例题 4.1 按照乔姆斯基(Chomsky)对文法的分类，指出下述文法的所属类型，并给出所描述的语言。

(a) S → Be B → eC | Af A →Ae |e C → Cf D → fDA
(b) A → ε| aB B → Ab | a
(c) S → abcA S → Aabc A →ε Aa → Sa cA → cS

(清华大学 2000 年硕士生入学考试试题)

解题思路：

这类问题主要是考察考生对 Chomsky 形式语言体系的掌握情况，因此，首先应当理解各种类型文法的特征，注意各种类型文法对产生式形式上的限制。本题的另一个考察的知识点是文法的一些基本概念，如推导、句子、语言等。

解答：

(a) 该文法是上下文无关文法(2 型)，从 D → fDA 可以看出该文法不是正规文法。它所描述的语言是 L={eife | i≥1}∪{ efie | i≥1}

(b) 该文法是上下文无关文法(2 型)，从两个产生式可以看出，该文法既不是右线性文法，也不是左线性文法。它所描述的语言是 L={anbm | n,m≥0 且 (n=m 或 n-m=2)}

(c) 该文法是上下文有关文法(1 型)，从产生式 Aa → Sa 可以看出，该文法不是上下文无关文法。它所描述的语言是 L={(abc)m | n>0}

注意：(a)文法描述的语言是文法推导的句子的全体，该文法推导的句子的过程中不会引用非终结符 D。

例题 4.2 给出文法 G(S)

S → aSb | P

P → bPc | bQc

Q → Qa | a

1) 它是 Chomsky 哪一型文法?

2) 它生成的语言是什么?

(上海交大 1999 年硕士生入学考试试题)

解题思路：

注意到 S 推出的串的形式是 aiPbi(i≥0)，而 P 推出的串的形式是 bjQcj(j≥1), Q 推出的串的形式是 ak(k≥1)。

解答：

1） 该文法是 Chomsky2 型文法，即上下文无关文法。

2） 它生成的语言是 L={aibjakcjbi | i≥0，j≥1，k≥1}

例题 4.3 写一个文法 G，使得 L(G)={ anbman|n，m□0}。

(国防科技大学研究生院 2001 年硕士生入学考试)

解题思路：

写出语言的文法是检查考生形式抽象的能力。解答这类问题，首先应当仔细研究语言的结构特点，通常这些语言具有形式上的对称性和字符数目上的相关性等特点，这些特性可以用文法的递归定义来实现。

解答：所求文法是：

G(S)：

S □ aSa | B

B □ bB|ˋ

例题 4.4 将文法 G(S)改写成等价的正规文法。

G(S):

S → dAB

A → aA | a

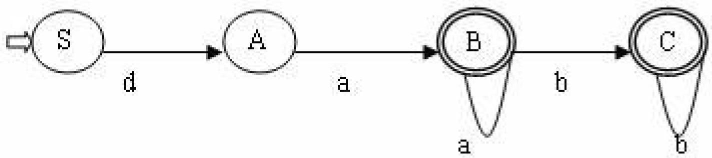
B → Bb |ε

(清华大学 1995 年硕士生入学考试试题)

解题思路：

对于这类题目，首先求出文法描述的正规语言，写出相应的正规式，在此基础上构造相应的 DFA，最后把 DFA 的状态转换成文法的非终结符，就能够写出等价的正规文法了。

解答：该文法描述的语言是 daibj(i>0，j≥0)，对应的 DFA 是：



相应的正规文法是：

G(S):

S → dA

A → aB

B → aB | bC |ε

C → bC |ε

注意: 把 DFA 的转换成正规文法时，终态对应的非终结符应当有 ε 候选式(如 B,C)。

例题 4.5 按指定类型，给出语言的文法

(a) L={aibj|j>i≥1} 的上下文无关文法

(b) 字母表 Σ={a,b}上的同时只有奇数个 a 和奇数个 b 的所有串的集合的正规文法

(c) 有相同个数的 a 和 b 组成的句子的无二义文法

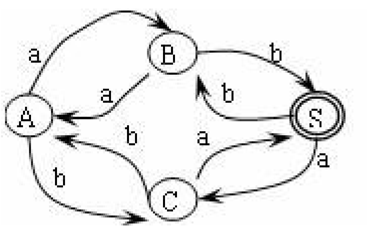
(清华大学 2000 年硕士生入学考试试题)

