

Московский Физико-Технический Институт  
(государственный университет)

Работа 2.1.4  
"Определение теплоемкости твердых тел"

Шлапак Мария, Б04-004  
Физтех-школа электроники, фотоники и молекулярной физики

**Цель работы:**

1) измерение количества подведенного тепла и вызванного им нагрева твердого тела; 2) определение теплоемкости.

**В работе используются:**

калориметр с нагревателем и термометром сопротивления; амперметр; вольтметр; мост постоянного тока; источник питания 36 В.

**Описание работы**

В предлагаемой работе измерение теплоемкости твердых тел производится по обычной схеме. Исследуемое тело помещается в калориметр. Измеряется  $\Delta Q$  — количество тепла, подведенного к телу, и  $\Delta T$  — изменение температуры тела, произошедшее в результате подвода тепла. Теплоемкость определяется по формуле

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{P\Delta t - \lambda(T - T_k)\Delta t}{\Delta T} = \frac{P - \lambda(T - T_k)}{\Delta T / \Delta t}$$

$\frac{\Delta T}{\Delta t} = f(T)$  -строим график и проводим касательную при  $T = T_k$

Тогда  $C = \frac{P}{(\Delta T / \Delta t)_k}$

Дополнительно  $R_t = R_o(1 + \alpha\Delta T)$ ;  $\frac{dR}{dt} = R_o\alpha\frac{dT}{dt}$

$$C = \frac{PR_k\alpha}{(dR/dt)_k(1 + \alpha\Delta T_k)}$$

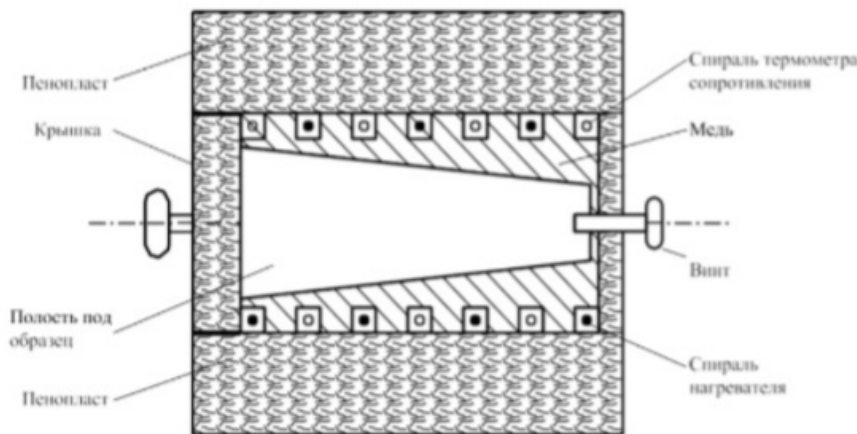
**Экспериментальная установка:**

Рис. 1. Схема устройства калориметра

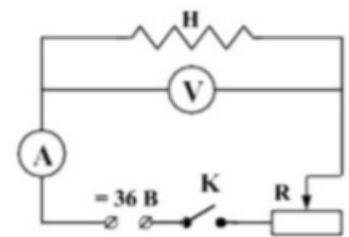


Рис. 2. Схема включения нагревателя

## Ход работы

1. Определим параметры  $R_o$  и  $\alpha$ .

Нам дано:

Класс точности моста Р4833: 0,1

Масса железного цилиндра,  $m_{fe} = (815,1 \pm 0,1)$  г

Масса алюминиевого цилиндра,  $m_{al} = (294,2 \pm 0,1)$  г

Сила тока:  $I = 0,3$  А

Напряжение:  $U = 36$  В

Мощность:  $W = 10,8$  Вт

$R_{20} = 18 - 18,5$  Ом - указано на установке

Поэтому за  $R_{20}$  возьмём среднее значение 18,25 Ом

$R_{T_k} = 18,074$  Ом - до включения нагревателя;  $T_k = 23,8$  С

Тогда:

