

Отчет по практике 3

Вариант 1

Готфрид Матвей ИА-231

20 марта 2025 г.

Задание 1: Энергетический спектр Гауссовского стационарного случайного процесса

Энергетический спектр $x(t)$ равен $G(\omega)$ с параметрами G_0 , В²/Гц, и α , рад/с. Требуется:

1. Определить корреляционную функцию $B(\tau)$ случайного процесса.
2. Рассчитать величины эффективной ширины спектра и интервала корреляции процесса.
3. Изобразить графики $G(\omega)$ и $B(\tau)$ с указанием масштаба по осям и показать на них эффективную ширину спектра и интервал корреляции.

Данные для варианта 1:

$$G(\omega) = G_0 \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2}, \quad G_0 = 0.02, \quad \alpha = 200$$

Решение

Пункт 1.1: Определить корреляционную функцию $B(\tau)$ случайного процесса

Энергетический спектр $G(\omega)$ и корреляционная функция $B(\tau)$ связаны через преобразование Фурье (по теореме Винера-Хинчина):

$$B(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

Дано:

$$G(\omega) = 0.02 \frac{40000}{40000 + \omega^2}$$

Так как $G(\omega)$ — четная функция, то:

$$B(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 0.02 \frac{40000}{40000 + \omega^2} \cos(\omega\tau) d\omega$$

$$B(\tau) = \frac{800}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(\omega\tau)}{40000 + \omega^2} d\omega$$

Вычислим интеграл:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(\omega\tau)}{(200)^2 + \omega^2} d\omega = \frac{\pi}{200} e^{-200|\tau|}$$

Подставим:

$$B(\tau) = \frac{800}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{200} e^{-200|\tau|} = 2e^{-200|\tau|}$$

Ответ:

$$B(\tau) = 2e^{-200|\tau|}$$

Пункт 1.2: Рассчитать величины эффективной ширины спектра и интервала корреляции процесса

Эффективная ширина спектра $\Delta\omega$

$$\Delta\omega = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) d\omega}{G(0)}$$

1. Найдем $G(0)$:

$$G(0) = 0.02$$

2. Найдем $\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) d\omega$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} 0.02 \frac{40000}{40000 + \omega^2} d\omega = 800 \cdot \frac{\pi}{200} = 4\pi$$

3. Тогда:

$$\Delta\omega = \frac{4\pi}{0.02} = 200\pi$$

Интервал корреляции τ_k

$$\tau_k = \frac{\int_0^{\infty} B(\tau) d\tau}{B(0)}$$

1. Найдем $B(0)$:

$$B(0) = 2$$

2. Найдем $\int_0^{\infty} B(\tau) d\tau$:

$$\int_0^{\infty} 2e^{-200\tau} d\tau = 2 \cdot \frac{1}{200} = \frac{1}{100}$$

3. Тогда:

$$\tau_k = \frac{\frac{1}{100}}{2} = \frac{1}{200}$$

Ответ:

$$\Delta\omega = 200\pi \text{ рад/с}, \quad \tau_k = \frac{1}{200} \text{ с}$$

Пункт 1.3: Изобразить графики $G(\omega)$ и $B(\tau)$

График $G(\omega)$

$$G(\omega) = 0.02 \frac{40000}{40000 + \omega^2}$$

- $G(0) = 0.02$, $G(\omega) \rightarrow 0$ при $\omega \rightarrow \infty$.
- Эффективная ширина спектра: $\Delta\omega = 200\pi \approx 628.32$ рад/с.
- Масштаб по оси ω : от -1000 до 1000 рад/с, шаг 200 рад/с.
- Масштаб по оси $G(\omega)$: от 0 до 0.02 , шаг 0.005 .
- Отметить диапазон от $-100\pi \approx -314.16$ до $100\pi \approx 314.16$.

График $B(\tau)$

$$B(\tau) = 2e^{-200|\tau|}$$

- $B(0) = 2$, $B(\tau) \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$.
- Интервал корреляции: $\tau_k = 0.005$ с.
- Масштаб по оси τ : от -0.02 до 0.02 с, шаг 0.005 с.
- Масштаб по оси $B(\tau)$: от 0 до 2 , шаг 0.5 .
- Отметить точку $\tau = 0.005$ с.