

## 基于离散报价的高频做市策略

华泰期货研究所 量化组

陈维嘉

量化研究员

☎ 0755-23991517

✉ chenweijia@htfc.com

从业资格号: T236848

投资咨询号: TZ012046

高频做市策略是围绕标的物的即时价格在不同价位挂出限价单，通过标的物价格的来回波动触碰到低价的买单和高价的卖单，实现低买高卖，从而获利。业界经典的 Avellaneda-Stoikov(AS)模型通过估算不同指令簿深度的限价单成交概率来计算最优买卖报价以及控制库存风险。但是 AS 模型的缺陷之一是假设了标的物价格是连续的，从而最优买卖报价可以通过计算得到。但实际上主流金融市场都是订单驱动的，因此买卖报价都是离散的，即标的物价格存在一个最小跳价。使用 AS 模型计算最优买卖报价然后根据最小跳价进行舍入得到的结果通常是在一档或者二档进行报价，因此 AS 模型对大多数商品做市并非最优选择。

这篇报告根据 Fabien Guilbaud 和 Huyen Pham 的论文 Optimal High Frequency Trading with limit and market orders 构造离散报价的做市策略(GP 模型)。这个策略根据动态规划原理在不同的库存条件以及成交概率的情况下在一档挂限价单，在最优买价加一个跳价或最优卖价减一个跳价的中作出最优选择。这里以沪铜期货为例研究 GP 模型的参数校正以及做市策略回测，研究发现 GP 模型能够有效管理库存风险，在较小风险偏好下能获得非常稳定的盈利，但由于只在一档报价或更浅位置报价，所需手续费返还比例较高。

### 相关研究

沪铜期货高频做市策略 2019-06-28

## 研究背景

高频做市策略是围绕标的物的即时价格在不同价位挂出限价单，通过标的物价格的来回波动触碰到低价的买单和高价的卖单，实现低买高卖，从而获利。如果市场出现单边上涨或下跌的行情，做市商容易产生库存风险的积累。因此，业界常用经典的 Avellaneda-Stoikov(AS) 模型对做市风险进行控制。AS 模型通过估算不同指令簿深度的限价单成交概率来计算最优买卖报价。这个模型的最大缺陷是其假设了标的物价格是连续的，从而最优买卖报价可以通过计算得到精确的值。在报价驱动市场上这个模型能起较大作用，但实际上主流金融市场都是订单驱动的，因此买卖报价都是离散的，即标的物价格存在一个最小跳价。对金融期货而言，最小跳价相对于标的物价格较小，因此标的物价格的微小变动对资产收益率影响不大，投资者可以选择的挂单价格也更多，从而导致限价指令簿上这类资产的限价单队列也较短。所以对这类小跳价资产利用 AS 模型计算最优报价然后舍入，仍然能取得一定效果。但是对大部分商品期货来说跳价相对于标的物价格则通常较大，这类资产的限价指令簿上存在较大的挂单量，在同一价位上的限价单会按照时间优先的原则进行配对成交，因此队列效应不能忽略。

由于限价单队列较长，这类资产的中间价在 500 毫秒间的变化通常只有一个跳价，买卖价差通常也是只有一个跳价，因此如果使用 AS 模型按照 500 毫秒采样，最优买卖价位被击穿的概率几乎为 0，因此对这类资产使用 AS 模型必须选择一个较长的时间窗口，从而使得深度限价单被击穿的概率远大于 0。这个方法在跳价较小的商品品种上仍然适用具体方法可以参考 2019-06-28 的报告沪铜期货高频做市策略。这种处理方法会涉及到最优时间窗口的选择问题，如果处理不谨慎可能会造成过度拟合。而且这种方法也存在按照最小跳价取整的舍入误差问题，对离散的挂单过程无法准确刻画。

为了更准确地模拟挂单过程，这篇报告参考 Fabien Guilbaud 和 Huyen Pham 的论文 Optimal High Frequency Trading with limit and market orders 构造离散报价的做市策略(GP 模型)。对大跳价资产而言，限价单的队列较长，绝大部分市价单都能成交在买一和卖一价上，因此使用市价单的意义并不大，所以这篇报告中最优报价策略的选择只局限在买一和卖一，以及买一加 1 个跳价或卖一减 1 个跳价上，后两种挂单方式实际是相当于使用市价单了。这里并不存在在更深价位挂单的情景，因此盈利也相当有限，多数时候不会超过半个跳价，可以预期这个策略将对手续费返还要求较高。这个模型的另一效果在于做市过程中产生的库存风险的管理。

## GP 模型的随机过程

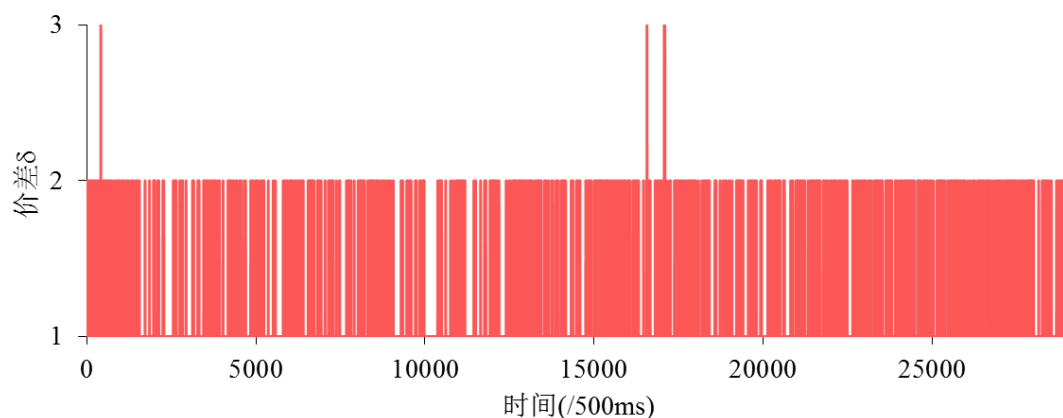
在 Fabien Guilbaud 和 Huyen Pham 提出的离散模型中包含了三个随机过程：一个用来模拟离散取值的价差  $S_t$ ，这是一个马尔科夫过程，另外两个是模拟市价买单和市价卖单到达的 Cox 过程（即双随机泊松过程）。

