

Московский Физико-Технический Институт  
(государственный университет)

Работа 3.2.4  
Свободные колебания в электрическом контуре

## Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы:</b> . . . . .	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Теория</b> . . . . .	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Описание установки</b> . . . . .	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Ход работы</b> . . . . .	<b>3</b>
4.1	Измерение периодов свободных колебаний . . . . .	3
4.2	Критическое сопротивление и декремент затухания . . . . .	5
4.3	Добротность . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Вывод</b> . . . . .	<b>8</b>

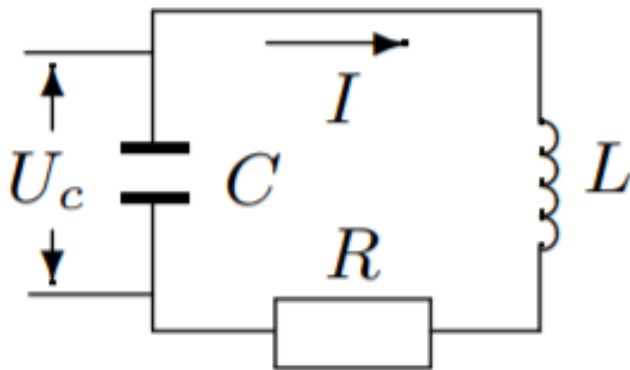
## 1 Цель работы:

Исследование свободных колебаний в электрическом колебательном контуре.

**В работе используются:**

генератор импульсов, электронное реле, магазин сопротивлений, магазин ёмкостей, индуктивность, электронный осциллограф, универсальный мост, магазин сопротивлений.

## 2 Теория



Рассмотрим электрический контур, состоящий из последовательно соединённых конденсатора  $C$ , катушки индуктивности  $L$  и резистора  $R$ . Обозначим разность потенциалов на конденсаторе  $U_C$ , а ток, текущий в контуре, через  $I$ .

Сумма падений напряжения на элементах цепи в отсутствие внешней ЭДС равна нулю:

$$RI + U_c + L \frac{dI}{dt} = 0$$

Подставим  $I = C \frac{dU_c}{dt}$

$$CL \frac{d^2 U_c}{dt^2} + CR \frac{dU_c}{dt} + U_c = 0$$

Разделим это уравнение на  $CL$  и введем обозначения:

$$\gamma = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

Тогда уравнение примет вид:

$$\frac{d^2 U_c}{dt^2} + 2\gamma \frac{dU_c}{dt} + \omega_0^2 U_c = 0$$

Для решения уравнения введем вспомогательную переменную  $U(t)$ , положив

$$U_c(t) = U(t) \exp^{-\gamma t}$$

При этом получим уравнение:

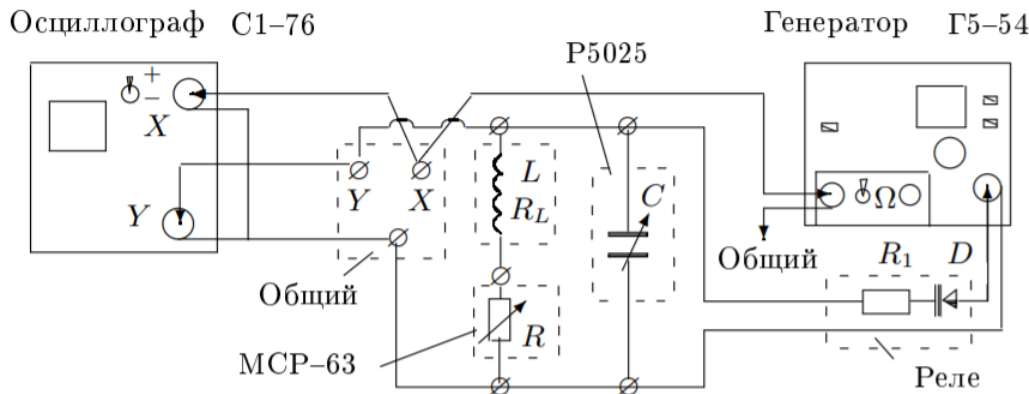
$$\frac{d^2 U}{dt^2} + \omega_1^2 U = 0$$

где  $\omega_1^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$

В зависимости от соотношения между коэффициентом затухания  $\gamma$  и собственной частотой  $\omega_0$  решение  $U(t)$  уравнения и соответственно напряжение на конденсаторе по-разному меняется от времени. Возможны три варианта, один из которых (затухающие колебания), нам и нужен.

