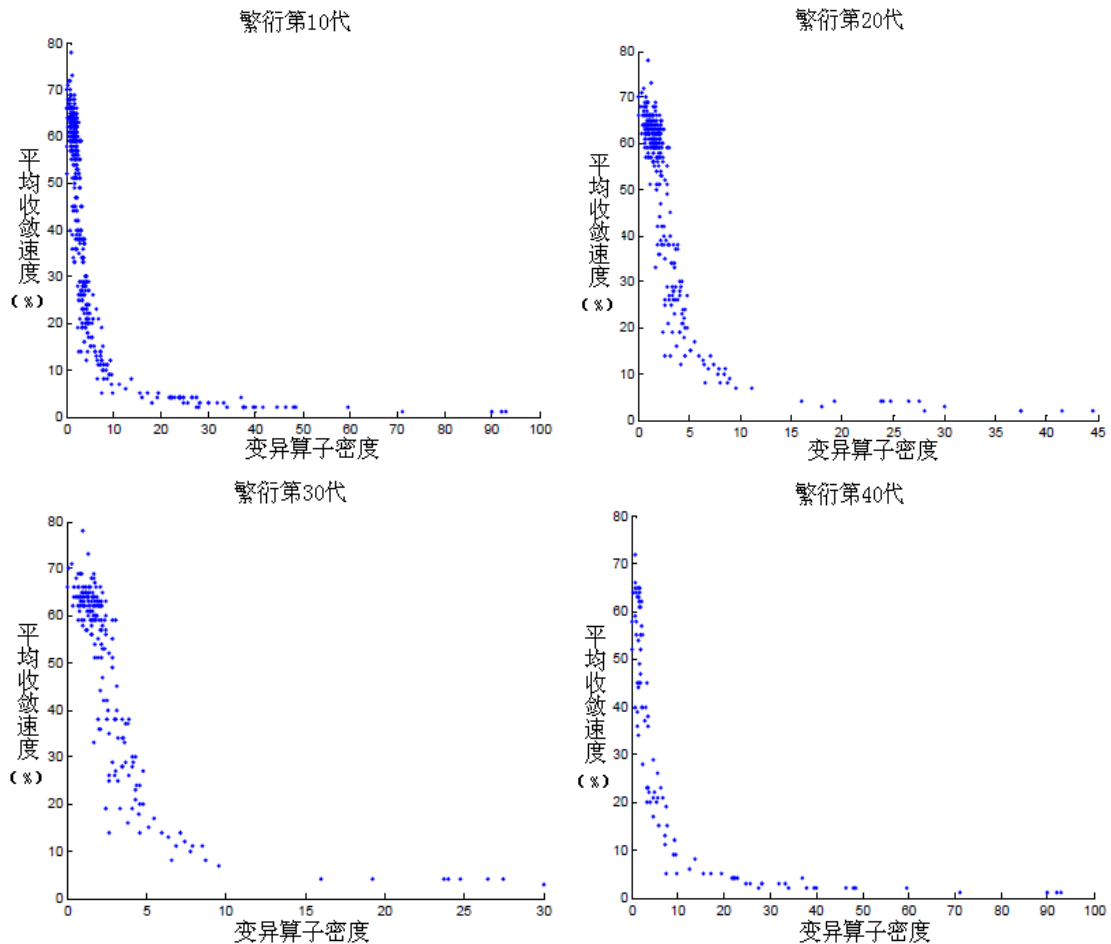