首先，买卖价差  $S_t$  可以看作是一个只取离散值的随机过程，即

$$S_t := \{\delta, 2\delta, 3\delta, \dots, m\delta\} \quad (1)$$

其中  $\delta$  为最小跳价。由于这里以沪铜期货为例子，沪铜的最小跳价  $\delta$  不是太大，因此有可能出现价差大于 1 个  $\delta$  的情况。图 1 是 2017 年 8 月 14 日沪铜主力期货买卖价差的时间序列，其中价差等于 2 的情况比较均匀地分布在全天当中，有极少时间还会出现价差等于 3 的情况。

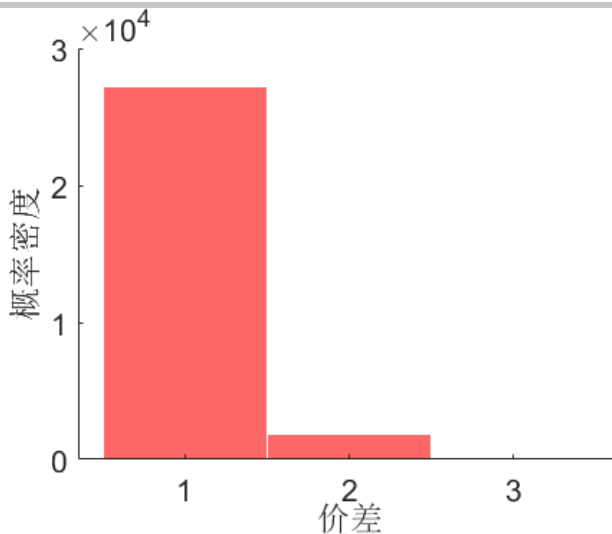
图 1： 2017 年 8 月 14 日沪铜主力期货买卖价差时间序列



数据来源：华泰期货研究院

图 2 是价差的概率分布，其中约有 94% 的情况沪铜的买卖价差等于 1，价差等于 2 的概率约为 6%，价差大于 2 的概率可以忽略不计。因此价差  $S_t$  可以认为只有两个状态：一个等于 1，一个大于 1。

图 2： 2017 年 8 月 14 日沪铜主力期货买卖价差概率分布



数据来源：华泰期货研究院

价差在状态 1 与状态 2 之间的概率可以定义为  $\mathbf{P}\{S_{t+1} = j\delta | S_t = i\delta\} = \rho_{ij}, \text{ s.t. } \rho_{ii} = 0$ , 这样  $S_t$  就是一个时间连续的马尔科夫链，它的密度矩阵

$$R(t) = \left( r_{ij}(t) \right)_{1 \leq i, j \leq m} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} r_{ij}(t) &= \Lambda(t) \rho_{ij}, i \neq j \\ r_{ii}(t) &= - \sum_{j \neq i} r_{ij}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

当中的  $\Lambda(t)$  为高频数据的采样频率，即每秒 2 笔。

在建立价差的随机过程后，接着需要研究的是在不同价差条件下，做市商所挂限价单的成交概率。这里把做市商的报价策略  $\alpha_t$  表示为

$$\alpha_t = (Q_t^b, Q_t^a, L_t^b, L_t^a)$$

其中  $L_t^b, L_t^a$  表示所挂的买单和卖单数量， $Q_t^b, Q_t^a$  分别表示做市商所挂的买单和卖单价格。做市商的买单报价策略池  $\pi^b(p, s)$  可以用中间价  $p$  和价差  $s$  表示即

$$\pi^b(p, s) = \begin{cases} Bb_+ = p - \frac{s}{2} + \delta \\ Bb = p - \frac{s}{2} \end{cases}$$

即所报买价在买一价与买一价加一个跳价中选。

同样，卖单报价策略池  $\pi^a(p, s)$  可以表示为

$$\pi^a(p, s) = \begin{cases} Ba_- = p + \frac{s}{2} - \delta \\ Ba = p + \frac{s}{2} \end{cases}$$

即所报卖价在卖一价与卖一价加一个跳价中选。

当所报限价单数量  $L_t^b$  或  $L_t^a$  等于 0 时，即表示在该方向不报价了。

能够与做市商所挂限价单匹配的市价卖单和买单可以用两个相互独立的 Cox 过程  $N^a$  和  $N^b$  模拟，他们的密度可以表示为  $\lambda^a(Q_t^a, S_t)$  和  $\lambda^b(Q_t^b, S_t)$ 。对沪铜期货而言，这里的  $\lambda^a$  和  $\lambda^b$  分别是在两种价差状态和两种报价价格上得到的密度，因此  $\lambda^a$  和  $\lambda^b$  在同一时间段上各有 4 个值。

## GP 模型的参数校正

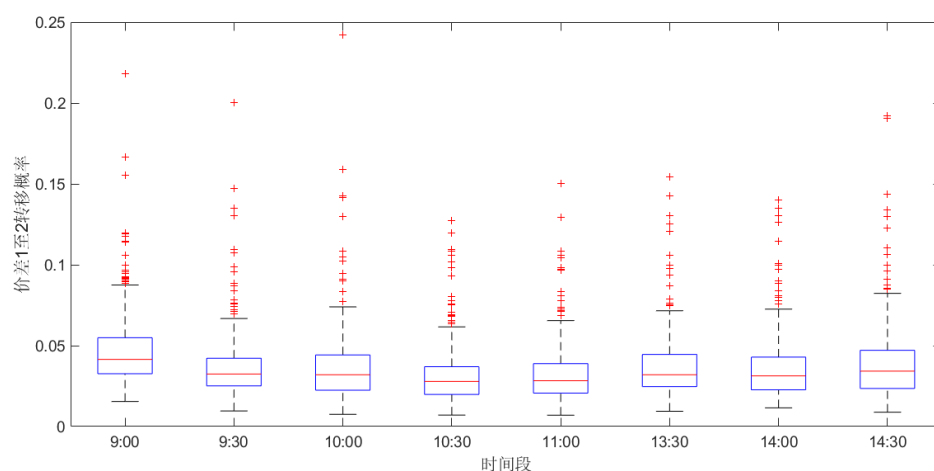
GP 模型使用的参数包括不同价差状态之间的转移概率  $\mathbf{P}\{S_{t+1} = j\delta | S_t = i\delta\} = \rho_{ij}$  以及各个价差状态下在不同价位挂单的成交密度  $\lambda^a(Q_t^a, S_t)$  和  $\lambda^b(Q_t^b, S_t)$ 。这里模型参数校正选取沪铜期货主力合约 2017 年 8 月 14 日至 2018 年 8 月 10 日的高频数据进行分析。使用的高频数据来源于天软的 500 毫秒 Level1 截面数据，里面包含了 500 毫秒截面上的买一价、卖一价、买一量、卖一量、500 毫秒内的成交量和成交金额等数据。这里只考虑日盘的情况，由于在一天的交易时间内，不同时间段合约的成交活跃程度不一样，因此存在一定的日内季节性影响因素，这里把日盘的交易时间分为 8 段，10:00 时段在 10:15 结束只有 15 分钟，其余时段为 30 分钟。分别在不同的时间段对模型参数进行统计。详细方法可以参考 Fabien Guillaud 和 Huyen Pham 的论文。

