Эта страница не показывается во время лекции. Она носит вспомогательный характер. Она - краткое содержание курса.

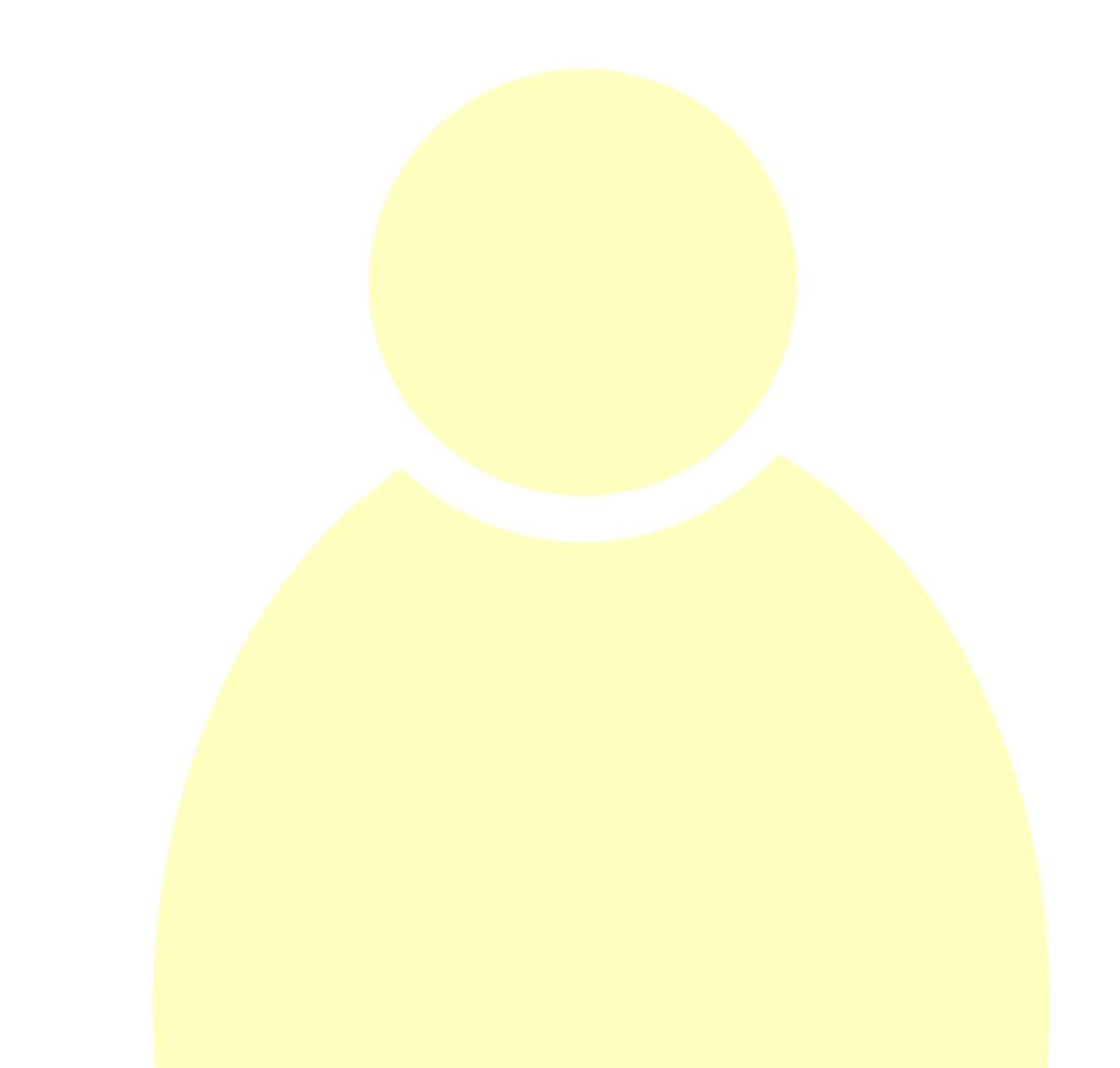
- 1. обозначения для 1, -1, слова о том, что минус перед скобкой просто меняет цвет всего, что внутри
- 2. задачи: нарисовать 4, -2, -(-3)
 - 3. обозначения для х, -х, рисуем разные линейные функции
- 4. задачи: нарисовать 2x+3, 4x-2, 3(2x-5), -3(2x-5), -(5x-7)
- 5. эквивалентные количества зелёного и красного могут аннигилировать или же появляться попарно из ниоткуда
 - 6. задачи: двухступенчатое «нарисуй, а потом упрости»
- 7. подстановка известного х в наше графическое выражение; задачи на это 8. учимся рисовать квадратный трёхчлен и ху
- 9. учимся умножать (х-2)(х-5) графически; задачи
- 10. учимся делить x^2+5x+6 на x+3 графически; задачи

NB! Это версия под названием
«только кадры».
В этой версии файла
вырезаны все
комментарии к сценарию,
ответы к задачам etc. словом, вырезаны все
вспомогательные слайды.

Разумеется, есть версия этого же файла, где ничего не вырезано.

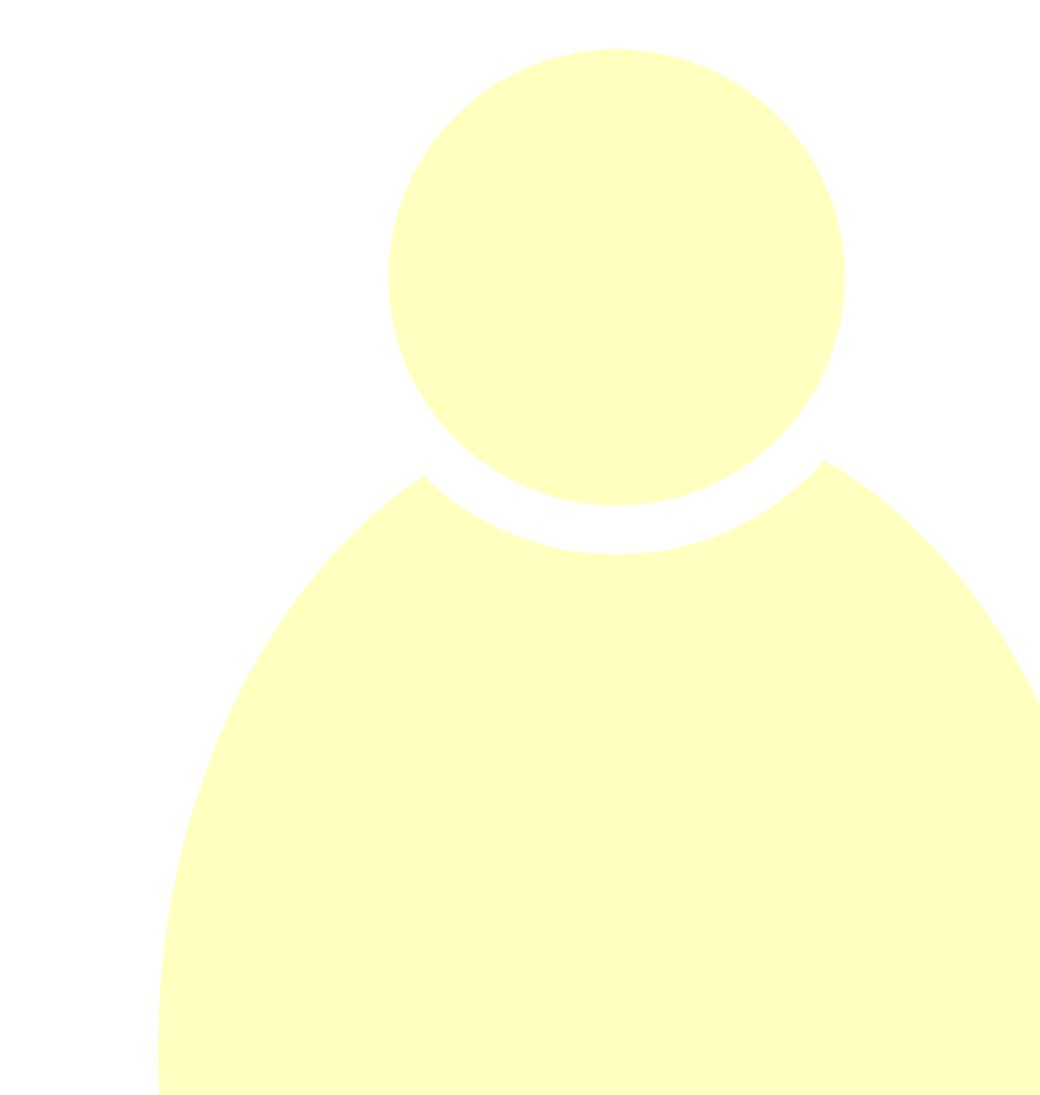
О задачах. Общая концепция такова: если ребёнок не отвечает правильно с первого раза, он тут же огребает три абсолютно аналогичные задачи. Их мы нагенерируем, когда всё это будет переложено на веб-портал.

Ты раньше много раз решал(а) какие-то уравнения.



Ты раньше много раз решал(а) какие-то уравнения. Какие-то буквы х





Ты раньше много раз решал(а) какие-то уравнения. Какие-то буквы х, у

$$2x + 3 = 5$$

$$4y^2 - 1 = 0$$

Ты раньше много раз решал(а) какие-то уравнения. Какие-то буквы х, у, (a+b)*а

$$2x + 3 = 5$$

$$4y^2 - 1 = 0$$

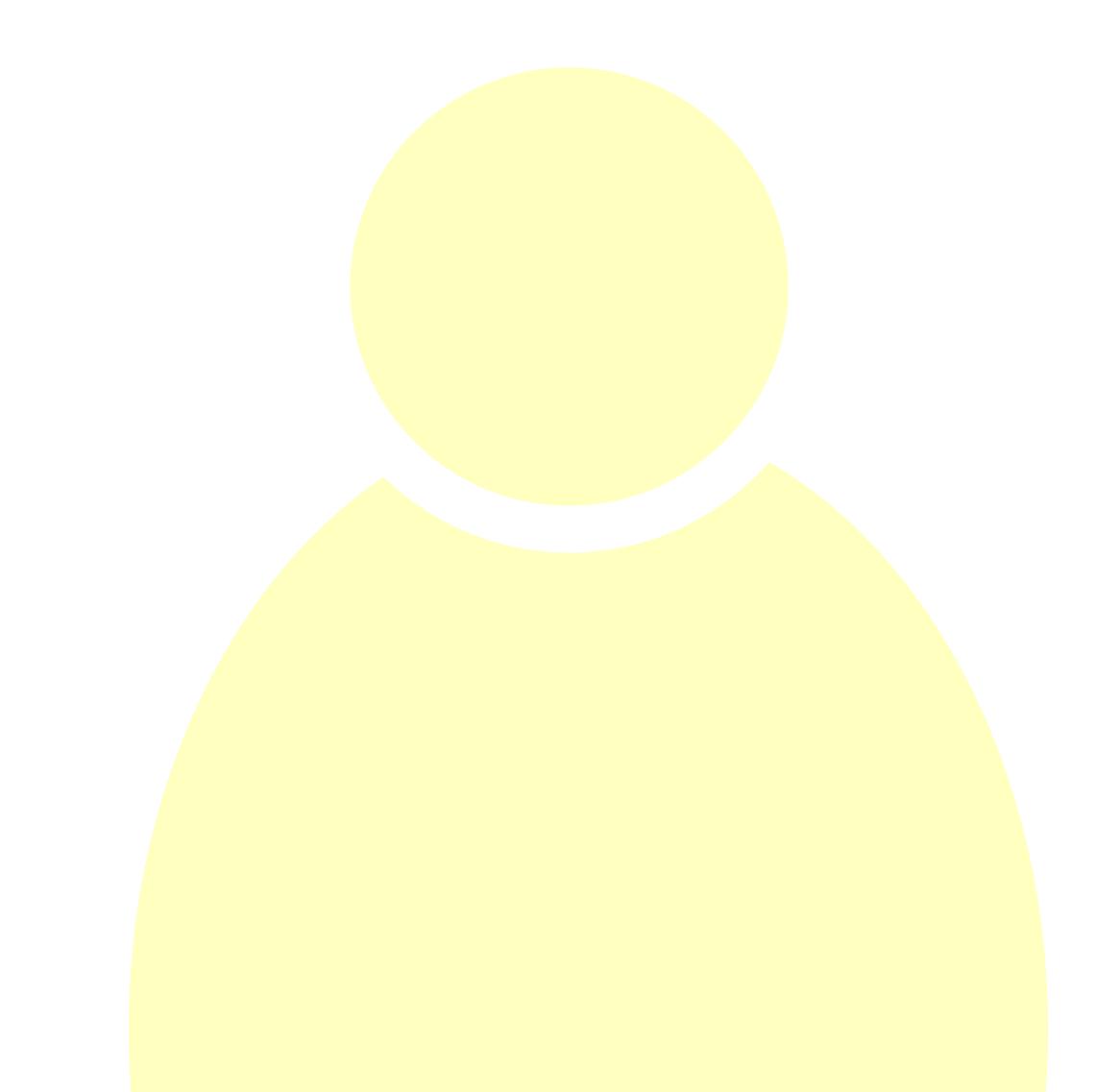
Ты раньше много раз решал(а) какие-то уравнения. Какие-то буквы х, у, (a+b)*а, упростить выражение.