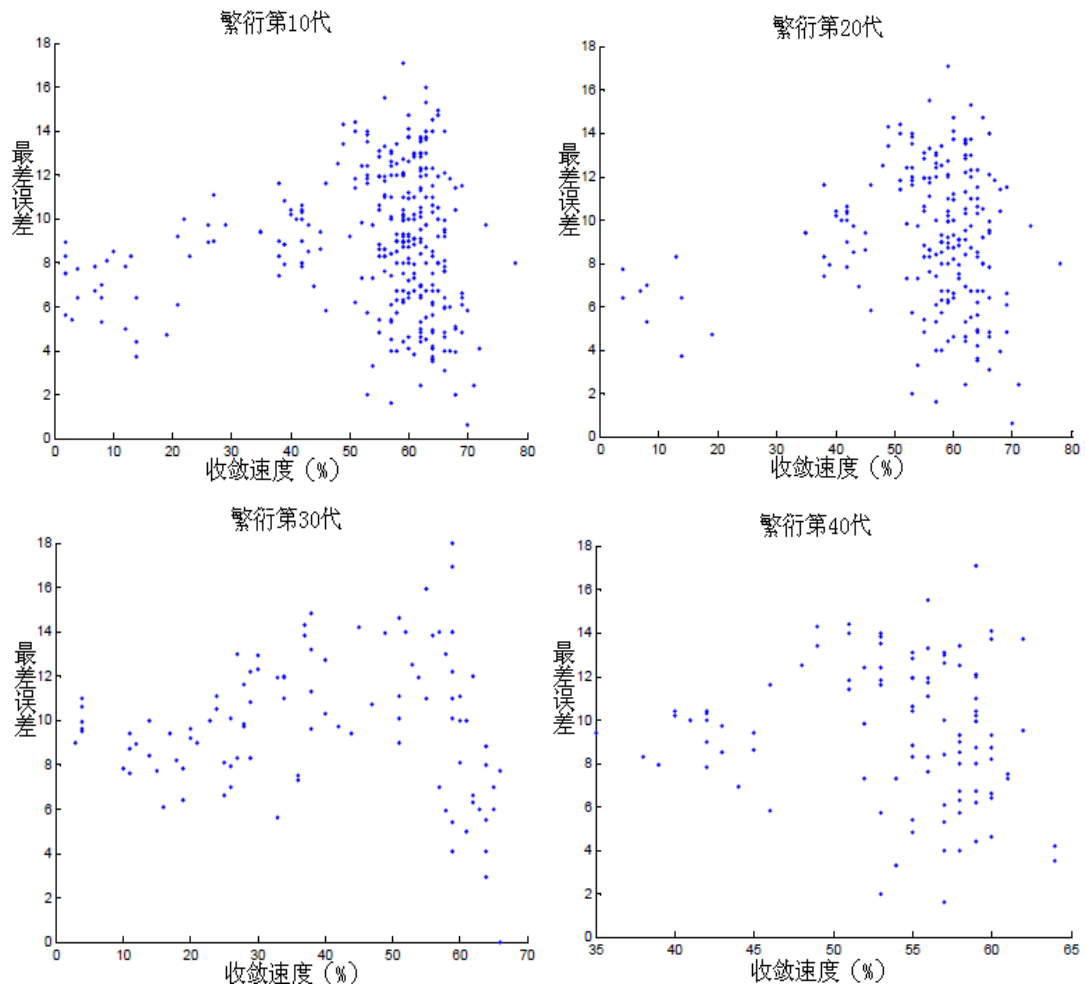


