

# 针对综合控制性能提升的 飞行器控制方法研究

答辩人：张耀坤

学 号：M201872549

专 业：控制工程

导 师：王永骥 教授

2020.06.30

人工智能与自动化学院



## 内容提要

1

选题意义与研究现状

2

研究对象与建模分析

3

性能评估与增益调度

4

即时线性化与自适应

5

预设性能与滑模控制

6

总结与展望



## 内容提要

1

选题意义与研究现状

2

研究对象与建模分析

3

性能评估与增益调度

4

即时线性化与自适应

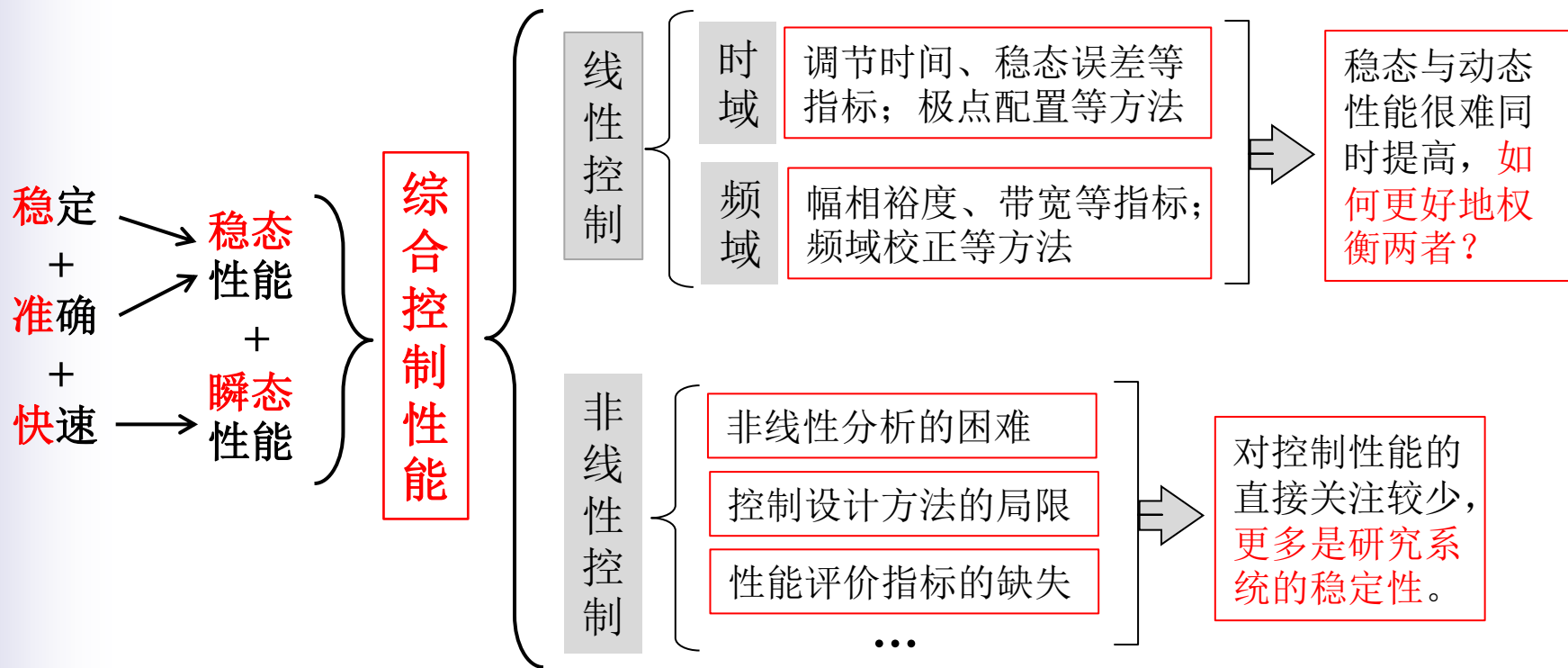
5

预设性能与滑模控制

6

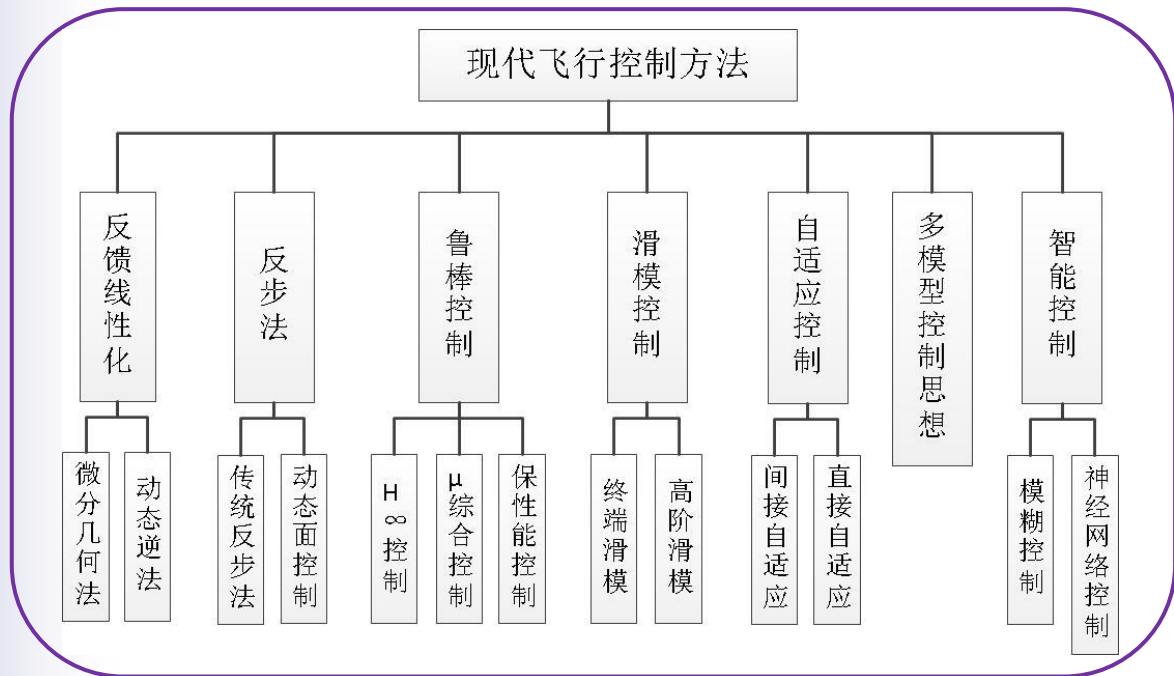
总结与展望

# 1、选题意义与研究现状



# 1、选题意义与研究现状

现代高速飞行器是一类典型的复杂非线性系统：**强非线性**、**快时变性**、**耦合性**、大量的**不确定性**因素（如模型参数**偏差**、随机气动**干扰**以及系统**故障**等）。



大多主要研究系统的稳定性或鲁棒性（稳态性能），对瞬态性能直接或间接的研究较少！

# 1、选题意义与研究现状

新型飞行任务的应用需求：无论外界环境偏差或扰动的大小，在保证系统稳定的同时，飞行系统应尽可能快地跟踪姿态指令。

研究  
目的

在现有控制理论的基础上，探索提升飞行控制系统综合控制性能的控制方案。

领域	方案名称	基本控制框架	组合子系统	方案特点	备注
线性控制	①基于在线性能评估的增益自适应控制	校正网络控制	在线性能评估	增益自适应调度	间接法
线性控制	②基于神经网络即时线性化的自适应控制	PID控制	模型辨识与即时线性化	参数最优自适应	间接法
非线性控制	③基于改进预设性能控制的滑模控制	滑模控制	预设性能控制理论	性能预先设定	直接法



## 内容提要

1

选题意义与研究现状

2

研究对象与建模分析

3

性能评估与增益调度

4

即时线性化与自适应

5

预设性能与滑模控制

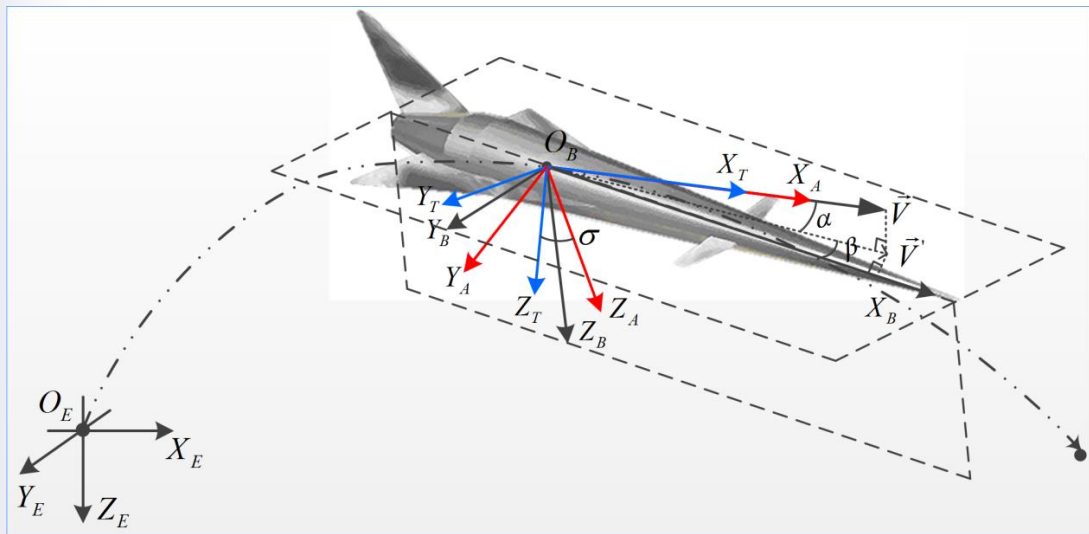
6

总结与展望

## 2、研究对象与建模分析

### ● 模型描述

选用美国国家宇航局（NASA）公开的通用高速飞行器模型。



有翼锥形体（Winged-Cone）构型 + 三个舵面

#### 1) 建模的基本假设:

- 忽略弹性，研究刚体运动；
- 研究再入飞行，无推力，质量恒定，质心不变；
- 采用BTT控制侧向运动。

#### 2) 坐标定义与变换:

- 地面系E（位置  $x, y, h, V$ ）
- 机体系B（欧拉角  $\theta, \psi, \phi$ ）
- 速度系A（气动角  $\alpha, \beta, \mu$ ）
- 航迹系T（航迹角  $\gamma, \chi$ ）