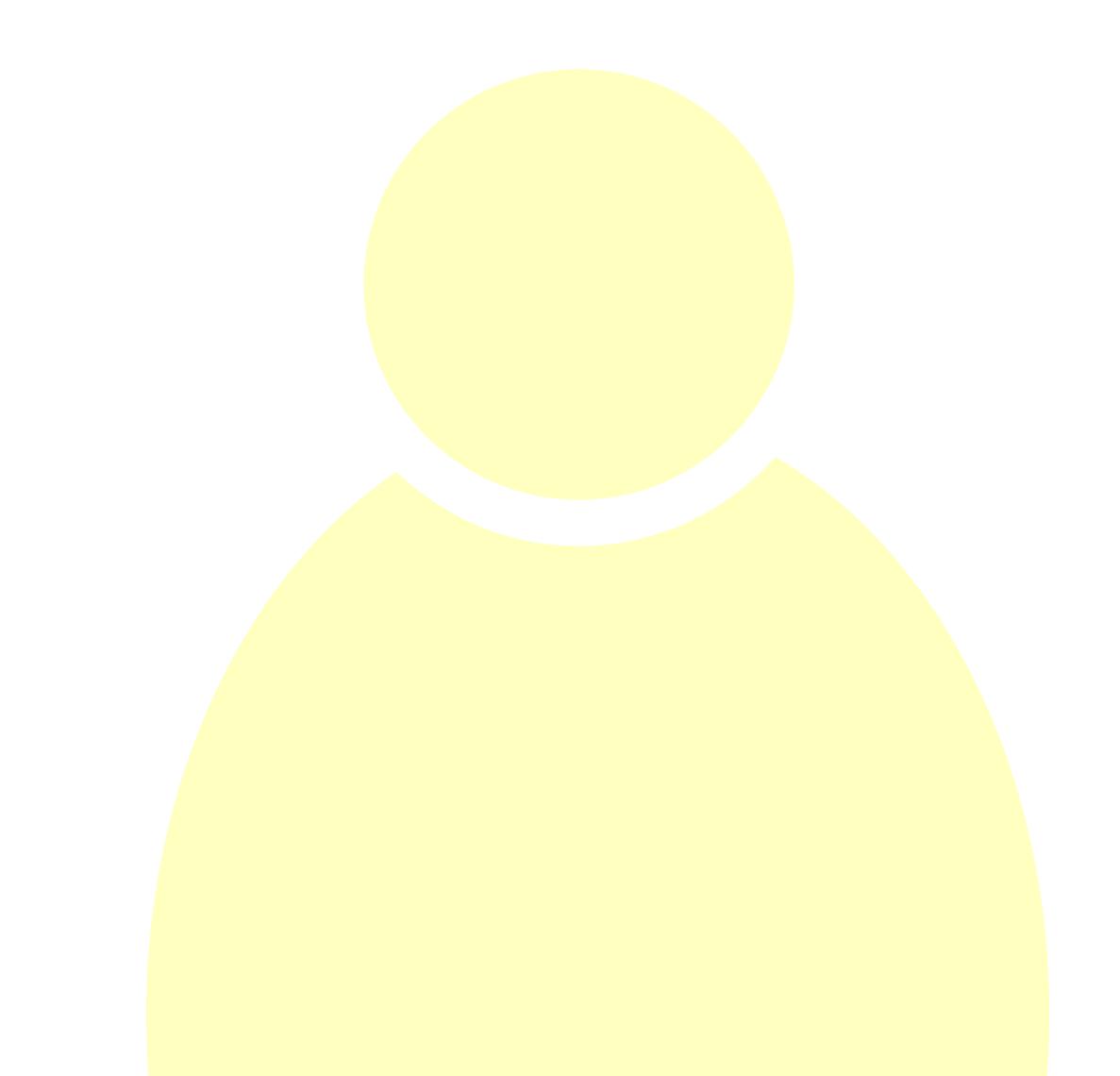
$$2x + 3 = 5$$

$$4y^2 - 1 = 0$$

$$(a^2 - b^2)$$
: $(a + b)$

Ты раньше много раз решал(а) какие-то уравнения. Какие-то буквы х, у, (a+b)*а, упростить выражение. Теперь мы сделаем из этого игру.



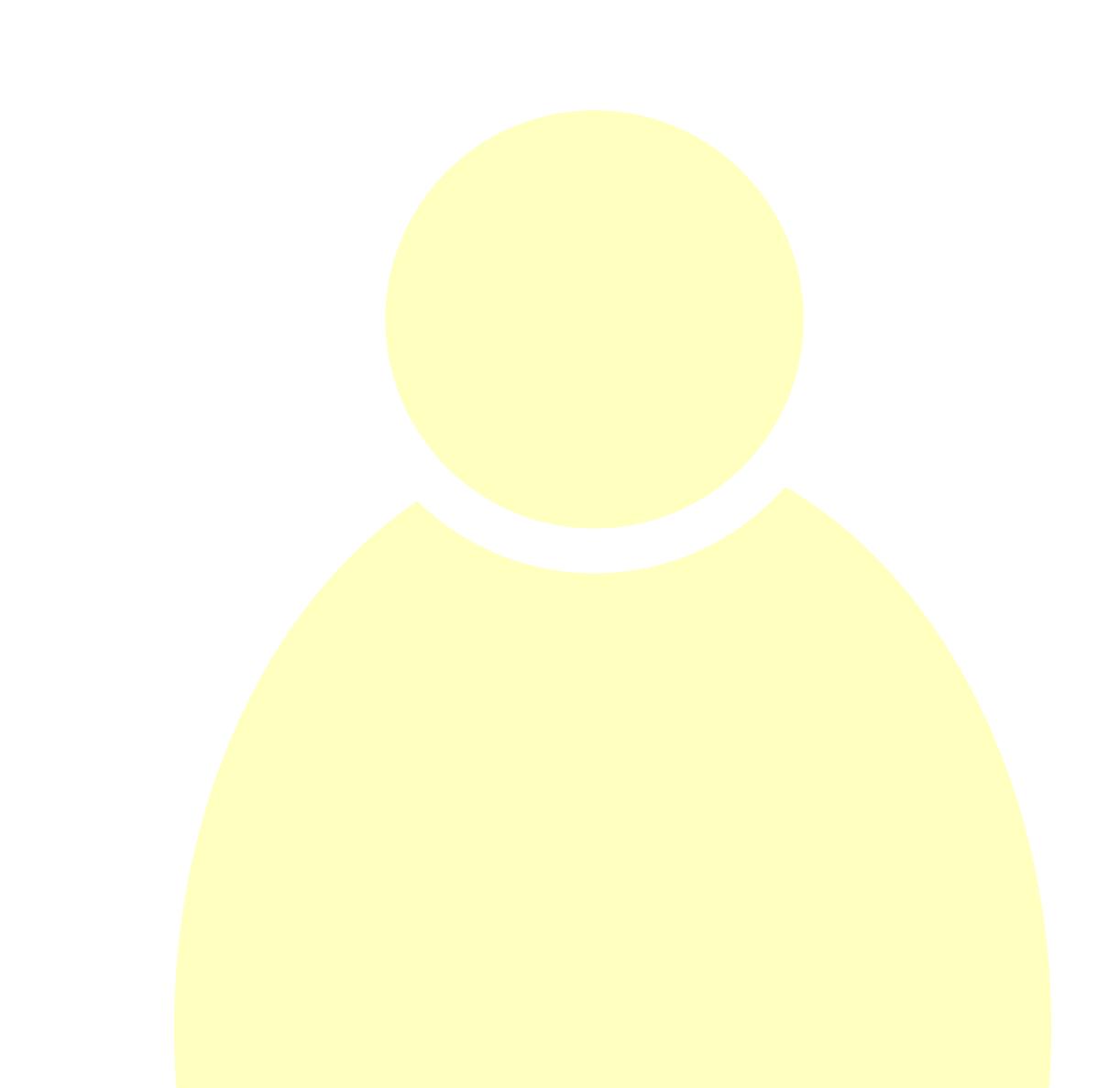


Например, вот это - два:

Например, вот это - два:

А вот это - пять:

Число -1 будем обозначать таким же квадратиком, но красным.



Число -1 будем обозначать таким же квадратиком, но красным.



Число -1 будем обозначать таким же квадратиком, но красным.