图 15 子代数

下图为模拟过程中平均收敛速度（基于百分比）与变异算子密度的关系：



系列图 16 平均收敛速度（基于百分比）与变异算子密度关系  
下图为模拟过程中最差误差与收敛速度的量化关系



系列图 17 最差误差与收敛速度的量化关系

#### 8.4 结论:

由上述模拟图所示，在本算法中随着子代增多，收敛速度不断降低，最差误差也不断下降，在繁衍到第 40 代时，收敛速度降低到最低，相应的最差误差和变异算子的密度达到平衡状态，此时的遗传算法优化的结果最佳，同时也横向证明了 Agent 智能仿真结果的可靠性。

## 九、周六、周日不安排手术情况下的熵值法分析

### 9.1 熵值法模型的进一步建立

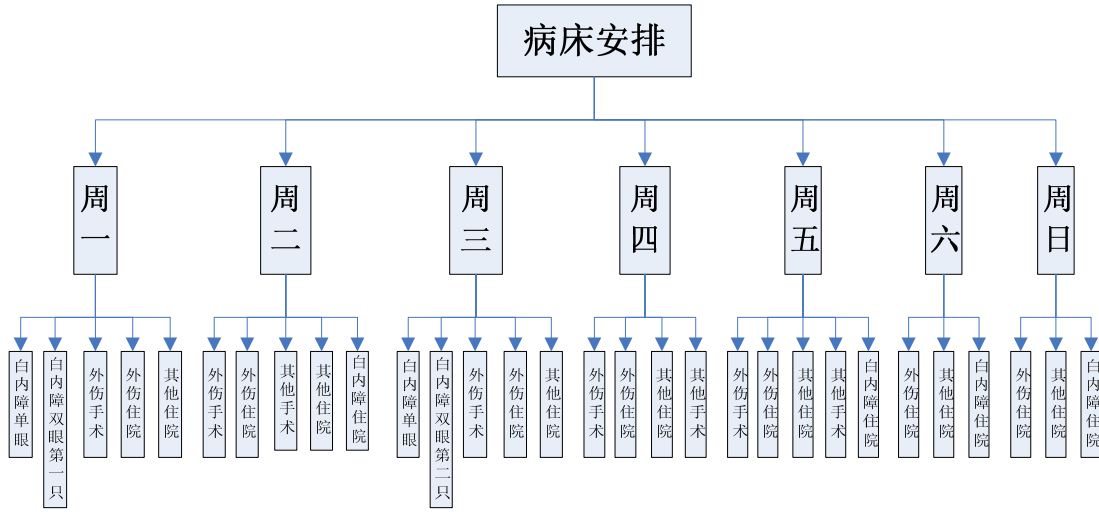


图 18 熵值法结构图

根据问题二中的基于改进的熵值法的病床分配评价模型，我们同理可得：

(1) 计算其它二级指标相对于上层指的权重分别如下：

$$\omega_{21} = (0.1642, 0.2586, 0.1785, 0.2076, 0.1911)$$

$$\omega_{22} = (0.2936, 0.2056, 0.1655, 0.1642, 0.1711)$$

$$\omega_{23} = (0.2816, 0.1956, 0.1835, 0.1662, 0.1731)$$

$$\omega_{24} = (0.3936, 0.3018, 0.1662, 0.1584)$$

$$\omega_{25} = (0.2314, 0.1720, 0.2163, 0.1782, 0.2021)$$

$$\omega_{26} = (0.2639, 0.3943, 0.3418)$$

$$\omega_{27} = (0.2853, 0.3605, 0.3542)$$

(2) 则病床分配评价模型中二级指标相对于总目标的权重集为：

$$\begin{aligned} \omega = \omega_1 * \omega_2 = & (0.0301, 0.0418, 0.0296, 0.0288, 0.0352, 0.0341, 0.0422, 0.0421, \\ & 0.0345, 0.0344, 0.0332, 0.0370, 0.0241, 0.0258, 0.0224, 0.0351, \\ & 0.0325, 0.0347, 0.0294, 0.0294, 0.0293, 0.0394, 0.0284, 0.0283, \\ & 0.0339, 0.0395, 0.0394, 0.0328, 0.0293, 0.0223, 0.0229, 0.0319) \end{aligned}$$

(3) 根据专家对病床分配评价指标体系各个指标的评价值进行归一化处理得



$C=(0.7526,0.7174,0.7233,0.6967,0.7754,0.7446,0.8016,0.7184,0.7685,0.7415,$   
 $0.8063,0.7037,0.7253,0.7247,0.6693,0.7114,0.6953,0.7323,0.7073,0.6473,$   
 $0.7012,0.7403,0.7457,0.6828,0.7104,0.6903,0.7203,0.6503,0.7903,0.7740,$   
 $0.6923,0.7316,0.7072)$

(4) 则病床分配评价值为：

$T=\omega * C=0.7058$

9.2 基于模糊数学评价模型对周六、周日不安排手术的情况进行评估

根据问题二中模糊数学理论对熵值分析法评价的方法。这里，再一次对白内障，视网膜疾病，青光眼，外伤患者影响因子进行评估，并通过模糊关系矩阵计算评价等级系数得到如下的等级表

日期 \ 评价	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$
07-13~07-19	较高	较高	高	较高	较高
07-20~07-26	较高	较高	较高	较高	较高
07-27~08-02	较高	较高	中	较高	较高
08-03~08-09	较高	中	中	较高	较高
08-10~08-16	较高	较高	较高	中	中
08-17~08-23	较高	较高	较高	中	中
08-24~08-30	中	较高	中	中	中
08-31~09-06	较高	中	较高	中	较低
09-07~09-13	——	——	较高	较高	——