#### 3) 气动分析。



## 2、研究对象与建模分析

### ● 再入飞行段的全状态非线性六自由度运动方程组

动力学方程：

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{-D - F_{dD}}{m_0} - g \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{L \cos \mu - Y \sin \mu}{m_0 V} - \frac{g \cos \gamma}{V} + \frac{F_{dL} \cos \mu - F_{dY} \sin \mu}{m_0 V} \\ \dot{\chi} = \frac{Y \cos \mu + L \sin \mu}{m_0 V \cos \gamma} + \frac{F_{dY} \cos \mu + F_{dL} \sin \mu}{m_0 V \cos \gamma} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{J_y - J_z}{J_x} qr + \frac{C_l \bar{q} b S + M_{dX}}{J_x} \\ \dot{q} = \frac{J_z - J_x}{J_y} pr + \frac{C_m \bar{q} c S + x_{cg} (D \sin \alpha + L \cos \alpha) + M_{dY}}{J_y} \\ \dot{r} = \frac{J_x - J_y}{J_z} pq + \frac{C_n \bar{q} b S - x_{cg} Y + M_{dZ}}{J_z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = q - \tan \beta (p \cos \alpha + r \sin \alpha) + \frac{-L + \bar{G}_\alpha + \bar{F}_{d\alpha}}{m_0 V \cos \beta} \\ \dot{\beta} = p \sin \alpha - r \cos \alpha + \frac{Y + \bar{G}_\beta + \bar{F}_{d\beta}}{m_0 V} \\ \dot{\mu} = \frac{p \cos \alpha + r \sin \alpha}{\cos \beta} + \frac{L (\tan \beta + \tan \gamma \sin \mu) + Y \tan \gamma \cos \mu}{m_0 V} \\ \quad + (\bar{G}_\mu + \bar{F}_{d\mu}) / m_0 V \end{cases}$$

运动学方程：

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cos \gamma \cos \chi \\ \dot{y} = V \cos \gamma \sin \chi \\ \dot{h} = V \sin \gamma \end{cases} + \begin{cases} \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} = \frac{1}{\cos \theta} (q \sin \phi + r \cos \phi) \\ \dot{\phi} = p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \end{cases}$$

## 2、研究对象与建模分析

### ● 姿态控制模型

小偏差线性化模型：

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\beta} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{\mu} \\ \Delta \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1^p & c_2^p & c_4^p & c_5^p & c_7^p & c_8^p \\ b_2^p & b_1^p & b_5^p & b_4^p & b_8^p & b_7^p \\ c_4^y & c_5^y & c_1^y & c_2^y & c_7^y & c_8^y \\ b_5^y & b_4^y & b_2^y & b_1^y & b_8^y & b_7^y \\ c_4^r & c_5^r & c_7^r & c_8^r & c_1^r & c_2^r \\ b_5^r & b_4^r & b_8^r & b_7^r & b_2^r & b_1^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \beta \\ \Delta r \\ \Delta \mu \\ \Delta p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_3^p & c_6^p & c_9^p \\ b_3^p & b_6^p & b_9^p \\ c_6^y & c_3^y & c_9^y \\ b_6^y & b_3^y & b_9^y \\ c_6^r & c_9^r & c_3^r \\ b_6^r & b_9^r & b_3^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_\alpha \\ \Delta \delta_\beta \\ \Delta \delta_\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_\alpha \\ \delta_\beta \\ \delta_\phi \end{bmatrix} = \Lambda \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

等效舵偏的转换

仿射非线性模型：

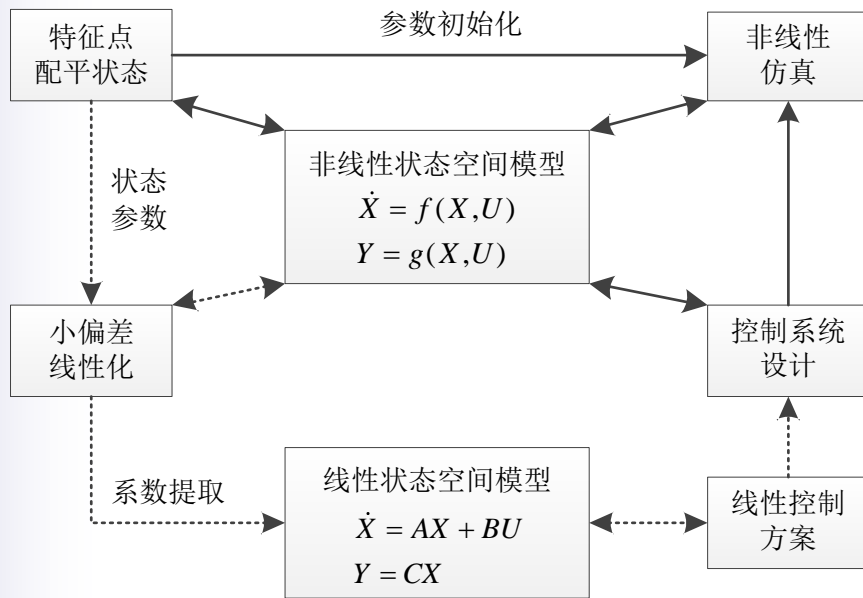
长短周期分离，分成慢回路状态  $\Theta = [\alpha, \beta, \mu]^T$  和快回路状态  $\omega = [q, r, p]^T$ 。

$$\begin{aligned} \dot{\Theta} &= B_\delta F_\delta + f_s(\Theta) + g_s \omega & \Rightarrow & \dot{\Theta} = B_\delta g_{s\delta} U + B_\delta F_{\delta 0} + f_s(\Theta) + g_s \omega & \Rightarrow & \dot{\Theta} = g_s \omega + \Delta_s \\ \dot{\omega} &= J^{-1} M_\delta + f_f(\omega) & \Rightarrow & \dot{\omega} = J^{-1} g_{f\delta} U + J^{-1} M_{\delta 0} + f_f(\omega) & \Rightarrow & \dot{\omega} = g_f U + f_f(\omega) + \Delta_f \end{aligned}$$

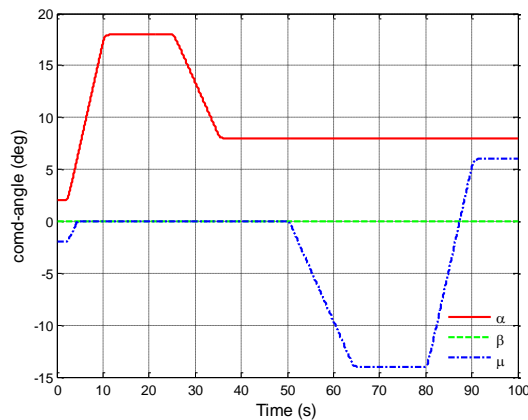
其中， $U = [\delta_e, \delta_a, \delta_r]^T$  为控制量， $\Delta_s, \Delta_f$  为对应项的干扰与不确定偏差的总和。

## 2、研究对象与建模分析

### ● 飞行仿真平台



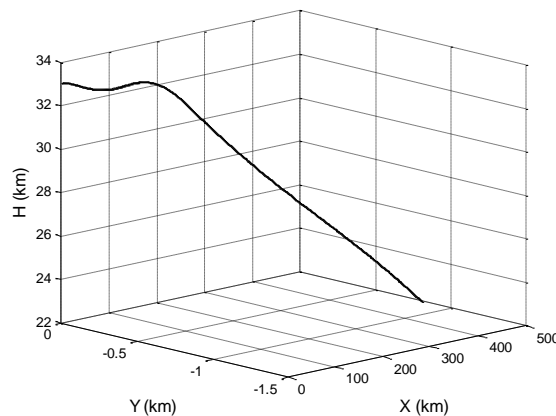
仿真平台系统结构图



方案飞行控制指令



标称飞行轨迹





## 内容提要

1

选题意义与研究现状

2

研究对象与建模分析

3

性能评估与增益调度

4

即时线性化与自适应

5

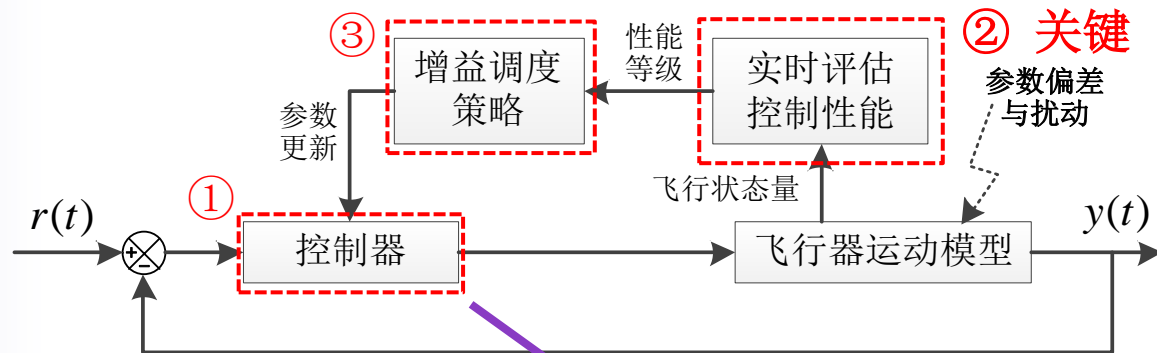
预设性能与滑模控制

6

总结与展望

### 3、性能评估与增益调度

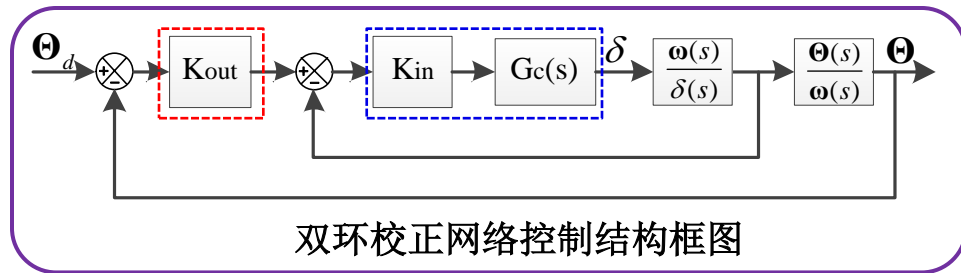
基于在线性能评估的增益自适应控制的系统结构框图：



该方案的实质是对控制性能做闭环反馈，关键在于量化并评估控制性能。

该方案主要包括：

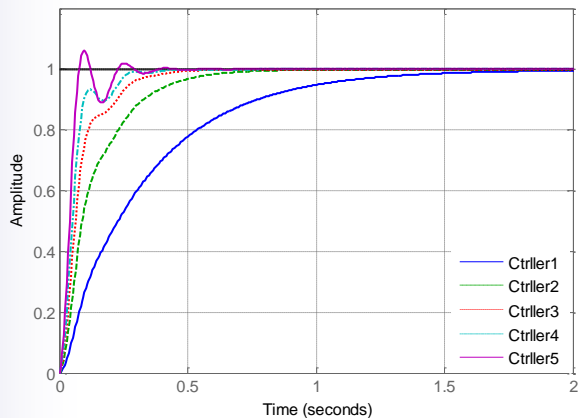
- ① 基本控制器设计；
- ② 根据时域飞行状态量在线评估系统的控制性能；
- ③ 基于性能评估结果自适应地调节增益。