价差从状态  $i$  至  $j$  的转移概率  $\rho_{ij}$  按照下式统计

$$\hat{\rho}_{ij} = \frac{\sum_{n=1}^K \mathbf{1}_{\{S_{n+1}, S_n = (j\delta, i\delta)\}}}{\sum_{n=1}^K \mathbf{1}_{\{S_n = i\delta\}}} \quad (4)$$

即统计价差转移至不同状态与其所占的时间比例。从图 1 和图 2 可见沪铜的价差可以只划分为等于 1 和大于 1 这两个状态，利用 2017 年 8 月 14 日至 2018 年 8 月 10 日，共 244 天的数据得到这两个状态统计的转移概率统计如图 3 和图 4 中的箱型图所示。其中每个时段的红线代表 244 天转移概率的中位数，上下蓝框代表 75% 和 25% 分位数，上下黑线代表最大值和最小值，红色十字代表异常值。图中的横轴代表时间段的起始时间。由图可见在所有时段价差从状态 1 至状态 2 的概率都比较低，中位数都在 5% 以下，这说明沪铜期货的价差大多数情况下都是 1，流动性是比较充足的。从状态 1 至状态 2 转移概率较高的时间段是在早上 9:00 至 9:30 时段，主要是因为这段时间交易量比较大，使用市价单的投资者多在这段时间交易，从而导致流动性的相对不足，价差容易打开。这段时间之后转移概率就开始下降。在下午开盘后价差转移概率会稍微上升，之后下降，在下午收盘会有一定回升。

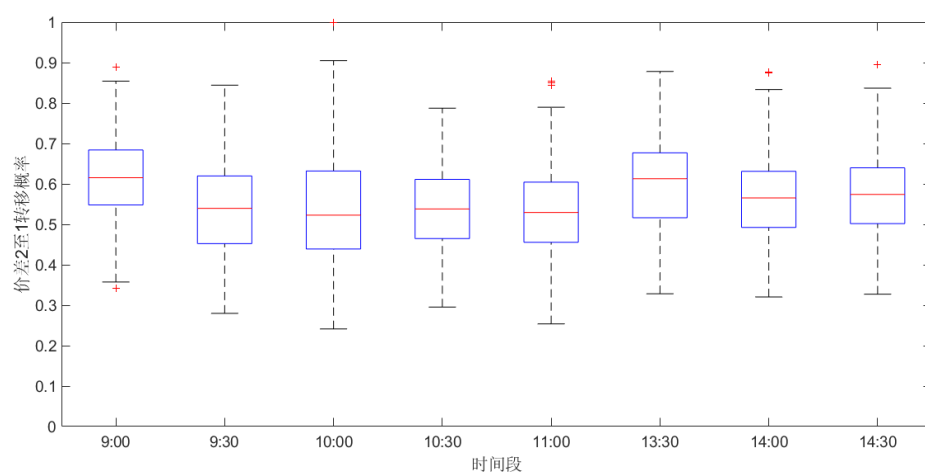
图 3：价差状态 1 至 2 转移概率的分布



数据来源：华泰期货研究院

从图 4 可见，价差从状态 2 转移到状态 1 的概率通常都在 0.5 以上，意味着价差状态为 2 的时间并不多，当价差大于 1 时很快便会有新的限价单进场，把价差收窄。

图 4：价差状态 2 至 1 转移概率的分布



数据来源：华泰期货研究院

接着是统计在不同价差状态下，限价单的成交密度 $\lambda$ 。由于沪铜期货在同一价位上通常有较长的限价单队列，这个队列长度不能忽略。因此这里假设做市商的挂单都是在买一或者卖一出现变动后才发出而且所发出的挂单成交后，如果相应的买一或者卖一价不变，则不再重新发出新的报价。在这个假设下去估算限价单的成交密度。这里以买单为例说明，当买一价在 $\theta_n$ 时刻出现变动时，做市商能够及时获取相应信息然后进行报价，所报价格经一定延时后到达交易所。在 $\theta_n$ 时刻新的买单队列长度为 $V_{\theta_n}^b$ ，则做市商的挂单所在队列的排名为 $V_0 + V_{\theta_n}^b$ 。在 $\theta_{n+1}$ 时刻后买一价格发生改变，从 $\theta_n$ 到 $\theta_{n+1}$ 时刻发生在该买价上的成交量为

$V_{\theta_{n+1}}^S$ , 如果  $V_0 + V_{\theta_n}^b < V_{\theta_{n+1}}^S$ , 则判定做市商所挂的这个买单成交。那么做市商在买一价上所挂买单的 Cox 过程  $N^b$  在不同价差状态  $i$  下可以记为

$$\tilde{N}_{\theta_{n+1}}^{b,Bb,i} = \tilde{N}_{\theta_n}^{b,Bb,i} + 1\{V_0 + V_{\theta_n}^b < V_{\theta_{n+1}}^S, s_{\theta_n} = i\delta\}, \tilde{N}_0^{b,Bb,i} = 0 \quad (5)$$

这个  $V_0$  可以用来模拟做市商交易系统的延时, 做市商的交易系统越快  $V_0$  越小。这里假设做市商的交易系统是全场最快而且最大挂单量是 5 手, 所以这里把  $V_0$  设为 5。

如果做市商在买一价加上一个最小跳价上挂单则只要  $V_0 < V_{\theta_{n+1}}^S$  时即可判定所挂买单成交。相应的 Cox 过程  $N^b$  的校正可以记为

$$\tilde{N}_{\theta_{n+1}}^{b,Bb+,i} = \tilde{N}_{\theta_n}^{b,Bb+,i} + 1\{V_0 < V_{\theta_{n+1}}^S, s_{\theta_n} = i\delta\}, \tilde{N}_0^{b,Bb+,i} = 0 \quad (6)$$