表 9 熵值法模糊数学评价等级表

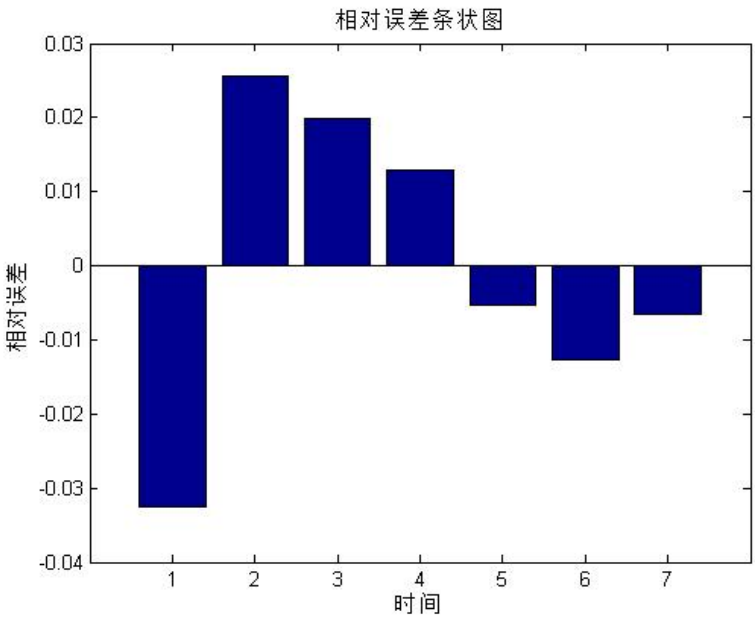


图 19 模糊数学评价误差

模糊数学评价结果可看出周六、周日不安排手术情况下，其床位安排模型的评价等级呈下降趋势，其评价等级低于问题二中的水平，但依然高于问题一中的情况。

9.3 医院的手术时间调整情况



外伤手术和其他手术（视网膜疾病、青光眼等）需要调整手术时间，白内障手术不用调整。因为若外伤手术病人，在周五入院，住院后第二天应该安排手术，但第二天是周六不进行手术，会贻误病人病情。同理，若其他手术（视网膜疾病、青光眼等），在周四入住，2~3 天后是周六或周日，不进行手术，会贻误病人病情，若是周五入住，则周日和周一因为不手术或不进行白内障手术以外的手术，也会贻误病情。

## 十、基于排队论的病床比例分配模型

### 10.1 病人到达速率 $\lambda$

病人到达速率  $\lambda$  是指单位时间内病人增加的数量，假设  $\lambda$  服从负指数分布 [7]，则：

$$f(\Delta t) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta t} & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

根据已知的该医院每日容纳病人人数可以得到  $\lambda = \frac{\text{每日容纳病人人数}}{24 \times 60 \times 60}$

### 10.2 服务速率 $\mu$

医院服务速率  $\mu$  是指平均每个床位单位时间收容的病人数，假设  $\mu$  服从负指数分布。[8]

$$f(\Delta t) = \begin{cases} u \cdot e^{-u \cdot \Delta t} & \Delta t > 0 \\ 0 & \Delta t \leq 0 \end{cases}$$

$\frac{1}{\mu}$  为每个床位服务完一个病人使用的平均时间。

### 10.3 单一床位对单一病人服务速率 $\beta$

假设  $\beta$  服从负指数分布。 $\beta$  参数与医院的设施和病人数状况相关，如果医院设施良好，则  $\beta$  变大；病人数越多， $\beta$  越小。

我们做出一些约定以便可以通过计算机模拟的方法得到  $\beta$  的具体数据，规定：

$$\beta = \frac{1}{\text{平均等待时间 (s)}}$$

### 10.4 状态及状态转移

设  $N$  为现时刻总床位数， $n$  为现时刻正在服务的床位数，则  $N-n$  表示现时刻空闲床位数， $m$  为现时刻等待床位的病人数。 $\bar{T}(t)$  为病人平均等待时间。