$$R_0 = \frac{R_k}{1 + \alpha \delta T_k}$$

Поэтому

$$\alpha = \frac{R_k/R_0 - 1}{\delta T_k}$$

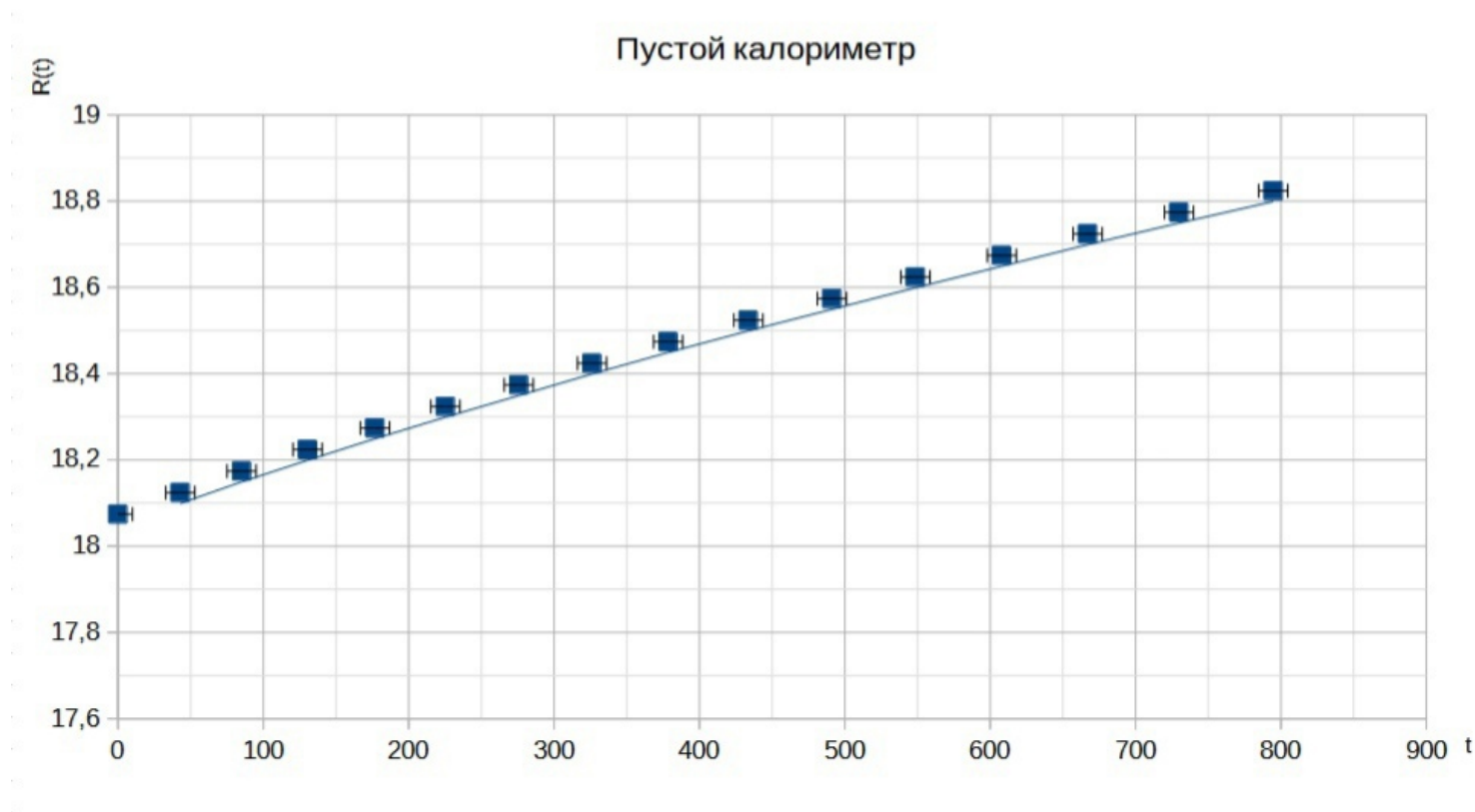
$$\alpha \approx 4,28 \times 10^{-3} \text{ 1/К}$$

### 2. Таблицы.

Пустой калориметр	
R, Ом $\sigma_R = 0,0005 \text{ Ом}$	t, с $\sigma_t = 1 \text{ с}$
18,074	0
18,124	42,89
18,174	85,1
18,224	130,45
18,274	176,79
18,324	225,29
18,374	275,71
18,424	326,08
18,474	378,5
18,524	433,68
18,574	491,19
18,624	548,57
18,674	607,96
18,724	667,1
18,774	729,87
18,824	794,72

Железо ( $814,2 \pm 0,1$ )г		Алюминий ( $288,0 \pm 0,1$ )г	
R, Ом $\sigma_R = 0,0005$ Ом	t, с $\sigma_t = 1$ с	R, Ом $\sigma_R = 0,0005$ Ом	t, с $\sigma_t = 1$ с
18,143	0	18,000	0
18,193	48	18,050	45
18,243	118	18,100	103
18,293	190	18,150	165
18,343	265	18,200	230
18,393	340	18,250	294
18,443	421	18,300	362
18,493	501	18,350	430
18,543	584	18,400	501
18,593	668		

2. При неизменной мощности нагревателя определим зависимость сопротивления термометра от времени для пустого калориметра  $R_T = R(t)$