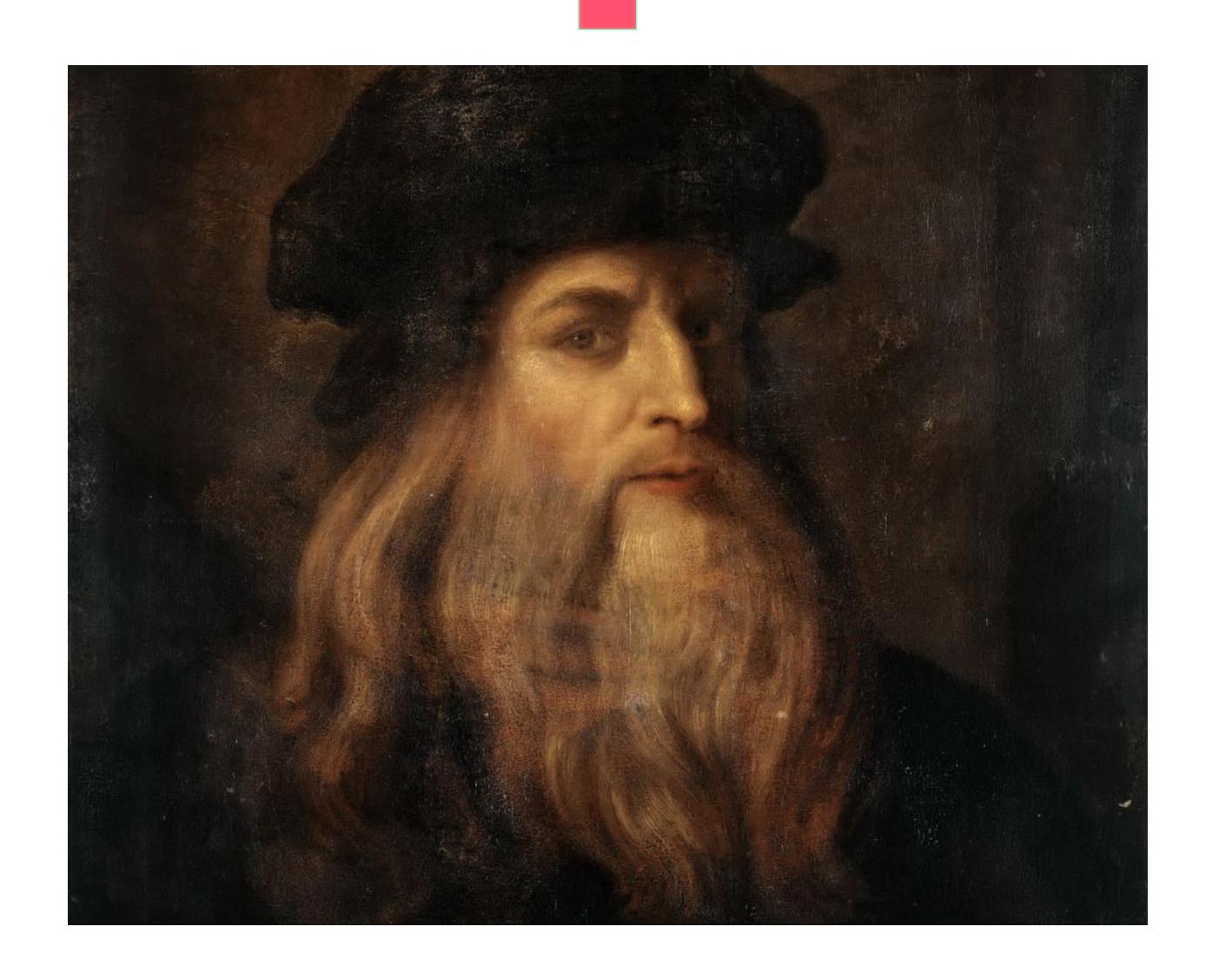


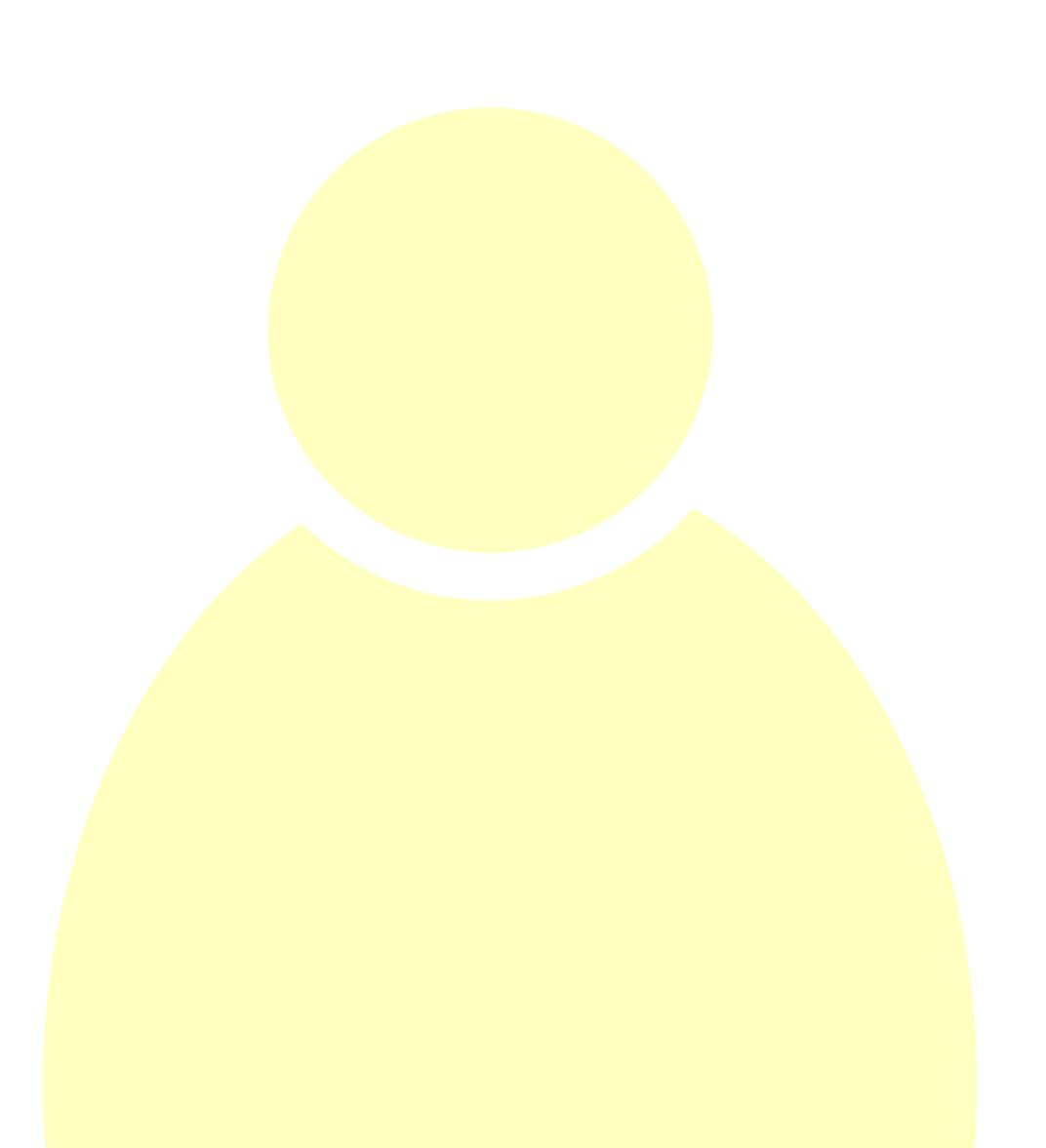
Вот очень много красных квадратиков:

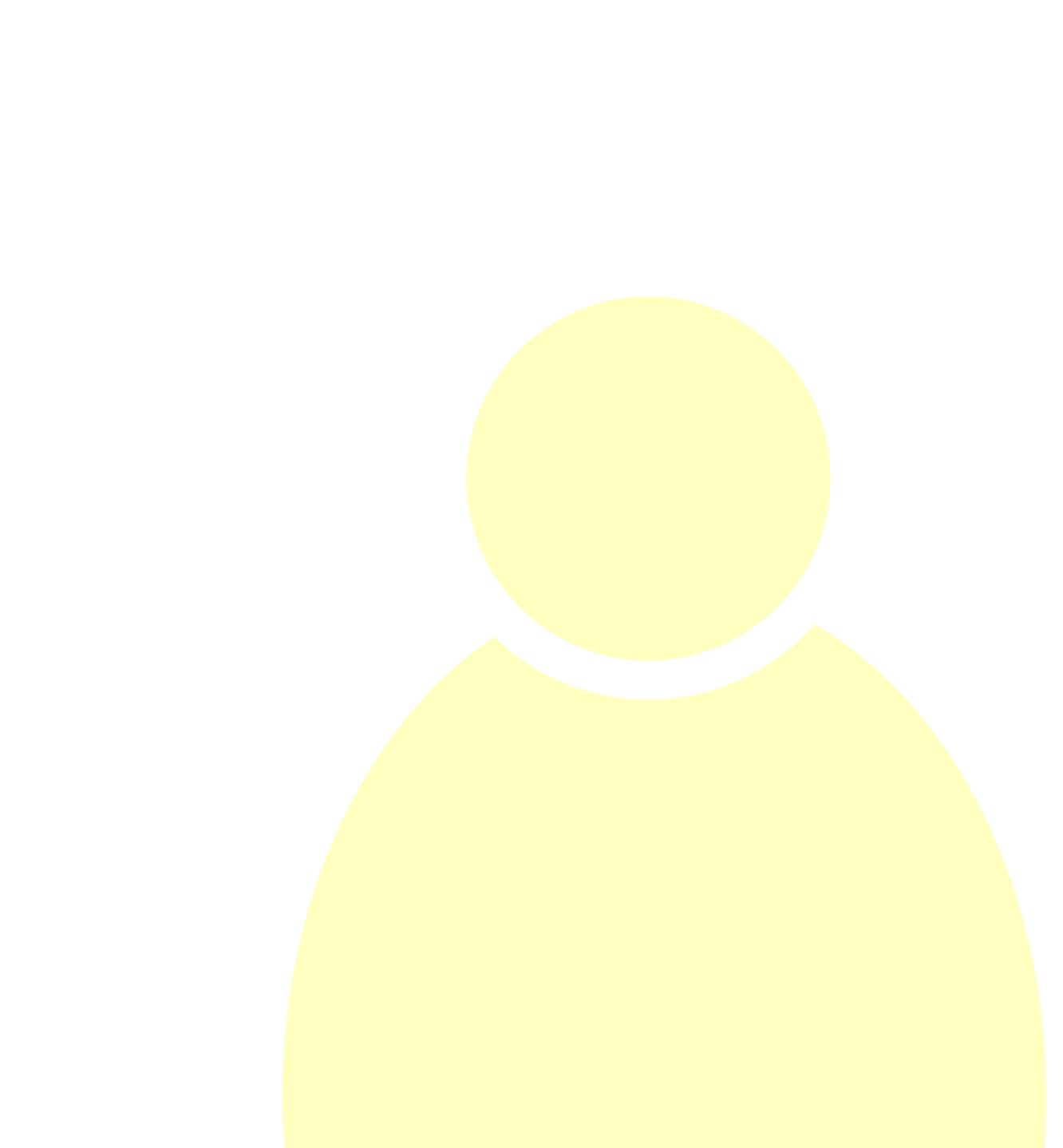
Число -1 будем обозначать таким же квадратиком, но красным.

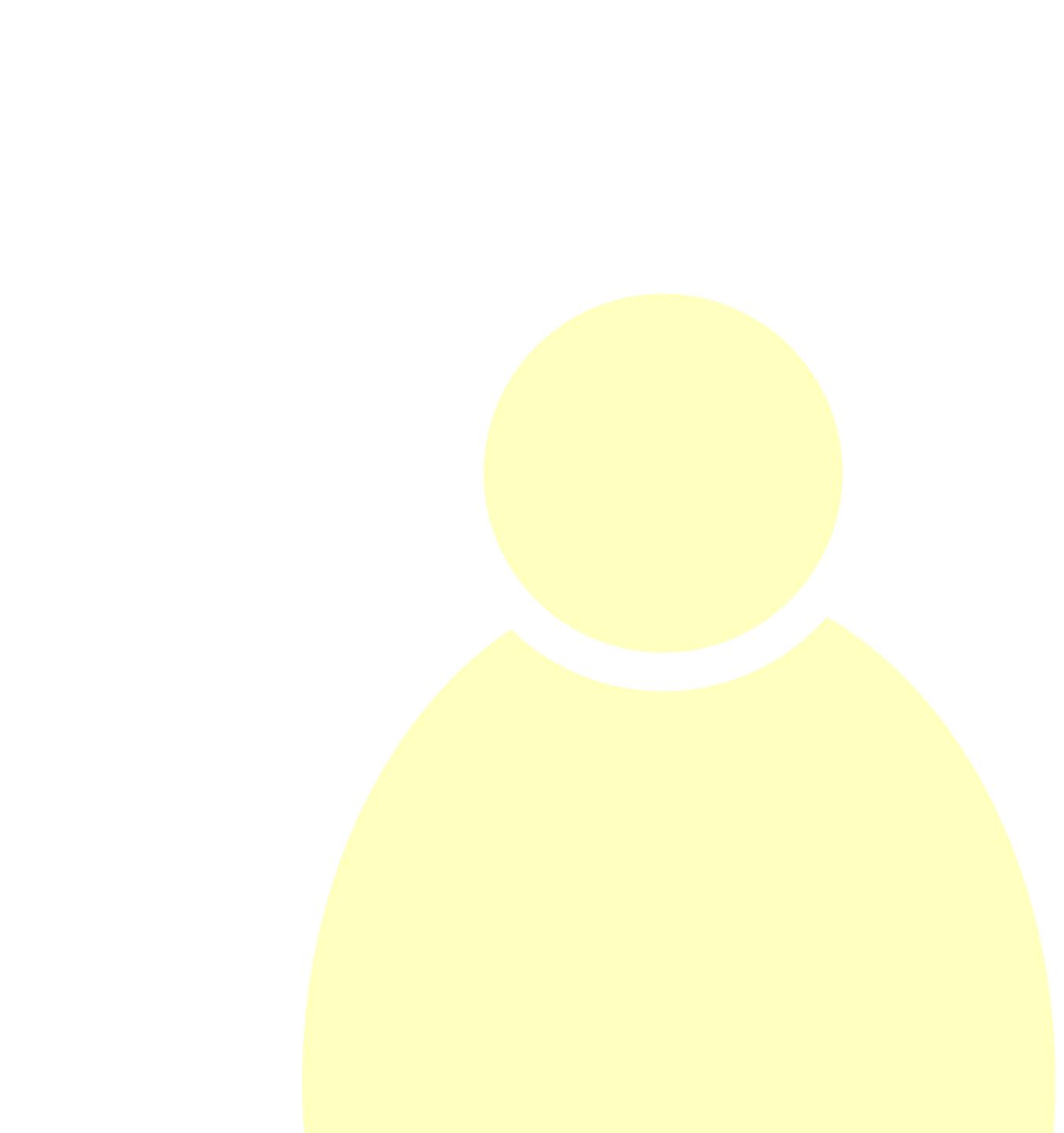


Число -1 будем обозначать таким же квадратиком, но красным.

