

1. נתונות ארבע קבוצות: $A_1 = \emptyset$, $A_2 = \{A_1\}$, $A_3 = \{1\}$, $A_4 = \{A_1, A_3\}$.
 בכל סעיף מצא כל הקבוצות A_i, A_j מבין הנ"ל שמקיימות את התנאי.

(א) $A_i \in A_j$.

(ב) $A_i \subseteq A_j$.

(ג) $A_i \cap A_j = A_2$.

(ד) $A_i \cup A_j = A_4$.

(ה) $A_i \cap A_j \in A_i \cup A_j$.

(ו) $A_i \cap A_j \subseteq A_i \cup A_j$.

2. A, B, C – קבוצות. הוכח:

(א) $A \setminus B = A \setminus (A \cap B) = (A \cup B) \setminus B$.

(ב) אם $A \cap B \subseteq C^c$ ו- $A \cup C \subseteq B$, אז $A \cap C = \emptyset$.

(ג) $A \Delta C \subseteq (A \Delta B) \cup (B \Delta C)$ (תזכורת: $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$).

3. A, B, C – קבוצות. הוכח או הפוך ע"י דוגמא נגדית:

(א) אם $A \subseteq (B \cup C)$, אז $A \subseteq B$ או $A \subseteq C$.

(ב) אם $A \subseteq (B \cap C)$, אז $A \subseteq B$ ו- $A \subseteq C$.

(ג) אם $A \cap B = A \cup B$, אז $A = B$.

(ד) אם $A \cap B = A \cap C$ ו- $A \cup B = A \cup C$, אז $B = C$.

(ה) אם $A \Delta B = A \Delta C$, אז $B = C$.

4. A, B, C – קבוצות. הוכח או הפוך את הטענות הבאות. אם הטענה נכונה – הוכח אותה. אם הטענה לא נכונה – תן גם דוגמא נגדית וגם דוגמא של קבוצות

A, B, C לא ריקות שעבורן השוויון מתקיים (אם יש כזאת; אם אין – הסבר מדוע).

(א) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

(ב) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

(ג) $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$.

(ד) $A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A \cup C)$.

(ה) $(A \Delta B)^c = A^c \Delta B^c$.

5. תהיינה A, B, C, D ארבע קבוצות. נגדיר שלוש הקבוצות הבאות:

$X = A \cup (B \cap (C^c \cup D^c))$

$Y = (A \cap D) \cup (D^c \setminus (A^c \cap B^c))$

$Z = (A \cup B) \setminus (A^c \cap D)$

מבין השלוש הקבוצות X, Y, Z , שתיים תמיד שוות, והנוספת לא שווה להן באופן כללי.

(א) מצא אילו שתיים מבין X, Y, Z שוות לכל A, B, C, D .

(ב) מצא דוגמא של A, B, C, D לא ריקות כך ש- $X=Y=Z$ (כאן ובסעיף הבא הנח שה"עולם" הוא $\{1, 2, 3\}$).

(ג) מצא דוגמא של A, B, C, D כך שארבעתן יהיו תת-קבוצות של $\{1\}$ וכך ש- X, Y ו- Z לא כולן שוות.