

离散数学

Discrete Mathematics

Discrete Mathematics

离散数学

单位：计算机学院

主讲教师：赵合计 手机：1396900xxxx

E-mail: hejizh@sdu.edu.cn

课程资源链接: https://pan.baidu.com/s/1TS8ibY0xpg0g_0ImtQbY2w

密码:adjv



Computer Science & Technology

1

多选题 1分

设置

你对《离散数学》的理解？

- ☐ A 讲解的内容比较离散（零散）。
- ☐ B 研究的对象是离散结构。如集合的元素，图中的顶点等。
- ☐ C 相对极限、微积分的研究是连续的，离散数学是研究离散的。
- ☐ D 以上都不对。

提交

目录

- 1、从哥尼斯堡到加里宁格勒
- 2、离散数学？
- 3、计算学科与离散数学
- 4、离散数学在国内外的状况
- 5、离散数学课程特点
- 6、从几个实例谈起

Computer Science & Technology

2

1、从哥尼斯堡到加里宁格勒



Computer Science & Technology

4

从哥尼斯堡到加里宁格勒

- ✦ 终身独处的哲学家 康德
- ✦ 数学家 大卫·希尔伯特 (David Hilbert)

希尔伯特纲领 (Hilbert's Programme)

证明数学系统中应同时具备一致性（数学真理不存在矛盾）和完备性（任意真理都可以被描述为数学定理）。



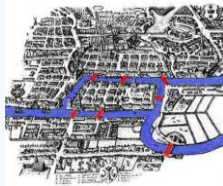
Computer Science & Technology

5

哥尼斯堡七桥问题

17世纪的东普鲁士的哥尼斯堡城，城中有一座奈夫岛，普雷格尔河的两条支流环绕其旁，并将整个城市分成北区、东区、南区及岛区4个区域，全城共有7座桥将4个城区连接起来。

通过这7座桥到各城区游玩，问题：寻找走遍这7座桥的路径，要求过每座桥只许走一次，最后又回到原出发点。



Computer Science & Technology

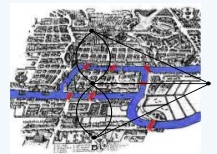
6

从哥尼斯堡到加里宁格勒

1736年，大数学家列昂纳德·欧拉（L. Euler）发表了关于“哥尼斯堡七桥问题”的论文。

他抽象出问题本质的东西，忽略问题非本质的东西（如桥的长度等），从而将哥尼斯堡七桥问题抽象为一个数学问题，即经过图中每边一次且仅一次的回路问题了。

问题抽象为
图 $G=(E, V)$ ”



Computer Science & Technology

7

数学家列昂纳德·欧拉（L. Euler）

1707-1783年，瑞士的巴塞尔，13岁进入巴塞尔大学，开始学习神学，后从师伯努利（初等微积分）。

先后工作：俄国的圣彼得堡科学院，德国的柏林科学院

研究成果560种，生前说：未发表的论文足够圣彼得堡科学院用20年的。1862年即他去世后的80年后仍在刊登其论文。

28岁左眼失明，56岁时双目失明，依靠惊人的记忆力和心算能力又进行了20年的研究，一生结过两次婚，有13个孩子。

复数 i ，函数 $f(x)$ ， Σ ， \sin ， \cos 。歌德巴赫猜想。

1742年，歌德巴赫给欧拉的信中提出了这样一个问题：

≥ 6 的偶数，两个奇质数之和；

≥ 9 的奇数，三个质数之和。



欧拉图，欧拉公式，欧拉定理等等。

Computer Science & Technology

8

2、离散数学

离散数学是现代数学的一个重要分支，是计算机类专业的重要课程。它以研究离散量的结构及其相互间的关系为主要目标，其研究对象一般是有限个或可数个元素，因此离散数学可以充分描述计算机学科离散性的特点。由于离散数学在计算机科学中的重要作用，国内外几乎所有大学的计算机类专业的教学计划中都将其列为核心课程进行重点建设，它是其他骨干课程，如数据结构、操作系统、人工智能、机器学习、计算机网络、软件工程、编译原理等的先修课程，国内许多大学将其作为计算机专业类研究生入学考试的内容。

Computer Science & Technology

9

多选题 1分

设置

数学的特点有哪些？

- ☒ A 提供简洁精确的形式化语言。
- ☒ B 数量分析和计算的方法。
- ☒ C 逻辑推理的工具
- ☐ D 以上都不是

提交

3. 计算学科与离散数学

计算学科即我们所熟悉的计算机科学与技术，是对描述和变换信息的算法过程，包括其理论、分析、设计、效率分析、实现和应用等进行的系统研究的一门学科。

数学是现代科学的重要基础，当然也是计算机科学的主要基础。它的主要作用是科技研究提供：

(1)、简洁精确的形式化语言 $S = \pi r^2$, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$...