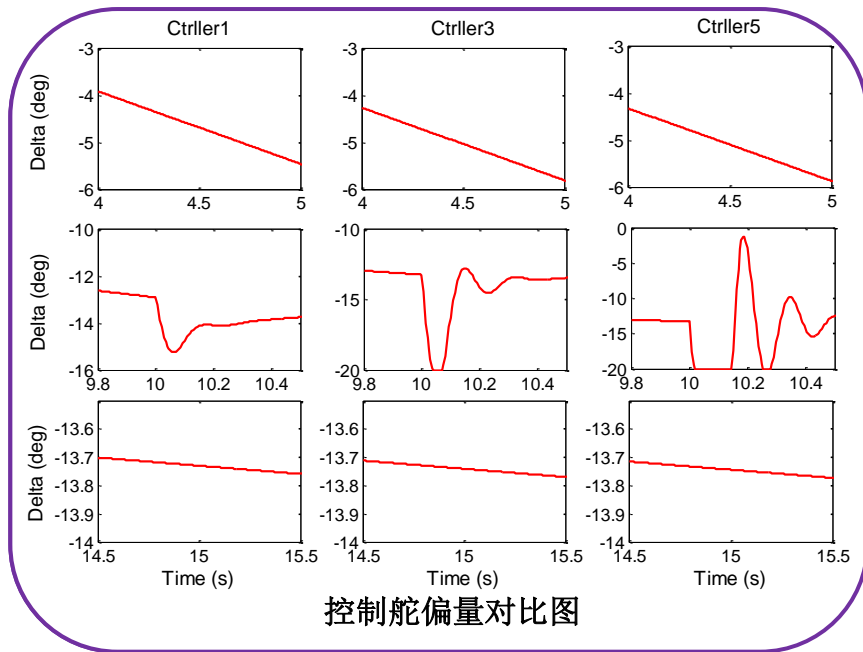
### 3、性能评估与增益调度

#### ● 多级控制器

性能等级	相角裕度 (deg)	截止频率 (rad/s)	增益
等级1	>90	<5	3
等级2	88-90	5-10	7
等级3	84-88	10-16	11
等级4	75-84	16-22	15
等级5	<75	>22	19



不同性能等级下的系统时域状态量对比：

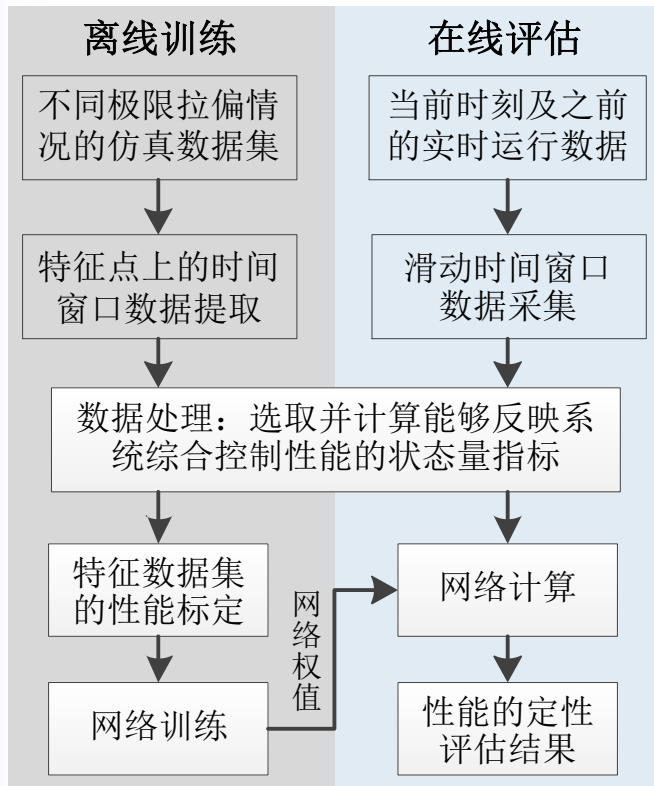


控制舵偏量对比图

系统的控制性能和时域状态量的变化规律之间存在着一定的对应关系。

### 3、性能评估与增益调度

#### ● 基于BP神经网络性能评估



网络的输入数据		
编号	状态量类别	指标量
1	控制指令	最大指令变化率
2		指令变化率
3	角度控制量	角误差的极差
4		角误差的绝对误差积分
5		角误差的震荡次数
6	角速度控制量	角速度误差的极差
7		角速度误差的绝对误差积分
8		角速度误差的震荡次数
9	舵偏量	等效舵偏的极差
10		等效舵偏变化率的最大值
11		等效舵偏的震荡次数

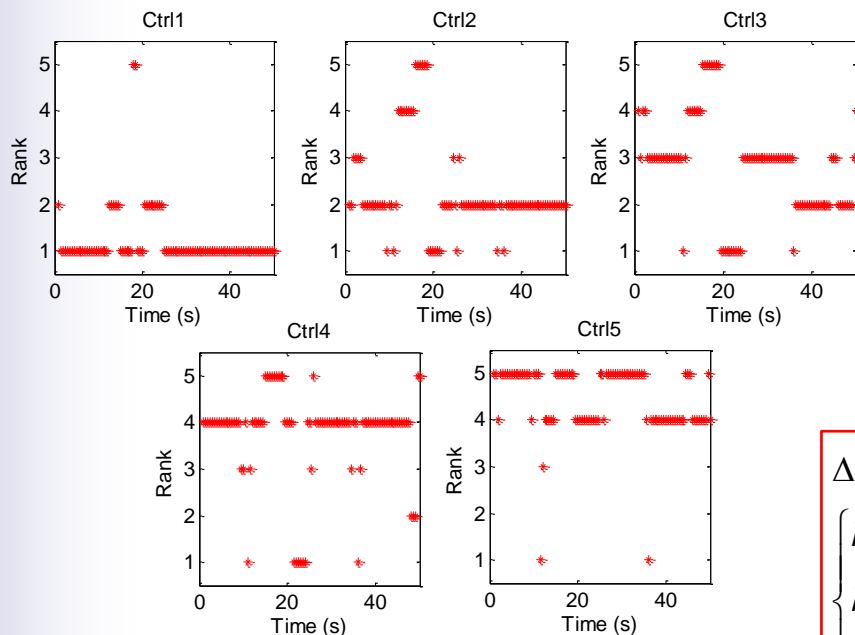
**网络的输出数据**

输出控制性能等级的参考隶属值，例如，1级性能的理想输出为[1 -1 -1 -1 -1]。

### 3、性能评估与增益调度

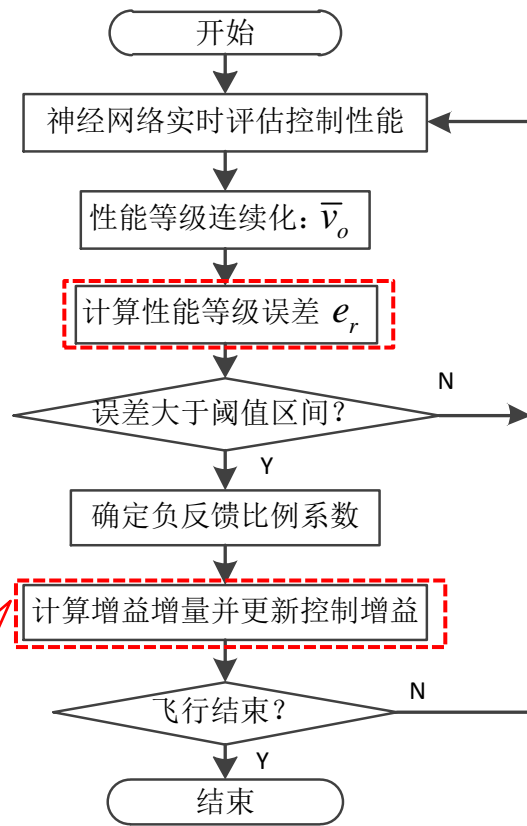
#### ● 基于控制性能在线评估结果的增益自适应

以0.5s的窗口滑动频率进行在线性能评估：



制定增益  
自适应策略

$$\Delta K_{out} = \tilde{k} \cdot e_r$$
$$\begin{cases} \tilde{k} = 0 & |e_r| \leq 0.5 \\ \tilde{k} = a & 0.5 < |e_r| \leq 1 \\ \tilde{k} = b & |e_r| > 1 \end{cases}$$