解题思路：

给出语言的文法可以从多个角度进行思考，如分解语言的结构，利用有限自动机，找出语言的递归或递推特性等。

语言(a) L={aibj|j>i≥1}，实际上可以看成 aibibj-i 的形式，而 aibi 可以由 A → aAb | ab 规则来描述，bj-i 可以由 B → bB | b 规则来描述。

语言(b)的描述可以借助有限自动机的思想，非终结符 A、B、C、S 分别表示下面四种状态：



识别了偶数个 a 和偶数个 b 的状态

识别了奇数个 a 和偶数个 b 的状态

识别了偶数个 a 和奇数个 b 的状态

识别了奇数个 a 和奇数个 b 的状态

文法规则只需要描述这些非终结符之间的推导关系，即状态之间的转换关系。

语言(c)的描述可以采用递归的思想，写出相应的无二义文法。

解答：

(a) 所求的文法是 G(S):

S → AB

A → aAb | ab

B → bB | b

(b) 所求的文法是 G(S):

S → aC | bB

A → bC | aB | ε

B → aA | bS

C → aS | bA

(c) 所求的文法是 G(S):

S→aBS|bAS|aB|bA

B→aBB|b

A→bAA|a

例题 4.6 写一个上下文无关文法，使其语言是能被 5 整除且不以 0 开头的无符号整数的集合。(如{5，10，15，…})

(国防科大 1996 年硕士生入学考试试题)

解题思路:

能被 5 整除的数从形式上看，是以 0，5 结尾的数字串。题目要求的不以 0 开头，注意 0 不是该语言的句子。

解答：所求文法为:

G(S):

S → M F | 5

F → 5 | 0

N → 1 |2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9

D → N | 0

M → M D | N

其中，S 代表能被 5 整除且不以 0 开头的无符号整数；

F 代表可以出现在个位上的数字；

D 代表所有数字；

N 代表所有非零数字；

M 代表所有不以零开头的数字串；

例题 4.7

写一个文法使其语言为 L(G)={ anbm| 2n>m≥n≥1}

解题思路:

b 的个数大于或等于 a 的个数，但又比 a 的个数的 2 倍要少。这是一种类型的问题，一般在两个或多个字符的数量上做文章，对于这类问题，有一种固定的问题求解方法。以本题为例，b 的个数在 a 的个数的一倍和两倍之间，那么就存在两个边界：一倍和两倍，我们就分别为它们写出两个产生式:

1．S —> aSb

2．S —> aSbb

此时可以看到，用产生式 1 扩展时所产生的 a 和 b 的个数相等，而用产生式 2 扩展时所产生的 b 的个数是 a 的个数的两倍，如果同时使用两个产生式进行扩展，那 b 的个数将在 a 的个数的一倍和两倍之间，满足了这个前提之后，再用另一个产生式（S —> ab）来保证边界条件（2n>m、m≥n 和 n≥1）就可以了。如果边界条件是 2n≥m>n≥1，则可以用产生式 S —> abb 来满足。

解答: S —> aSb | aSbb | ab

例题 4.8 试简述二义性概念。

(南京大学 2000 年硕士生入学考试试题)

解答：如果一个文法存在某个句子对应两颗不同的语法树，则说这个文法是二义的。如果一个语言是二义的，当且仅当它不存在无二义性的文法。文法的二义性与语言的二义性是两个

不同的概念。例如，对于某种语言 L 来说，可能存在两个文法 G 和 G'，有 L(G)=L(G')=L，但文法 G 是二义的，而 G'是无二义的，这时，语言 L 并不是二义的。

例题 4.9 文法 G 的产生式集为{S → S+S |S*S | i | (S)}，对于输入串 i+i*i：

1) 给出一个推导；
2) 画出一棵语法树；
3) 文法 G 是否是二义性的，请证明你的结论?