### 3 Описание установки

На рисунке приведена схема для исследования свободных колебаний в контуре, содержащем постоянную индуктивность  $L$  и переменные ёмкость  $C$  и сопротивление  $R$ . Колебания наблюдаются на экране осциллографа.



Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54. С выхода генератора по коаксиальному кабелю импульсы поступают на колебательный контур через электронное реле, смонтированное в отдельном блоке (или на выходе генератора). Реле содержит тиристор  $D$  и ограничительный резистор  $R_1$ .

Импульсы заряжают конденсатор  $C$ . После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура, и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Входное сопротивление осциллографа велико ( $\approx 1$  МОм), так что его влиянием на контур можно пренебречь. Для получения устойчивой картины затухающих колебаний используется режим ждущей развёртки с синхронизацией внешними импульсами, поступающими с выхода «синхроимпульсы» генератора.

### 4 Ход работы

#### 4.1 Измерение периодов свободных колебаний

Соберем полную схему, представленную на рисунке выше. Установим на магазине сопротивлений величину  $R = 0$ , на магазине ёмкостей - величину  $C = 0,02$  мкФ. Изменяя ёмкость  $C$  от 0,02 мкФ до 0,9 мкФ, проведем измерения значений периодов  $T$  свободных колебаний.

$T_0 = \frac{1}{f} = 0,01$  сек. Период рассчитаем по формуле  $T = \frac{T_0 x}{n x_0}$ .

Тут же сопоставим каждому из значений  $C$  значения периода, вычисленные теоретически по формуле  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ .

Проверим также, что  $L \approx 0,2$  Гн, как и говорилось в описании к работе.

Рассчитаем погрешность определения  $T_{теор}$ :