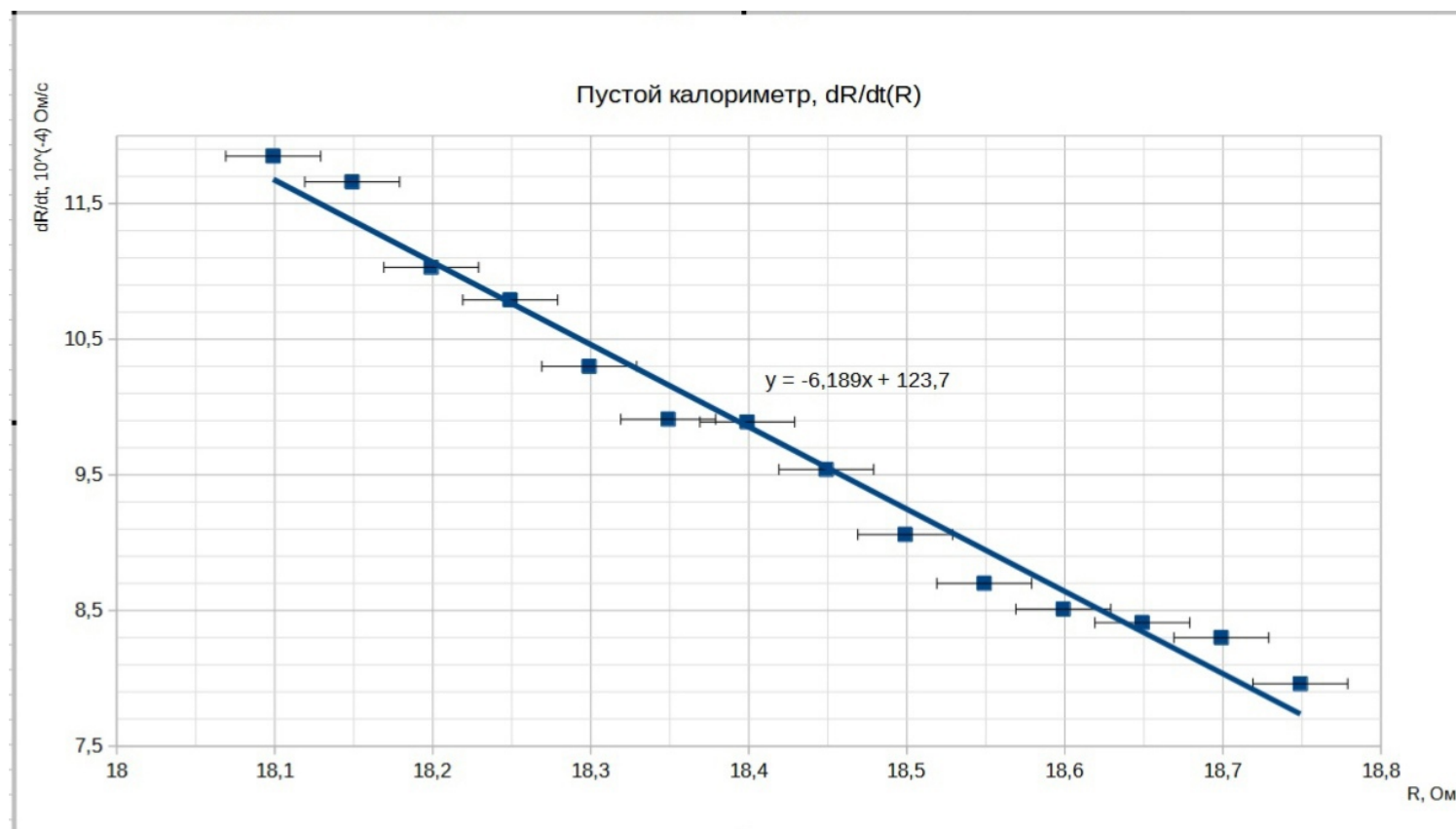
Используем полученную зависимость для построения графика, выражающего зависимость  $dR/dt = f(R)$ . Для этого кривую графика  $R_T = R(t)$  разделим на 10-15 отрезков и для каждого из них определим наклон  $dR/dt$ . По полученным значениям построим новый график, откладывая по оси абсцисс сопротивление, а по оси ординат - величину  $dR/dt$ . Экстраполируем полученный график к точке  $R_T = R_k$ . Запишем полученные значения в таблицу:

Пустой калориметр	
$dR/dt, 10^{-4} \text{ Ом/с}$	$R, \text{ Ом } \sigma_R = 0,0005 \text{ Ом}$
11,85	18,099
11,66	18,149
11,03	18,199
10,79	18,249
10,3	18,299
9,91	18,349
9,89	18,399
9,54	18,449
9,06	18,499
8,7	18,549
8,51	18,599
8,41	18,649
8,30	18,699
7,96	18,749

Для расчёта погрешностей при построении графиков применялся МНК:

$$\begin{aligned}y &= a + bx \\b &= \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \\ \sigma_b &\approx \frac{1}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2} \\a &= \langle y \rangle - b \langle x \rangle \\ \sigma_a &= \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \\b &= \frac{178,61 - 18,424 \times 9,7}{339,48 - 339,44} \approx -6,189 \text{ c}^{-1} \\a &= 9,7 + 6,189 \times 18,424 \approx 123,7\end{aligned}$$

Тогда  $y = -6,189x + 123,7$



Погрешности этих коэффициентов соответственно равны:

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{14}} * \sqrt{\frac{95,77 - 94,09}{339,48 - 339,44}} - 6,189^2 \approx 0,51$$

$$\sigma_a = 0,51 \sqrt{339,48 - 339,44} \approx 0,102$$

Таким образом,  $\boxed{dR/dt = -6,189R + 123,7}$

Измеренные таким образом значения  $(dR/dt)_{R=R_k}$  и  $R_k$  подставим в формулу

$$C = \frac{PR_k\alpha}{(dR/dt)_k(1 + \alpha\Delta T_k)}$$

и вычислим теплоёмкость пустого калориметра:

$$C_0 = \frac{0,83}{(11,84 \times 10^{-4} \times 1,1)} \approx 637,28 \approx 637 \text{ Дж/К}$$

