

第十章作业题

1. 找一个半群，它有 n 个左单位元。
2. 证明：有限半群中有一个元素 a 使得 $a \circ a = a$ 。
3. 设 (S, \circ) 是一个半群， $a \in S$ 称为左消去元，如果 $\forall x, y \in S$ ，有 $a \circ x = a \circ y$ ，则一定有 $x = y$ 。试证：如果 a 和 b 均为左消去元，则 $a \circ b$ 也是左消去元。
4. 设 (M, \circ, e) 是一个么半群， $a \in M$ 称为幂等元，如果 $a \circ a = a$ 。证明：如果 M 是可交换的么半群，则 M 的所有幂等元之集是 M 的一个子么半群。
5. 试证：两个半群同态的合成还是半群同态。
6. 设 $S = \{a, b, c\}$ ， \circ 是 S 上的二元运算，且： $a \circ a = b$ ， $b \circ b = c$ ， $c \circ c = a$ 。问： (S, \circ) 能否构成一个半群？