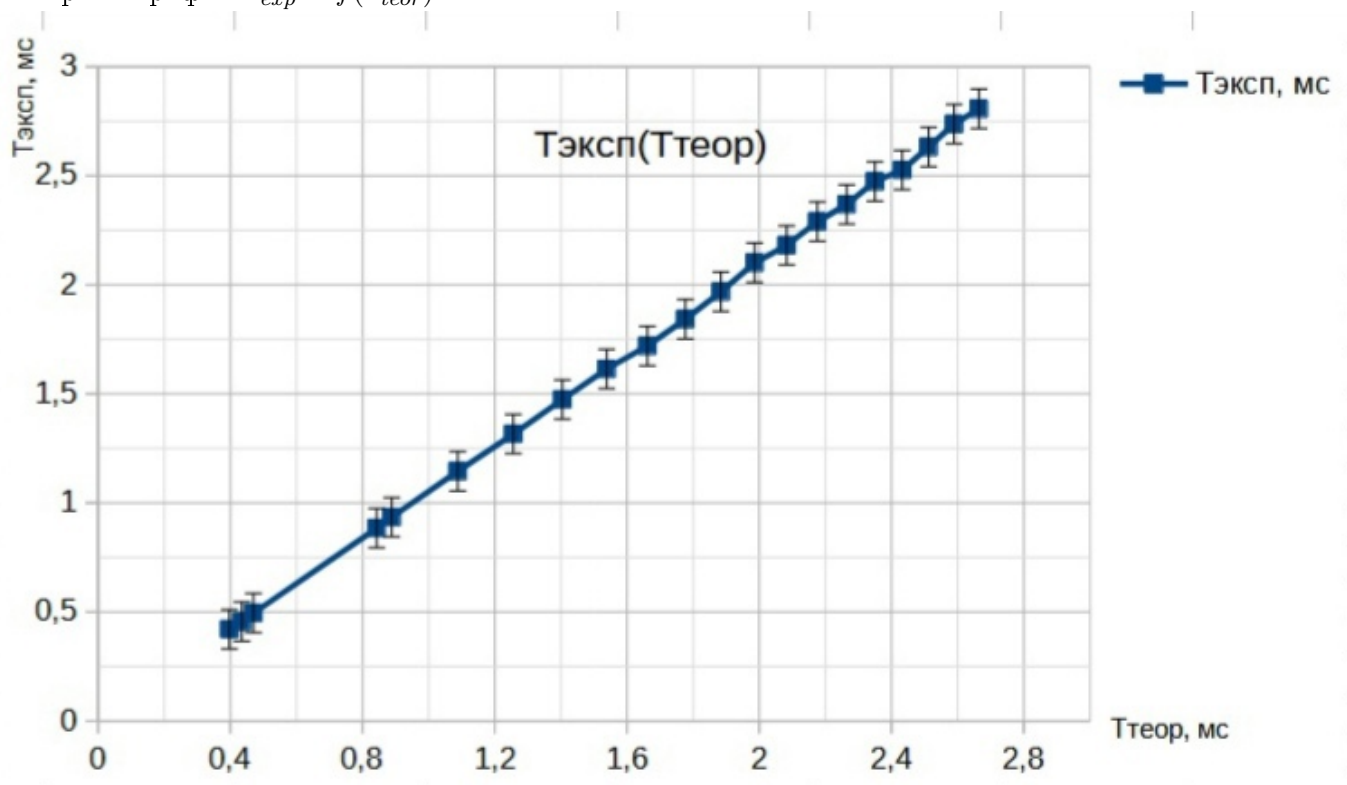
$$\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_0}}{x_0}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 = \left(\frac{0,2}{4,358}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{9,48}\right)^2 \approx 0,002 + 0,000445 \approx 0,002445$$

$$\sigma_{T_{exp}} = 0,086 \text{ ms}$$

$C$ , мкФ	$x_0$	$x$	$n$	$T_{exp}$ , мс	$T_{teor}$ , мс
0,02	9,4	1,58	4	0,42	0,397
0,024	9,5	1,73	4	0,456	0,435
0,028	9,5	1,88	4	0,495	0,47
0,09	9,5	1,68	2	0,88	0,84
0,1	9,5	3,55	4	0,934	0,888
0,15	9,5	4,35	4	1,445	1,088
0,2	9,5	3,75	3	1,316	1,256
0,25	9,5	4,2	3	1,474	1,404
0,3	9,5	4,6	3	1,614	1,538
0,35	9,5	4,9	3	1,719	1,662
0,4	9,5	3,5	2	1,842	1,776
0,45	9,4	3,7	2	1,968	1,884
0,5	9,4	3,95	2	2,101	1,986
0,55	9,4	4,1	2	2,18	2,083
0,6	9,5	4,35	2	2,289	2,175
0,65	9,5	4,5	2	2,368	2,264
0,7	9,5	4,7	2	2,473	2,35
0,75	9,5	7,2	3	2,526	2,432
0,8	9,5	7,5	3	2,632	2,512
0,85	9,5	7,8	3	2,737	2,589
0,9	9,5	8	3	2,807	2,664

Построим график  $T_{exp} = f(T_{teor})$ .