再把买单队列在不同价差状态  $i$  下存在的时间记为

$$\tilde{T}_{\theta_{n+1}}^i = \tilde{T}_{\theta_n}^i + (\theta_{n+1} - \theta_n)1\{s_{\theta_n} = i\delta\}, \tilde{T}_0^i = 0 \quad (7)$$

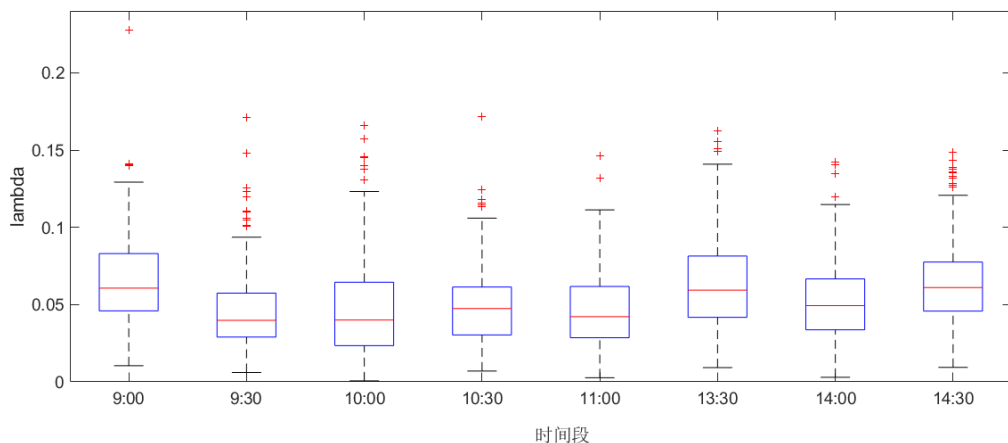
那么不同价差状态  $i$  下, 做市商所报的买单价格成交密度可以表示为

$$\tilde{\lambda}_i^b(q^b) = \frac{\tilde{N}_{\theta_n}^{b,q^b,i}}{\tilde{T}_{\theta_n}^i}, q^b \in \{Bb, Bb_+\} \quad (8)$$

卖单的  $\tilde{\lambda}_i^a(q^a)$  也可以用同样的方式进行统计, 但在实际使用中会把两者取平均后使用, 这样就不会有买卖偏好了。

图 5 作出了在买卖价差为状态 1 时, 在买一或卖一上挂单的成交密度  $\lambda_1(Bb, Ba)$  的分布。与价差转移概率类似, 成交密度也展现了明显的日内季节性, 在早上 9:00-9:30 的开盘时间, 做市商在买一和卖一上挂单的成交密度是最高的, 之后有所下降, 在白天中场休息 15 分钟后, 成交密度有所回升, 之后下降。下午 13:30 开盘后成交活跃程度马上回升, 14:00 之后下降, 收盘前 30 分钟有所回升。

图 5: 买卖价差为状态 1 时, 成交密度  $\lambda_1(Bb, Ba)$  的分布



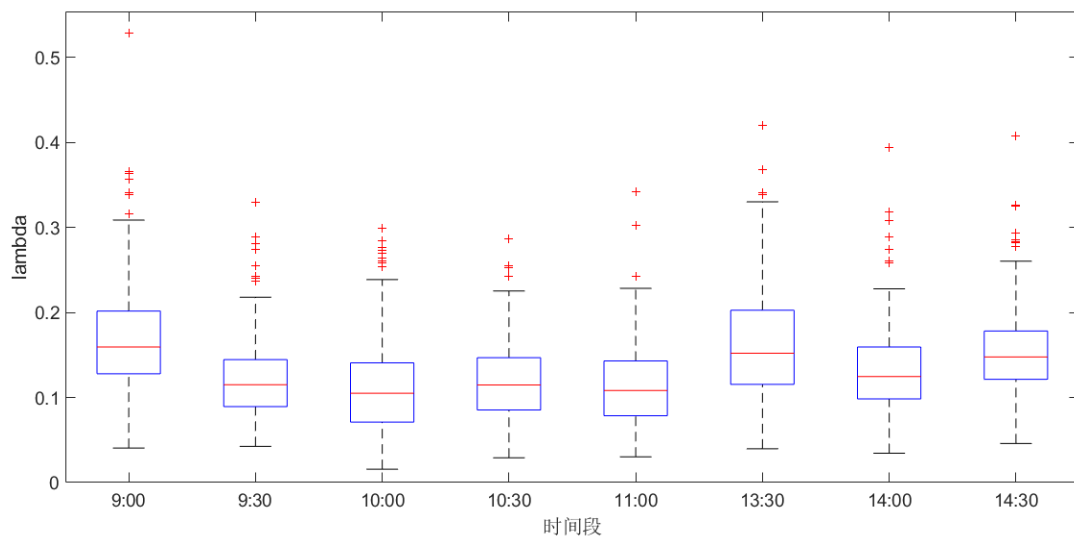
数据来源: 华泰期货研究院



图 6 是买卖价差为状态 1 时，在买一加一个跳价或卖一减一个跳价挂单的成交密度，在这个价位挂单其实效果已经比较接近市价单了，因此成交密度要比在买一或卖一上挂单要高很多，基本都在 0.1 以上。另外成交密度在各个时间段上的分布规律也与在买一或卖一上挂单的  $\lambda_1(Bb, Ba)$  比较接近。

在状态 2 时挂单的成交密度与状态 1 的情况比较接近，但是由于状态 2 的样本较少，统计可能存在较大误差，这里就不列出了。

图 6： 买卖价差为状态 1 时，成交密度  $\lambda_1(Bb_+, Ba_-)$  的分布



数据来源：华泰期货研究院

## GP 模型求解

利用 GP 模型做市的目的是最大化做市收益以及在做市结束时拥有最小的库存，假设做市结束时间  $T$  时，做市商拥有的现金流为  $X_T$ ，累积的库存为  $Y_T$ ，中间价为  $P_T$  以及处于价差状态  $S_T$ ，即  $i\delta, i \in \{1, 2\}$ ，则做市商的目标是最大化目标函数

$$v_i(t, x, y, p) = \max \mathbb{E} \left[ X_T + Y_T P_T - |Y_T| \frac{i\delta}{2} - \gamma \int_0^T g(Y_t) dt \right], i \in s \quad (9)$$