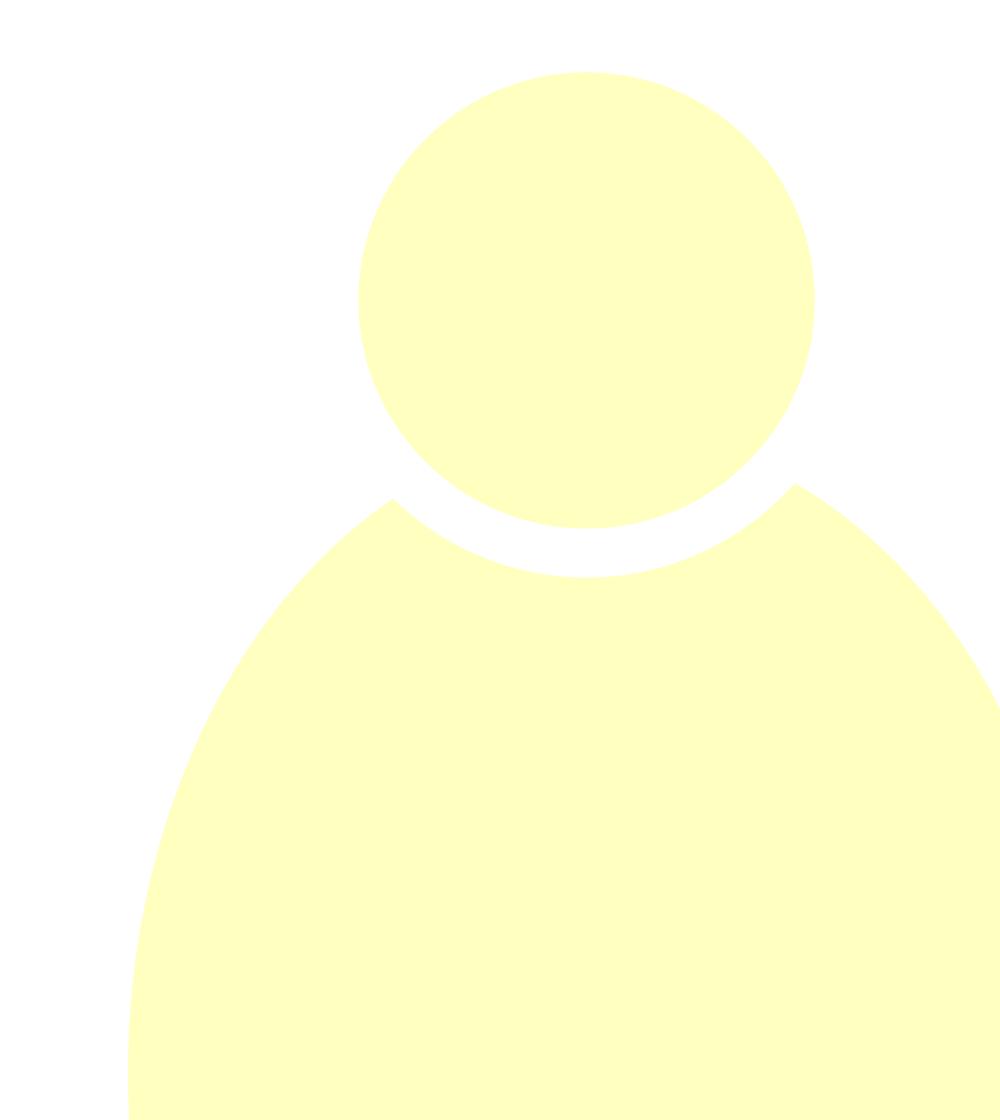








Хорошо, а как нарисовать - (-1)?



Как ты, наверное, уже знаешь, -(-1) = 1. Грубо говоря, потому, что вычитание — это когда ты лишаешься чего-то, а в случае вычитания минус единицы ты лишаешься «долга» в 1.

Другой способ объяснить это - заметить, что результат вычитания

не меняется, если к вычитаемому и исходному числу добавлять одинаковые:

$$3 - 1 = 7 - 5 = 8 - 6$$

$$\Pi O \exists T O M Y$$

$$-(-1) = 0 - (-1) = (0+3) - (-1 + 3) = 3 - 2 = 1.$$

Как ты, наверное, уже знаешь, -(-1) = 1. Грубо говоря, потому, что вычитание — это когда ты лишаешься чего-то, а в случае вычитания минус единицы ты лишаешься «долга» в 1.

Другой способ объяснить это — заметить, что результат вычитания

не меняется, если к вычитаемому и исходному числу добавлять одинаковые:

$$3 - 1 = 7 - 5 = 8 - 6$$

$$\Pi O \exists T O M Y$$

$$-(-1) = 0 - (-1) = (0+3) - (-1 + 3) = 3 - 2 = 1.$$

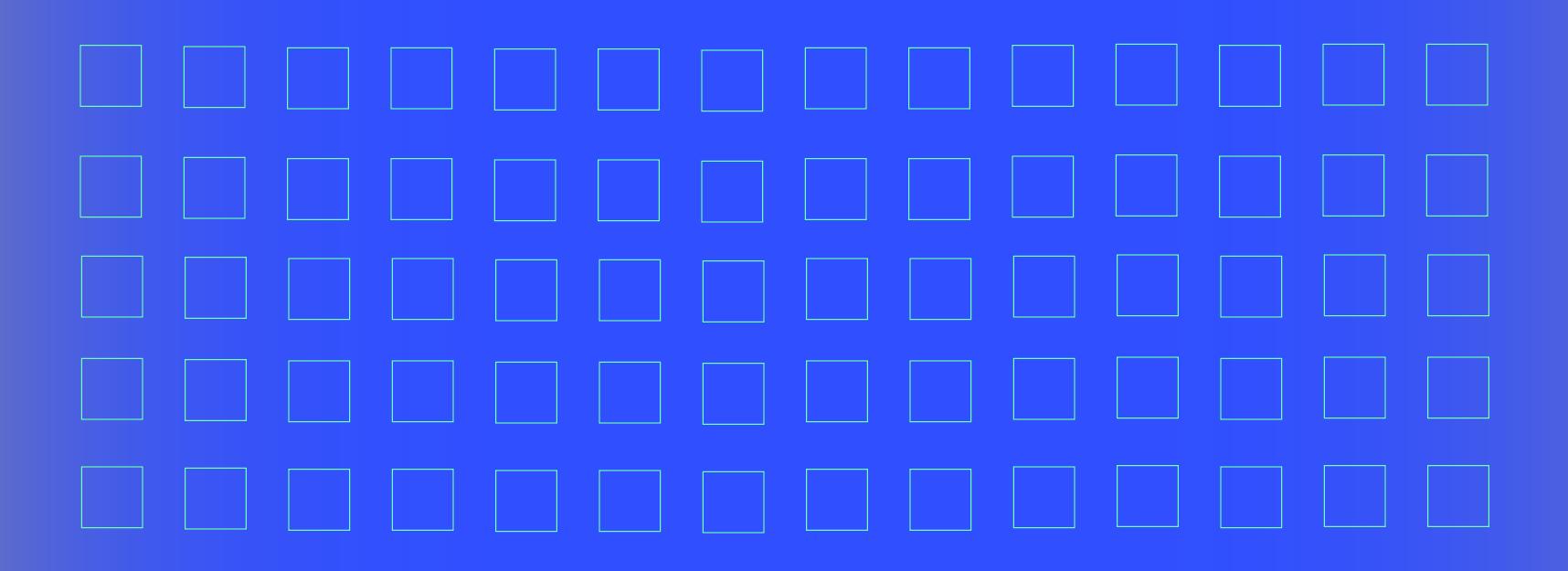
Поскольку -(-1) = 1, -(-1) мы нарисуем всё тем же зелёным квадратиком:

Теперь я нарисую число -(-(-(-(-(-(-2)))))), а ты смотри :)

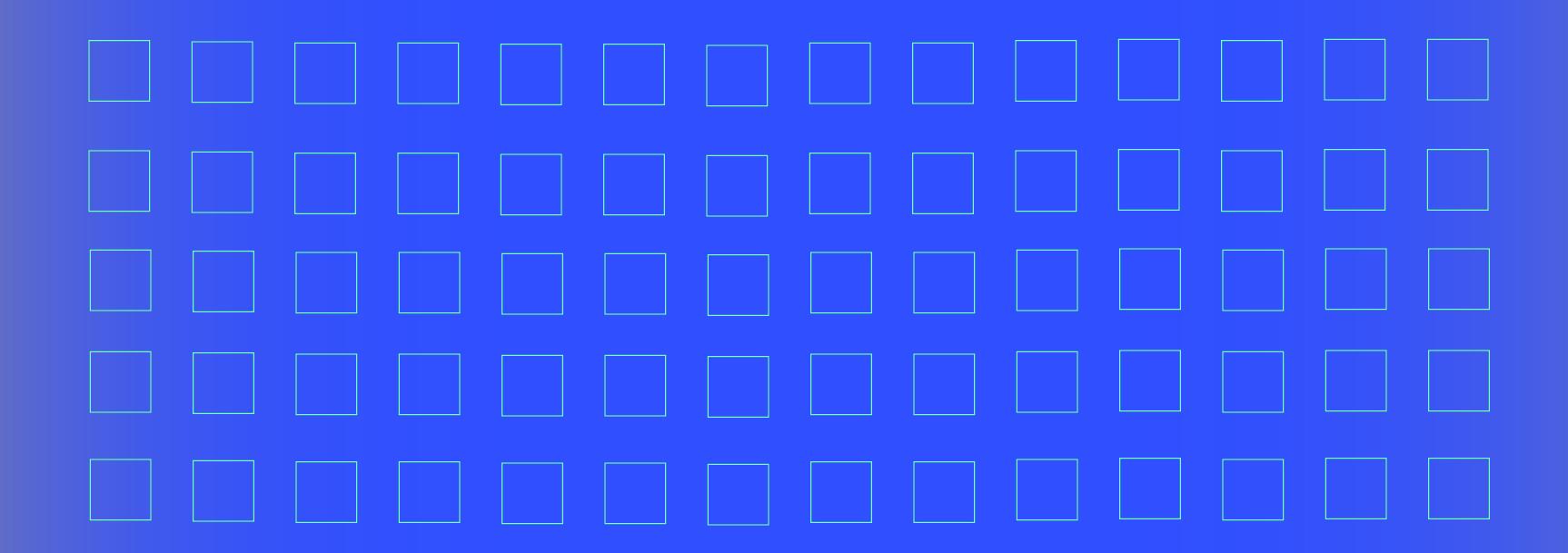
Теперь я нарисую число -(-(-(-(-(-(-2)))))), а ты смотри:

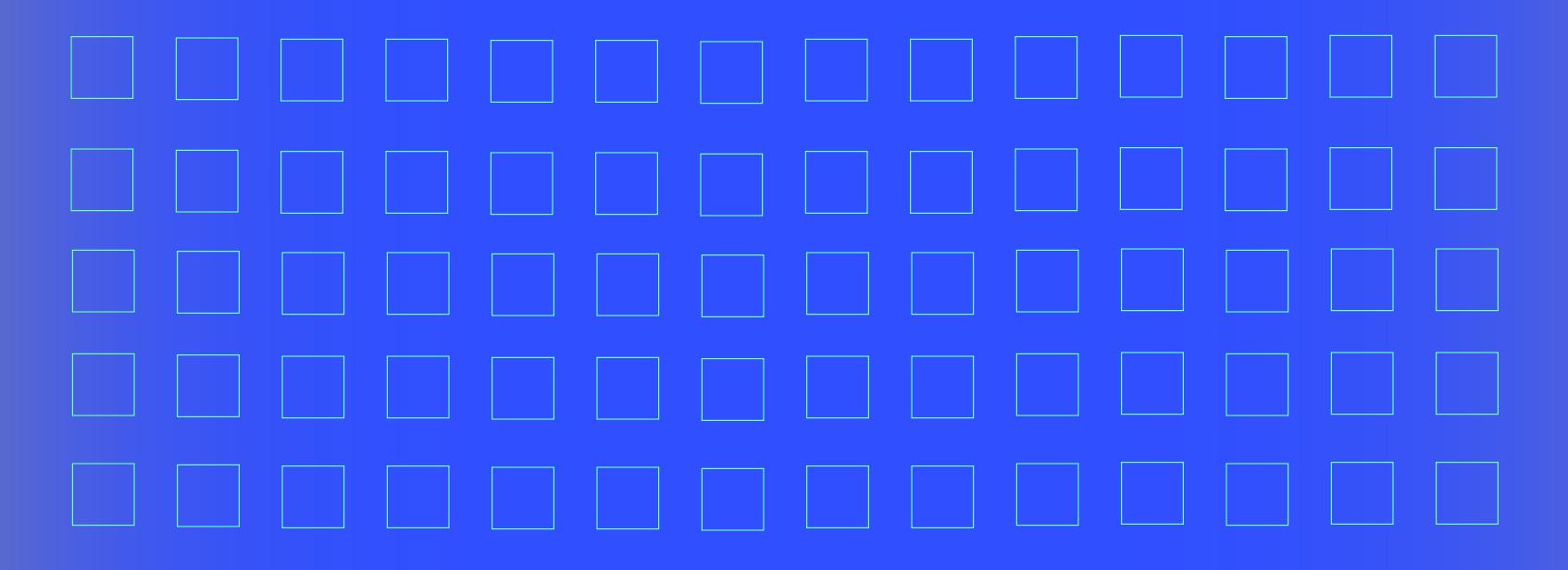
Как видно, знак «-» перед скобкой означает, что просто нужно поменять цвет того, что в скобке.

Как нарисовать 4?



