Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский университет аэрокосмического приборостроения

КАФЕДРА № 2

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

доц., канд. техн. наук		С.Л. Козенко
должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ

Численное интегрирование

по дисциплине: ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. № 4134к	10.05.23	Д.В. Шумков
	подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт – Петербург, 2023

Цель работы: Составить схему алгоритма и программу на языке C/C++ решения задачи по теме «Численное интегрирование» в соответствии с индивидуальным заданием (варианты заданий приведены ниже – табл. 1).

Задание на работу:

25	$\int_a^b \frac{tg(x^2+0.1)dx}{2+x^2}$	Правых прямоугольников	$a = 0.2;\ b = 1.1;\ n = 7$

Математическая часть

Постановка задачи

Пусть требуется найти определенный интеграл

$$\int_a^b f(x)dx \qquad (2.1)$$

Где функция *f(x)* непрерывна на отрезке *[a,b]*. Если функция *f(x)* задана формулой и мы умеем найти неопределенный интеграл *F(x)*, то определенный интеграл вычисляется по формуле

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \qquad (2.2)$$

(формула Ньютона-Лейбница).

Если же неопределенный интеграл данной функции мы найти не умеем, или по какой-либо причине не хотим воспользоваться формулой (2.2), или если функция *f(x)* задана графически или таблицей, то для вычисления определенного интеграла применяют приближенные формулы. Для приближенного вычисления интеграла (2.1) существует много численных методов, из которых выделим три:

1) метод прямоугольников;

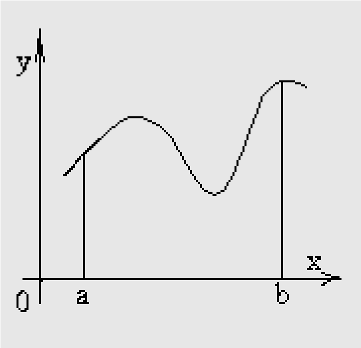
2) метод трапеций;

3) метод Симпсона (парабол).

При вычислении интеграла следует помнить, каков геометрический смысл определенного интеграла. Если *f(x)≥0* на отрезке *[a,b]*, то

$$\int_a^b f(x)dx$$

численно равен площади фигуры, ограниченной графиком функции



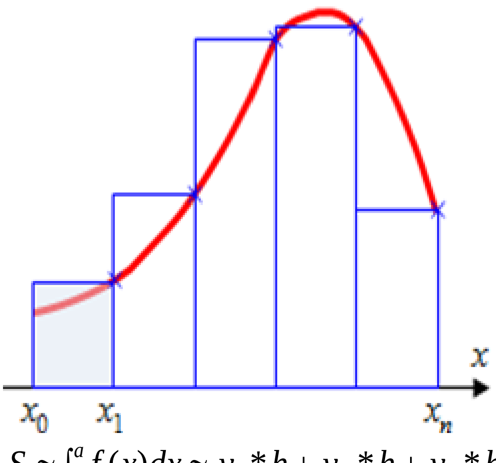
$y=f(x)$, отрезком оси абсцисс, прямой $x=a$ и прямой $x=b$ (рис.2.1).

Рис.2.1 Геометрический смысл численного интеграла

Таким образом, вычисление интеграла равносильно вычислению площади криволинейной трапеции.

Описание метода правых прямоугольников.

Разделим отрезок $[a,b]$ на n равных частей, т.е. на n элементарных отрезков. Длина каждого элементарного отрезка $h=(b-a)/n$. Точки деления будут: $x_0=a$, $x_1=a+h$, $x_2=a+2h$, ... , $x_{n-1}=a+(n-1)h$, $x_n=b$. Эти числа будем называть узлами. Вычислим значения функции $f(x)$ в узлах, обозначим их y_0, y_1, y_2, ..., y_n. Стало быть, $y_0=f(a)$, $y_1=f(x_1)$, ..., $y_n=f(b)$. Числа y_0, y_1, y_2, ..., y_n суть ординаты точек графика функции, соответствующих абсциссам x_0, x_1, x_2, ..., x_n (рис.2.2). Из рисунка следует, что площадь криволинейной трапеции приближенно заменяется площадью многоугольника, составленного из n прямоугольников. Таким образом вычисление определенного интеграла сводится к нахождению суммы n элементарных прямоугольников .



$$S \approx \int_b^a f(x)dx \approx y_1 * h + y_2 * h + y_3 * h + y_4 * h + ... + y_n * h \approx h * (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + ... + y_n)$$

Аналитические расчеты:

Квадратурная функция
Правых прямоугольников

Функция
tg(x^2 + 0.1) / (2 + x^2)

