

Московский Физико-Технический Институт

Работа 2.2.1:
"Исследование взаимной диффузии газов"

Шлапак Мария, Б04-004
Физтех-школа электроники, фотоники и молекулярной физики

Цель работы:

1) Регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов; 2) Определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

В работе используются:

Измерительная установка; форвакуумный насос; баллон с газом (гелий); манометр; источник питания; магазин сопротивлений; гальванометр; секундомер.

Описание работы

Диффузией называется самопроизвольное перемешивание молекул, происходящее вследствие их хаотичного теплового движения. Рассмотрим процесс выравнивания концентрации. Закон Фика:

$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x}$$

Учитывая наши особенности установки:

а) объем соединительной трубки мал по сравнению с объемами сосудов, б) концентрацию газов внутри каждого сосуда можно считать постоянной по всему объему.

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}$$

Изменение компонента в сосудах: $V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2$

С другой стороны $V_1 \Delta n_1 = J \Delta t$ и $V_1 \frac{dn_1}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}$;

Аналогично $V_2 \frac{dn_2}{dt} = DS \frac{n_1 - n_2}{l}$

Тогда

$$\frac{d(n_1 - n_2)}{dt} = -\frac{n_1 - n_2}{l} \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2}$$

Проинтегрируем и получим, что

$$n_1 - n_2 = (n_1 - n_2)_0 e^{-t/\tau}, \tau = \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{SD}$$

(1)

Для проверки применимости квазистационарного приближения необходимо убедиться, что время τ много больше характерного времени диффузии одной частицы вдоль трубки длиной l : t пропорционально $\frac{l^2}{D} \ll \tau$

Для измерения концентраций в данной установке применяются датчики теплопроводности газовой смеси от её состава. Тонкая проволока радиуса r , протянутая вдоль оси стеклянного цилиндра радиуса R , нагревается током. Тепло от проволоки к стенке цилиндра переходит главным образом вследствие теплопроводности газа, находящегося внутри цилиндра. Количество тепла, передающееся стенке в единицу времени:

$$Q = tepl \frac{2\pi L}{\ln(R/r)} (T_1 - T_2)$$

При заданном режиме нагревания ($Q = const$) температура проволоки и соответственно её сопротивление определяются теплопроводностью газа и, следовательно, его составом.

