《数值分析》课程实验报告

实验名称 数值计算的基本概念

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **班级** | 信息1701 | **姓名** | 艾春辉 | **学号** | 201710000101 | **序号** |  |
| **教师** | 赵美玲 | **地点** | 数学实验中心 | | | **评分** |  |
| 1. 实验目的 2. 了解计算机中浮点数的有效数字； 3. 了解舍入误差产生的原因，知道截断误差和舍入误差的区别； 4. 了解算法“稳定性”的概念； 5. 了解“病态问题”的概念。   二、实验过程和结果  **1、关于浮点数**  （1）令  在计算机中分别将它们定义成单精度型和双精度型，输出观察结果，并对结果进行分析。  （2）设，在单精度的变量环境下做以下操作：  1）按以下两种算法计算*a*1与100个*a*3相加的结果。  方法一：将100个*a*3逐个加到*a*1上；  方法二：先将100个*a*3相加，再加到*a*1上；  观察所得到的结果，写出你得到的结论。  2）计算，观察结果，并分析原因。  3）计算*a*1-*a*2,观察有效数字的位数，从中你可以得到什么启示？  答：实验结果如下图，程序名test1.py test2.py  test1.py运行结果  CNUW8`~4QO0C7WZ%@{WJ3I2  test2.py运行结果  LX85CVS$@_[55@}T}3GQVPK  分析：  问题一：计算机中可以表示的实数是有限的，对于单精度浮点型（float）变量有7位有效数字，双精度浮点型（double）变量有16位有效数字。  问题二：应当避免较小的数加到较大的数上，否则可能因为计算机的截断性产生较大的误差；避免较小的数做分母；避免相近的数相减，以防止损失有效数字。  **2、舍入误差**  考虑计算一元可微函数*f*(*x*)在*x*0处导数的近似方法，  (1）  （2）  取，分别用（1）、（2）计算*f*(*x*)在处的一阶导数的近似值，令*h*依次取值，观察所得结果并与精确值进行比较，结合本例叙述你对于截断误差和舍入误差的认识。  答：实验结果如下图，程序名test3.py  test3运行结果：  H@_M0[BU)}A8K{O45@Q[UE2  由于计算机的有限精度所引起的误差为舍入误差；由于算法中对于原问题的“近似”所引起的误差，称为截断误差。算法是通过计算机来实现的，所以该实验中舍入误差和截断误差同时存在，我们使用python默认都是64位大数误差，舍入误差很小，而对比每一行的数据可以看出方法二求导对于h的选取在更大的范围内精准，从算法的角度分析：  根据泰勒展开 ①  ②  由①近似可得（1），①-②可近似得到（2），易知法二所得误差较小。  **3、算法的稳定性**  考虑积分    易见，  ，  且计算得到，  从而可得如下递推算法：  （1）  对上述积分有估计式  ，  我们取，可得另一个递推算法：  （2）  （已知 ）  分析算法（1）和（2），哪一个算法稳定，并编程验证你的结论！  答：实验结果如下图，程序名test4.py  test4.py运行结果  KMH_ZQS(6W[Y289L~N6LI]A  算法二比较稳定，因为算法二I0几乎是等于真实值，该算法的误差是以五倍的比例缩小的，因而更稳定，而算法一以倍数增长误差，十分不稳定  **4、病态问题**  考虑二阶线性方程组  （1）  （2）  令*a*分别取0.99和0.991，求解计算上述方程组，并指出方程组是否病态！  答：实验结果如下图，程序名test5.py  test5.py运行结果：  NJDS427Z]J7J`D9U1584U`H  转换一下   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | 解值 | 方程组一x1 | 方程组一x2 | 方程组二x1 | 方程组二x2 | | a=0.99 | 50.25125628140696 | -49.74874371859289 | 1.3245471704361071 | -0.3278254246829365 | | a=0.991 | 55.806685640939726 | -55.30442547017127 | 1.3254166198628923 | -0.32837196757103154 |   方程组一是病态的，因为a变化的值仅为0.001，就导致了x1,x2的值变化了5左右；  方程组二不是病态的，因为a变化的值对x1,x2的值没有造成很大的影响。  三、思考题分析解答  1、简述什么是数值稳定和数值不稳定？  2、什么是病态问题？  3、运用如下迭代公式计算（），初值为的某一近似值，并且要求当满足时停止迭代，并输出结果！取不同的初值，观察迭代次数的变化，并记。   1. 定义:对于已给的算法，若输入数据的误差在计算结果中迅速增长而得不到控制，则称该算法是不稳定的，数值不稳定，否则数值稳定。 2. 定义:好的问题就是对于误差不敏感，坏的问题就是敏感依赖于误差，也就是微小的误差就会引起目标值的很大变化，我们也称这类问题为病态问题，相应的不病态的问题（即好的问题）称为良态问题。 3. 程序test6.py   运行举例：  A[M20B$)1]WZINEKFP8FMSV  转换   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **初值** | 0.5 | 1 | 1.4 | 3 | 6 | | **迭代次数** | 6 | 4 | 3 | 5 | 6 | | **结果** | 1.414213562373095 | 1.4142135623746899 | 1.414213562373095 | 1.4142135623731118 | 1.4142135623732204 |   四、重点难点分析  1.本实验编写的程序简单易懂，重点在于掌握计算机中的舍入误差对结果造成的影响，以及算法的稳定性,同时python这门语言对数据分析敏感,准确位数较高，需要仔细分析  2.难点在于解决实际问题时，如何正确使用好的算法使数值计算的结果准确，需要了解各个算法的优劣，以及对误差的降低 | | | | | | | |