将  $n$  和  $m$  组成的一个状态来刻画床位总服务量和等床位病人总量的系统状态，在下一个时间单位中，状态序列可有如下几种转移：

(1)  $(m, n) \rightarrow (m+1, n)$  等待病人增加一人，服务床位数没有变化。这种状态表示在单位时间内，新增一个等待床位病人，等床位病人中没有等到，占用床位病人也没有出院。转移速率为病人到达速率  $\lambda$ 。

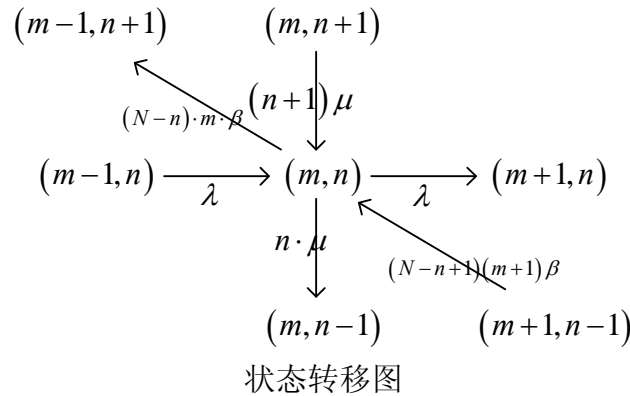
(2)  $(m, n) \rightarrow (m, n-1)$  等待病人人数不变，正在服务床位数少一个。这种状态表示在单位时间内，即没有新增等床位病人，也没有等到床位的病人，住院病人中有一个出院。转移速率为单位时间出院的人数  $n \cdot u$ 。

(3)  $(m, n) \rightarrow (m-1, n+1)$  等待病人人数少一人，正在使用床位数多一个。这种状态表示在单位时间内，没有新增等床位病人，也没有出院病人，等床位病人中有一个到等到床位。那么由于  $\beta$  的值很小，根据假设下发生  $(m, n) \rightarrow (m-1, n+1)$  的转移速率可以近似为： $(N-n) \cdot m \cdot \beta$ 。在此状态下  $m$  个病人总体等待时间为： $m \cdot \frac{1}{(N-n) \cdot m \cdot \beta} = \frac{1}{(N-n) \cdot \beta}$ 。设  $P(m, n)$  为稳定状态时，系统处于  $(m, n)$  状态的概率。

$$\text{则 } \frac{\sum_m \sum_n (P(m, n) \cdot \frac{1}{(N-n) \cdot \beta})}{\sum_m \sum_n (P(m, n) \cdot m)} = \bar{T}(t)。$$

(4)  $(m, n) \rightarrow (m, n)$  等待病人批次不变，使用床位数不变。这种状态表示在单位时间内，没有新增等床位病人，没有出院病人，等床位病人也没有一个等到床位。

服务系统的状态转移图如下图所示：



系统任意时刻正在使用的床位数  $n$  的上界为床位总量  $N$ ，为了减少问题计算的规模，假设在等待病人总数超过  $N$  时间，新到的病人损失（可以认为病人看到

的等待病人过多而不愿意继续等下去) 超过医院总量  $N$  的情况认为是小概率时间而不于考虑, 则  $(m, n)$  所决定的系统状态数为  $N \times N$  个。

根据上图的状态转移图可以得到, 系统转移状态方程为:

$$(\lambda + nu + (N - n)m\beta) P(m, n) - (n + 1)uP(m, n + 1) - \lambda P(m - 1, n) - (N - n + 1)(m + 1)\beta P(m + 1, n - 1) = 0$$

上式的意义表示: 稳定状态下, 转移到  $(m, n)$  状态的速率等于从  $(m, n)$  状态转移出去的速率。

设  $A(N \times N, N \times N)$  为系统  $N \times N$  状态到  $N \times N$  状态的转移速率矩阵, 则

$$A(m_1 \times n_1, m_2 \times n_2) = \begin{cases} n_1 u & m_2 = m_1, n_1 - n_2 = 1 \\ \lambda & m_2 - m_1 = 1, n_1 = n_2 \\ (N - n_2) \cdot m_1 \cdot \beta & m_2 - m_1 = 1, n_2 - n_1 = 1 \\ -n_2 u & m_2 = m_1, n_2 - n_1 = 1 \\ -\lambda & m_1 - m_2 = 1, n_1 = n_2 \\ -(N - n_1) \cdot m_2 \cdot \beta & m_1 - m_2 = 1, n_1 - n_2 = 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