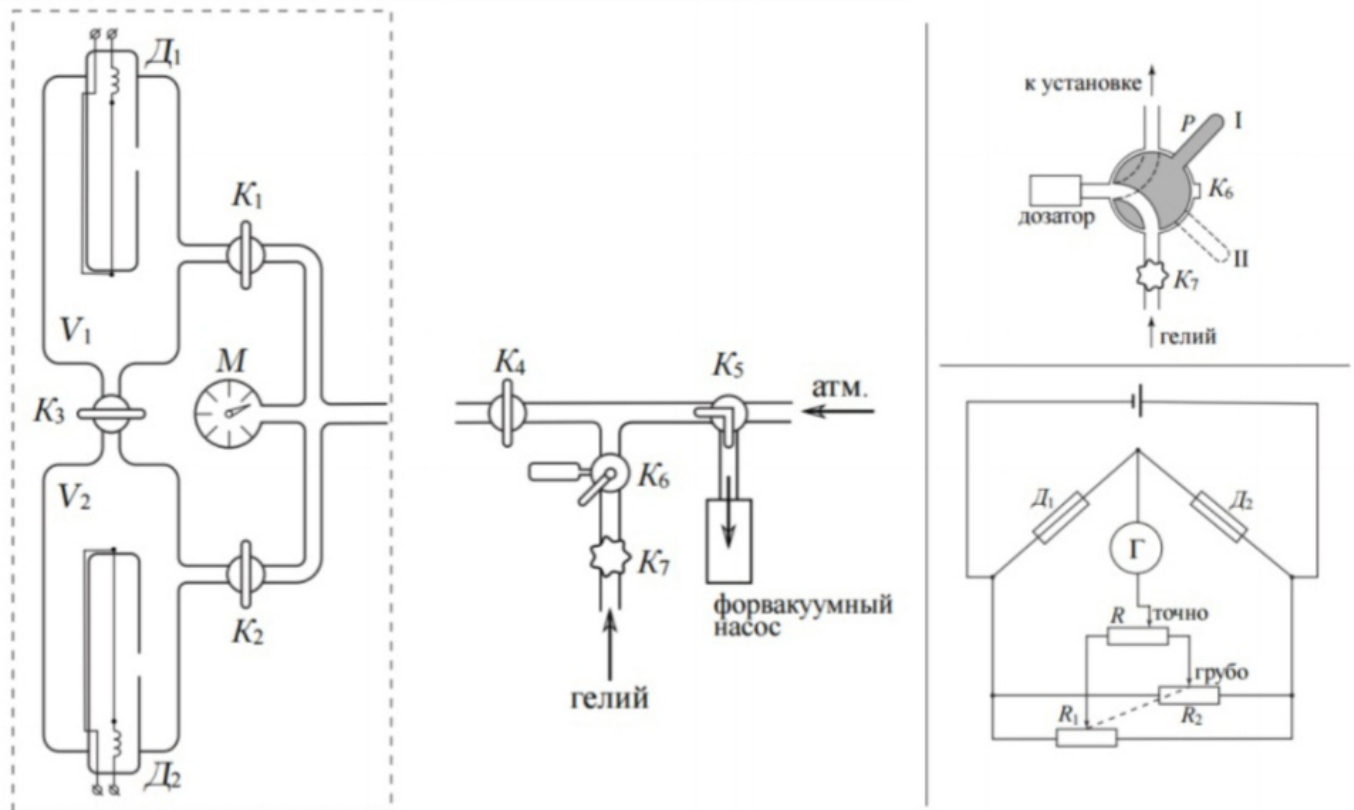
Для измерения разности концентраций газов используется мостовая схема (рис.2). Здесь D_1 и D_2 - датчики теплопроводности, расположенные в сосудах V_1 и V_2 . Сопротивления R_1 , R_2 и R служат для установки прибора на нуль (балансировка моста). Мост балансируется при заполнении сосудов одной

и той же смесью. При заполнении сосудов смесями различного состава возникает "разбаланс" моста, зависящий от разности концентраций.

В процессе диффузии разность концентраций убывает по закону (1). По тому же закону изменяются во времени показания гальванометра:

$$U = U_0 \exp^{-t/\tau}$$

Экспериментальная установка



Оборудование

В работе используются: измерительная установка; форвакуумный насос; баллон с газом (гелий); манометр; источник питания; магазин сопротивлений; гальванометр; секундомер

Ход работы

Перепишем параметры установки:

$$V_1 = V_2 = (420 \pm 10) \text{ см}^3; \quad l/s = (9,0 \pm 0,1) \text{ см}^{-1};$$

$$\text{Рабочие давления: } P_{He} = 0,2 P_{rab}; \quad P_{Air} = 1,7 P_{rab}$$

1. Предварительно очистили установку от всех газов.
2. Напустили в установку воздух до рабочего давления и сбалансировали мост.
3. Заполнили установку рабочей смесью: в сосуде V_2 должен быть воздух, а в сосуде V_1 - смесь воздуха с гелием.
4. Приступаем к измерениям:

Открываем кран КЗ, тогда датчики на компьютере считывают изменения показаний гальванометра с течением времени.

$$P_0 = 737.7 \text{ торр}$$

Измерения проводились при 4 различных значениях P_{rab} :

$$P_1 = 44,9 \text{ торр}$$

$$P_2 = 85,8 \text{ торр}$$

$$P_3 = 152,9 \text{ торр}$$

$$P_4 = 309,2 \text{ торр}$$

Показания гальванометра должны изменяться с течением времени по следующему закону:

$$U = U_0 \exp^{-t/\tau}$$

Логарифмируя данное выражение:

$$-\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) = \frac{t}{\tau}$$

Значит, при построении графиков в координатах $-\ln(\frac{U}{U_0})(t)$ должна получаться прямая с коэффициентом наклона $1/\tau$.

Тогда по угловым коэффициентам экспериментальных прямых и известным параметрам установки можно рассчитать коэффициенты взаимной диффузии при выбранных нами давлениях.