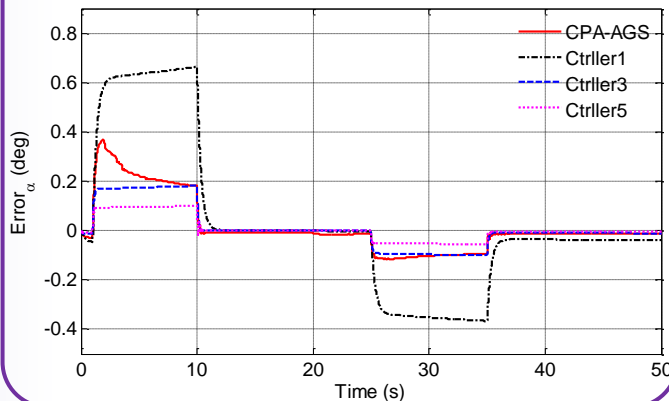




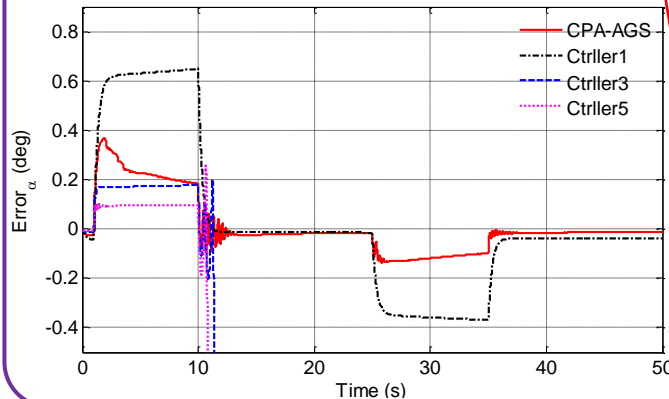
### 3、性能评估与增益调度

全弹道飞行仿真

Case1: 无偏差或干扰

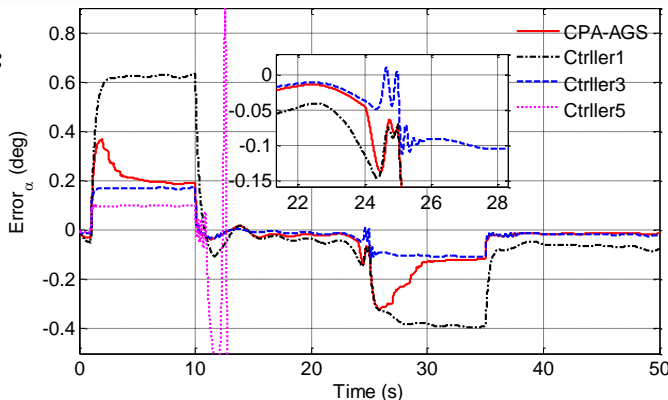


Case2: 模型参数偏差



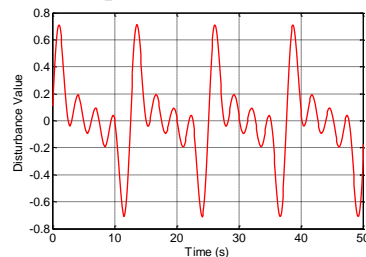
对俯仰通道模型参数设置负向15%的极限拉偏:  
 $\Delta m_0 = \Delta J_y$   
 $= \Delta \bar{q} = \Delta C_m$   
 $= -15\%$

Case3: 随机气动干扰



对气动升力和俯仰气动力矩系数设置随机偏差干扰:

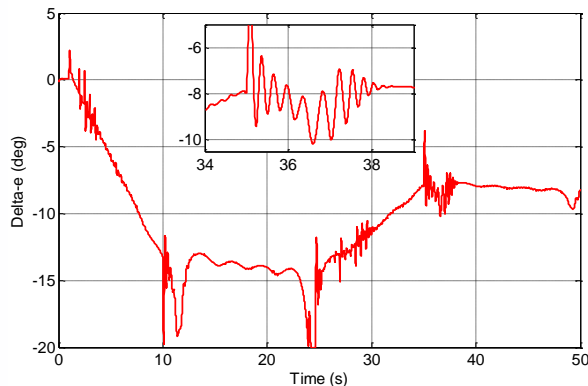
$$\Delta C_L = \Delta C_m = 0.2 [\sin(0.5t) + \sin(t) + \sin(1.5t) + \sin(2t)]$$



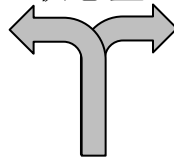
### 3、性能评估与增益调度

全弹道飞行仿真

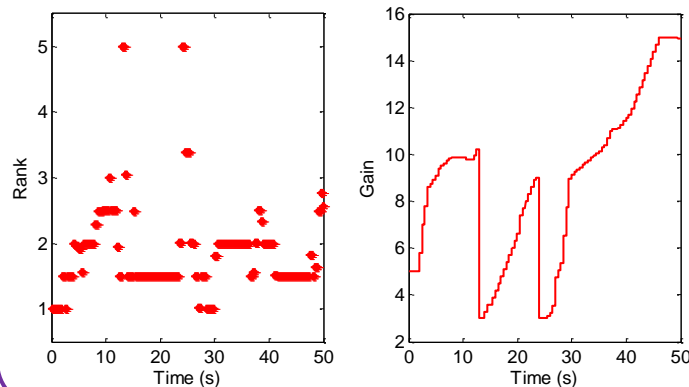
实际舵偏情况



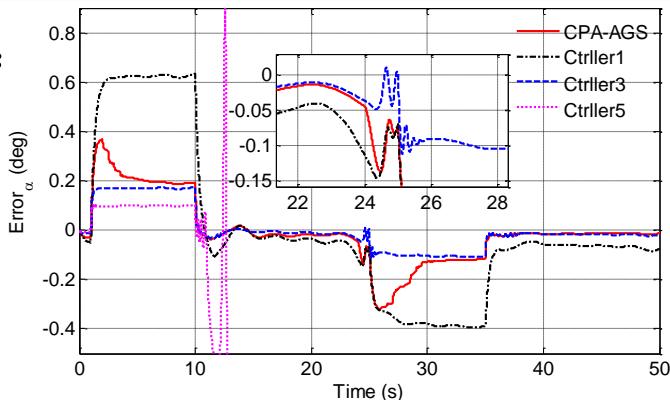
其余  
系统  
状态量



性能评估与增益自适应情况

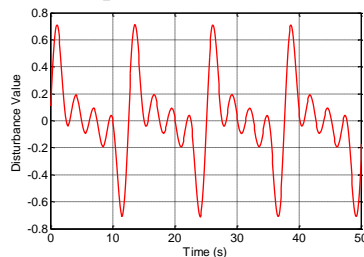


Case3:  
随机气动干扰



对气动升力和俯仰气动力矩系数设置随机偏差干扰:

$$\Delta C_L = \Delta C_m = 0.2 [\sin(0.5t) + \sin(t) + \sin(1.5t) + \sin(2t)]$$





## 内容提要

1

选题意义与研究现状

2

研究对象与建模分析

3

性能评估与增益调度

4

即时线性化与自适应

5

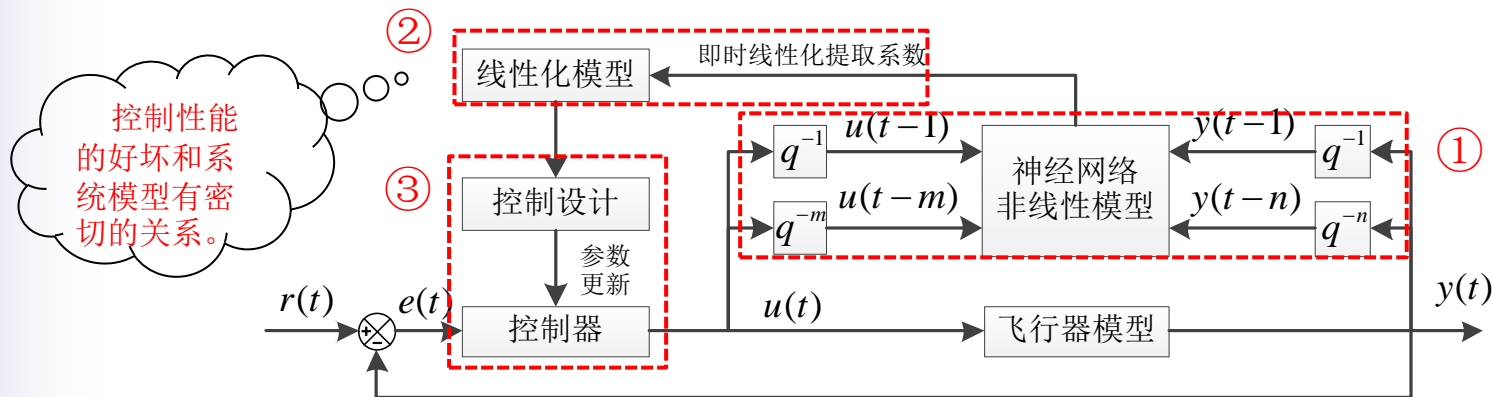
预设性能与滑模控制

6

总结与展望

## 4、即时线性化与自适应

基于神经网络即时线性化的自适应控制系统结构框图：

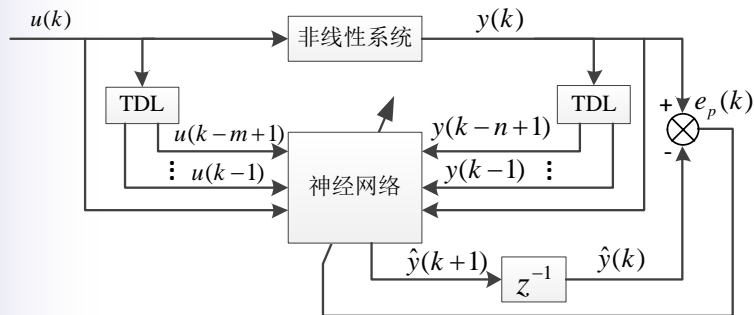


该方案主要包含：

- ① 通过神经网络辨识系统的非线性动力学模型；
- ② 对辨识模型做即时线性化处理获取系统当前运行点的等效线性模型；
- ③ 利用线性模型和最优控制性能基准设计自适应控制律。

## 4、即时线性化与自适应

### ● 基于神经网络的系统辨识



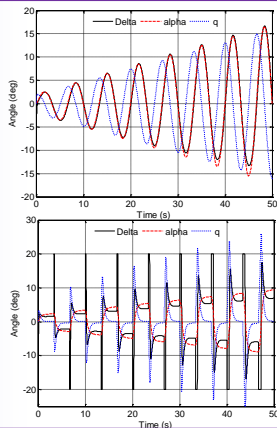
网络输入：关于系统输入输出的自回归状态矢量

$$\varphi(k) = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k), \dots, u(k-m+1)]^T$$

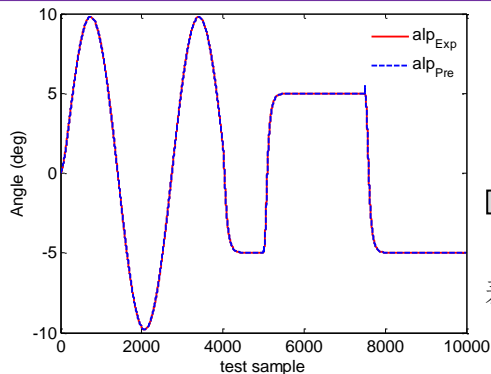
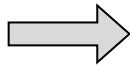
网络输出：飞行器下一时刻的姿态（预测）输出

$$\hat{y}(k+1) = g(\varphi(k), \mathbf{v}) \quad (\mathbf{v} \text{ 是神经网络的权值矢量})$$