令  $\overrightarrow{P_{N \times N}}$  为待求  $N \times N$  个状态概率, 则平稳状态下的比例分配模型为:

$$\begin{cases} A(m_1 \times n_1, m_2 \times n_2) \cdot \overrightarrow{P_{N \times N}} = 0 \\ \sum_{i=1}^{N \times N} P_i = 1 \\ \overline{T}(t) = \frac{\sum_m \sum_n (P(m, n) \cdot m)}{\beta \cdot \sum_m \sum_n (P(m, n) \cdot \frac{1}{(N - n)})} \end{cases}$$

## 10.5 病床比例分配模型的实现

通过服务系统模型, 假设  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  已知, 根据医院数量就可以解得病人平均等待时间。

由于通过矩阵运算获取精确解是比较困难的, 即使能够解, 也将花费大量时间。因此, 我们考虑通过数据迭代的方式获取目标方程近似解。其基本算法如下:

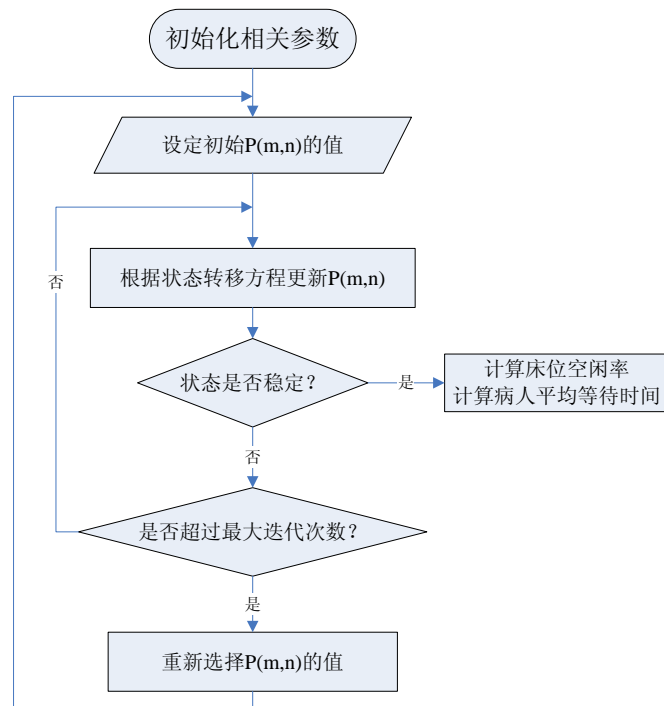


图 20 算法流程图

下图为根据题目已知条件求得  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  后, 不同床位数量情况下空闲床位率和平均等待时间的关系图。由于迭代过程中实际求取的为近似解, 所以曲线显的不是很平滑。