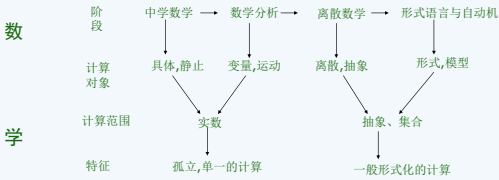
(2)、数量分析和计算的方法 $n!$, $C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

(3)、逻辑推理的工具 $\frac{p \rightarrow q}{p} \therefore q$ “泥巴孩子”问题

Computer Science & Technology

11

计算学科与离散数学的关系



Computer Science & Technology

12

3. 计算学科与离散数学

从数学的角度出发, 数学本身可分为连续数学和离散数学。最早的数学本质上是一种离散型的数学, 但随着微积分的出现, 对整个数学的研究发生了深刻的影响。人们以一种连续的观点研究数学, 描述自然科学研究中的各种具体问题, 从而形成了现在占统治地位的连续数学。

随着现代科学技术的发展, 特别是计算机科学技术的兴起, 离散数学又重新找到了它自己原有的位置。“能行性”这个计算学科的根本问题决定了计算机本身的结构和它处理的对象都是离散型的, 甚至许多连续型问题也必须在转化为离散型问题以后才能被计算机处理。所以计算机科学与技术本质上是一门离散数学技术。

离散数学对计算机科学的作用如何?

Computer Science & Technology

13

3. 计算学科与离散数学

- (1)、从计算机科学学科发展的需要看离散数学的地位。
- (2)、从计算机科学学生能力培养角度看离散数学的作用。

当前计算机科学在发展过程中面对着如下两个问题:

- 一是信息革命要求计算机科学要将计算机的应用扩大到包含所有的问题领域和深入到每个问题领域的深处而越来越细致越来越复杂;
- 二是一旦让计算机去解决问题, 那么计算机应自动地在有限和有效的时间内得出解。

Computer Science & Technology

14

3. 计算学科与离散数学

一方面离散数学就是指出构成一个包括了不同领域的通用模型的思维方法, 用不同的语言(符号语言、图形语言、逻辑语言等)从最简单的对象(集合)出发表示通用模型。

另一方面从学习的角度来看, 离散数学的思维方法能够为计算机科学所用, “离散数学能够使我们更高的高度去了解和计算机科学”。

因此可以说高等数学从传统的欧基里德的思维方式带进基于工业革命的富于创造性的思维方式, 而离散数学将大家带进信息革命的学科表达语言中去发展和创造具有时代特点的先进的计算思维方式。

Computer Science & Technology

15

3. 计算学科与离散数学

- (2)、从计算机科学学生能力培养角度看离散数学的作用。

新工科背景下对学生的要求 “坚实的基础知识、突出的实践能力和创新能力。”

三个方面的能力: 构造模型的能力; 算法设计的能力; 程序设计的能力。

构造模型的能力就是在通用的语言(例如代数语言、符号逻辑语言、集合语言、数理统计语言等)中构造解决实际问题的模型的能力。如管理模型、控制模型、推理模型、学习模型等。