## 4.2 Критическое сопротивление и декремент затухания

1) Считая  $L \approx 200$  мГн, рассчитаем  $C$ , при которой  $\nu_0 = 1/2\pi\sqrt{LC} = 5$  кГц. Критическое сопротивление в этом случае  $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \approx 12,6$  кОм. Рассчитаем логарифмический декремент затухания  $\theta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}}$  в диапазоне  $(0.1 - 0.3)R$ :

$R$ , Ом	1000	1400	1800	2200	2600	2800	3000
$2U_k$	2,8	1,95	1,52	1,16	0,92	0,8	0,7
$2U_{k+n}$	0,6	0,4	0,22	0,12	0,23	0,18	0,14
$n$	2	2	2	2	1	1	1
$\theta$	0,77	0,79	0,966	1,134	1,386	1,492	1,61
$\sigma_\theta$	0,06	0,1	0,22	0,47	0,31	0,42	0,58

Таблица 1: Зависимость  $\theta = \theta(R)$ .

Погрешность вычисления  $\theta$  находили по формуле:

$$\sigma_\theta = \theta \sqrt{\frac{\sigma_{U_k}^2}{U_k^2} + \frac{\sigma_{U_{k+n}}^2}{U_{k+n}^2}}$$

2) Получив изображение колебаний на фазовой плоскости (в координатах  $(U_C, \frac{dU_C}{dt})$ ), убеждаемся, что декремент затухания вычисленный по тем же способом с достаточной точностью совпадает с вычисленным в координатах  $(U_C, t)$ .

$R$ , Ом	1000	1400	1800	2200	2600	2800	3000
$2x_k$	1,6	2,3	2,75	3,15	3,5	3,6	1,9
$2x_{k+n}$	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,4
$n$	2	2	2	2	2	2	1
$\theta$	0,49	0,763	0,964	1,176	1,431	1,589	1,558
$\sigma_\theta$	0,006	0,01	0,02	0,07	0,08	0,14	0,07

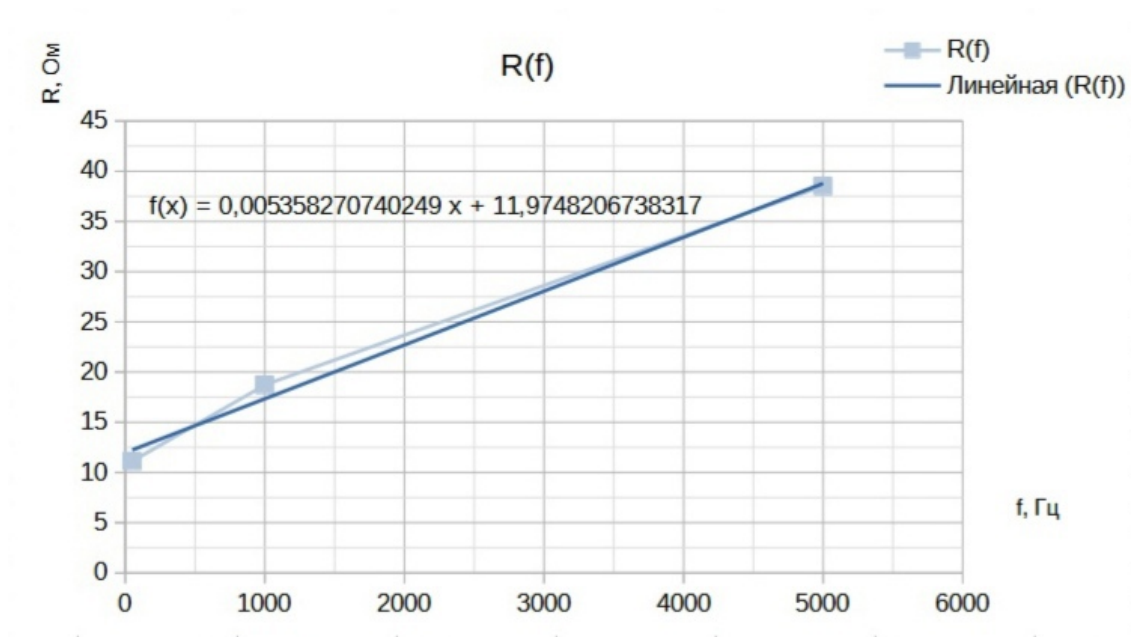
Таблица 2: Зависимость  $\theta = \theta(R)$ .