Начальная граница
0.2

Конечная граница
1.1

Число частичных интервалов
7

Точность вычисления
Знаков после запятой: 6

Формула

$$\frac{\tan(x^2 + 0.1)}{2 + x^2}$$

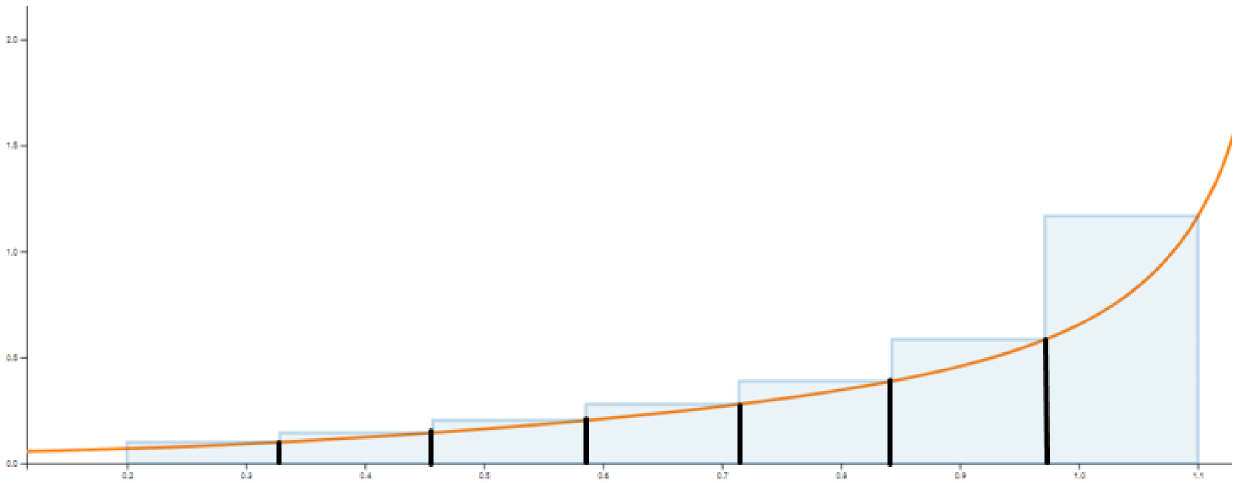
Значение определенного интеграла
0.368295

Квадратурная функция

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx \approx h f(x_1)$$

$$h = (x_1 - x_0)$$

Интервал
(0.2,1.1]



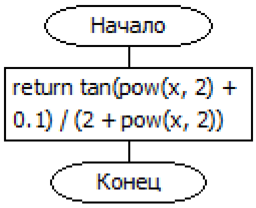
Листинг программы:

```
#include <iostream>
#include <math.h>

using namespace std;

double f(double x)
{
	return tan(pow(x, 2) + 0.1) / (2 + pow(x, 2));
}

double res(double a, double b, double n)
{
	double h = (b - a) / n;
	double s = 0;
	double x = a + h;

	for (int i = 0; i < n; i++)
	{
```

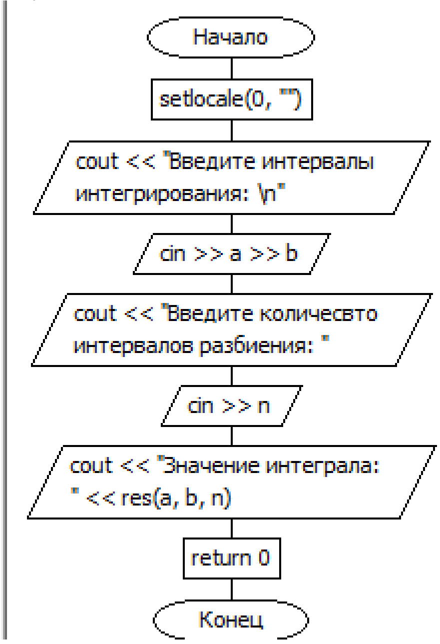
```
            s += f(x);
            x += h;
        }
        return s * h;

}

int main()
{
        setlocale(0, "");
        double a, b, n, h;
        cout << "Введите интервалы интегрирования: \n";
        cin >> a >> b;
        cout << "Введите количесвто интервалов разбиения: ";
        cin >> n;
        cout << "Значение интеграла: " << res(a, b, n);

        return 0;
   }
```

Блок схемы

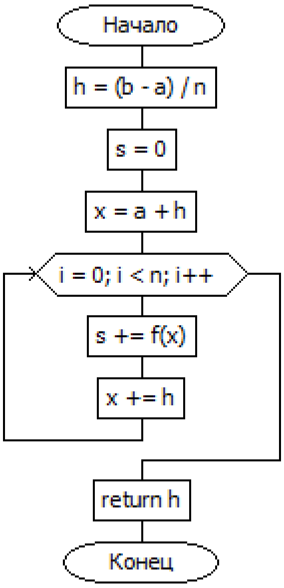
Функция f



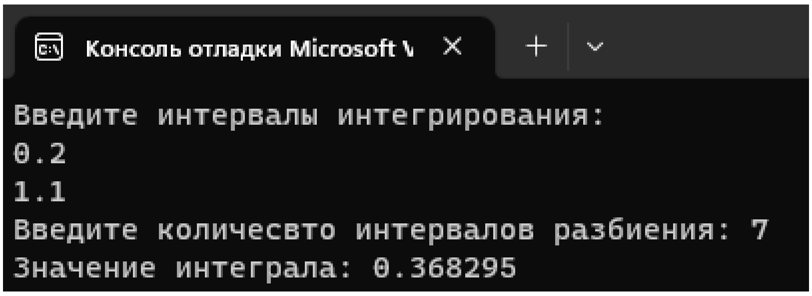
Функция main



Функция res



Скриншоты результатов:



Сравнение результатов:

Результат, полученный аналитически: 0.368295
Результат, полученный с помощью программы: 0.368295

Исходя из результатов программных и аналитических расчетов, вычисленные значения функции совпадают

Выводы: в ходе выполнения данной практической работы были получены знания по интегрирования функции методом правых прямоугольников.