其中

$$g(y) = y^2 \quad (10)$$

参考 Fabien Guilbaud 和 Huyen Pham 所使用的分离变量方法， $v_i$  可以进一步分解为

$$v_i(t, x, y, p) = x + yp + \phi_i(t, y) \quad (11)$$

这个分解可以比较直观地理解为未来最优策略的选取与已经取得的收益  $x$  无关， $p$  是一个鞅过程， $p$  的期望值为 0，所以  $x$  和  $yp$  可以从  $v_i(t, x, y, p)$  中分解出去。



利用动态规划原理 $\phi_i(t, y)$ 可以通过以下 Hamilton - Jacobi - Bellman(HJB)偏微分方程求得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^m r_{ij}(t) [\phi_j(t, y) - \phi_i(t, y)] \\ + \sup_{(q^b, l^b) \in Q_i^b \times [0, \bar{l}]} \lambda_i^b(q^b) \left[ \phi_j(t, y + l^b) - \phi_i(t, y) \right. \\ \left. + \left( \frac{i\delta}{2} - 1_{q^b=Bb+} \right) l^b \right] \\ + \sup_{(q^a, l^a) \in Q_i^a \times [0, \bar{l}]} \lambda_i^a(q^a) \left[ \phi_j(t, y - l^a) - \phi_i(t, y) \right. \\ \left. + \left( \frac{i\delta}{2} - 1_{q^a=Ba-} \right) l^a \right] - \gamma g(y) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $q^b$ 和 $q^a$ 为需要计算的买卖报价, $l^b$ 和 $l^a$ 为所挂的买卖单数量, $\bar{l}$ 为设定的最大挂单量, $\gamma$ 为对库存的惩罚。

同时方程(12)满足终止条件

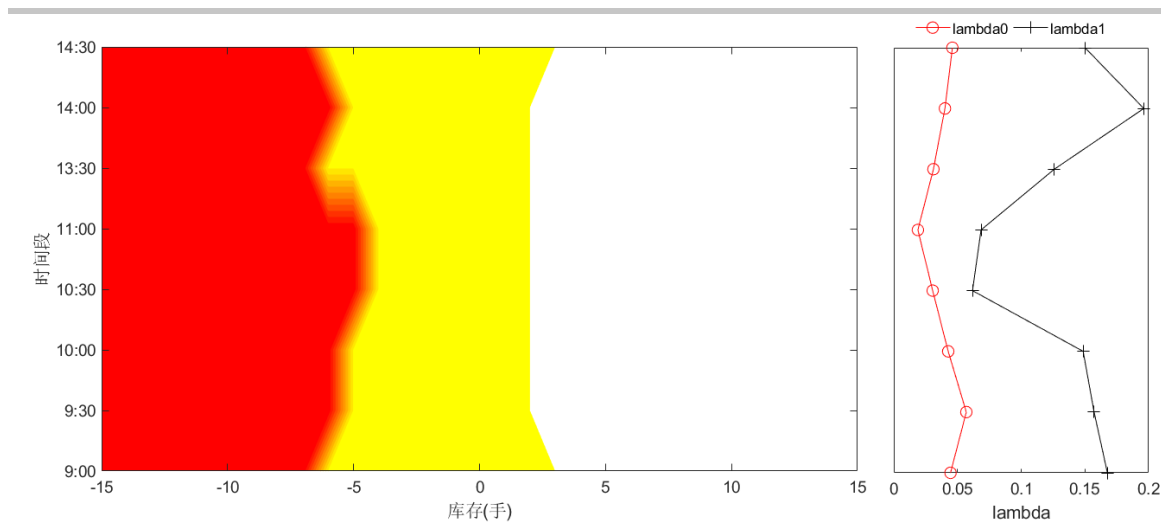
$$\phi_i(T, p) = -|y| \frac{i\delta}{2} \quad (13)$$

方程(12)和(13)可以通过有限差分的欧拉格式进行求解。这里的求解是在每天 8 个时间段下分别求解,通常最优做市策略在各个时间段结束前 200 秒左右就能达到稳定的状态,也就是说做市的最优策略大部分的做市时间内都是跟结束时间无关的,这点跟 Olivier Gueant, Charles-Albert Lehalle 和 Joaquin Fernandez-Tapia 的论文 Dealing with the Inventory Risk A solution to the market making problem 研究结论一致。因此这篇报告的回测只使用稳定状态下的最优解。

下面以一个具体例子来研究最优挂单策略的分布规律。这里用到的库存惩罚系数 $\gamma$ 为 0.01,最大持仓量为 15 手,最大挂单量为 3 手。图 7(左)是 2017 年 8 月 14 日买卖价差状态为 1 时的最优买单挂单位置分布。图中的红色代表在 $Bb_+$ 挂单,黄色代表在 $Bb$ 上挂单,白色则代表不挂单。当空头的库存大于 6 手时,最优策略偏向于使用 $Bb_+$ 挂单,即用半个跳价的亏损去减少库存累积的风险。当库存在-5 手至 4 手时,最优策略偏向于在买一价挂单,因为这时库存偏向性不高,所以仍然可以在买一价挂单去赚取半个跳价。当库存多于 4 手时,库存风险偏高就停止在买方向继续挂单了。

另外值得注意的是红黄分界线,它代表了最优策略使用不同限价单的时机,这个是与成交密度密切相关的,可以跟图 7 中的右图结合来看。右图是当天状态 1 下,成交密度 $\lambda_1$ 在 $Bb/Ba$ 和 $Bb_+/Ba_-$ 的分布(分别对应图中的  $\lambda_{b0}$  和  $\lambda_{b1}$ ),在上午 9:00、下午 13:30 和下午 14:30 时段, $\lambda_1(Bb/Ba)$ 都处在较高位置,因为这三个时段成交较为活跃,所以即使在空头库存较多的情况下,仍然可以在买一上挂单等待成交。在同样的空头库存较多的情况下,在 10:30, 11:00 和 14:00 三个时间段上由于成交不那么活跃最优策略则会使用 $Bb_+$ 即买一价加一个跳价进行平仓,减少库存风险。