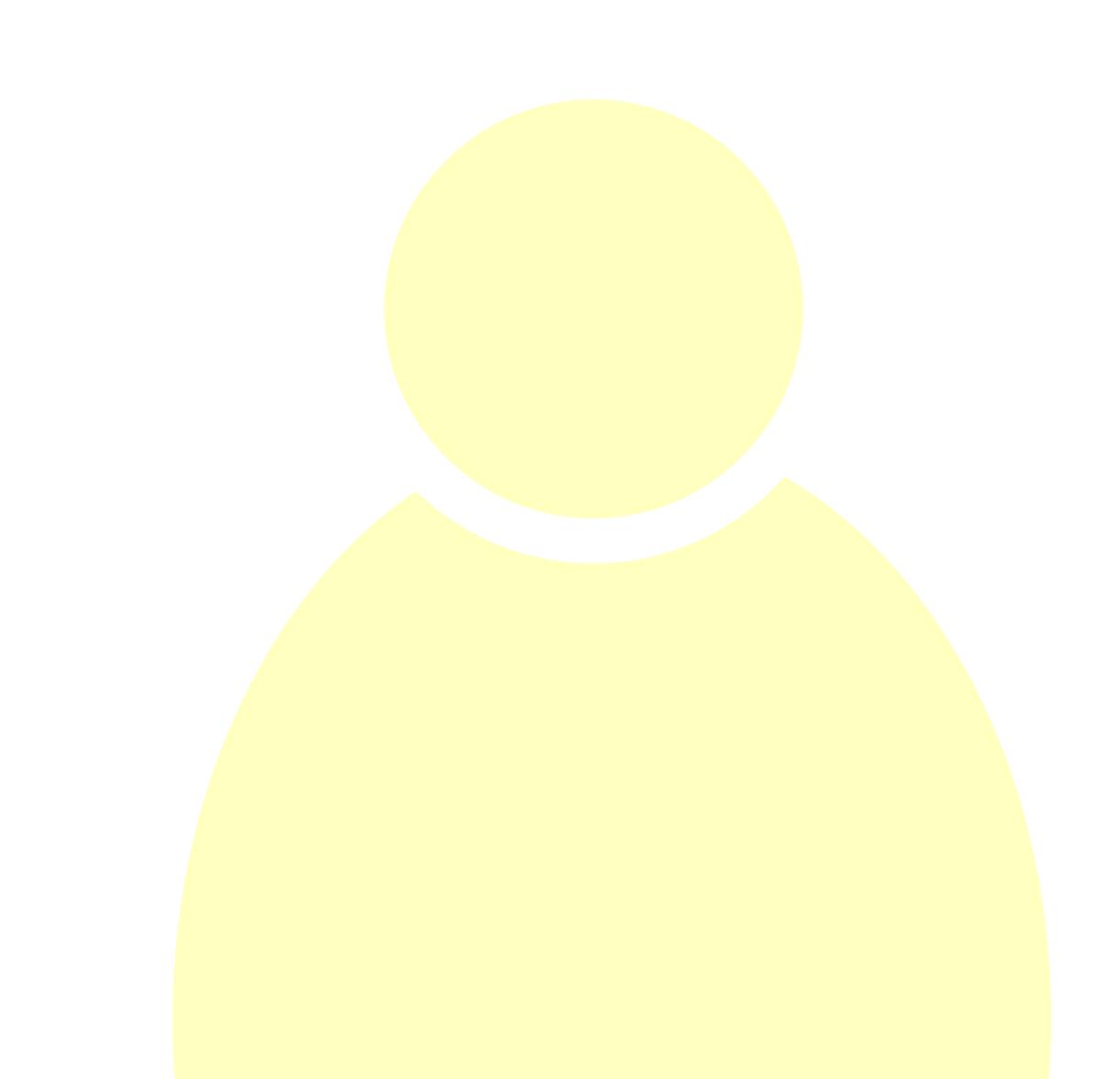
А -2 как нарисовать?

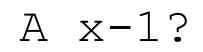


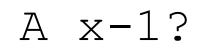


Неизвестную переменную х будем обозначать зелёной полосочкой неизвестной длины. Неизвестную переменную х будем обозначать зелёной полосочкой неизвестной длины.

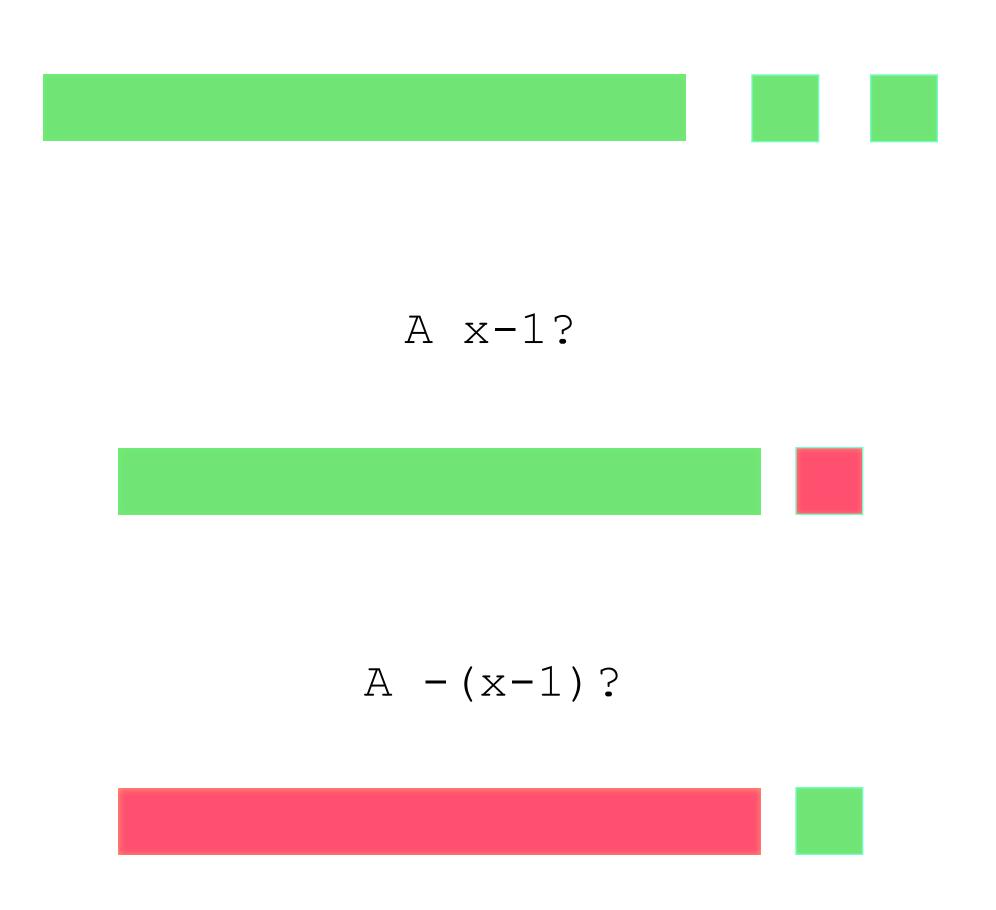
Как изобразить теперь -x? Конечно, нарисовать её же и просто поменять цвет:







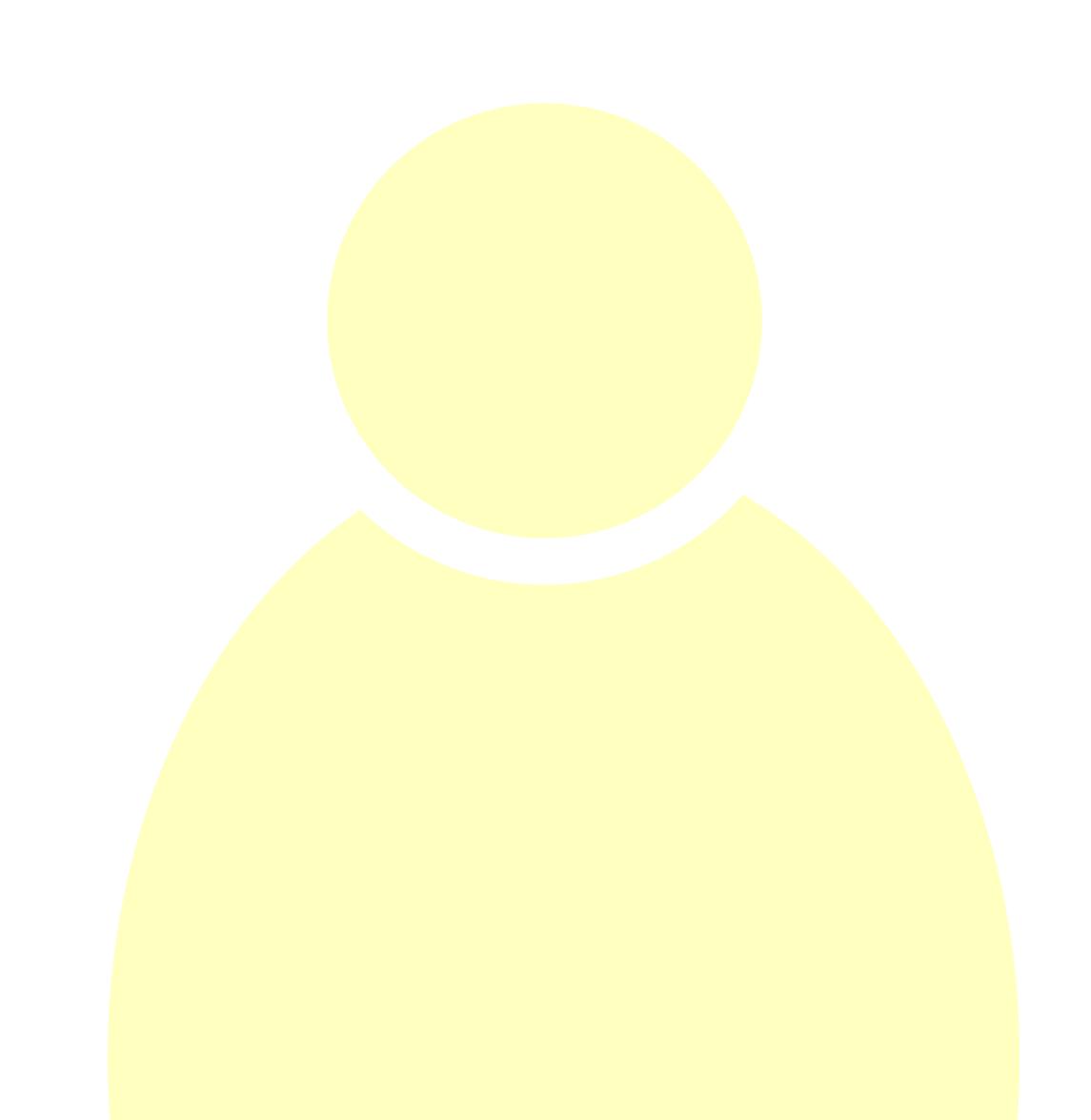
$$A - (x-1)$$
?



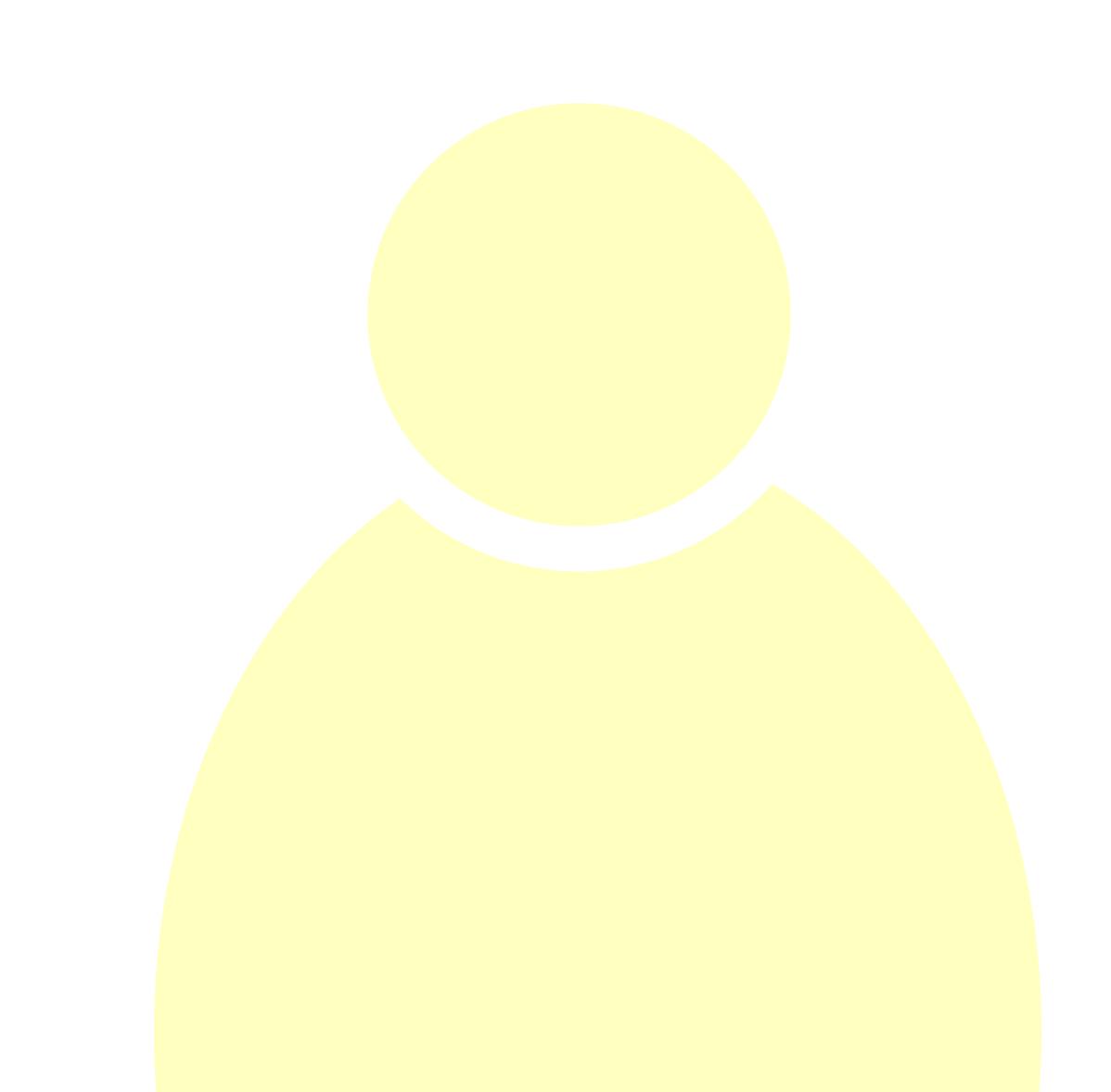
Конечно - надо было просто поменять цвет.