闭环激励下的系统状态

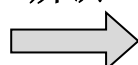


离线  
辨识

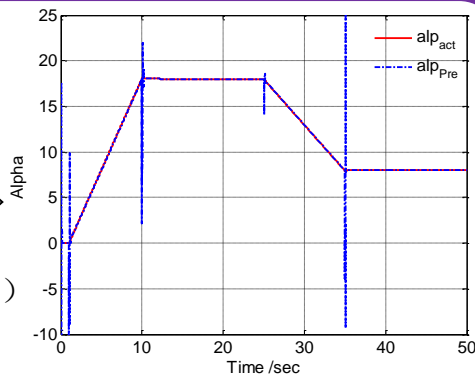


不同频率的测试信号

在线  
辨识



(辨识误差较大时)

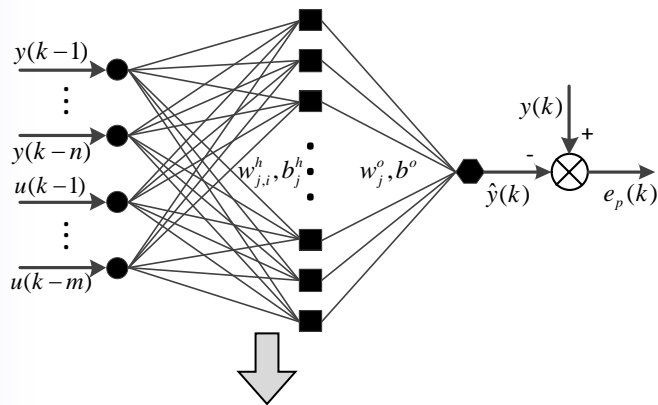


无扰全弹道飞行测试

## 4、即时线性化与自适应

### ● 即时线性化

在系统当前运行点  $t = \tau$  附近对辨识所得非线性模型做实时线性化处理：



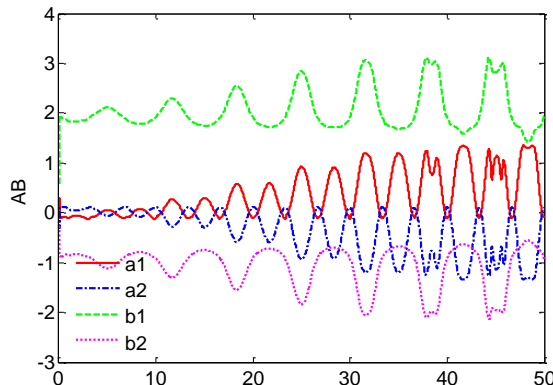
$$\hat{y}^{lin}(t) \Big|_{t=\tau} = -\sum_{i=1}^n a_i \tilde{y}(t-i) + \sum_{i=1}^m b_i \tilde{u}(t-i)$$

$$\begin{cases} a_i = -\frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial y(t-i)} \Big|_{t=\tau} = -\sum_{j=1}^{N_h} w_j^o w_{j,i}^h \cdot \frac{\partial Z^h(\bullet)}{\partial m_j^h(t)} \Big|_{t=\tau} & i = 1, 2, \dots, n \\ b_i = \frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial u(t-i)} \Big|_{t=\tau} = \sum_{j=1}^{N_h} w_j^o w_{j,i+n}^h \cdot \frac{\partial Z^h(\bullet)}{\partial m_j^h(t)} \Big|_{t=\tau} & i = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

使用系统的二阶线性特征模型：

$$\alpha(k+1) = a_{\alpha}^{\alpha 0} \alpha(k) + a_{\alpha}^{\alpha 1} \alpha(k-1) + b_{u11}^0 \delta_{\alpha}(k) + b_{u11}^1 \delta_{\alpha}(k-1) + \Delta T^2 E_{\alpha}$$

测试指令（正弦）下的实时线性化系数：



## 4、即时线性化与自适应

### ● 基于最优指标的自适应控制

#### 1) 增量式PID控制框架:

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$$

$$\Delta u(k) = \mathbf{E}^T(k) \mathbf{K}(k)$$

$$\mathbf{E}(k) = [e(k), e(k-1), e(k-2)]^T, \mathbf{K}(k) = [k_1, k_2, k_3]^T$$

#### 2) 广义最小方差控制性能指标:

$$\min_{k_p, \tau_i, \tau_d} J_c = \frac{1}{2} [e^2(k+1) + \mu \cdot \Delta u^2(k)] \approx \min_{k_p, \tau_i, \tau_d} L_c = \frac{1}{2} \left[ (e^{lin}(k+1))^2 + \mu \cdot \Delta u^2(k) \right]$$

#### 3) 基于等效线性模型的参数自适应律:

$$L_c = \frac{1}{2} \left\{ \Omega - b_1 \cdot \mathbf{E}^T(k) [\mathbf{K}(k-1) + \Delta \mathbf{K}(k)] \right\}^2 + \frac{\mu}{2} \left\{ \mathbf{E}^T(k) [\mathbf{K}(k-1) + \Delta \mathbf{K}(k)] \right\}^2$$

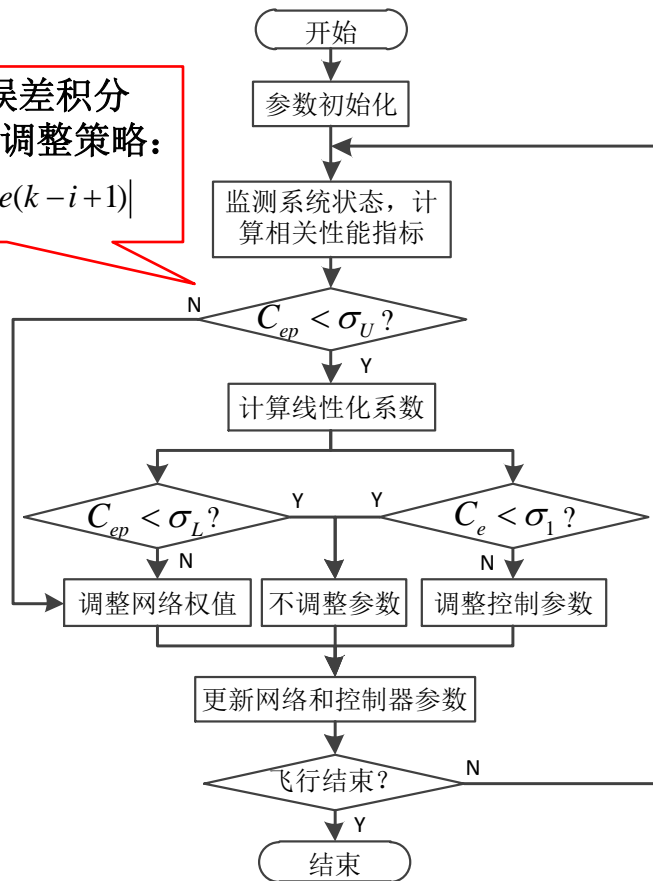
$$\Delta \mathbf{K}(k) = -\eta_c \nabla L_c(\mathbf{K}(k))$$

$$= -\eta_c \left[ (b_1^2 + \mu) \mathbf{E}(k) \mathbf{E}^T(k) \mathbf{K}(k) - \Omega b_1 \cdot \mathbf{E}(k) \right]$$

负梯度方向调整控制参数

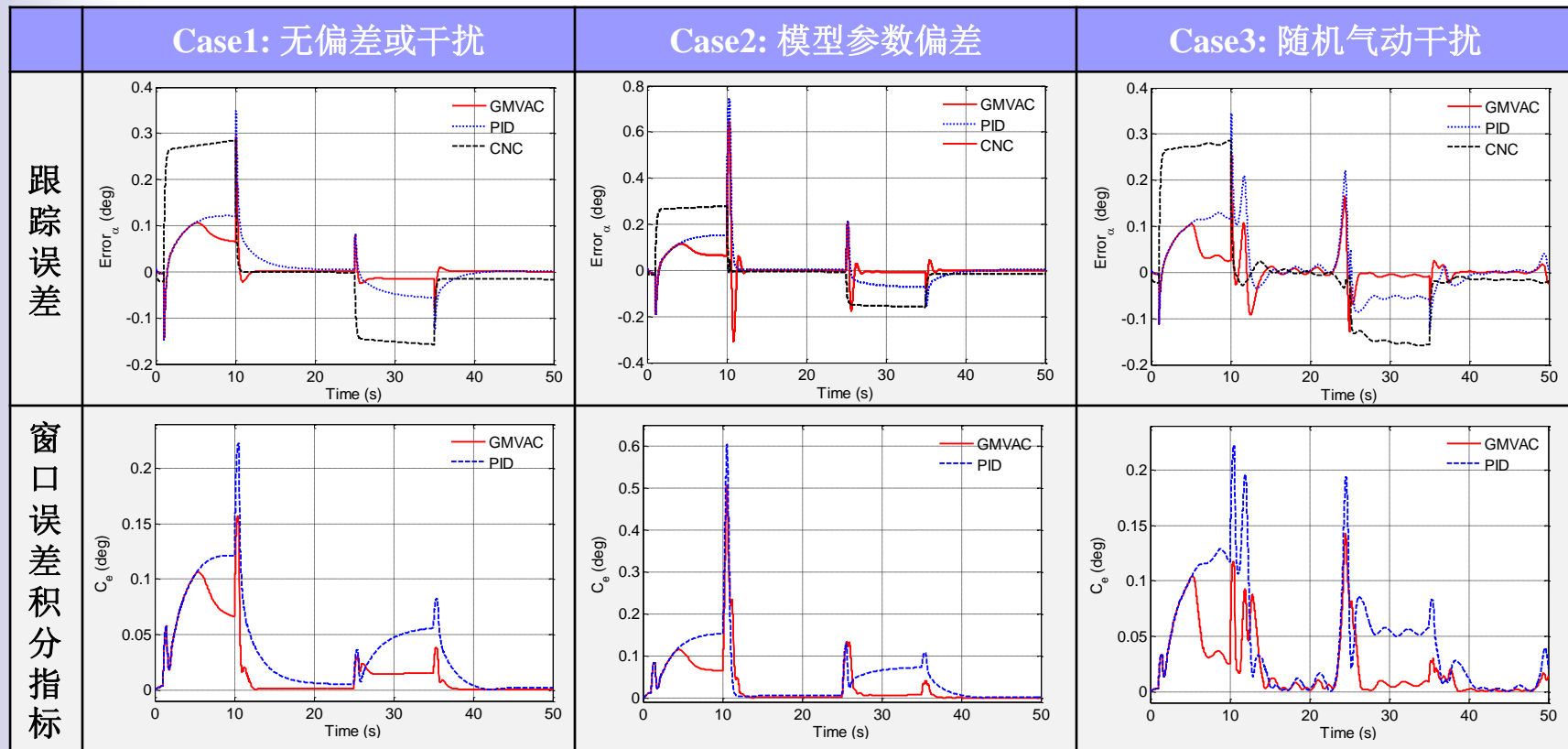
#### 4) 利用窗口误差积分指标制定参数调整策略:

$$C(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |e(k-i+1)|$$



## 4、即时线性化与自适应

### ● 全弹道飞行仿真验证（对比方法：校正控制、PID）





## 4、即时线性化与自适应

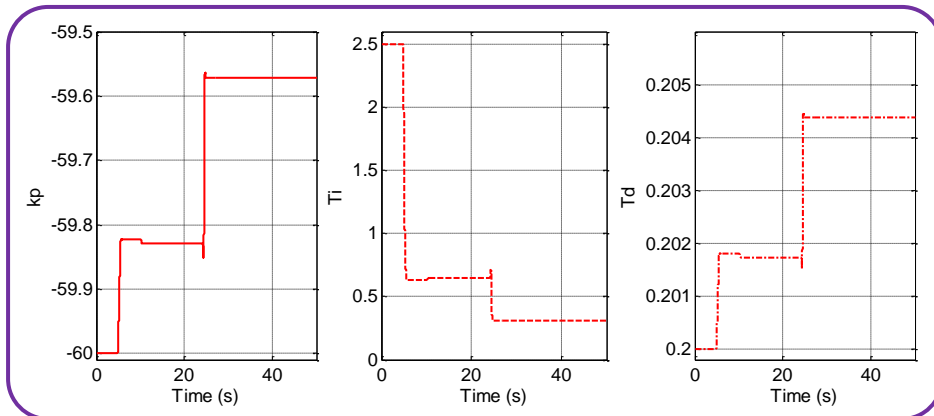
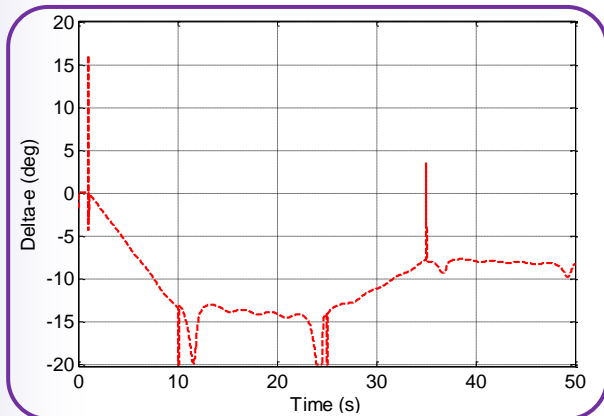
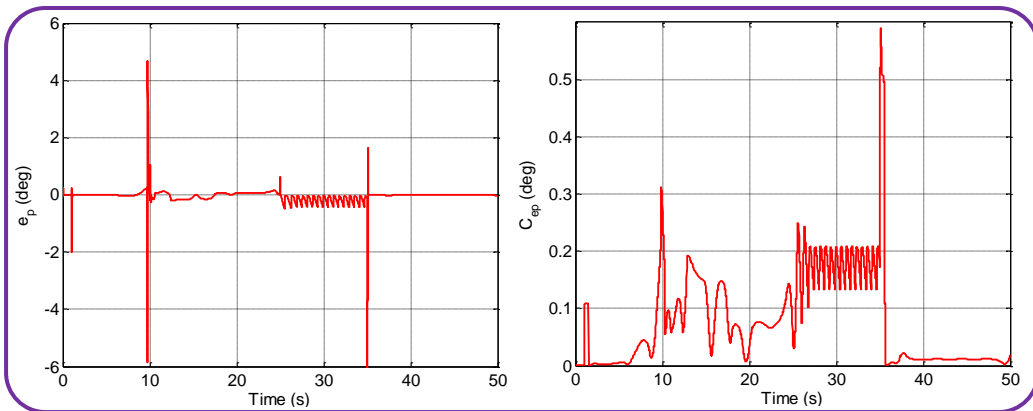
随机气动干扰情况下系  
统其余内部状态量：

在线辨识误差（上左图）

辨识误差性能指标（上右图）

实际舵偏量（下左图）

参数自适应情况（下右图）





## 内容提要

1

选题意义与研究现状

2

研究对象与建模分析

3

性能评估与增益调度

4

即时线性化与自适应

5

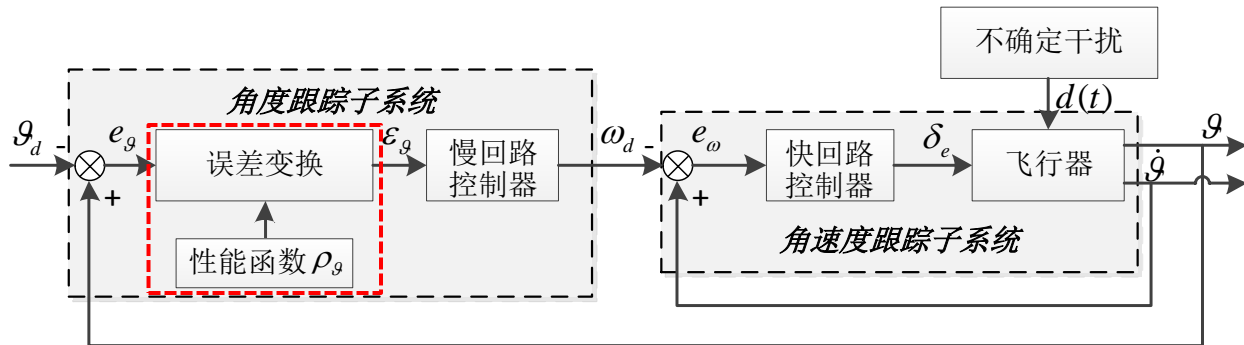
预设性能与滑模控制

6

总结与展望

## 5、预设性能与滑模控制

基于改进预设性能控制的滑模控制的系统结构框图：



### 基于改进预设性能控制的双环积分滑模控制器

外环角度控制使用预设性能控制框架

$$\dot{\Theta} = g_s \omega + \Delta_s; \quad \mathbf{e}_\Theta = \Theta - \Theta_d = [e_\alpha, e_\beta, e_\mu]^T$$

虚拟误差变换

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\Theta = T_1(\mathbf{e}_\Theta) = [\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, \varepsilon_\mu]^T \quad \sigma_I(t) = \varepsilon_*(t) + c_o \int_0^t \varepsilon_*(t) dt$$

$$\omega_v = (\bar{T}_d(\mathbf{e}_\Theta) g_s)^{-1} (\bar{T}_d(\mathbf{e}_\Theta) * (\dot{\Theta}_d - \Delta_{sc}) - \bar{T}_c(\mathbf{e}_\Theta) - c_o T(\mathbf{e}_\Theta) - k_1 \text{sign}(\sigma) - k_2 \sigma)$$

内环角速度控制使用积分滑模控制

$$\dot{\omega} = g_f \bar{U} + f_f(\omega) + \Delta_f; \quad \mathbf{e}_\omega = \omega - \omega_d = [e_q, e_r, e_p]^T$$

$$\sigma_I(t) = e(t) + c_i \int_0^t e(t) dt$$

$$\bar{U} = g_f^{-1} (\dot{\omega}_d - f_f(\omega) - c_i \mathbf{e}_\omega(t) - \Delta_{fc} - k_3 \text{sign}(\sigma) - k_4 \sigma)$$

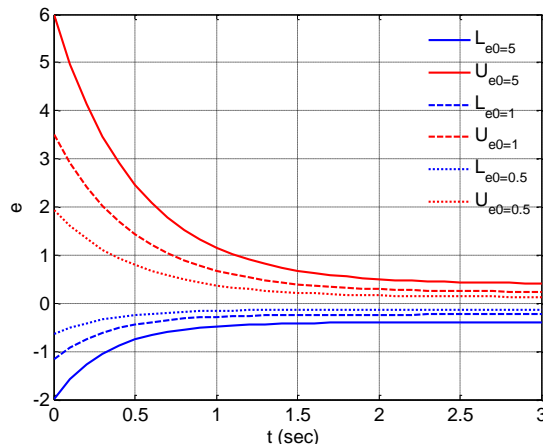
## 5、预设性能与滑模控制

### ● 方法改进点1：提出新的性能约束方案

	常规方法	改进方法
性能函数	$\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty) \exp(-\lambda t) + \rho_\infty$	$\begin{cases} g_1(t) = (g_{01} - \varsigma/\lambda) \exp(-\lambda t) + \varsigma/\lambda \\ g_2(t) = (g_{02} - \xi/\eta) \exp(-\eta t) + \xi/\eta \\ h_1(t) = -\tanh(e_0/a) g_1(t) \\ h_2(t) = \tanh(e_0/a) g_2(t) \end{cases}$
约束形式	$-k_L \rho(t) < e(t) < k_U \rho(t)$ $\begin{cases} k_L = M, k_U = 1 & e(0) \geq 0 \\ k_L = 1, k_U = M & e(0) \leq 0 \end{cases}$	$\rho_L(t) < e(t) < \rho_U(t)$ $\rho_L(t) = \min\{h_1(t), h_2(t)\}$ $\rho_U(t) = \max\{h_1(t), h_2(t)\}$
变换函数	$T_1(x(t)) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{k_L k_U + k_U x(t)}{k_L k_U - k_L x(t)} \right)$ $x(t) = e(t) / \rho(t)$	$\varepsilon(t) = T_2(e(t), \rho_U(t), \rho_L(t)) = \ln \left( \frac{\kappa(t)}{1 - \kappa(t)} \right)$ $\kappa(t) = (e(t) - \rho_L(t)) / (\rho_U(t) - \rho_L(t))$