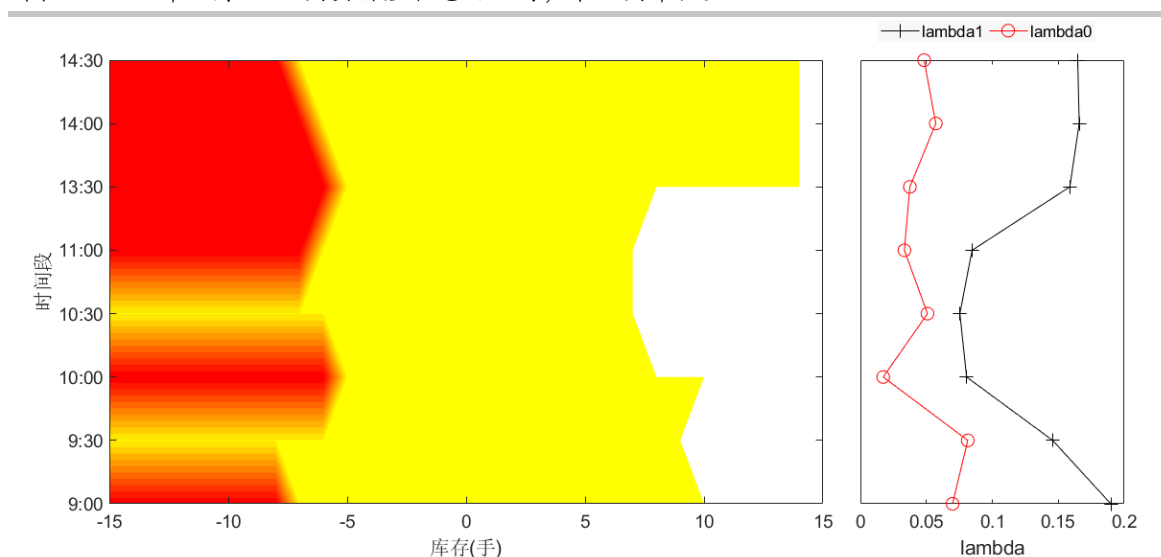
图 7： 2017 年 8 月 14 日买卖价差状态为 1 时，最优买单位置



数据来源：华泰期货研究院

图 8 是价差状态为 2 时，最优的买单位置。值得注意的是在这种状态下所挂出的  $Bb_+/Ba_-$  成交后是不会有价差损失的，而挂出的  $Bb/Ba$  单成交后的利润将是 1 个跳价，而非半状态 1 的半个。因此最优策略将重新平衡期望收益。图 8 中的红黄边界整体上跟图 7 比是往左偏移了，意味着即使在较多空头库存下，最优策略仍然偏好在一一报价去赚取 1 个跳价的潜在利润。尤其是在早上 9:30 和 10:30 两个时间，买一价上的成交足够活跃，这时即时空头库存达到 15 手的限制，仍然在买一上报单，而非加价去促进成交。同样在库存较高的情况下，最优策略仍然在买一上报价。

图 8： 2017 年 8 月 14 日买卖价差状态为 2 时，最优买单位置

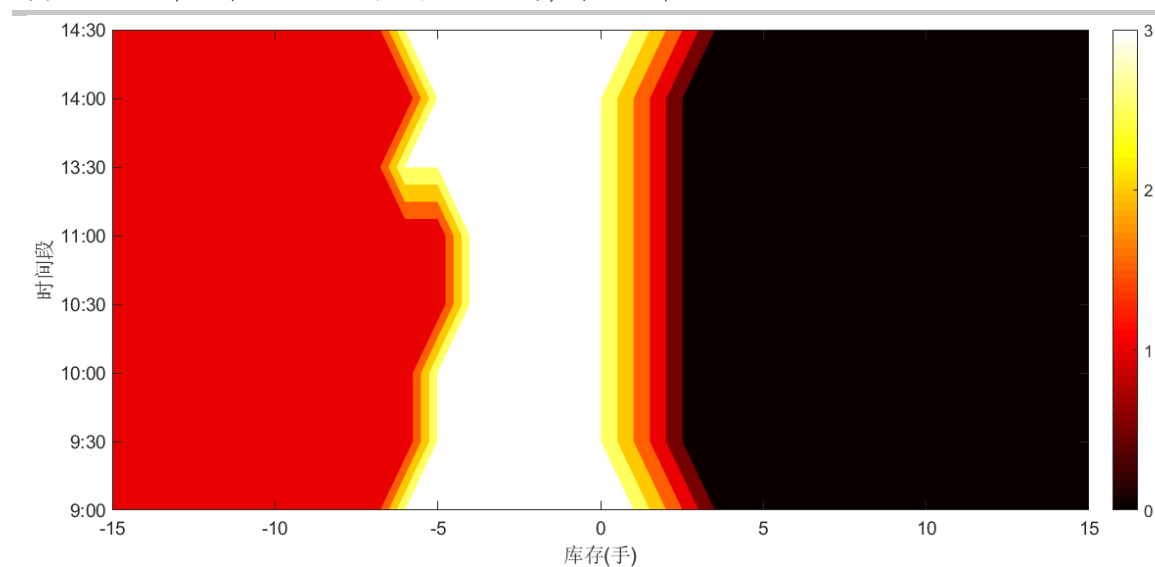


数据来源：华泰期货研究院

这里的最优策略是在理想情况下做的，尤其是状态 2 存在的时间非常短通常只有 0.5-1 秒，能否这么短时间内在合适的价位成交跟交易系统性能有很大关系。

除了挂单位置外，最优策略还会给出最优的挂单数量。图 9 是在状态 1 下，最优买单数量的分布，这里设定的最大挂单数量是 3 手，所以最优挂单数量的取值只能是 0, 1, 2, 3 共 4 个数值。通常在库存较低或者偏空头的情况下会挂出 3 手买单，当积累了较多库存时便会逐渐减少所挂买单量。当空头库存积累较多时便会使用  $Bb_4$  报价以促进成交，这时挂单数量会转为 1 手。在不同时间段成交密度有所不同，所以最优挂单量也会有所变化。

