《数值分析》课程实验报告

实验名称 线性代数方程组的直接解法

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **班级** | 信息1701 | **姓名** | 艾春辉 | **学号** | 201710000101 | **序号** |  |
| **教师** | 赵美玲 | **地点** | 数学实验中心 | | | **评分** |  |
| 1. 实验目的 2. 掌握高斯消去法的基本思路和迭代步骤； 3. 了解高斯消去法可能遇到的困难。 4. 实验原理  2.1 高斯消去法基本原理。 设有方程组，设是可逆矩阵。高斯消去法的基本思想就是将矩阵的初等行变换作用于方程组的增广矩阵（即消元过程），将其中的变换成一个上三角矩阵，然后求解这个三角形方程组（即回代过程）。 2.2 列主元高斯消去法算法描述 将方程组用增广矩阵表示。  步骤1：消元过程，对   1. 选主元，找使得      1. 如果，则矩阵奇异，程序结束；否则执行（3）。 2. 如果，则交换第行与第行对应元素位置，，。 3. 消元，对，计算对，计算     步骤 2：回代过程：   1. 若则矩阵奇异，程序结束；否则执行（2）。   (2)对，计算   1. 实验过程和结果   解方程组    （1）顺序高斯消去法求解上述方程组，记下解向量，验证所得到的解向量是否是原方程组的解，若不是原方程组的解，试分析原因，并证实你的分析的正确性！  （2）在顺序高斯消去法的程序基础上，将其改进为列主元高斯消去算法，调试通过并运行程序输出解向量，验证解向量是否是原方程组的解，写出你的结论和体会。  （3）利用Matlab求方程组 ，计算出结果，对前面的方法进行验证。  答：  用MATLAB求得解为   1. 顺序高斯法程序见test1.py文件   求解得到解向量为：  (x1,x2,x3)'=(-0.3982337687417213,0.013795065997270895,0.33514424151482464)'  该解向量就是原方程的解。   1. 列主元高斯消去法程序见test2.py文件   求解得到的解向量为：  (x1,x2,x3)'=(-0.39823376874171895,0.013795065997271995,0.3351442415148239)'  是原方程组的解。   1. 顺序高斯法和列主元高斯消去法都是将系数矩阵化成上三角矩阵，然后再从下到上将每一个向量解出来。不同之处在于列主元高斯消去法，在每一轮消去的时候，都将主元换成绝对值最大的。   2、完成以下各题，   * + 1. 通过修改已经编译通过的顺序高斯消去算法和列主元高斯消去算法的程序计算：     写出相应的计算结果，并对结果进行分析！   * + 1. 在已做的算例的基础上，思考为什么通常用列主元高斯消去法求解线性方程组？  1. 解答：用MATLAB求得解为：   顺序高斯法求解得到解向量为：  列主元高斯消去法求解得到的解向量为：  只有列主元高斯消去法的结果是准确的。因为计算机内部无法存储无限小数，必然会有舍入误差，因此有时虽然主元不等于0，但是主元的绝对值很小，这时计算过程的舍入误差会导致消去法数值不稳定，以致结果不可靠。  (2)如果方程组的系数矩阵的主元是一个较小的数，那么在进行迭代消去的时候会出现大数除小数的问题，这在计算机中通常会造成很大的误差，所以为了避免这种情况，我们采用列主元高斯消去法，每一消去都将对角线已下的最大元素与对角线对换位置  三、思考题分析解答  1、在解决某些问题时，方程组的系数矩阵不变，而右端的常数项不断发生变化，试问仍用列主元高斯消去算法求解有什么不足（从效率的角度考虑）？如何改进？并写出你的理由。  2、编程实现解线性方程组的LU分解算法（包括顺序高斯消去算法相对应的LU分解和列主元高斯消去算法所对应的LU分解）程序，并对以上线性方程组进行求解  3、考虑用数值方法如何求方阵的行列式以及如何求可逆矩阵的逆矩阵？试写出算法描述，画出流程图，编程实现并用算例验证。    （1）对于一个n阶的线性代数方程组，利用列主元高斯消去法总共需要乘除运算次数为O(n^3),计算比较复杂。若右端常数项不断发生变化，仍用列主元高斯消去法去计算会造成很大的计算量，降低效率。  改进：使用LU分解，将列主元高斯消去法实现PA=LU，当方程组右端b变化，而系数A不变时，这种分解无需更多的计算量。   1. LU分解:针对第二个方程   顺序高斯LU分解程序见test3.py文件求解得到解向量为：  *(x1,x2,x3,x4)'=(23.684757858670007,1.0005072708826512,-0.0,0.0)'*  列主元高斯LU分解程序见test4.py文件  求解得到的解向量为：  *(x1,x2,x3,x4)'=(3.845714853511633,1.6095173947785215,-15.476054542066542,10.411304898997868)'*   1. 求行列式以及求逆程序见test5.py文件夹。   思路：用顺序高斯消元法先将增广矩阵（系数矩阵加单位矩阵）消成下三角形，再消成上三角形，这样系数矩阵就化成了只有对角线上的元素，其余元素都为零，对角线数值相乘就是行列式的值。最后每行都除以对角线上的元素，完成求逆。  实例：对于矩阵  结果如下：用MATLAB inv(A)验证结果一致    四、重点难点分析  1、重点：理解顺序高斯与列主元高斯消去法的区别，需要注意的是列主元消去法比较的是主元的绝对值；LU分解的过程以及适用的矩阵类型，对于右端变化的方程，使用LU分解会很大的降低计算量。 | | | | | | | |