自适应变约束项的作用：

- 解决约束设定依赖初始误差正负号的问题
- 使约束的设定更加灵活，实现更高的控制精度。



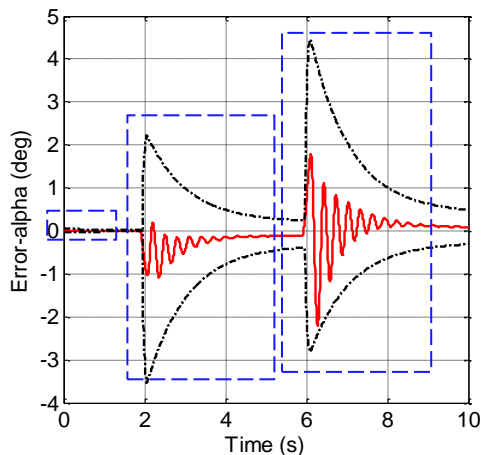
## 5、预设性能与滑模控制

### ● 方法改进点2：性能约束重启策略

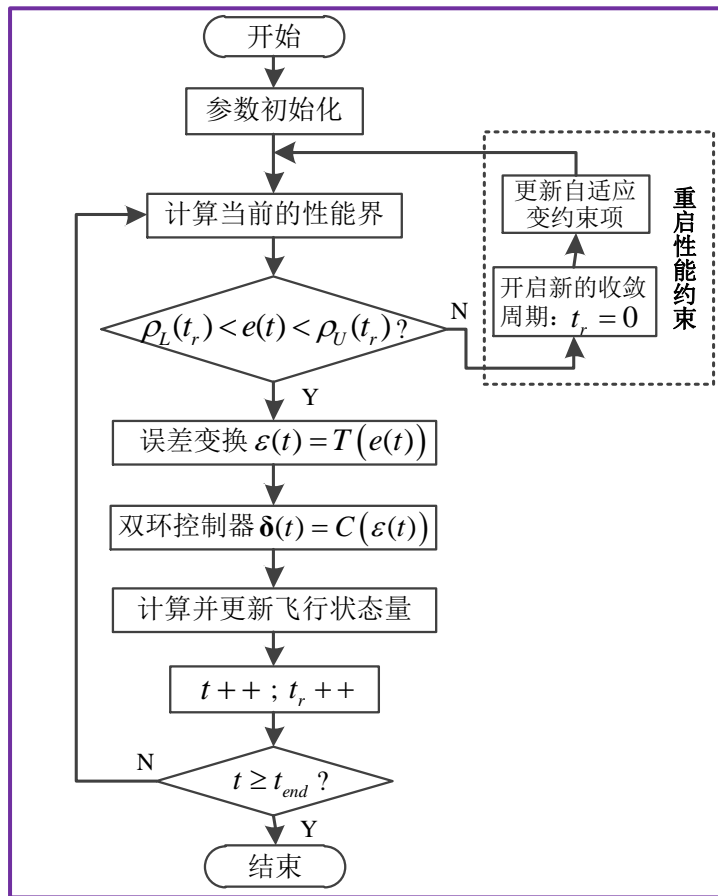
潜在问题：当系统受到外部强干扰或控制指令突变时，控制误差有可能超出约束的限制。

解决思路：

制定性能约束重启策略：结束当前收敛周期，开启新的收敛周期的过程。



通过设定新的约束界迫使控制误差重新收敛，有效避免了控制误差有可能超出约束的限制而带来的不稳定情况。

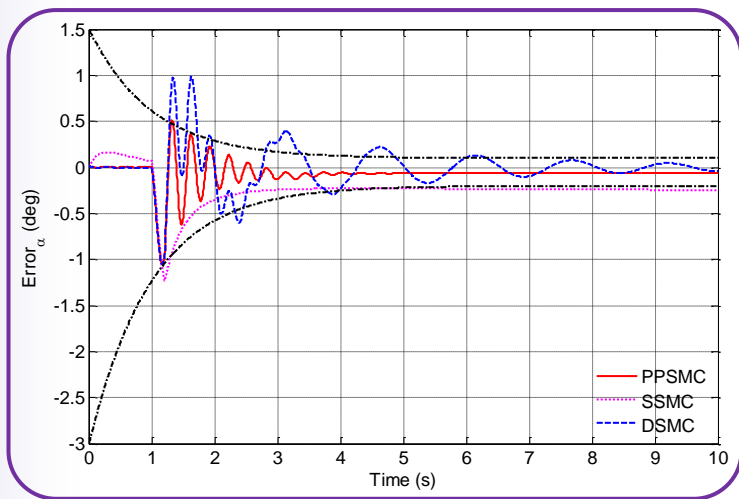


## 5、预设性能与滑模控制

### ● 仿真验证

#### 1) 无干扰下的阶跃指令测试

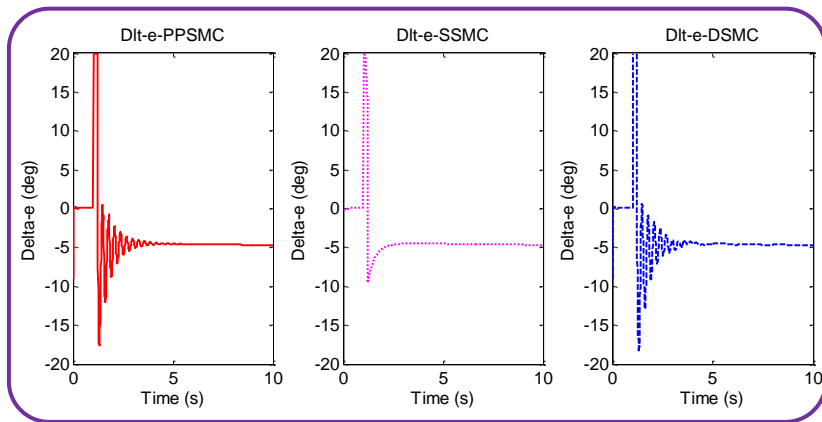
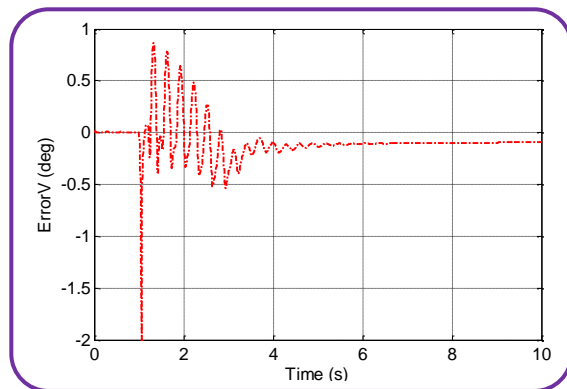
(对比方法: 单环滑模、双环滑模)



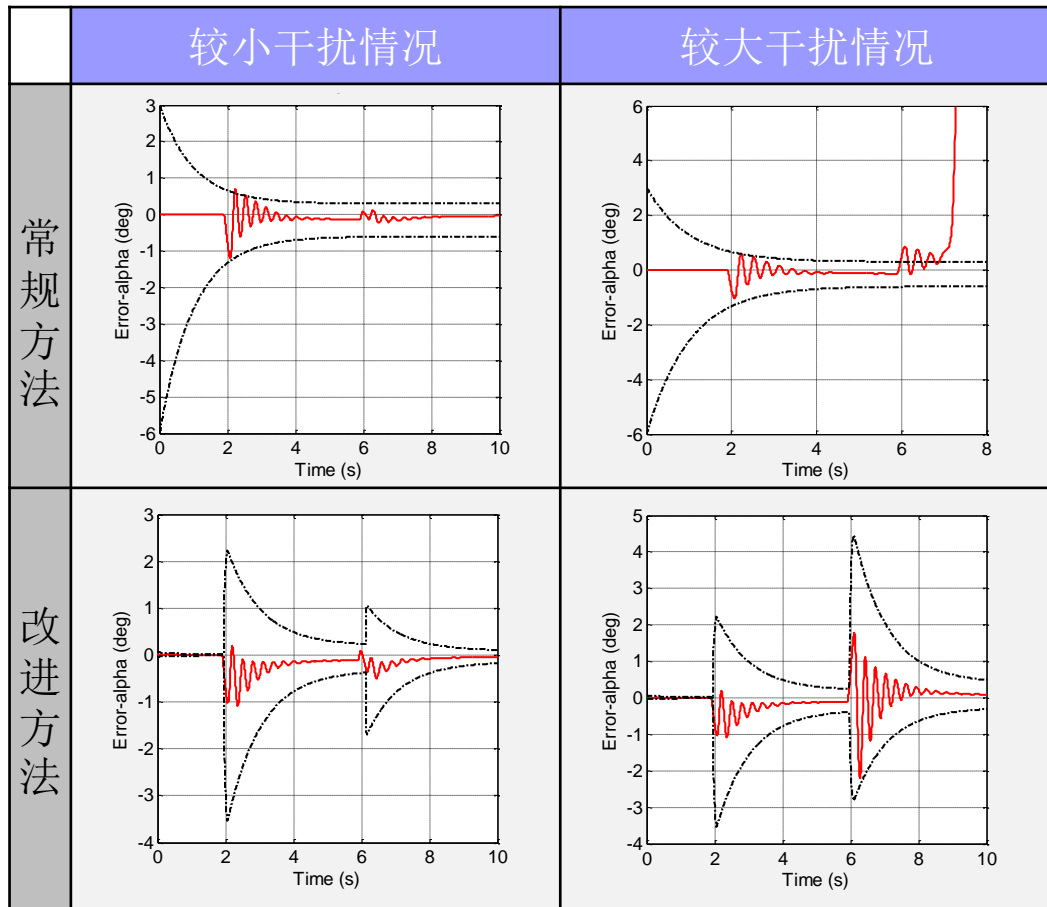
控制误差对比图 (左)

虚拟控制误差图 (右上)

控制舵偏对比图 (右下)



## 5、预设性能与滑模控制



2) 干扰情况下  
改进方法与常规  
方法的仿真对比  
表明，改进方法  
具有更好的抗扰  
能力！

## 5、预设性能与滑模控制

### 3) 全弹道仿真

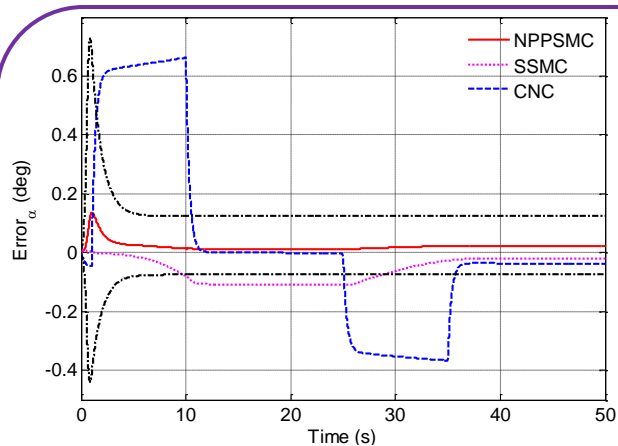
(对比方法: 单环滑模、校正控制)

