

PRIMEIRA PROVA: ANÁLISE COMBINATÓRIA, PROBABILIDADES E APLICAÇÕES

8:00–10:00 de 23 de janeiro de 2025, Sala B10, IME–USP

Nome Completo:

Cada exercício vale dois pontos. Escreva suas respostas e dá argumentos sobre suas respostas.

Exercício	1 ^o	2 ^o	3 ^o	4 ^o	5 ^o	Total
Pontos						

1. Quantos números de 10 algarismos podem ser formados usando apenas os algarismos 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4?
2. De quantos modos é possível formar uma roda de ciranda com 6 meninas e 10 meninos sem que haja duas meninas em posições adjacentes?
3. Sejam $I_m = \{1, 2, \dots, m\}$ e $I_n = \{1, 2, \dots, n\}$ com $m \leq n$.
 - a) Quantas são as funções $f : I_m \mapsto I_n$ estritamente crescentes?
 - b) Quantas são as funções $f : I_m \mapsto I_n$ não decrescentes?
4. Numa fila de cinema, m pessoas tem notas de R\$ 5,00 e n ($n < m$) pessoas tem notas de R\$ 10,00. A entrada custa R\$ 5,00.
 - a) Quantas são as filas possíveis?
 - b) Quantas são as filas que terão problemas de troco se a bilheteria começa a trabalhar sem troco?
 - c) Quantas são as filas que terão problemas de troco se a bilheteria começa a trabalhar com três notas de R\$ 5,00 reais?
5. Calcule o valor da soma

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3.$$