Computer Science & Technology

16

3. 计算学科与离散数学

算法设计的能力是应用计算机的基本能力, 也是计算机应用基础和应用技术的一个基本问题。

算法过程的控制是算法设计的关键, 它决定了算法的存在性和效率。算法过程的控制是由计算模型的结构来决定的。

离散数学中所讨论的离散结构(如偏序结构、良序结构、群、环、域、各种代数格、置换等)以及这些结构的同态、同构、同胚等, 在算法设计中都起着重要的作用。

程序设计的能力, 对各种高级程序设计语言掌握熟练的程度。

- (1)、从计算机科学学科发展的需要看离散数学的地位,
- (2)、从计算机科学学生能力培养角度看离散数学的作用。



Computer Science & Technology

17

3. 计算学科与离散数学

离散数学与计算机科学专业方向主课程（14门）关系

核心课程	必修课程
计算机导论	(无)
程序设计基础	计算机导论
离散数学	数学分析或高等数学
算法与数据结构	高级语言程序设计、 离散数学
计算机组成基础	计算机导论、 数字逻辑
计算机体系结构	计算机组成基础
操作系统	算法与数据结构
数据库系统原理	算法与数据结构、 离散数学
编译原理	程序设计、 离散数学 、 算法与数据结构
软件工程	程序设计、 算法与数据结构
计算机图形学	程序设计、 离散数学
计算机网络	计算机导论、计算机组成、操作系统、 算法与数据结构
人工智能	高级语言程序设计、 离散数学
数字逻辑	计算机导论、 离散数学

1. 必修课（计算机科专专业方向）
2. 选修课（包括计算机工程专业方向选修课）
3. 应用课（信息工程专业方向）

《高等学校计算机科学与技术专业发展战略研究报告暨专业规范（试行）》2006

Computer Science & Technology

18

4. 离散数学在国内外的状况

- 美国是最重要的计算机科学（MIT, Princeton, Stanford, Harvard, ...）都有第一流的离散数学家。计算机科学通过对软件产业的促进，带来了巨大的效益，这已是不争之事实。
- 美国政府早在1979年就成立了离散数学及理论计算机科学中心DIMACS（与Princeton大学、Rutgers（纽泽西）大学、AT&T 联合创办的，设在Rutgers大学），该中心已是离散数学理论计算机科学的重要研究阵地。美国国家数学科学研究所（Mathematical Sciences Research Institute，由陈省身先生创立）在1997年选择了离散数学作为研究专题。
- 美国的大学、国家研究机构、工业界、军方和情报部门都有许多离散数学的研究中心，在研究上投入了大量的经费，但他们得到的收益远远超过了他们的投入，更主要的是他们还聚集了离散数学领域全世界最优秀的人才。高层次的软件产品到处用到离散数学，要确切地说就是组合算法。传统的计算机算法可以分为两大类，一类是组合算法，一类是数值算法（包括计算数学和与处理各种信息数据有关的信息学）。

Computer Science & Technology

19

4. 离散数学在国外的状况

- 日本的NEC公司还在美国的设立了研究中心，理论计算机科学和离散数学是其中的重要研究课题。该中心主任Robert E. Tarjan即是离散数学的权威。
- 美国阿拉莫斯国家实验室（Los Alamos 阿拉莫斯国家实验室，以选出第一颗原子弹著称于世），从曼哈顿计划以来一直重视应用数学的研究，包括离散数学的研究。美国另外一个重要的国家实验室Sandia桑迪亚国家实验室有一个专门研究离散数学和计算机科学的机构，主要从事组合编码理论和密码学的研究，在美国政府以及国际学术界都具有很高的地位。



Computer Science & Technology

20

4. 离散数学在国内外的状况

除上述以外，欧洲也在积极发展离散数学。英国、法国、德国、荷兰、丹麦、奥地利、瑞典、意大利、西班牙等国家都建立了各种形式的离散数学研究中心。亚洲国家也十分重视离散数学的研究。香港、新加坡、韩国、马来西亚也在积极推动离散数学的研究和人才培养。

离散数学在国内高校的情况，北京大学的离散数学是两本书，一学年，所有信息大类的学生都选修离散数学，清华大学的离散数学也是一学年的课程，分为离散数学1，离散数学2。北京航空航天大学，离散数学课程负责人是马殿富，一直在推行要在离散数学课程中加实验课。

Computer Science & Technology

21

5. 离散数学课程特点



Computer Science & Technology

22

5. 离散数学课程特点

《离散数学》是一门数学课，且是由几个数学分支综合在一起的，内容繁多，非常抽象。

其特点有：

- (1)、知识点集中，概念和定理多：《离散数学》是建立在大量概念之上的逻辑推理学科，概念的理解是我们学习这门学科的核心。
- (2)、方法性强：离散数学的特点是抽象思维能力的要求较高，通过对它的学习，能大大提高学生的逻辑推理能力、抽象思维能力和形式化思维能力。从今后在学习任何一门计算机科学的专业主干课程时，都不会遇上任何思维理解上的困难。《离散数学》的证明很多，不同的命题需要不同的证明方法（如直接证明法、反证法、归纳法、构造性证明法），同一个命题也可能有几种方法。
- (3)、内容“离散”：内容是几个数学分支综合在一起的，所以学生倍感内容离散，很难系统地把握内容串联起来。