Для расчёта погрешностей при построении графиков применялся МНК:

$$\begin{aligned} y &= a + bx \\ b &= \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \\ \sigma_b &\approx \frac{1}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2} \\ a &= \langle y \rangle - b \langle x \rangle \\ \sigma_a &= \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \end{aligned}$$

$P_1 = 44,9$ торр:

$$b = 1/\tau = \frac{41,96 - 80,6 \times 0,38}{8683,25 - 6496,36} \approx 0,005c^{-1}$$

$$a = 0,38 - 0,005 \times 80,6 \approx -0,023$$

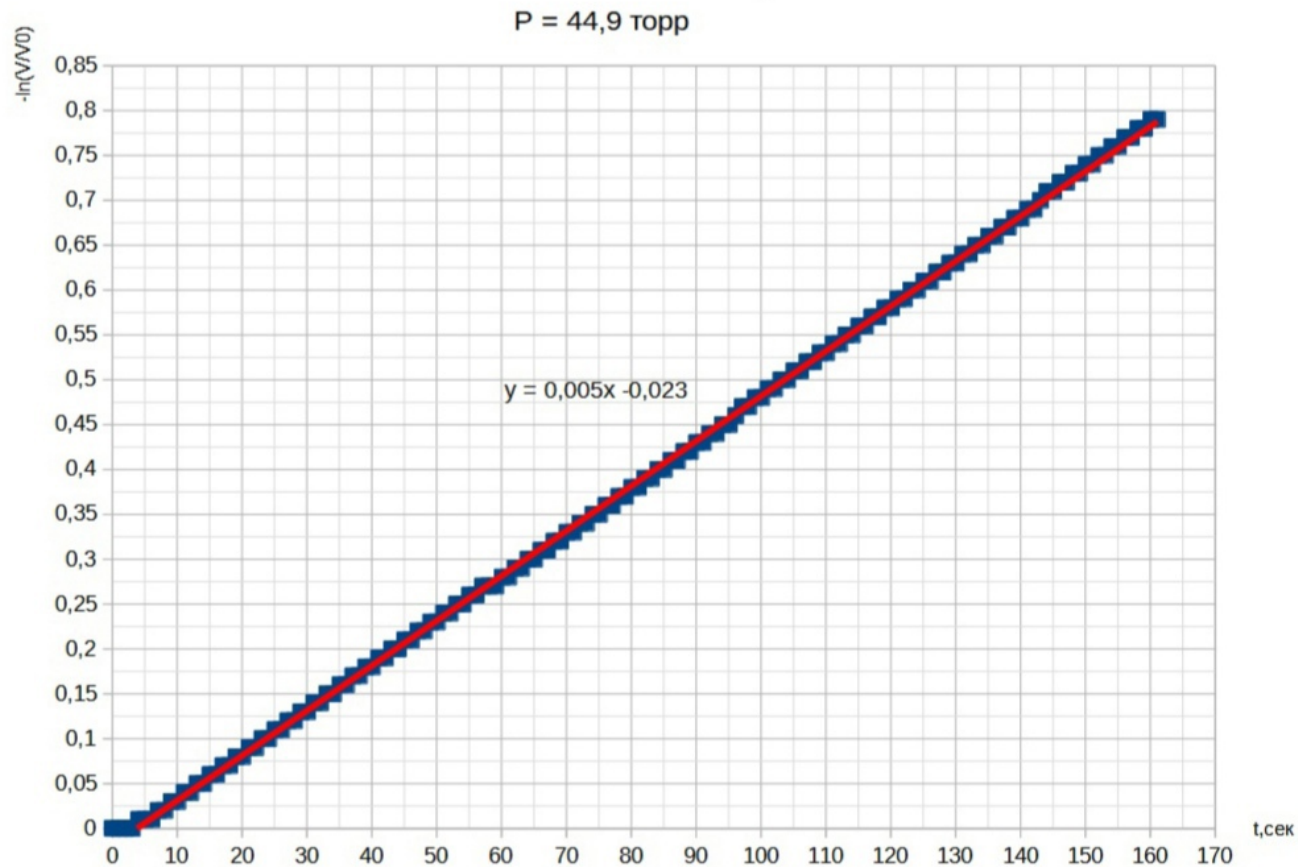
Тогда $y = 0,005x - 0,023$

Погрешности этих коэффициентов соответственно равны:

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{162}} * \sqrt{\frac{0,203 - 0,148}{8683,25 - 6496,36} - 0,005^2} \approx 0,00003$$

$$\sigma_a = 0,00003 \sqrt{8683,25 - 6496,36} \approx 0,0014$$

Таким образом, $-\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) = 0,005t - 0,023$



$P_2 = 85,8$ торр:

$$b = 1/\tau = \frac{110,04 - 185,6 \times 0,44}{45986,34 - 34447,36} \approx 0,0025c^{-1}$$

$$a = 0,44 - 0,0025 \times 185,6 \approx -0,024$$

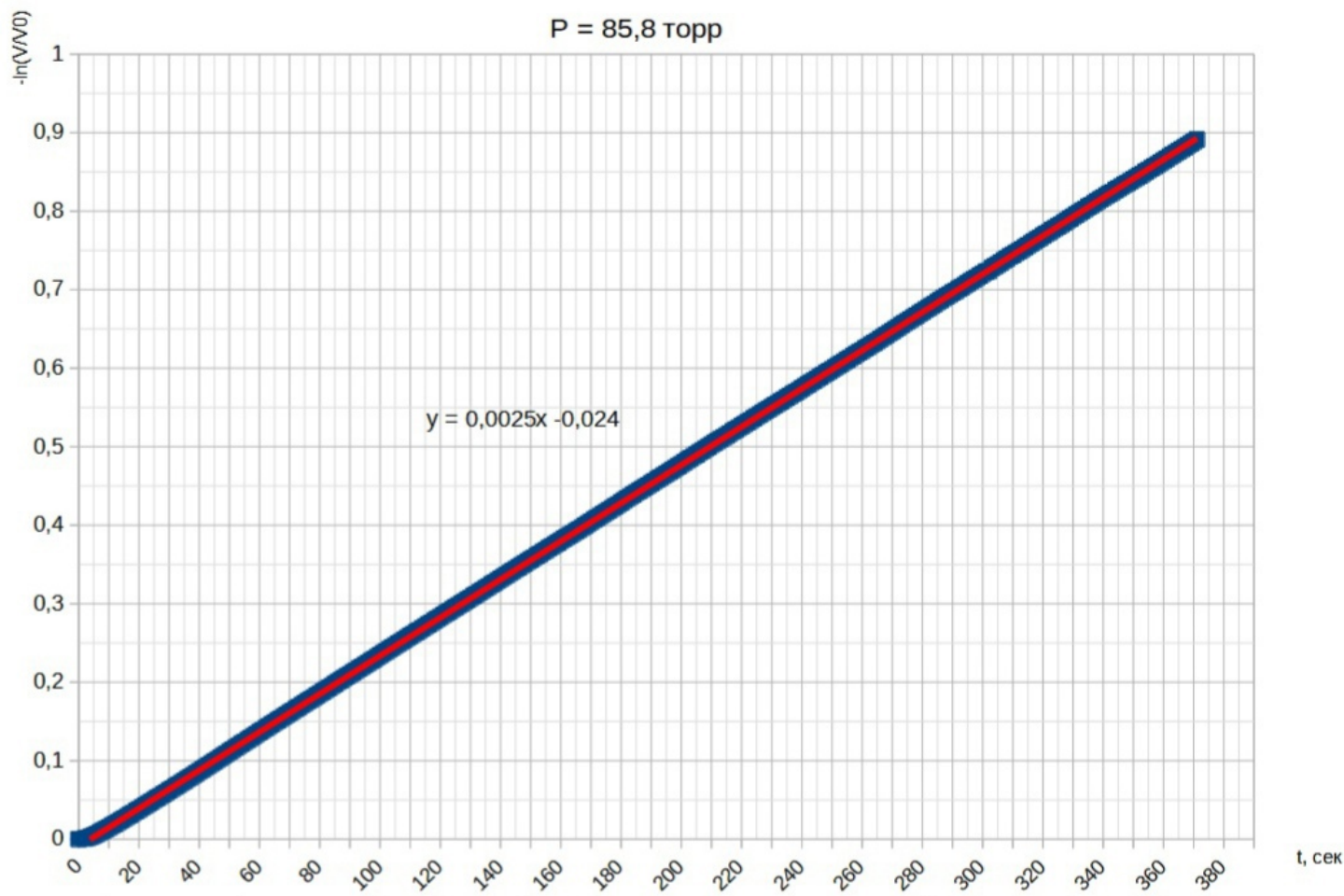
Тогда $y = 0,0025x - 0,024$

Погрешности этих коэффициентов соответственно равны:

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{372}} * \sqrt{\frac{0,263 - 0,194}{11538,98} - 0,0025^2} \approx 0,00003$$

$$\sigma_a = 0,00003\sqrt{11538,98} \approx 0,0032$$

Таким образом, $-\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) = 0,0025t - 0,024$



$P_3 = 152,9$ торр:

$$b = 1/\tau = \frac{155,83 - 303,6 \times 0,38}{122968,51 - 92172,96} \approx 0,0013c^{-1}$$

$$a = 0,38 - 0,0013 \times 303,6 \approx -0,015$$

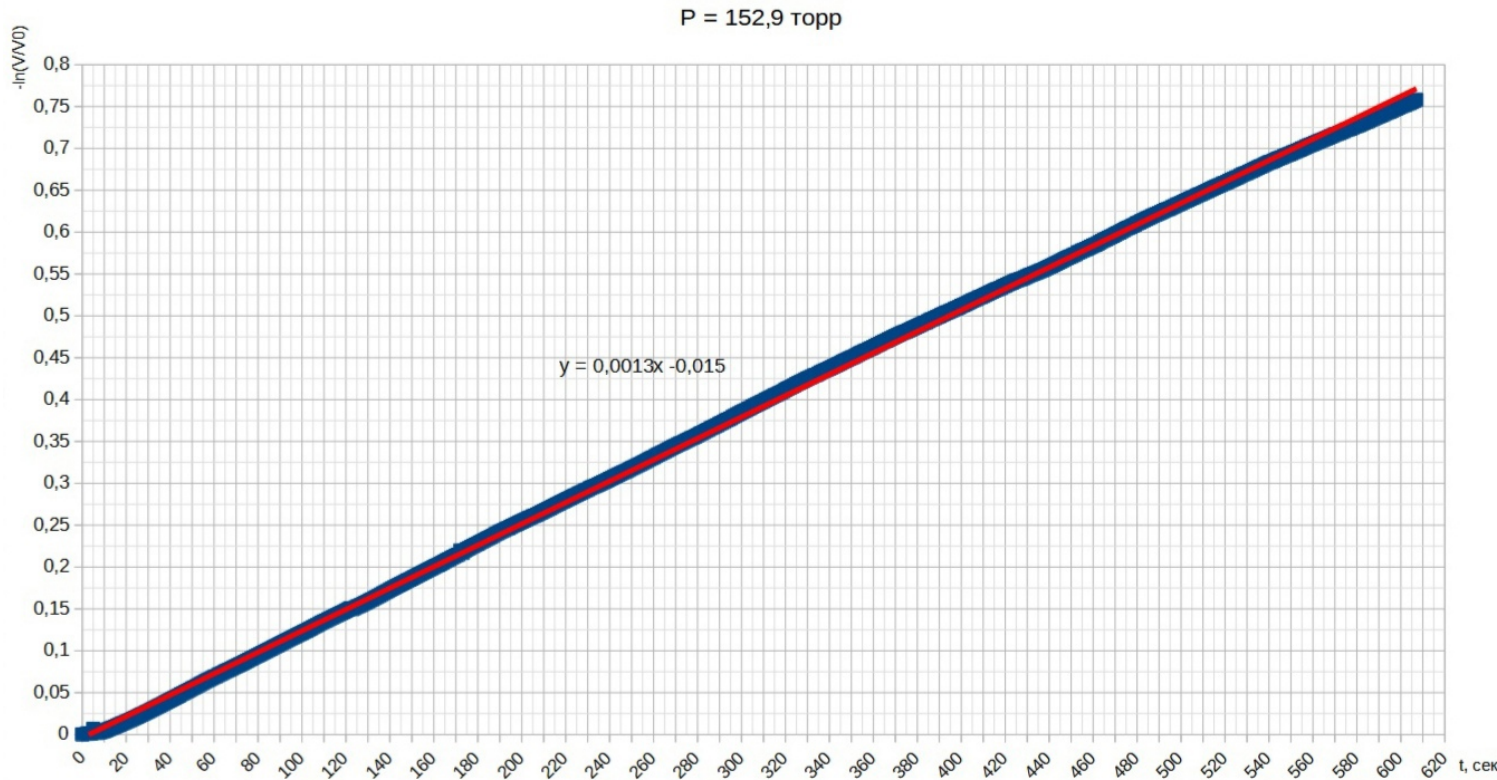
Тогда $y = 0,0013x - 0,015$

Погрешности этих коэффициентов соответственно равны:

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{608}} * \sqrt{\frac{0,198 - 0,144}{30795,55} - 0,0013^2} \approx 0,000009$$

$$\sigma_a = 0,000009\sqrt{30795,55} \approx 0,0016$$

Таким образом, $\boxed{-\ln(\frac{U}{U_0}) = 0,0013t - 0,015}$



$P_4 = 309,2 \text{ торр}$:

$$b = 1/\tau = \frac{268,77 - 523 \times 0,38}{369558,7 - 273529} \approx 0,0007c^{-1}$$

$$a = 0,38 - 0,0007 \times 523 \approx 0,014$$

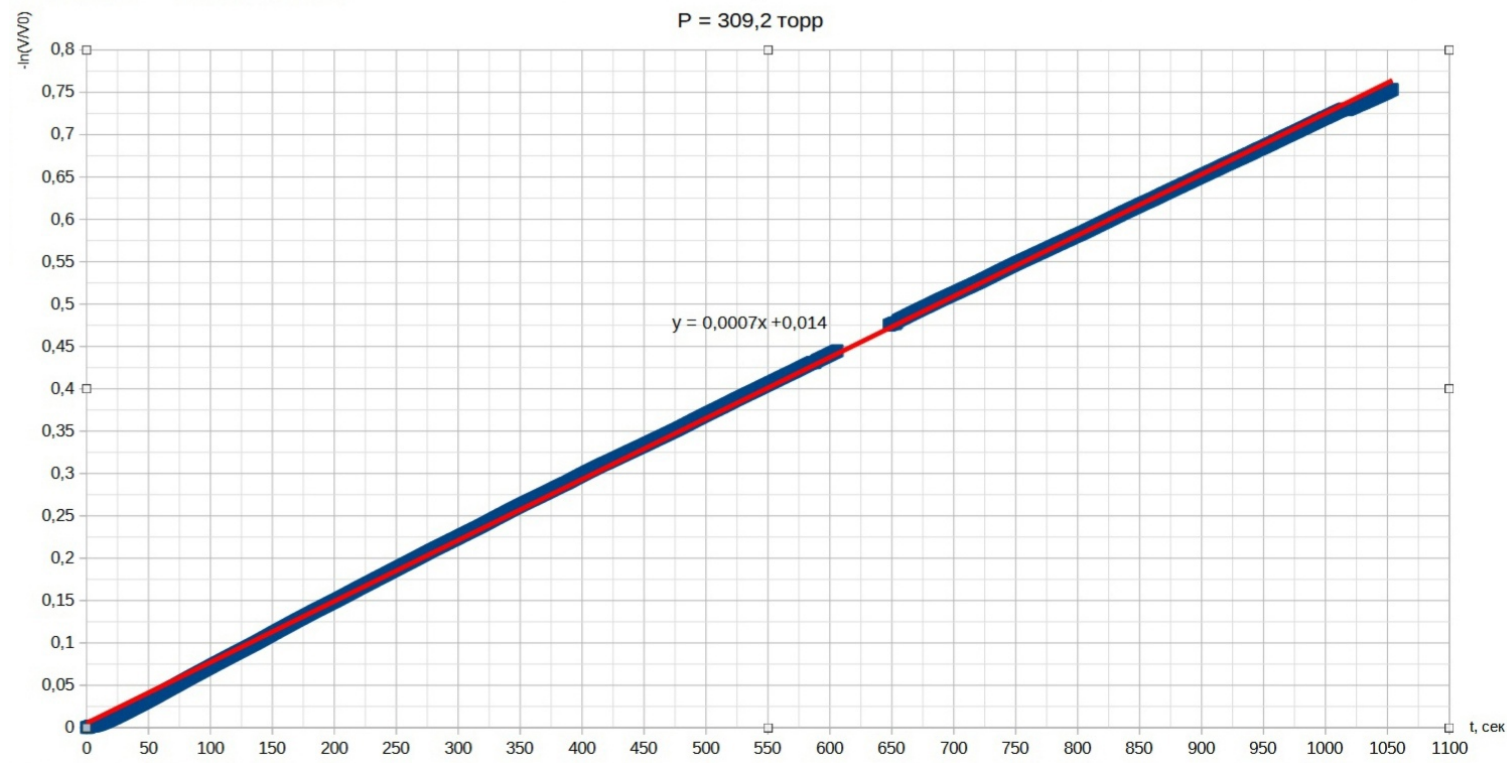
Тогда $y = 0,0007x + 0,014$

Погрешности этих коэффициентов соответственно равны:

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{1014}} * \sqrt{\frac{0,196 - 0,144}{96029,7} - 0,0007^2} \approx 0,000007$$

$$\sigma_a = 0,000007\sqrt{96029,7} \approx 0,0022$$

Таким образом, $-\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) = 0,0007t + 0,014$



Из формул выше получаем:

$$\frac{1}{\tau} = D \frac{S}{l} \frac{2}{V}$$

$$D = \frac{1}{\tau} \frac{l}{S} \frac{V}{2}$$

Тогда для каждого из четырёх случаев получается:

$P_1 = 44,9$ торр:

$$D_{44,9} = 0,005 \times 9 \times \frac{420}{2} = 9,45$$

Рассчитаем погрешность нахождения коэффициента взаимной диффузии:

$$\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l/S}}{l/S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{0,00003}{0,005}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{9}\right)^2 + \left(\frac{10}{420}\right)^2 \approx 0,00073$$

$$\sigma_D \approx 0,25$$