3) Измеряем индуктивность  $L$  и  $R_L$  катушки для трёх значений частоты:

$f$ , Гц	50	1000	5000
$R_L$ , Ом	11.122	18.720	38.5
$L$ , мГн	204.51	199.95	200

Таблица 3: Значения  $R_L$  и  $L$  катушки при разных частотах.

4) Будем считать, что сопротивление катушки пропорционально частоте:



Тогда можно вычислить суммарное сопротивление контура:  $R_{sum} = R + R_L$

5) Построим график в координатах  $\frac{1}{\theta^2} = f\left(\frac{1}{R_{sum}^2}\right)$ .

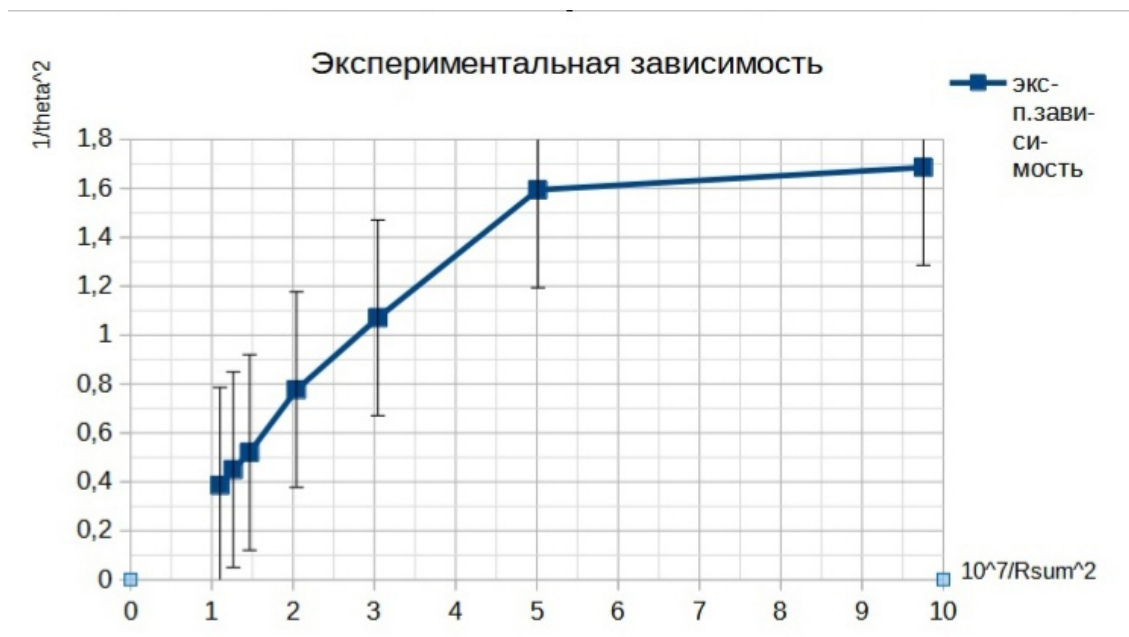
Занесём все необходимые данные в таблицу:

$\frac{1}{\theta^2}$	1,686	1,594	1,07	0,778	0,520	0,450	0,386
$\sigma_{\frac{1}{\theta^2}}$	0,287	0,407	0,492	0,651	0,233	0,256	0,281
$\frac{1}{R_{sum}^2}$	9,75	5,01	3,04	2,04	1,47	1,26	1,10

Таблица 4: Зависимость  $\frac{1}{\theta^2} = f\left(\frac{1}{R_{sum}^2}\right)$

Погрешность  $\sigma_{\frac{1}{\theta^2}}$  считали по формуле:

$$\sigma_{\frac{1}{\theta^2}} = \frac{2}{\theta^2} \frac{\sigma_{\theta}}{\theta}$$



По наклону графика вблизи начала координат определим  $R_{kr} = 2\pi\sqrt{\Delta Y/\Delta X}$

$$R_{kr} \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 0,616 \cdot 3162,3 \approx 12,2 \text{ кОм.}$$

Погрешность вычисляем по формуле:

$$\sigma_{R_{kr}} = \frac{1}{2} R_{kr} \frac{\sigma_a}{a} \approx 0,3$$

кОм.