Computer Science & Technology

23

5. 离散数学课程特点

面临的问题:

1. 学生对概念内容掌握起来困难, 由于是几个数学分支综合在一起的, 内容繁多, 非常抽象, 因此即使是数学专业的学生学起来都会倍感困难, 对计算机专业的学生来说就更是如此。同学们普遍反映这是大学四年最难学的一门课之一。
2. 对课程的学习兴趣逐渐下降: “概念、定理、证明”, 由于课程没有实验, 学生在学习过程中, 随着内容的增多, 理论的抽象, 学生的学习兴趣逐渐下降。

Computer Science & Technology

24

离散数学成绩的评定

课时 68课时 (4*17周)

平时(课堂, 作业, 单元测验) (30%) +
闭卷笔试 (70%)

Computer Science & Technology

25

5. 离散数学课程特点

- ❖ 离散数学教程, 徐秋亮等 2003年版。(非正式出版)
- ❖ 《离散数学》, 耿素云、屈婉玲著, 高等教育出版社, ;
- ❖ 《离散数学》, 左孝凌著, 上海科技文献出版社, 1984年;
- ❖ 《离散数学及其应用》, 傅彦、顾小丰著, 电子工业出版社;
- ❖ 《Discrete Mathematics and Its Applications》(英文 Sixth Edition), Kenneth H. Rosen著, 机械工业出版社;
- ❖ 《Discrete Mathematical Structures》(英文 Fourth Edition), B. Kolman, Robert C. Busby, Sharon Ross著, 高等教育出版社;

Computer Science & Technology

26

6. 从几个实例谈起

案例: “圆桌会议”问题

有a,b,c,d,e,f,g七人, 他们掌握的语言如下表: 能否将他们安排在圆桌旁, 使得每个人都能与他身边的人交谈? 若能, 如何安排?

参会者	汉	英	意	俄	日	法	德
a		X					
b	X	X					
c		X	X	X			
d	X				X		
e			X				X
f				X	X	X	
g						X	X

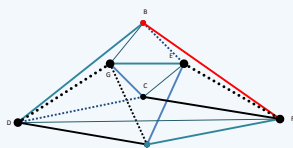
通过该案例使学生加深理解欧拉图及哈密尔顿图。

Computer Science & Technology

27

案例: 期末考试安排问题

一个班级的学生共计选修A、B、C、D、E、F、G七门课程, 其中一部分人同时选修D、C、A, 一部分人同时选修B、G、F, 一部分人同时选修B、E, 还有一部分人同时选修F、G, 期末考试要求每天考一门课, 七天内考完, 为了减轻学生负担, 要求每人都不会连续参加考试, 试设计一个考试日程表。



通过该案例使学生加深理解图的着色及应用。

Computer Science & Technology

28

案例: 狼、羊、白菜问题

一个人带着一只狼、一只羊和一颗白菜要渡河, 由于船太小, 人做摆渡者一次只能运送一个“乘客”, 很显然, 如果人不在, 狼要吃羊, 羊要吃白菜, 问人怎样才能把它们平安地渡过河去?



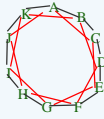
通过该案例使学生加深理解图的最短通路问题。

Computer Science & Technology

29

“围圈游戏”问题

11个同学围成一圈玩游戏,要求每次玩时每人两边相邻的人都不相同,最多玩几次游戏?



ABCDEFGHIJK

ACEGIKBDHFJ

????

Computer Science & Technology

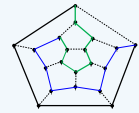
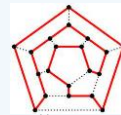
30

环游世界问题, Hamilton图

例 环游世界问题。



(a)



return

Computer Science & Technology

31

案例：泥巴孩子问题



花园玩耍回来的男孩和女孩,彼此可以看到对方额头上是否有泥巴,但看不到自己。

“你们两人至少一人额头上有泥巴。”

“你知道自己额头上有泥巴吗?知道请回答。”

家长第一次提问两人都没有回答。

第二次提问后两人同时回答。“知道。”

通过该案例使学生加深理解基于二值逻辑的问题分析及逻辑学的意义。

[返回](#)

Computer Science & Technology

32