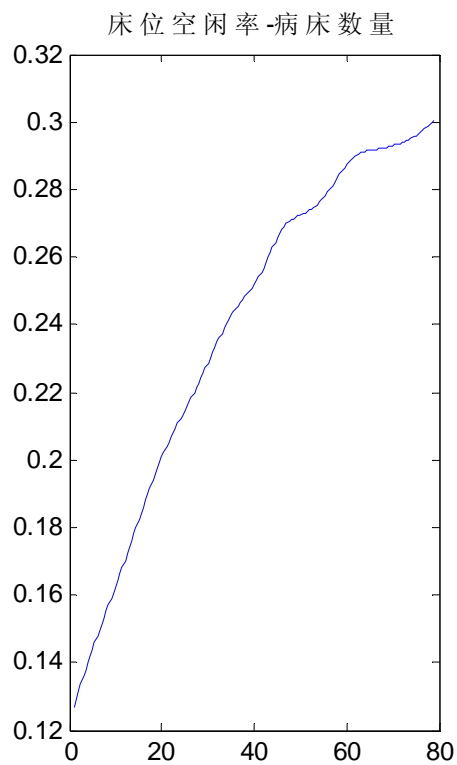


图 21 床位空闲率-病床数量

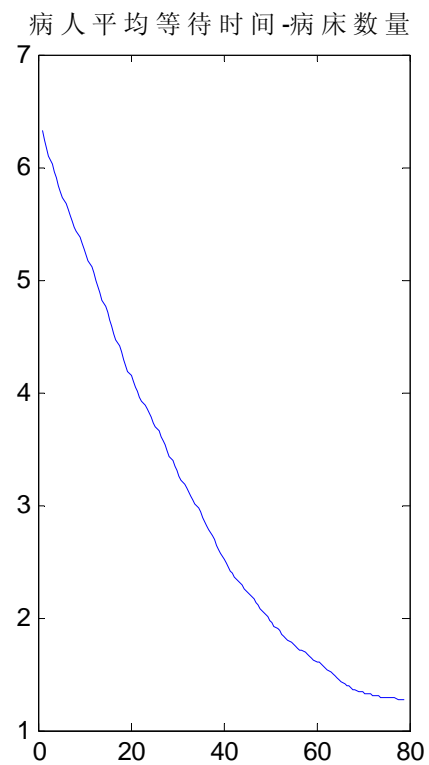


图 22 平均等待时间-病床数量

特别地，当床位数为 79 时，求得空闲床位率为 29.6%，病人平均等待时间为 1.27 小时。

使得所有病人在系统内的平均逗留时间最短，则必须是使病床的使用率最高，而尽量避免病人等病床的时间。

设视网膜疾病的平均每次住院（从术前准备到术后观察出院）时间为  $\bar{x}_1$ ，白内障（单眼）的平均每次住院时间为  $\bar{x}_2$ ，白内障（双眼）的平均每次住院时间为  $\bar{x}_3$ ，白内障的平均每次住院时间为  $\bar{x}_4$ ，青光眼的平均每次住院时间为  $\bar{x}_5$ 。

经取样计算， $\bar{x}_1=11.9231$ ； $\bar{x}_4=40\%\bar{x}_2+60\%\bar{x}_3=8.0879$ ； $\bar{x}_5=6.3846$

视网膜疾病病床：白内障病床：青光眼病床= $\frac{1}{\bar{x}_1}:\frac{1}{\bar{x}_4}:\frac{1}{\bar{x}_5}=1:4.804:6.167$

因此，当视网膜疾病病床：白内障病床：青光眼病床=1：4.804：6.167 时，使得所有病人在系统内的平均逗留时间最短。

## 十一、模型的进一步推广

我们建立的基于模糊数学综合评价，Agent 智能仿真，熵值分析法，遗传算法以及排队轮的模型达到了较高的精度，能够很好的应用，且各模型之间能够很好的衔接在一起，既能独自完成功能，同时能够为其它问题中的模型提供非常必要的前提条件，和评价的可能。若本论文能够在以下方面做进一步的深入研究，则将会有更大的现实推广意义。

1、本问题中所提供的已知信息可做短期的预测及评价，若将近几年的数据综合考虑，则利用 Agent 智能仿真和遗传算法不仅可以对床位安排，罪与入住时间进行合理评估预测，同时还可为整个医院的良性运作提供更有价值的评价。

2、在 Agent 智能仿真模型中，本论文的算法复杂度较高为  $O(N^3)$  数量级，在实际应用中，可进一步对 Agent 智能算法进行优化，可产生精度更高的结果。

## 十二、参考文献

- [1] 熊德国, 鲜学福. 模糊综合评价方法的改进[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2003, (06)
- [2] 程鹤, 耿双军. 模糊综合评价的改进模型[J]. 统计与决策, 2007, (13)
- [3] 陈衍泰, 陈国宏, 李美娟. 综合评价方法分类及研究进展[J]. 管理科学学报, 2004, (02)
- [4] 谷震离. 基于改进 AHP 的 MCAI 软件评价模型研究[J]. 计算机应用与软件, 2008, 24 (4) 281-283
- [5] 刘莉平, 陈志刚. 一种供应商选择与评价模型[J]. 微计算机信息, 2008, 5-3:17-18
- [6] 郭显光. 改进的熵值法在及其在经济效益评价中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 1998(12):98-108
- [7] 苏兆龙. 排队论基础[M]. 成都: 成都电子科技大学出版社, 1998
- [8] 数学实验, 萧树铁等, 高等教育出版社, 2003, 8