Как изобразить 3х-4?





A как насчёт 3(х+2)?



A как насчёт 3 (x+2)?

Ясно, что

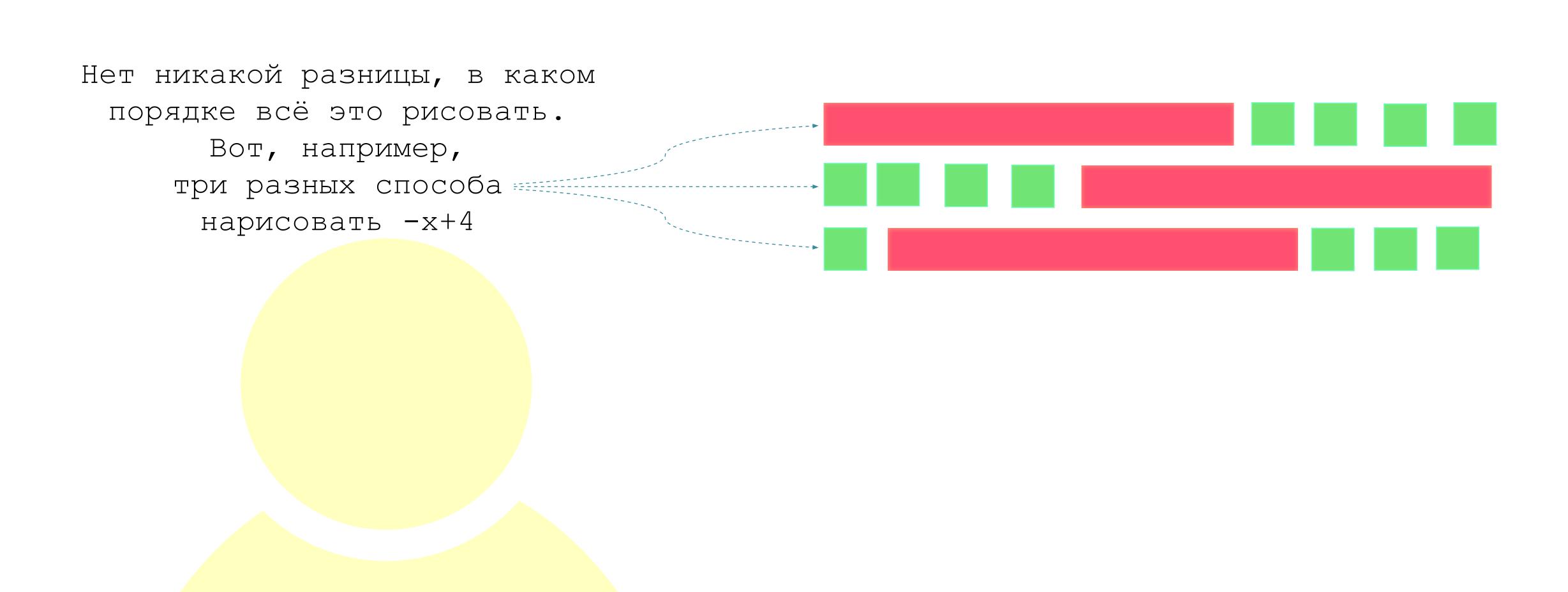
$$3(x+2) = (x+2) + (x+2) + (x+2)$$

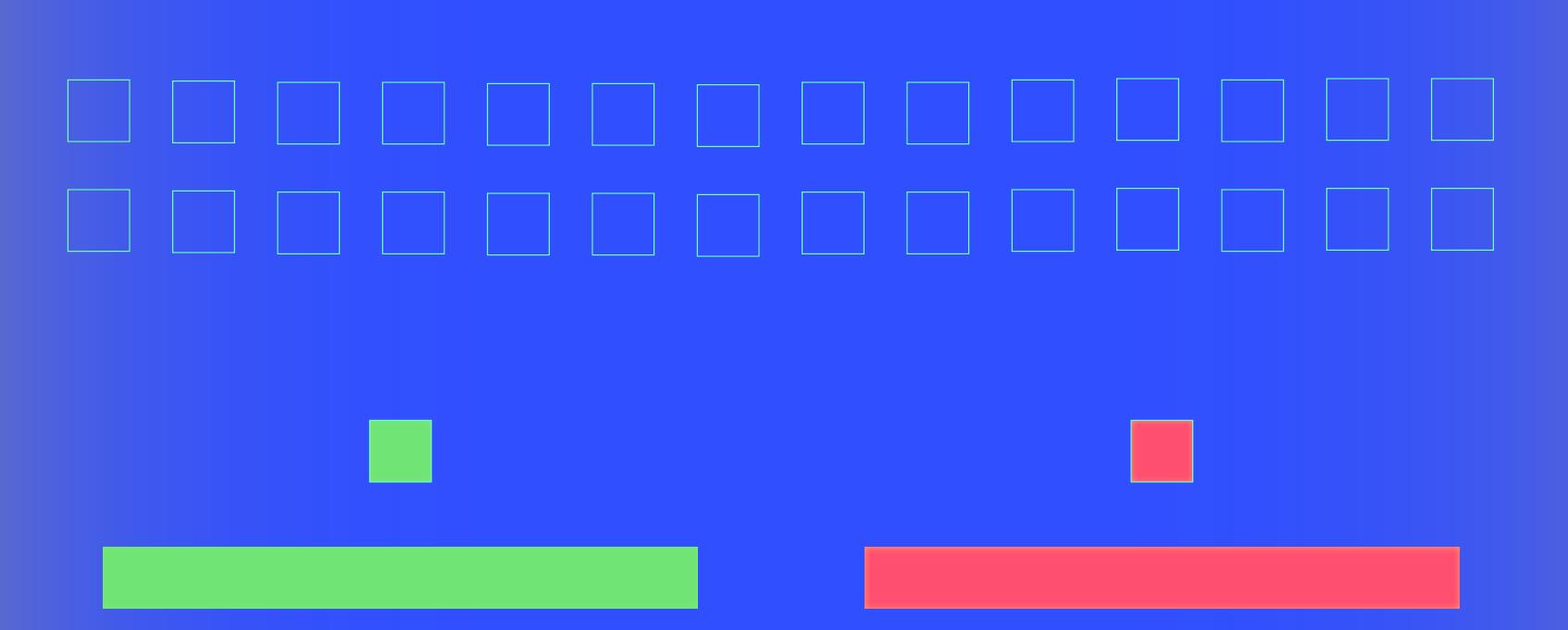
Поэтому

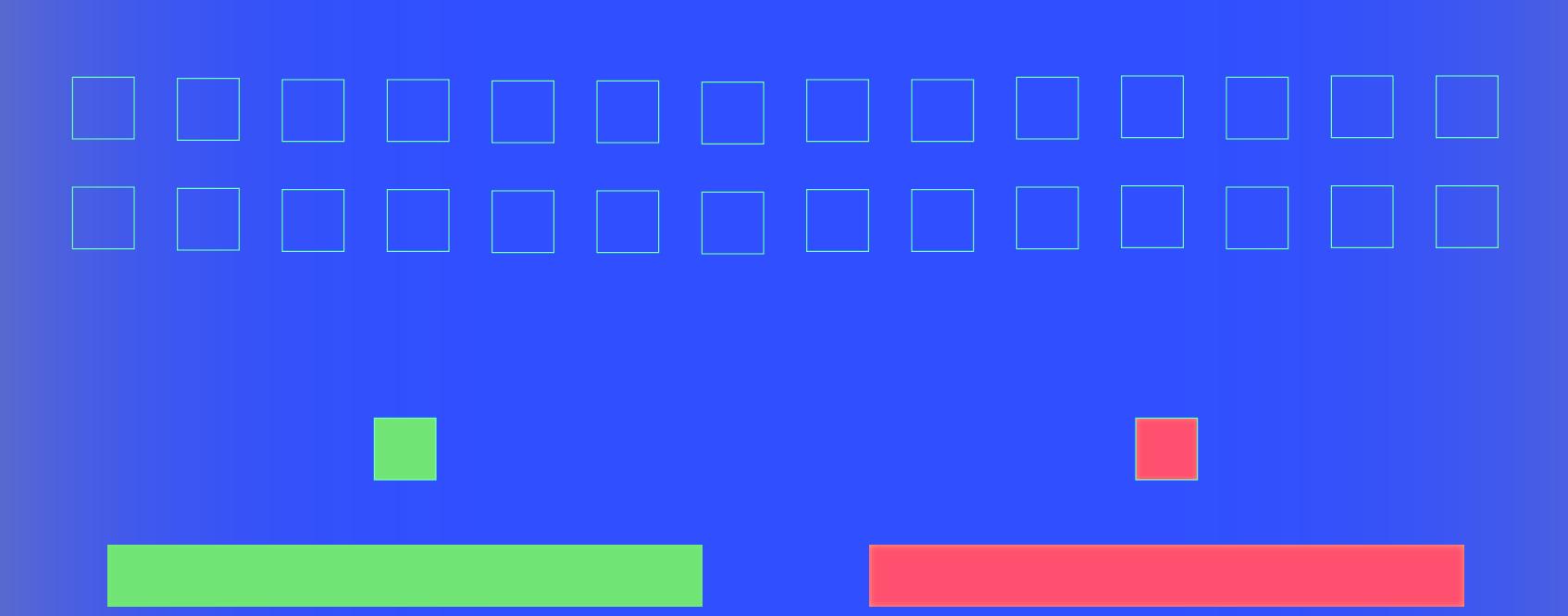
A как насчёт 3 (x+2)?