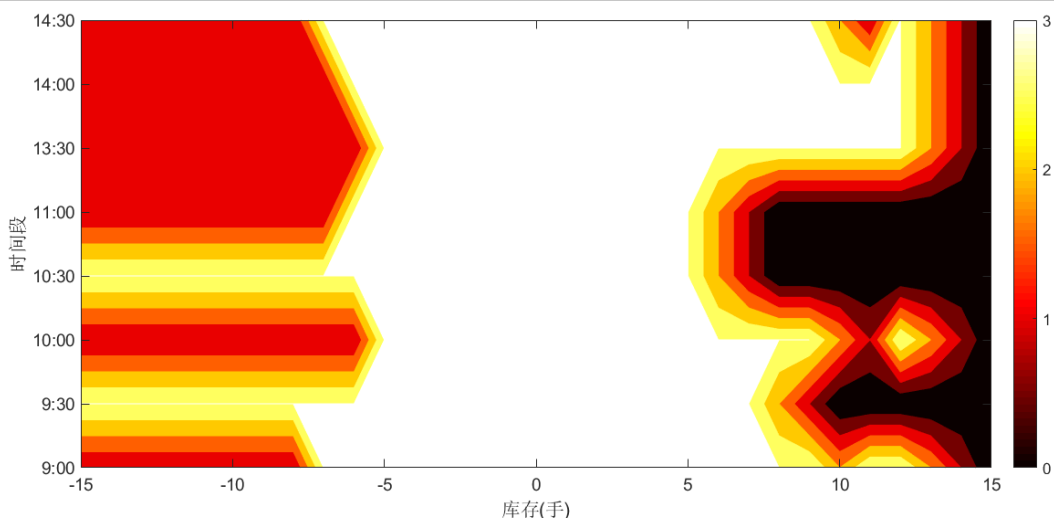
图 9： 2017 年 8 月 14 日买卖价差状态为 1 时，最优买单数量



数据来源：华泰期货研究院

图 10 是当价差为 2 时的最优买单数量，在这种状态下库存在 -5 至 5 的范围内最优挂单数量都是在买一上挂 3 手，随着库存进一步增加所挂买单量也会减少。在空头库存多于 7 手时所挂买单量在 9:30 和 10:30 两个时段也会较大。总体上讲在状态为 1 时的最优挂单位置和数量都是比较直观的，在状态 2 时就比较复杂了，因为这时挂单成交后不会产生负收益，最优策略需要考虑的成交概率、收益、以及状态转换概率等情况作出最优判定。这里只给出了最优买单的挂单策略，最优的卖单的挂单策略跟买单策略是对称的。

图 10: 2017 年 8 月 14 日买卖价差状态为 2 时, 最优买单数量



数据来源: 华泰期货研究院

## 做市策略回测

策略回测使用的天软高频数据, 每秒约有 2 笔行情数据, 但是并非每秒都有 2 笔数据, 所以这里以接收到的数据更新间隔为单位去更新挂单和成交情况。这里使用模拟排队的方法去回测策略的成交情况。在开盘后根据最优策略给出的买卖报价位置以及数量挂出限价单。当模型所算出的最优报价等于买一或卖一价时, 在买一或卖一价上的队列排名就等于这时价位上的买卖单量加上 GP 模型算出的最优报价量。这里假设了交易系统是全市场最快的, 实际的排名会更落后一些。

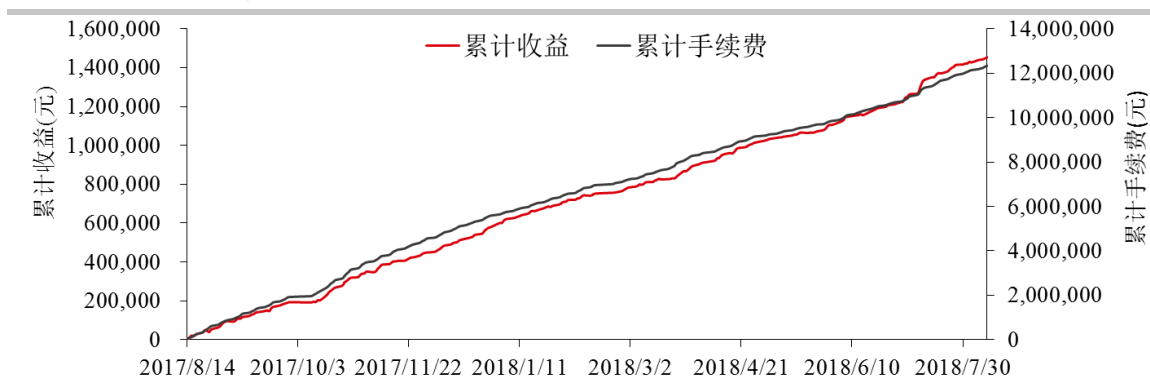
在  $t+1$  时刻收到下一笔行情数据后, 以买方向挂单为例, 说明成交判断和更新方法。这时如果:

- (1) 最低市价卖单成交价  $Y_s$  小于所挂买单价  $B$ , 意味着所挂的买单被击穿, 即判定为成交。
- (2) 最低市价卖单成交价  $Y_s$  大于所挂买单价  $B$ , 则所挂买单不会成交, 所在队列状态也不发生变化, 因为这里假设市场其他投资者不撤单。
- (3) 最低市价卖单成交价  $Y_s$  等于所挂买单价  $B$ , 则根据把当前限价买单队列排名减去卖单成交量从而得到新的买单排名, 如果这个新排名小于 0, 则判断买单成交, 否则继续挂单等待。

在判定完所挂限价单成交情况后, 则价差和库存调用 GP 模型算出的买单和卖单的报价以及挂单数量。目前只回测沪铜日盘的情况。

图 11 是在库存惩罚 $\gamma=0.001$ ，最大挂单量为 1 手时的收益情况，从图可见做市策略的收益表现非常稳定，没有明显的大回撤，但是在 1%% 的市场标准手续费下，做市策略的盈利约为手续费的 10%，这说明策略对手续费的返还水平非常敏感。

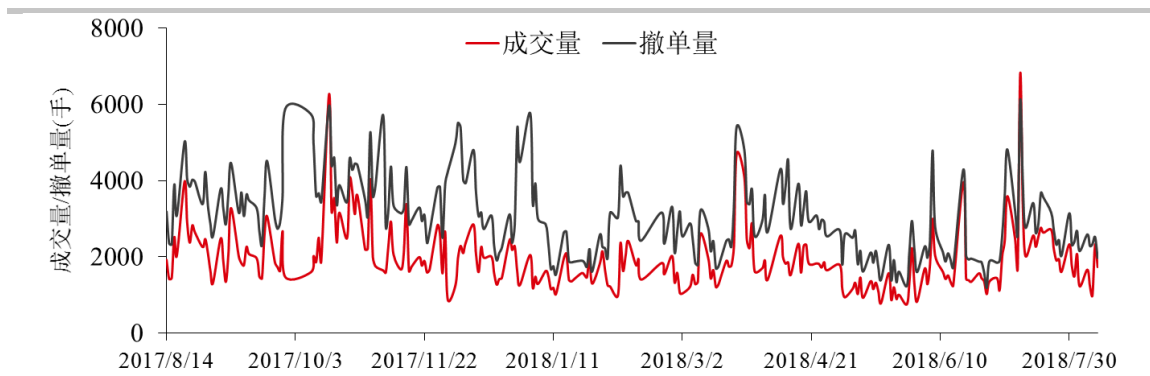
图 11: GP 模型做市策略收益



数据来源：华泰期货研究院

图 12 给出了做市策略每天产生的成交量和撤单量。从图可见，每天的成交量和撤单量会高达 2000 多手，成交量大是造成手续费高的主要原因。另外这个策略产生撤单量的非常大，通常是大于成交量。

