《数值分析》课程实验报告

实验名称 数值积分

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **班级** | 信息1701 | **姓名** | 艾春辉 | **学号** | 201710000101 | **序号** |  |
| **教师** | 赵美玲 | **地点** | 数学实验中心 | | | **评分** |  |
| 1. 实验目的 2. 体会数值积分的基本概念； 3. 掌握低阶的插值型数值积分公式； 4. 掌握区间逐次分半的复化求积方法； 5. 掌握龙贝格算法的基本思路和迭代步骤； 6. 实验原理:  2.1 Newton-Cotes求积公式 为计算积分，将求积区间等分，可得等距求积节点    其相应的插值型求积公式称为Newton-Cotes求积公式，具有至少阶代数精度。并且当为偶数时，该公式的代数精度至少是。  当时，就是梯形公式：    时，就是Simpson（辛普生）公式：    时，就是Cotes公式：    由于高阶Newton-Cotes求积公式不具有数值稳定性，因此多节点的Newton-Cotes求积公式不宜使用，通常我们使用较多的是的情形。 2.2 复化求积公式 由于多节点的Newton-Cotes求积公式不宜使用，因此当求积区间的长度较大时，使用少节点的Newton-Cotes求积公式会产生较大的截断误差，为了提高计算精度，我们把积分区间分成若干个子区间，在每个自区间上的积分使用少节点的Newton-Cotes求积公式计算，然后再把结果相加，这就是复化求积的思想，所得到的公式就是复化求积公式。 2.2.1 复化梯形公式 将求积区间等分，记，在区间利用梯形公式计算积分，再相加得到复化梯形公式    考虑到，给出精度要求后，一般很难确定把求积区间多少等分，就可以利用复化梯形公式得到所需的积分值。为了得到满足精度要求的数值积分并克服上述困难，可以采用区间逐次分半（自适应求积步长）的思想，即将当前的每个小求积区间等分，从而得到个小求积区间，区间长度为，再利用复化梯形公式来计算积分值，记为，把原来的积分值记为，通过计算可得如下关系式（注意：共增加了个节点）  （1）  设计算法如下：   1. 输入求积区间及精度要求，令，计算     ② ，，计算    ③ 若 ，则停止，即为所求；  否则，，转② 2.2.2 复化Simpson公式 将求积区间等分，记，在区间利用Simpson公式计算积分，再相加得到复化Simpson公式    和复化梯形公式相似的讨论可得  （2）  其中为将等分，用复化Simpson公式计算的积分值，为将等分，用复化Simpson公式计算的积分值，。  从而设计算法如下：   1. 输入求积区间及精度要求，令，计算     ② ，，计算    ③ 若 ，则停止，即为所求；  否则，，转② 2.3 龙贝格算法2.3.1 算法原理 利用复化梯形公式来计算积分，虽然算法简单，但收敛速度较慢，如何提高收敛速度是人们所关心的一件事情。利用Richardson外推技术可以大大提高复化梯形求积公式的收敛速度。  把利用复化梯形求积公式得到的积分值序列记为，其中  ，  ，（）  利用外推技术，可以得到序列其中  ，  称积分值序列为Romberg值序列。 2.3.2 算法描述 ① 输入求积区间，精度控制值，最大循环次数，以及被积函数，令     1. 对 ，计算下列各式   ，      若，计算  若，计算  若，判断：若，则停止计算，为所求；  ③ 若,则算法失效！   1. 实验过程和结果   计算积分：      精度要求。   1. 编写程序，分别用梯形公式、Simpson公式计算上述积分的近似值。并对计算结果作一比较。（参考结果：T= 0.68394 S= 0.74718） 2. 编写程序，分别用区间逐次分半的复化梯形公式和区间逐次分半的复化Simpson公式计算上述积分的近似值，比较它们的迭代次数。（参考结果：复化梯形(0.746824 9) ，复化辛普生(0.746824 4 )） 3. 编写龙贝格算法的程序，并计算上述积分，与（2）比较迭代次数。   **注：**迭代次数是收敛快慢的指标之一！  答：   1. 梯形公式以及复化辛普森公式程序test1.py   计算结果如下：    由图说明梯形公式算法的截断误差较大。   1. 复化梯形公式程序见test2.py文件   运行结果如下图:    复化辛普森公式见test3.py文件  运行结果：    由此我们可得复化辛普森收敛更快   1. 龙贝格程序见test3.py文件   运行结果：    收敛速度明显提高了。   1. 思考题分析解答 2. 为什么多节点的Newton-Cotes求积公式不宜使用？ 3. 简述什么是复化求积方法？ 4. 简述自适应求积方法，并试着编程实现该方法计算上面4.4节的两个定积分。   答：   1. 因为高阶Newton\_Cotes求积公式不具有数值稳定性，因此我们通常使用的是N=1,2,4的情况。 2. 由于多节点的Newton\_Cotes求积公式不宜使用，因此当求积区间的长度较大时，使用少节点的Newton-Cotes求积公式会产生较大的截断误差，为了提高计算精度，我们把积分区间分成若干个子区间，在每个自区间上的积分使用少节点的Newton-Cotes求积公式计算，然后再把结果相加，这就是复化求积的思想，所得到的公式就是复化求积公式。 3. 自适应数值积分法是按照被积函数在区间上的变化形态来安排求积节点的。先在区间[a,b]上应用辛普森公式求出S，下一步将区间分半应用复合辛普森公式求出S1，当S与S1之间的差值满足精度要求就结束算法。否则分别在子区间[a,(a+b)/2]和[(a+b)/2,b]中实施上述操作，检验各自精度是否满足ε/2，若子区间中有一个不满足误差，则再次分其区间，继续这一过程，指导每一部分都在所要求的误差限之内。   见test5.py：  运行结果：    重点难点分析   1. 重点：掌握各类数值积分，复化积分公式，并通过编写程序来实现他们； 2. 难点：复化积分重点在于理解，龙贝格算法比较复杂，推导公式比较难，需要我们理解记忆，复化梯形公式和复化辛普森公式结合，会比较容易。   合法非法活动时间花费的科技示范是佛教的护法艰苦大师傅艰苦撒旦凤凰军事对抗附近的就是房价的看法和大家开始发挥科技大厦JFK鲁道夫克劳对双方来说对方会觉得很多事的回复科技大厦附近开发环境阿富汗的肌肤恢复阶段开始反击的客户发艰苦的环境看后决定恢复肯定是警方 | | | | | | | |