(哈尔滨工业大学 2000 年硕士生入学考试试题)

解题思路：

这类题目，重点考察推导、语法树和二义性等基本概念。要证明一个文法是二义性的，只要找出该文法的一个句子，说明该句子有两种不同的最左推导或最右推导，或者有两棵不同的语法树。

解答：

1) S⇒S+S⇒i+S⇒ i+S*S ⇒ i+i*S ⇒ i+i*i
2) i+i*i 的语法树如图 4.1(a)：

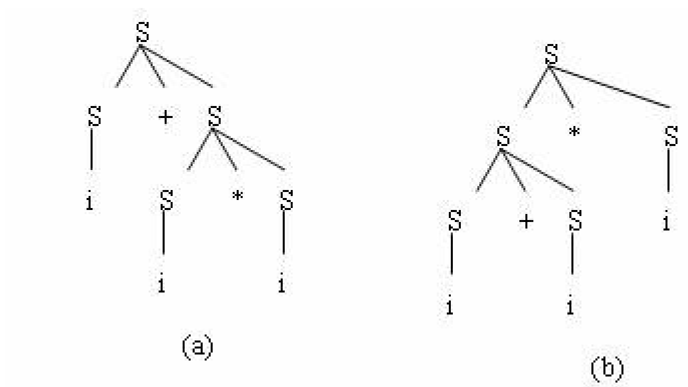


图 4.1 语法树

3) 文法 G 是二义性的。考虑句子 i+i*i，除了图(a)的语法树外，还有另一棵语法树如图 4.1(b)，所以文法 G 是二义性的。

例题 4.10 已知文法 G=({S}，{a}，{S → SaS, S →ε}，S)

1) 该文法是否是二义性文法，为什么？

2) 该文法是否是 OPG(算符优先文法)文法，为什么？

3) 该文法是否是 LL(1)文法，为什么？

4) 该文法是否是 SLR(1)文法，为什么？

(北京航空航天大学 1998 年硕士生入学考试试题)

解题思路：

本题和核心是判断文法的二义性，同时必须掌握 OPG(算符优先文法)文法、LL(1)文法和 SLR(1)文法和二义性文法的关系，并根据它们之间的关系判断文法的性质。

解答：考虑该文法的句子 aa，我们有下面两个不同的最左推导：

S⇒SaS⇒SaSaS⇒aSaS⇒aaS⇒aa

S⇒SaS⇒aS⇒aSaS⇒aaS⇒aa

所以该文法是二义性的。因为 OPG(算符优先文法)文法， LL(1)文法和 SLR(1)文法一定不是二义性文法，所以，该文法不是 OPG(算符优先文法)文法、 LL(1)文法和 SLR(1)文法。

例题 4.11 生成 L={ albmclanbn| l≥0，m≥1，n≥2}这种语言的文法是什么？它是 Chomsky 哪一型文法？

(上海交大 1998 年硕士生入学考试试题)

解答：所求文法是 G(S)

S → AC

A → aAc | B

B → bB | b

C → aCb | ab

它是 Chomsky 2 型文法，即上下文无关文法。

例题 4.12 文法 G(S)：

S → aSPQ | abQ

QP → PQ

bP → bb

bQ → bc

cQ → cc

它是 Chomsky 哪一型文法？它生成的语言是什么？

(上海交大 2000 年硕士生入学考试试题)

解答：从规则形式上可以看出，文法 G 是 Chomsky 1 型文法，即上下文有关文法。它生成的语言是 L={ anbncn | n□1}

例题 4.13 给出下列术语的严格定义：

1) 上下文无关文法　　　2) LL(1)文法

(浙江大学 1998 年硕士生入学考试试题)

解答：

上下文无关文法的定义：

形式上说，一个上下文无关文法 G 是一个四元式（VT，VN，S，P），其中

VT 是一个非空有限集，它的每个元素称为终结符号；

VN 是一个非空有限集，它的每个元素称为非终结符号，VT∩VN＝ด;

S 是一个非终结符号，称为开始符号；

P 是一个产生式集合（有限）， 每个产生式的形式是 P→ω， 其中，P∈VN，ω∈（VT∪VN）*。开始符号 S 至少必须在某个产生式的左部出现一次。

LL（1）文法的定义：

如果一个文法 G 满足下面的条件，则称该文法 G 为 LL（1）文法：

1. 文法不含左递归，

2. 对于文法中每一个非终结符 A 的各个产生式的候选首符集两两不相交。即，若 A→ω1|ω2|…|ωn ,则 FIRST（ωi）∩FIRST（ωj）=φ（i≠j）

3. 对文法中的每个非终结符 A，若它存在某个候选首符集包含ε，则

FIRST（A）∩FOLLOW（A）=φ