Тогда итоговый ответ для  $R_{kr}$ , найденного из графика:  $R_{kre} = 12,2 \pm 0,3 \text{ кОм}$

6) Сравним этот ответ с теоретическими выкладками:

$$R_{kr} = 2\sqrt{L/C}, C = 5 \text{ нФ}, L \approx 0,2 \text{ Гн.}$$

$$R_{kr} = 2\sqrt{0,2 * 10^9/5} \approx 12,6 \text{ кОм}$$

Погрешность вычисляем по формуле:

$$\sigma_{R_{kr}} = \frac{1}{2} R_{kr} \frac{\sigma_L}{L} \approx 0,3$$

Тогда итоговый ответ для  $R_{kr}$ , вычисленного теоретически:  $R_{krt} = 12,6 \pm 0,3 \text{ кОм}$

Видим, что полученные результаты для экспериментального и теоретического значения различаются всего на 2,4%.

### 4.3 Добротность

1) Рассчитаем добротность контура  $Q$  для максимального и минимального значений  $\theta$  по картине затухающих колебаний и сравним с расчётом  $Q$  через параметры контура  $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ . Берем максимум и минимум сопротивления из второй таблицы. Погрешность определения добротности рассчитываем по формуле:

$$\sigma_Q = \frac{1}{2} Q \frac{\sigma_L}{L}$$

$$R_{min} = 1000 \text{ Ом} \quad Q = 6,31 \pm 0,02$$

$$R_{max} = 3000 \text{ Ом} \quad Q = 2,11 \pm 0,01$$

2) Рассчитаем добротность  $Q = \frac{\pi}{\theta}$  по спирали на фазовой плоскости:

Аналогично возьмем минимум и максимум декремента из третьей таблицы. Погрешность вычисления добротности составит:

$$\sigma_Q = Q \frac{\sigma_\theta}{\theta}$$

$$\theta_{min} = 0,49; \quad Q = 6,41 \pm 0,08$$

$$\theta_{max} = 1,589; \quad Q = 1,98 \pm 0,17$$

По затуханию на обычной плоскости:

$$\sigma_Q = Q \frac{\sigma_\theta}{\theta}$$

$$\theta_{min} = 0,77; \quad Q = 4,01 \pm 0,31$$

$$\theta_{max} = 1,61; \quad Q = 1,95 \pm 0,71$$

Сведем результаты двух экспериментов в таблицы:



$L$	$R_{kr}$ теор.	$R_{kr}$ эксп	
200 мГн	$12,6 \pm 0,3$ Ом	$12,2 \pm 0,3$ Ом	
$R$	$Q$ теор.	$f(\theta)$	Спираль
1000 Ом	$6,31 \pm 0,02$	$4,01 \pm 0,31$	$6,41 \pm 0,08$
3000 Ом	$2,11 \pm 0,01$	$1,95 \pm 0,71$	$1,98 \pm 0,17$

Таблица 5: Критическое сопротивление и добротность контуров с наибольшим и наименьшим затуханием

## 5 Вывод

В данной работе мы исследовали свободные колебания в электрическом колебательном контуре, а также вычислили некоторые из его параметров: добротность, логарифмический декремент, а также критическое сопротивление для разных параметров контура.

Основные результаты эксперимента приведены в таблице 5. Из неё видно, что результаты теоретического и экспериментальных значений критического сопротивления сходятся довольно точно, а вот значение добротности, как  $f(\theta)$  оказалось далеко от двух других, одно из которых теоретическое, а другое - экспериментальное.