Ясно, что
$$3(x+2) = (x+2) + (x+2) + (x+2)$$
 Поэтому





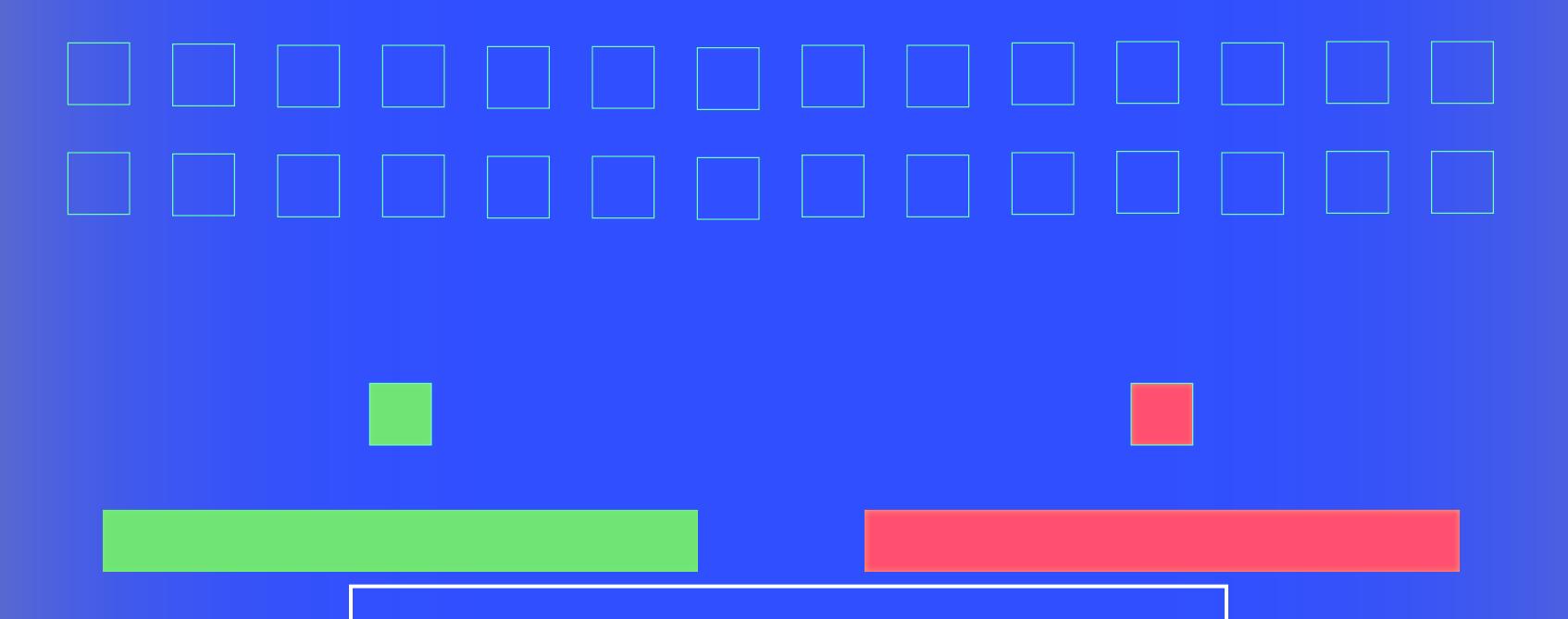




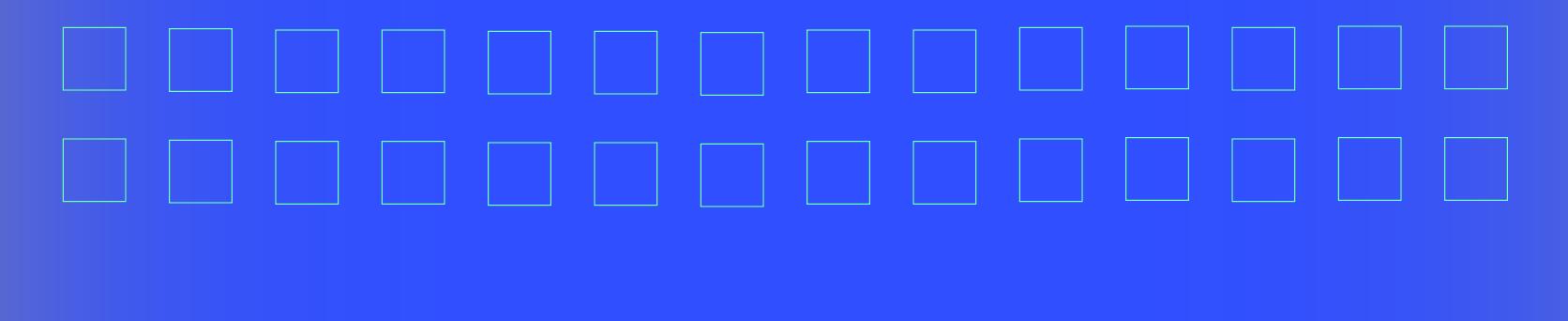
A 3(2x-5) как нарисовать?





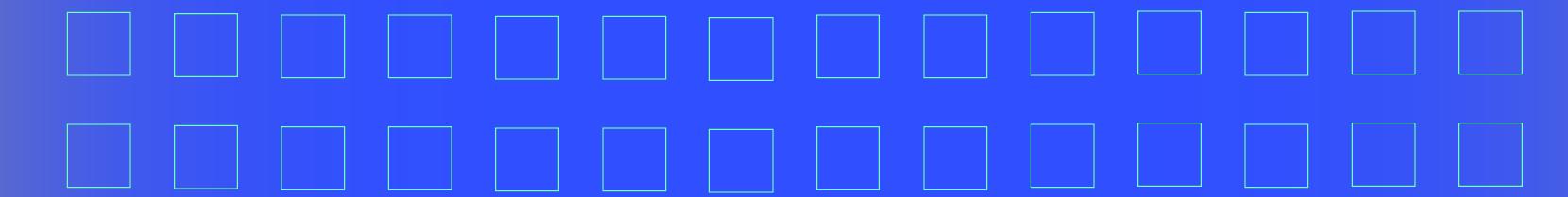


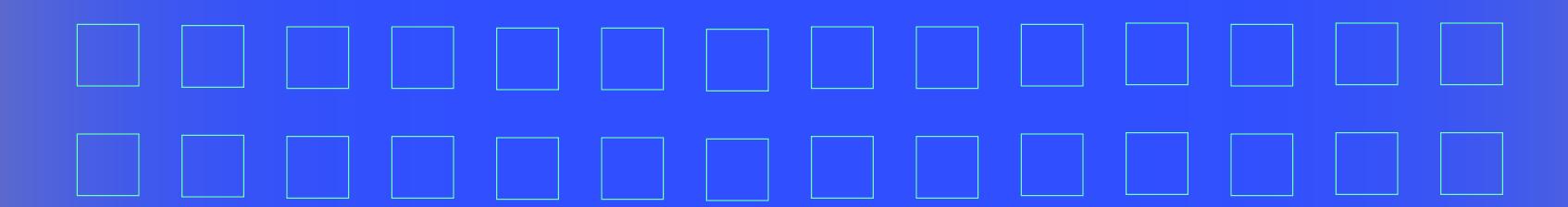
инвертировать цвет



Нарисуй, а потом упрости:

$$2x + 4 + x + 2$$



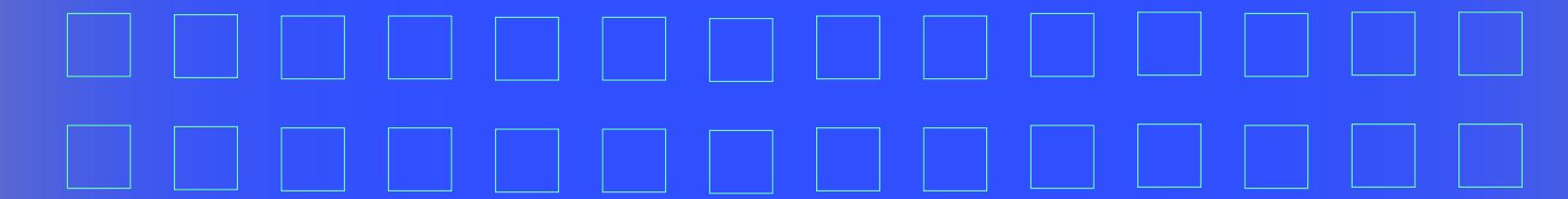


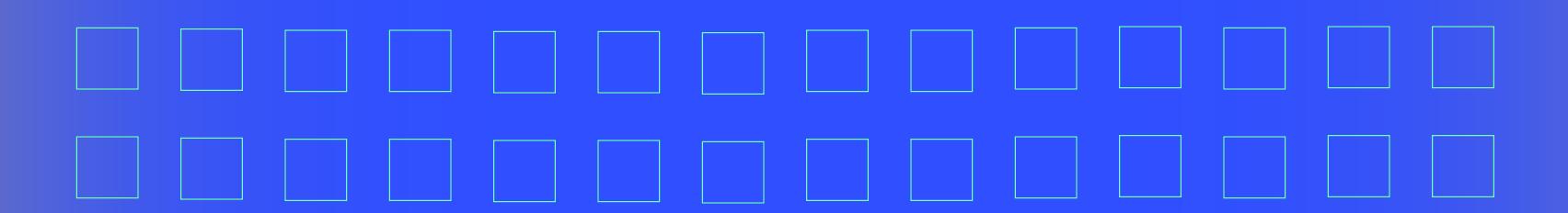
Отлично. Теперь упрости это:

Например, - 3х + 1

Нарисуй, а потом упрости:

$$-3x + 1 + x + 3$$



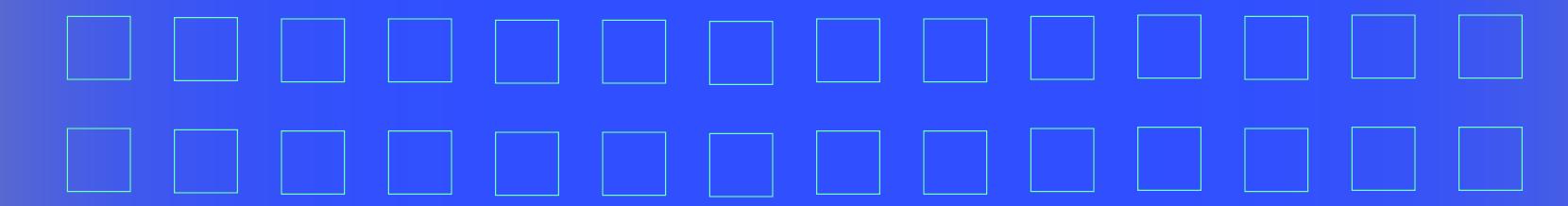


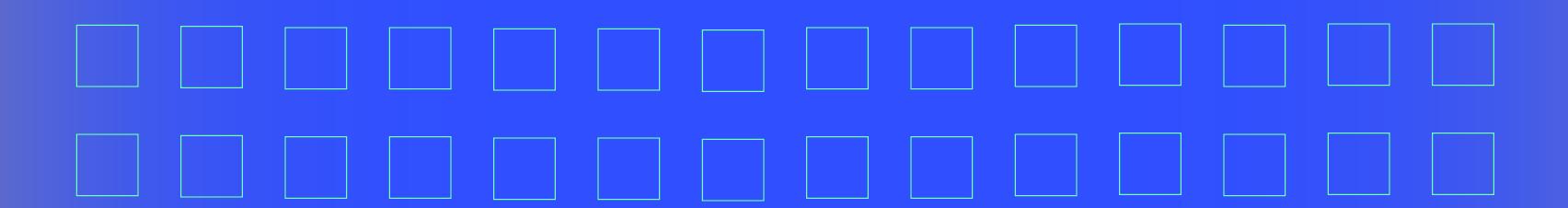
Отлично. Теперь упрости это:

Например, 2х + 5

Нарисуй, а потом упрости:

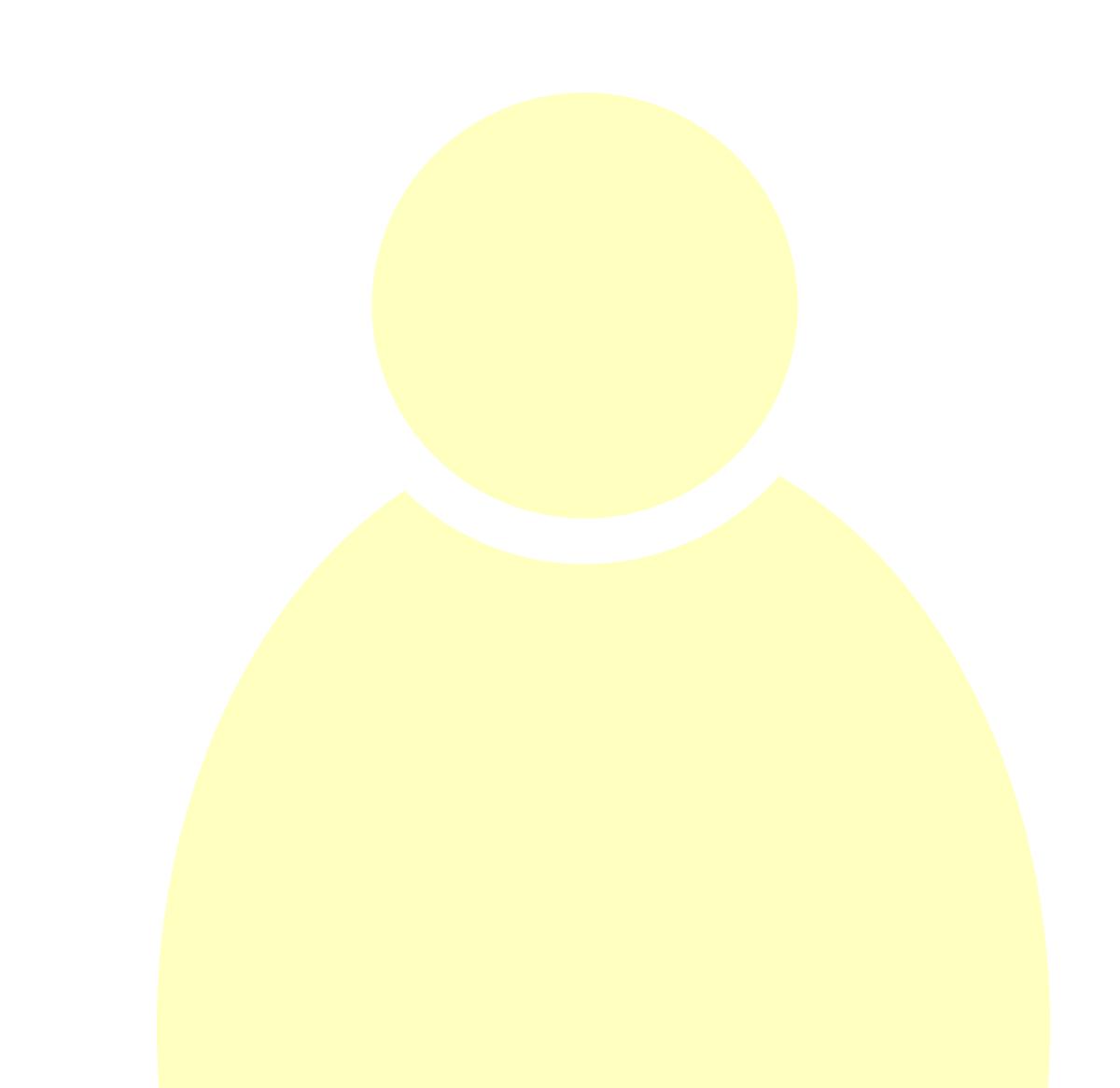
$$3x - 1 - 2x + 4$$





Отлично. Теперь упрости это:

Например, - х - 5



Однако, если вдруг неизвестная стала известной (нас похлопали по плечу и рассказали), то мы можем спокойно заменить эту полосочку на сколько нужно квадратиков.

