

## 第五章作业题

1. 证明  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$  是重言式。

2. 证明  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \Rightarrow A \wedge B \rightarrow C$ 。

3. 在 PC 中证明下列事实：

$$(1) \vdash (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

$$(2) \neg A \vdash A \rightarrow B$$

$$(3) \vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$$

$$(4) \vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow A)$$

$$(5) \vdash (\neg C \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

4. 利用演绎定理在 PC 中证明：

$$(1) \vdash (B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$$

$$(2) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

5. 设  $A, B$  为 FC 中任意公式， $v$  在  $A$  中无自由出现，试证：

$$(1) \vdash (A \rightarrow \exists v B) \rightarrow \exists v (A \rightarrow B)$$

$$(2) \vdash \exists v (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \exists v B)$$

$$(3) \vdash (\forall v B \rightarrow A) \rightarrow \exists v (B \rightarrow A)$$

$$(4) \vdash \exists v (B \rightarrow A) \rightarrow (\forall v B \rightarrow A)$$

6. 在 FC 中证明：

$$(1) \forall x (A \wedge B) \vdash \forall x A \wedge \forall x B$$

$$(2) \exists x (A \vee B) \vdash \exists x A \vee \exists x B$$