图 12: GP 模型做市成交量和撤单量



数据来源：华泰期货研究院

表格 1 做出了不同库存惩罚系数 $\gamma$ 以及最大挂单量 $\bar{l}$ 下 GP 模型的统计表现。从中可以看出除了最后两个以及撤单量外，所有统计量都是随着库存惩罚系数 $\gamma$ 的减少而增加，最大挂单量 $\bar{l}$ 增加而增加的。而库存惩罚系数 $\gamma$ 以及最大挂单量 $\bar{l}$ 都代表了做市商的风险偏好，风险偏好越高产生的收益越大，伴随的成交量、手续费、盘中库存和盘中损失等因素也增大。但如果从所需手续费返还比例看最优的组合是 $\gamma=0.001$ 和 $\bar{l}=1$ ，而从平均收益/盘中最大损失看，最优的参数组合是 $\gamma=0.1$ 和 $\bar{l}=1$ 。这两种情况中最优的挂单量都是 1 手。

表格 1 不同挂单量和库存约束下策略表现对比

盈亏 (元/天)	$\gamma \backslash \bar{I}$	1	3	5	手续费(元/天)	$\gamma \backslash \bar{I}$	1	3	5
	$10^{-1}$	3928	6167	6596		$10^{-1}$	35506	56032	60379
	$10^{-2}$	5242	12150	15767		$10^{-2}$	45876	110229	156201
	$10^{-3}$	5957	14791	19517		$10^{-3}$	50567	130519	193610
成交量 (手/天)	$\gamma \backslash \bar{I}$	1	3	5	撤单量 (手/天)	$\gamma \backslash \bar{I}$	1	3	5
	$10^{-1}$	1364	2154	2322		$10^{-1}$	3917	7247	9264
	$10^{-2}$	1762	4235	6003		$10^{-2}$	3345	8124	12604
	$10^{-3}$	1942	5015	7441		$10^{-3}$	3035	8341	13575
最大净持仓(手)	$\gamma \backslash \bar{I}$	1	3	5	盘中最大损失(元)	$\gamma \backslash \bar{I}$	1	3	5
	$10^{-1}$	88.9%	88.9%	89.1%		$10^{-1}$	1900	4300	4300
	$10^{-2}$	88.5%	88.9%	89.9%		$10^{-2}$	4750	12450	15900
	$10^{-3}$	88.2%	88.6%	89.9%		$10^{-3}$	11600	21400	28050
返佣比例	$\gamma \backslash \bar{I}$	1	3	5	收益/损失	$\gamma \backslash \bar{I}$	1	3	5
	$10^{-1}$	88.9%	88.9%	89.1%		$10^{-1}$	2.07	1.43	1.53
	$10^{-2}$	88.5%	88.9%	89.9%		$10^{-2}$	1.10	0.98	0.99
	$10^{-3}$	88.2%	88.6%	89.9%		$10^{-3}$	0.51	0.69	0.70

数据来源：华泰期货研究院

## 结果讨论

这篇报告参考了 Fabien Guilbaud 和 Huyen Pham 的论文 Optimal High Frequency Trading with limit and market orders 构建了沪铜期货的高频做市策略。这个模型可以应用在大跳价商品期货做市上，与经典的 Avellaneda-Stoikov(AS)模型相比 GP 模型更能适应离散报价实际情况。从 GP 模型给出的最优策略看，最优挂单价格和数量都比较符合直观逻辑。从实际效果看，这个模型能够较好地进行做市库存风险管理，在产生较高成交量的同时带来较高的手续费与撤单量。由于 GP 模型只在买一和卖一以及相应加减一个跳价上挂单，这个模型每次交易产生的盈利也非常有限，大多数情况下限价单成交都只有半个跳价，因此产生的做市利润远远低于市场标准手续费，需要较高的手续费返还才能盈利。

## ● 免责声明

此报告并非针对或意图送发给或为任何就送发、发布、可得到或使用此报告而使华泰期货有限公司违反当地的法律或法规或可致使华泰期货有限公司受制于的法律或法规的任何地区、国家或其它管辖区域的公民或居民。除非另有显示，否则所有此报告中的材料的版权均属华泰期货有限公司。未经华泰期货有限公司事先书面授权下，不得更改或以任何方式发送、复印此报告的材料、内容或其复印本予任何其它人。所有于此报告中使用的商标、服务标记及标记均为华泰期货有限公司的商标、服务标记及标记。

此报告所载的资料、工具及材料只提供给阁下作查照之用。此报告的内容并不构成对任何人的投资建议，而华泰期货有限公司不会因接收人收到此报告而视他们为其客户。

此报告所载资料的来源及观点的出处皆被华泰期货有限公司认为可靠，但华泰期货有限公司不能担保其准确性或完整性，而华泰期货有限公司不对因使用此报告的材料而引致的损失而负任何责任。并不能依靠此报告以取代行使独立判断。华泰期货有限公司可发出其它与本报告所载资料不一致及有不同结论的报告。本报告及该等报告反映编写分析员的不同设想、见解及分析方法。为免生疑，本报告所载的观点并不代表华泰期货有限公司，或任何其附属或联营公司的立场。

此报告中所指的投资及服务可能不适合阁下，我们建议阁下如有任何疑问应咨询独立投资顾问。此报告并不构成投资、法律、会计或税务建议或担保任何投资或策略适合或切合阁下个别情况。此报告并不构成给予阁下私人咨询建议。

华泰期货有限公司 2019 版权所有并保留一切权利。

## ● 公司总部

地址：广东省广州市越秀区东风东路761号丽丰大厦20层、29层04单元

电话：400-6280-888

网址：www.htfc.com