Погрешность этого значения:

$$\left(\frac{\sigma_C}{C}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{R_k}}{R_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{dR/dt}}{dR/dt}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2$$

Вычислим отдельно погрешность  $\left(\frac{\sigma_{dR/dt}}{dR/dt}\right)^2$ :

$$dR/dt = a + bx$$

$$\left(\frac{\sigma_{bx}}{bx}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2$$

Поэтому:

$$\sigma_{bx} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2} \times bx$$

Поэтому:

$$\frac{\sigma_{dR/dt}}{dR/dt} \approx \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2}$$

Тогда

$$\sigma_C = C \times \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\delta T}}{\delta T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_k}}{R_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2}$$

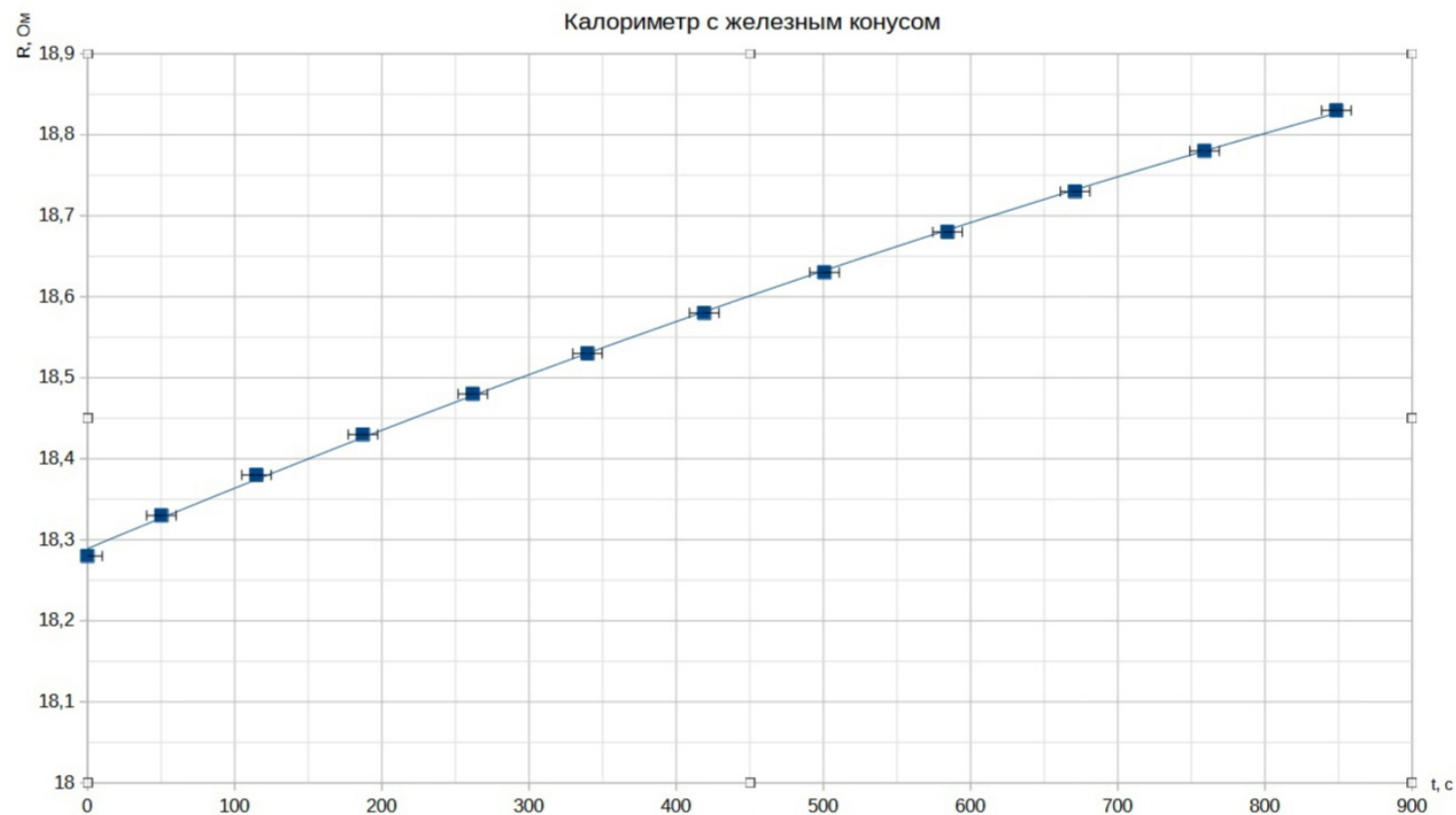
$$\sigma_C \approx 637,28 \times \sqrt{\left(\frac{0,1}{23,8}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{0,001}{18,099}\right)^2 + \left(\frac{0,51}{6,189}\right)^2} \approx 53$$

Тогда  $C_0 = 637 \pm 53$  Дж/К

Тогда относительная погрешность составила 8 %

**3.** Охладив установку латунным конусом до сопротивления  $R_k = 18,257$  Ом, повторим измерения прошлого пункта, но с железным конусом внутри.