$$\varepsilon_D \approx 2,7\%$$

$P_2 = 85,8$ торр:

$$D_{85,8} = 0,0025 \times 9 \times \frac{420}{2} = 4,725 \approx 4,73$$

Рассчитаем погрешность нахождения коэффициента взаимной диффузии:

$$\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l/S}}{l/S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{0,00003}{0,0025}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{9}\right)^2 + \left(\frac{10}{420}\right)^2 \approx 0,000834$$

$$\sigma_D \approx 0,14$$

$$\varepsilon_D \approx 3\%$$

$P_3 = 152,9$ торр:

$$D_{152,9} = 0,0013 \times 9 \times \frac{420}{2} = 2,457 \approx 2,46$$

Рассчитаем погрешность нахождения коэффициента взаимной диффузии:

$$\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l/S}}{l/S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{0,000009}{0,0013}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{9}\right)^2 + \left(\frac{10}{420}\right)^2 \approx 0,00074$$

$$\sigma_D \approx 0,07$$

$$\varepsilon_D \approx 2,85\%$$

$P_4 = 309,2$ торр:

$$D_{309,2} = 0,0007 \times 9 \times \frac{420}{2} = 1,323 \approx 1,32$$

Рассчитаем погрешность нахождения коэффициента взаимной диффузии:

$$\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l/S}}{l/S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{0,000007}{0,0007}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{9}\right)^2 + \left(\frac{10}{420}\right)^2 \approx 0,00079$$