a) 无偏差或干扰下的控制误差对比

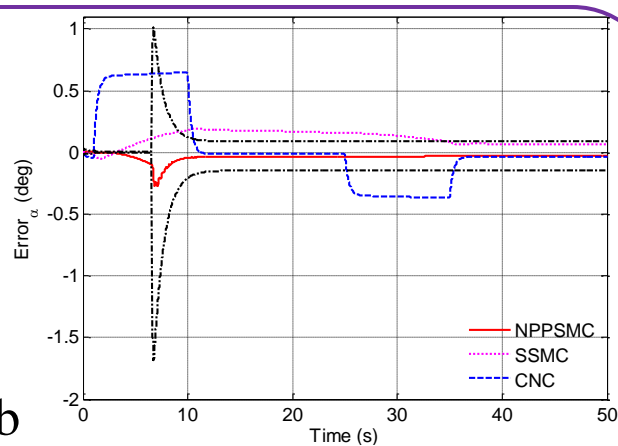
b) 参数偏差下的控制误差对比

c) 随机干扰下的控制误差对比

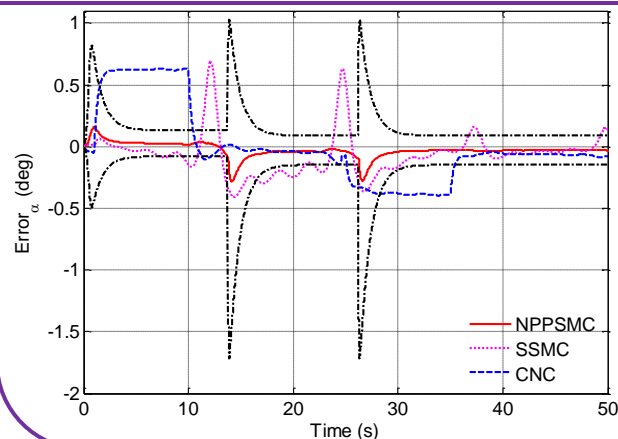
d) 随机气动干扰下的舵偏量



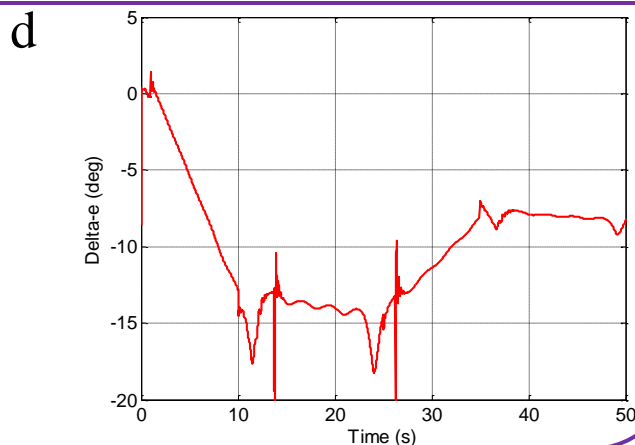
a



b



c



d





## 内容提要

1

选题意义与研究现状

2

研究对象与建模分析

3

性能评估与增益调度

4

即时线性化与自适应

5

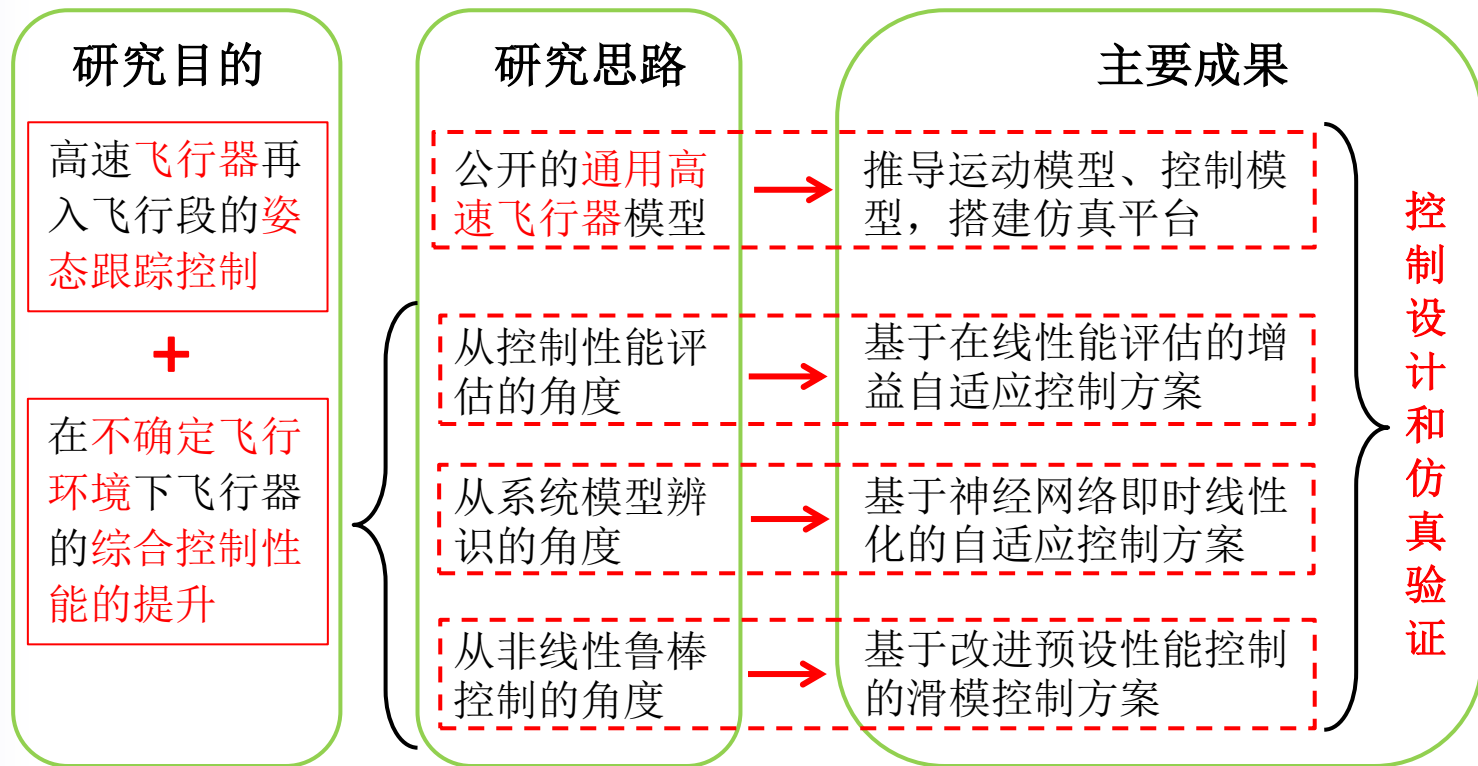
预设性能与滑模控制

6

总结与展望

## 6、总结与展望

### ● 工作总结



## 6、总结与展望

### ● 存在的问题

现有工作中可进一步完善和改进的地方：

- 进一步针对横侧向通道的控制加以设计，验证所提各个控制方案的有效性。
- 所提出的各个控制方案中的一些子模块可以使用其他替代方法加以改进，  
例如：使用更复杂的深度神经网络直接处理系统的时域状态数据来做在线控制性能评估；使用具有动态回归特性的Elman网络辨识飞行器动力学模型等。

### ● 展望

根据该领域的当前研究热点，后续可深入研究的问题：

- 执行器故障下的高性能容错控制；
- 弱模型依赖的智能控制方法；
- 制导控制一体化设计下的全系统综合性能。

# 研究生期间取得的成果

1. Zhang Y, Li Z, Cheng Z, et al. Attitude Tracking Control Reconfiguration for Space Launch Vehicle With Thrust Loss Fault[J]. IEEE Access, 2019, 7: 184353-184364.  
(第一作者, SCI检索)
2. Li Z, Zhang Y, Liang Z, et al. Control Allocation Reconstruction of Launch Vehicle Based on Neural Network[C]. Proceedings of the 11th International Conference on Modeling, Identification and Control (ICMIC2019). 2020: 1025-1033.  
(第二作者, EI检索)
3. 发明专利: 基于在线性能评估飞行器增益自适应姿态控制方法和系统  
(除老师外第一作者, 申请号: 202010346815.0)
4. An Improved Prescribed Performance Control Scheme for the Attitude Tracking Control of Hypersonic Vehicle. (第一作者, 投稿中)



敬请各位老师指导！

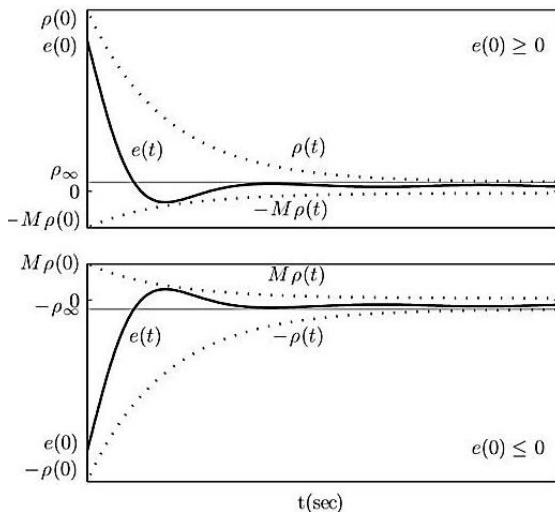
## 5、预设性能与滑模控制

### ● 预设性能控制基础理论

性能函数:  $\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty) \exp(-lt) + \rho_\infty$

性能约束:  $-k_L \rho(t) < e(t) < k_U \rho(t)$

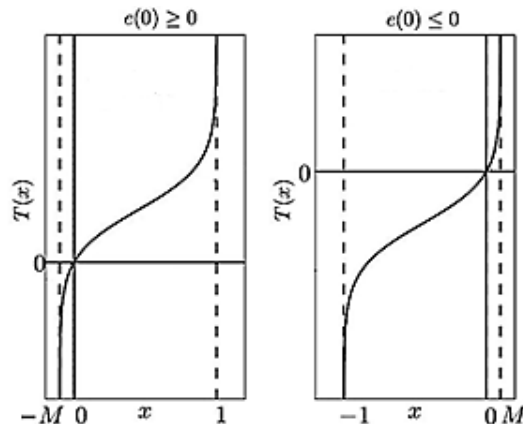
$$\begin{cases} k_L = M, k_U = 1 & e(0) \geq 0 \\ k_L = 1, k_U = M & e(0) \leq 0 \end{cases}$$



误差变换函数:  $e(t) = \rho(t)S(\varepsilon)$

$$\begin{cases} S: (-\infty, \infty) \rightarrow (-M, 1) & e(0) \geq 0 \\ S: (-\infty, \infty) \rightarrow (-1, M) & e(0) \leq 0 \end{cases}$$

$$\varepsilon(t) = S^{-1}(x(t)) = T_1(x(t)) \quad x(t) = e(t)/\rho(t)$$



保证虚拟误差的有界性, 则原不等式约束成立。