При неизменной мощности нагревателя определим зависимость сопротивления термометра от времени для калориметра с железным конусом внутри  $R_T = R(t)$



Используем полученную зависимость для построения графика, выражающего зависимость  $dR/dt = f(R)$ . Для этого кривую графика  $R_T = R(t)$  разделим на 10-15 отрезков и для каждого из них определим наклон  $dR/dt$ . По полученным значениям построим новый график, откладывая по оси абсцисс сопротивление, а по оси ординат - величину  $dR/dt$ . Экстраполируем полученный график к точке  $R_T = R_k$ . Запишем полученные значения в таблицу:

Калориметр с железным конусом	
$dR/dt, 10^{-4} \text{ Ом/с}$	$R, \text{ Ом } \sigma_R = 0,0005 \text{ Ом}$
9,96	18,305
7,74	18,355
6,9	18,405
6,7	18,455
6,41	18,505
6,3	18,555
6,12	18,605
5,98	18,655
5,77	18,705
5,68	18,755
5,58	18,805

Для расчёта погрешностей при построении графиков применялся МНК:

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2}$$

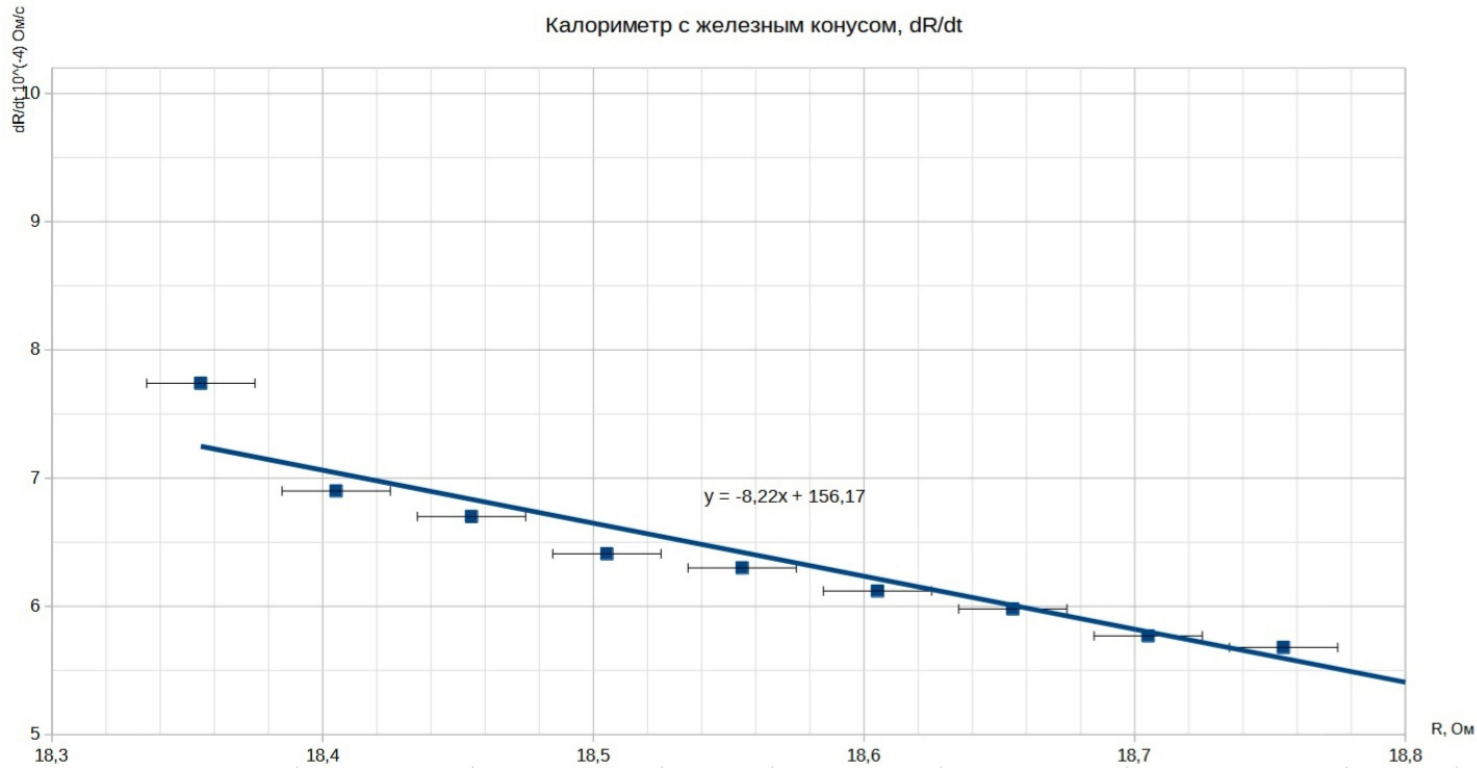
$$a = \langle y \rangle - b \langle x \rangle$$

$$\sigma_a = \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$b = \frac{123,21 - 18,555 \times 6,65}{344,31 - 344,288} \approx -8,22 \text{ c}^{-1}$$

$$a = 6,65 + 8,22 \times 18,555 \approx 156,17$$

Тогда  $y = -8,22x + 156,17$





Погрешности этих коэффициентов соответственно равны:

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{11}} * \sqrt{\frac{45,663 - 44,223}{344,31 - 344,288}} - 8,22^2 \approx 0,44$$

$$\sigma_a = 0,44\sqrt{344,31 - 344,288} \approx 0,06$$

Таким образом,  $\boxed{dR/dt = -8,22R + 156,17}$

Измеренные таким образом значения  $(dR/dt)_{R=R_k}$  и  $R_k$  подставим в формулу

$$C = \frac{PR_k\alpha}{(dR/dt)_k(1 + \alpha\Delta T_k)}$$

и вычислим теплоёмкость калориметра с железным конусом:

$$C_{Fe+0} = \frac{0,844}{(6,7 \times 10^{-4} \times 1,1)} \approx 1145,18 \approx 1145 \text{ Дж/К}$$

Погрешность этого значения:

$$\left(\frac{\sigma_{C_{Fe+0}}}{C_{Fe+0}}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{R_k}}{R_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{dR/dt}}{dR/dt}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2$$

Вычислим отдельно погрешность  $\left(\frac{\sigma_{dR/dt}}{dR/dt}\right)^2$  :

$$dR/dt = a + bx$$

$$\left(\frac{\sigma_{bx}}{bx}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2$$

Поэтому:

$$\sigma_{bx} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2} \times bx$$

Поэтому:

$$\frac{\sigma_{dR/dt}}{dR/dt} \approx \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2}$$

Тогда

$$\sigma_{C_{Fe+0}} = C_{Fe+0} \times \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\delta T}}{\delta T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_k}}{R_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2}$$

$$\sigma_{C_{Fe+0}} \approx 1145,18 \times \sqrt{\left(\frac{0,1}{23,8}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{0,001}{18,305}\right)^2 + \left(\frac{0,44}{8,22}\right)^2} \approx 61$$

Тогда  $C_{Fe+0} = 1145 \pm 61 \text{ Дж/К}$

Найдём теплоёмкость железного конуса:

$$C_{Fe} = C_{Fe+0} - C_0$$

$$\sigma_{C_{Fe}} = \sqrt{(\sigma_{C_{Fe+0}})^2 + (\sigma_{C_0})^2}$$

$$\sigma_{C_{Fe}} = \sqrt{(61)^2 + (53)^2} \approx 81$$

Тогда теплоёмкость железного конуса:

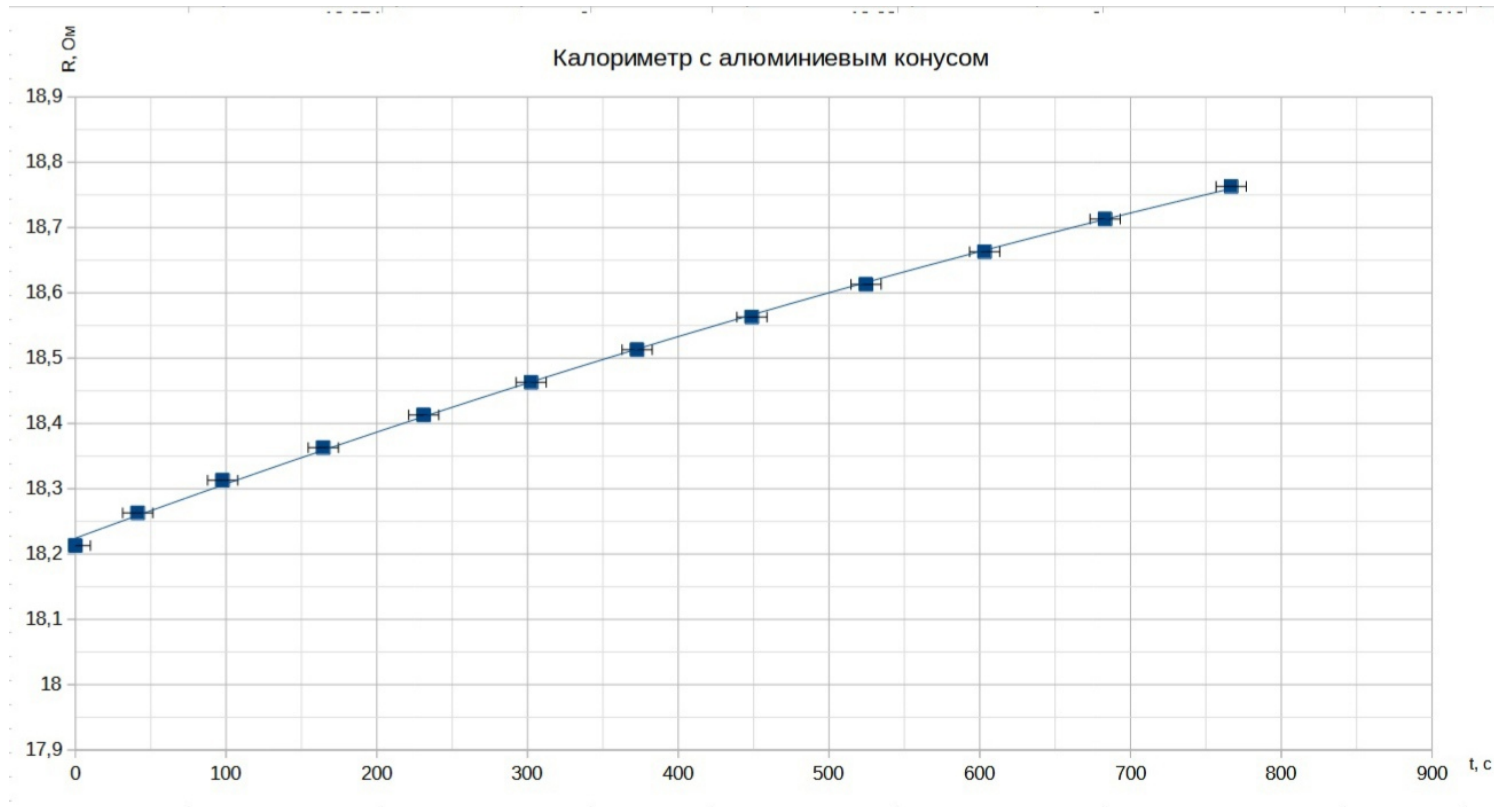
$$\boxed{C_{Fe} = 508 \pm 81 \text{ Дж/К}}$$