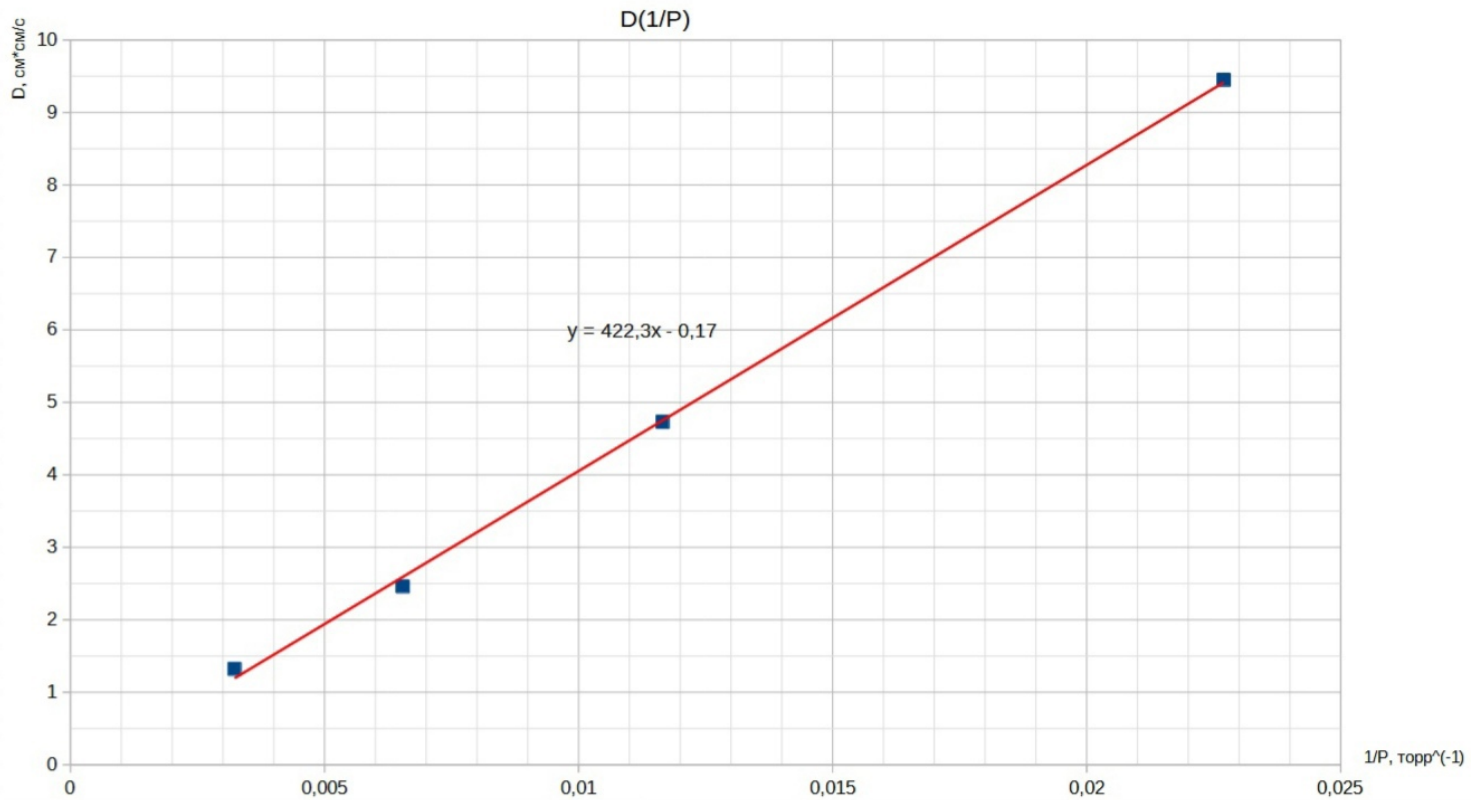
$$\sigma_D \approx 0,04$$

$$\varepsilon_D \approx 3\%$$

Получаем, что

Р рабочее, торр	D, см ² /с
44,9	9,45 ± 0,25
85,8	4,73 ± 0,14
152,9	2,46 ± 0,07
309,2	1,32 ± 0,04

Теперь построим график D(1/P)



Видим, что график имеет вид прямой линии. Рассчитаем уравнение прямой аппроксимации с помощью метода наименьших квадратов:

$$D(1/P) = 422,3(1/P) - 0,17$$

Принимая атмосферное давление за 760 торр, получаем:

$$D_{atm} \approx 0,39 \text{ cm}^2/\text{с}$$

$$\sigma_D \approx 0,07$$

Поэтому $D_{atm} = (0,39 \pm 0,07) \text{ cm}^2/\text{с}$

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle, \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

Тогда $\lambda \approx 10^{-7} \text{ м}$; $\sigma \approx 4 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2$

Вывод

Наблюдали явление взаимной диффузии газов на примере гелия и воздуха, определили коэффициент взаимной диффузии и его зависимость от давления, оценили с помощью коэффициента диффузии длину свободного пробега и размер молекулы.

Литература

Лабораторный практикум по общей физике. Термодинамика/А.Д. Гладун - М, 2004 г