**Тогда относительная погрешность составила 16 %** Найдём удельную теплоемкость:

$$\boxed{C_{yd} = \frac{C_{Fe}}{0,815kg} \approx 623 \pm 81 \text{ Дж/К}}$$

4. Охладив установку латунным конусом до сопротивления  $R_k = 18,213 \text{ Ом}$ , повторим измерения прошлого пункта, но с алюминиевым конусом внутри.

При неизменной мощности нагревателя определим зависимость сопротивления термометра от времени для калориметра с алюминиевым конусом внутри  $R_T = R(t)$



Используем полученную зависимость для построения графика, выражающего зависимость  $dR/dt = f(R)$ . Для этого кривую графика  $R_T = R(t)$  разделим на 10-15 отрезков и для каждого из них определим наклон  $dR/dt$ . По полученным значениям построим новый график, откладывая по оси абсцисс сопротивление, а по оси ординат - величину  $dR/dt$ . Экстраполируем полученный график к точке  $R_T = R_k$ .

Для расчёта погрешностей при построении графиков применялся МНК:

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2}$$

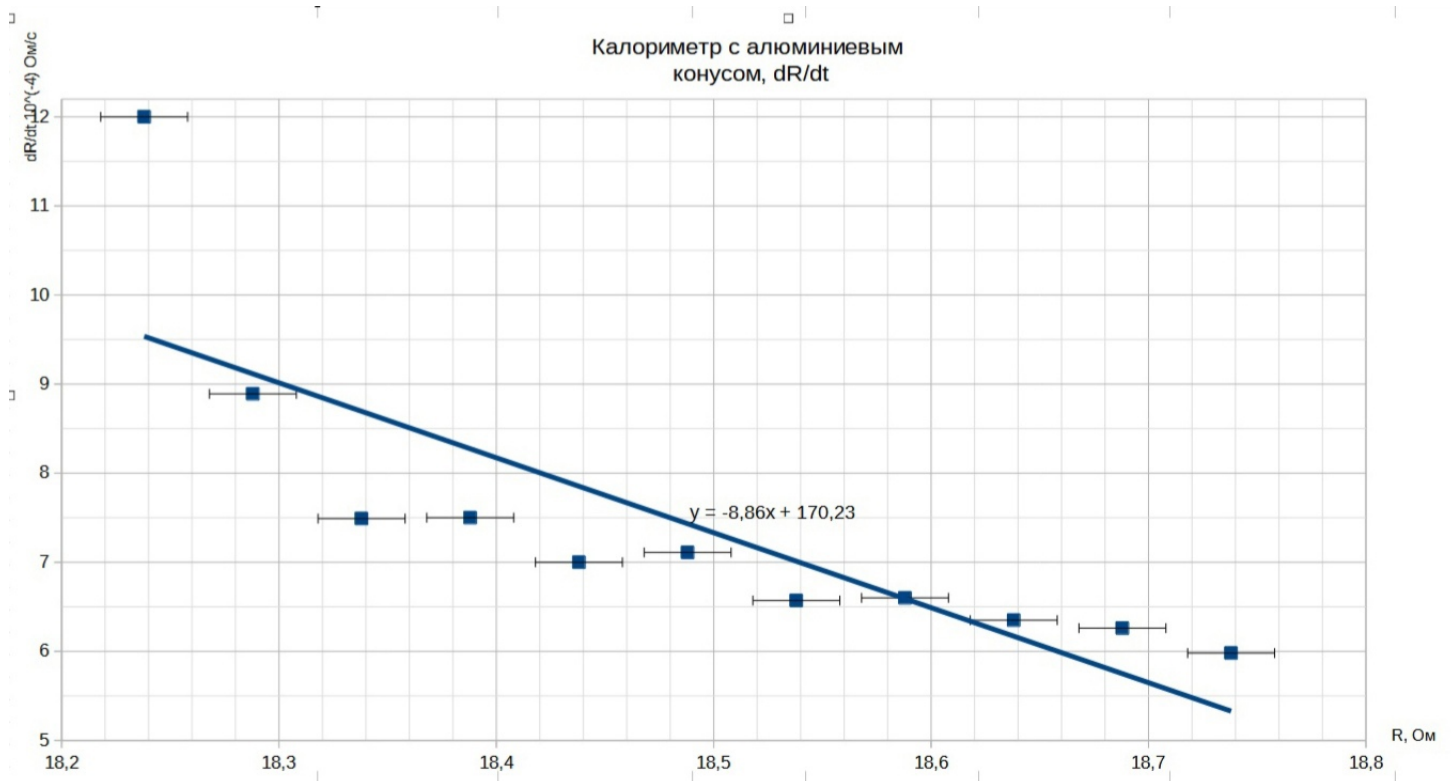
$$a = \langle y \rangle - b \langle x \rangle$$

$$\sigma_a = \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$b = \frac{137,1 - 18,488 \times 7,43}{341,83 - 344,8} \approx -8,86c^{-1}$$

$$a = 7,43 + 8,86 \times 18,488 \approx 170,23$$

Тогда  $y = -8,86x + 170,23$



Погрешности этих коэффициентов соответственно равны:

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{11}} * \sqrt{\frac{57,9 - 55,2}{341,83 - 344,8} - 8,86^2} \approx 1,02$$

$$\sigma_a = 1,02 \sqrt{341,83 - 344,8} \approx 0,18$$

Таким образом,  $\boxed{dR/dt = -8,86R + 170,23}$

Измеренные таким образом значения  $(dR/dt)_{R=R_k}$  и  $R_k$  подставим в формулу

$$C = \frac{PR_k\alpha}{(dR/dt)_k(1 + \alpha\Delta T_k)}$$

и вычислим теплоёмкость калориметра с алюминиевым конусом:

$$C_{Al+0} = \frac{0,842}{(8,64 \times 10^{-4} \times 1,1)} \approx 1259,89 \approx 886 \text{ Дж/К}$$

Погрешность этого значения:

$$\left(\frac{\sigma_{C_{Al+0}}}{C_{Al+0}}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{R_k}}{R_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{dR/dt}}{dR/dt}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2$$

Вычислим отдельно погрешность  $\left(\frac{\sigma_{dR/dt}}{dR/dt}\right)^2$ :

$$dR/dt = a + bx$$

$$\left(\frac{\sigma_{bx}}{bx}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2$$

Поэтому:

$$\sigma_{bx} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2} \times bx$$

Поэтому:

$$\frac{\sigma_{dR/dt}}{dR/dt} \approx \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2}$$

Тогда

$$\sigma_{C_{Al+0}} = C_{Al+0} \times \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\delta T}}{\delta T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_k}}{R_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2}$$
$$\sigma_{C_{Al+0}} \approx 886,16 \times \sqrt{\left(\frac{0,1}{23,8}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{0,001}{18,238}\right)^2 + \left(\frac{1,02}{8,86}\right)^2} \approx 102$$

Тогда  $C_{Fe+0} = 886 \pm 102$  Дж/К

**Тогда относительная погрешность составила 13 %** Найдём теплоёмкость алюминиевого конуса:

$$C_{Al} = C_{Al+0} - C_0$$
$$\sigma_{C_{Al}} = \sqrt{(\sigma_{C_{Al+0}})^2 + (\sigma_{C_0})^2}$$
$$\sigma_{C_{Al}} = \sqrt{(102)^2 + (53)^2} \approx 115$$

Тогда теплоёмкость алюминиевого конуса:

$$C_{Fe} = 249 \pm 115 \text{ Дж/К}$$

Найдём удельную теплоемкость:

$$C_{yd} = \frac{C_{Al}}{0,294kg} \approx 847 \pm 115 \text{ Дж/кг*К}$$

## Вывод

$$C_0 = 637 \pm 53 \text{ Дж/К}$$

$$C_{yd} = \frac{C_{Fe}}{0,815kg} \approx 623 \pm 81 \text{ Дж/кг*К}$$

$$C_{yd} = \frac{C_{Al}}{0,294kg} \approx 847 \pm 115 \text{ Дж/кг*К}$$

## Литература

Лабораторный практикум по общей физике. Термодинамика/А.Д. Гладун - М, 2004 г