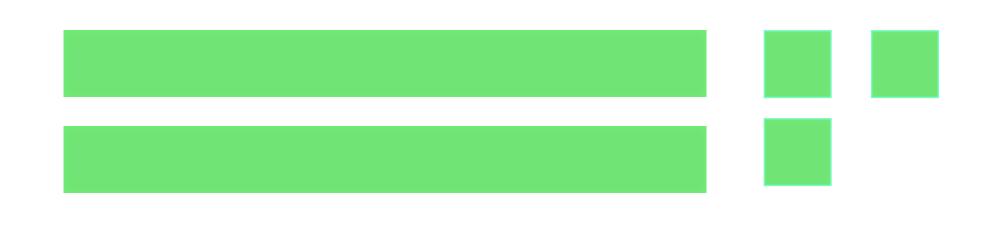
Однако, если вдруг неизвестная стала известной (нас похлопали по плечу и рассказали), то мы можем спокойно заменить эту полосочку на сколько нужно квадратиков.

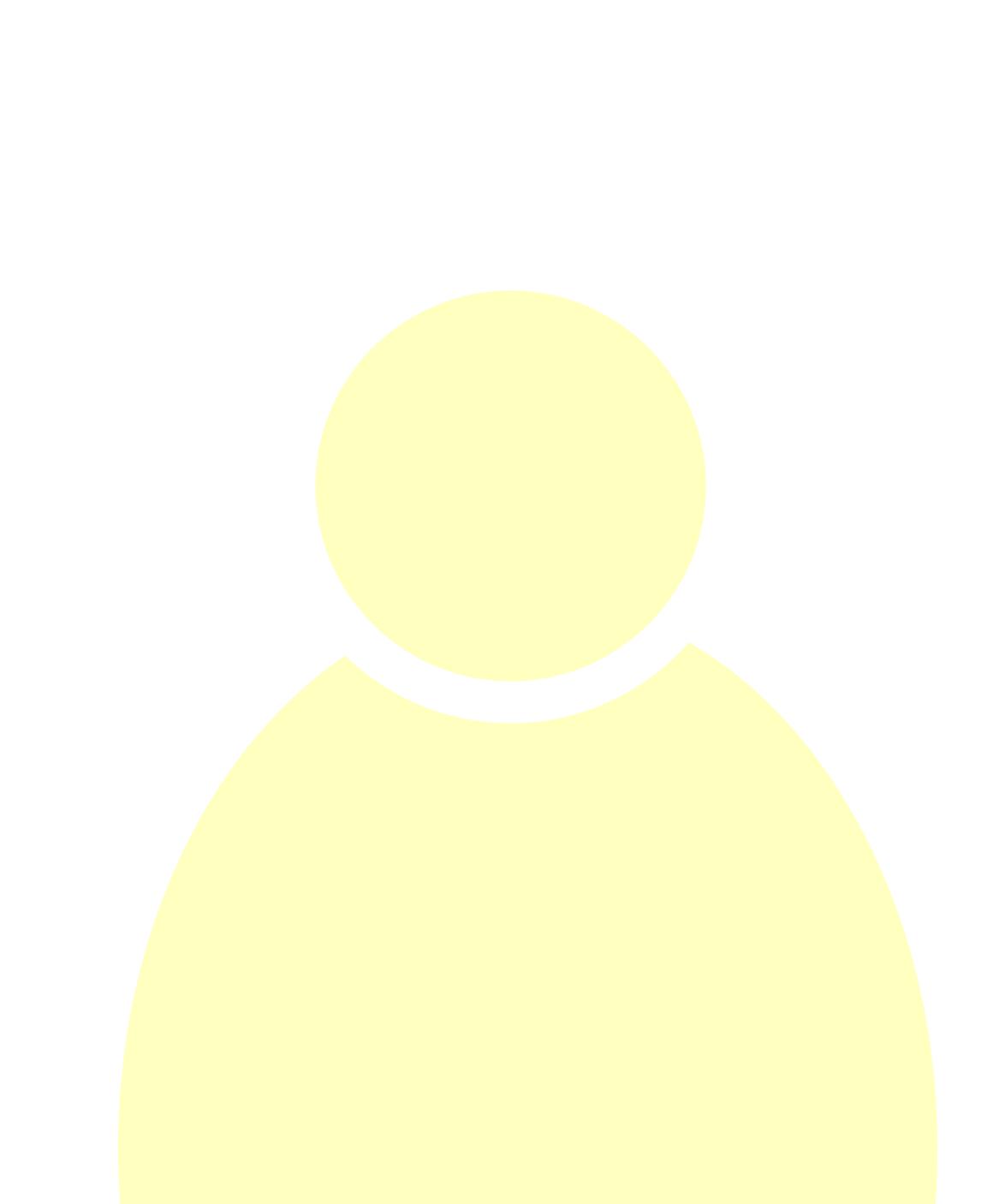
Например, мама принесла домой сколько-то айпадов.

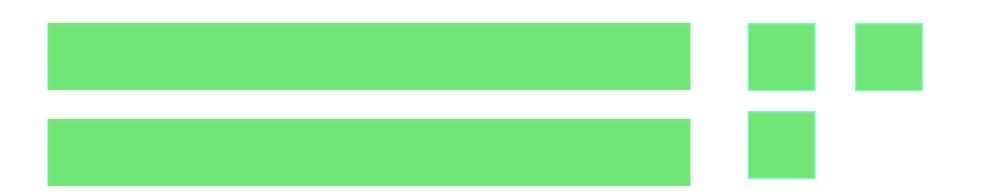
Однако, если вдруг неизвестная стала известной (нас похлопали по плечу и рассказали), то мы можем спокойно заменить эту полосочку на сколько нужно квадратиков.

Например, мама принесла домой сколько-то айпадов.

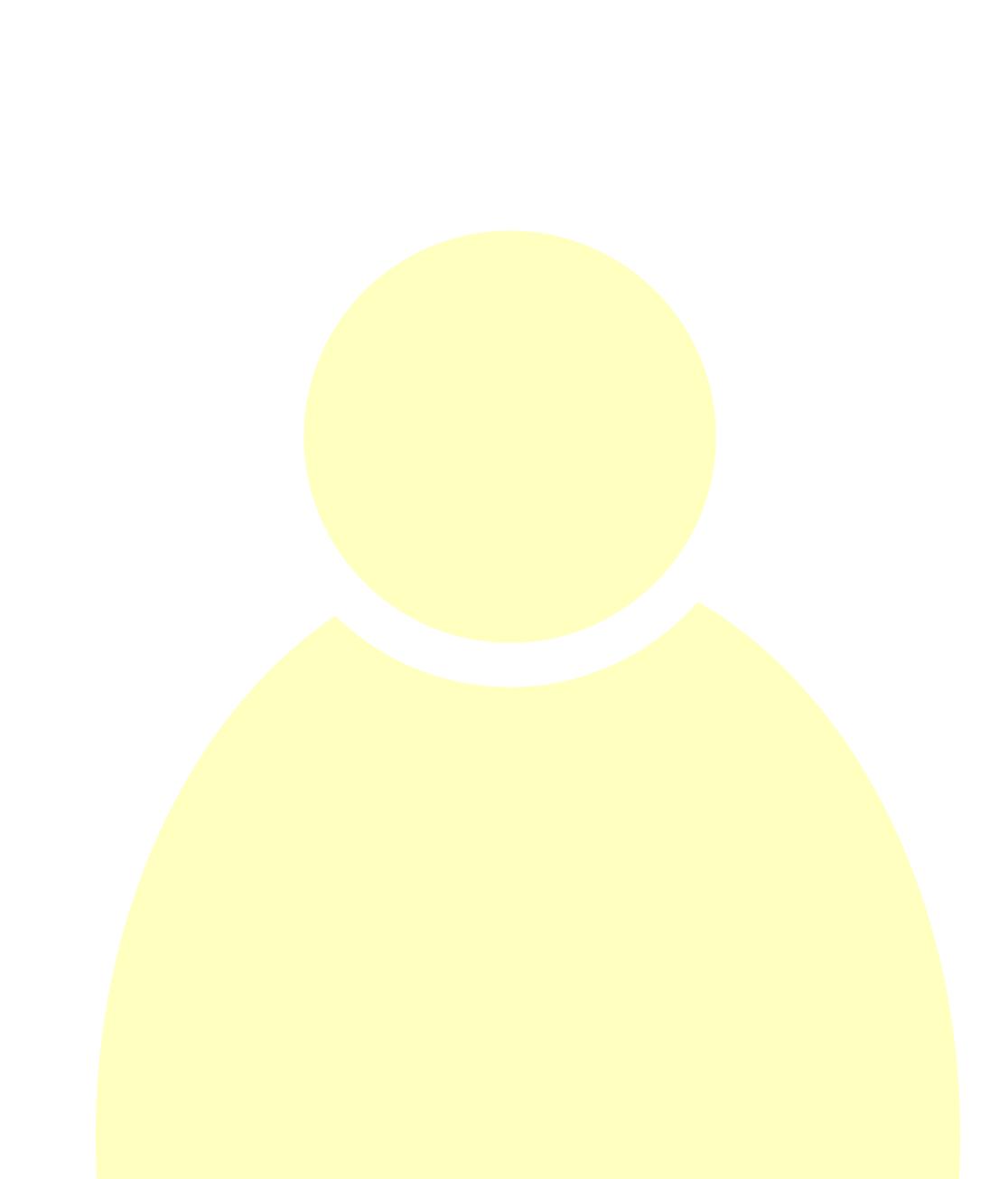
Ты не знаешь, сколько айпадов она принесла, но старший брат тебе по секрету рассказал, что их было ЧЕТЫРЕ.

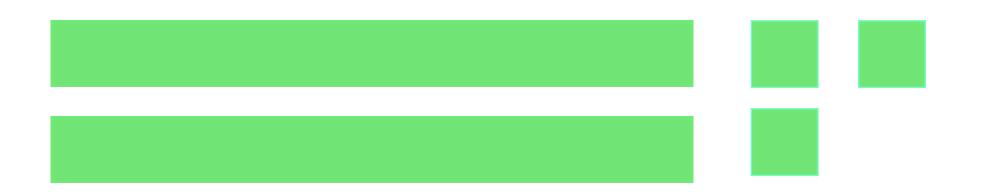




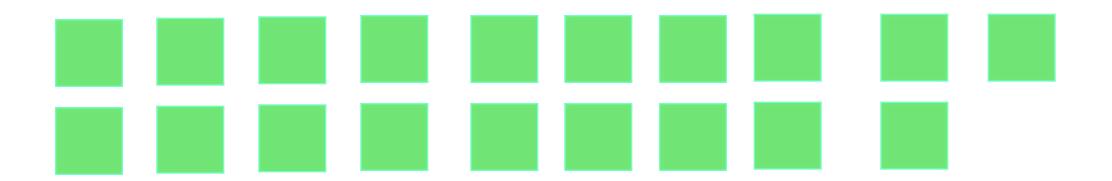


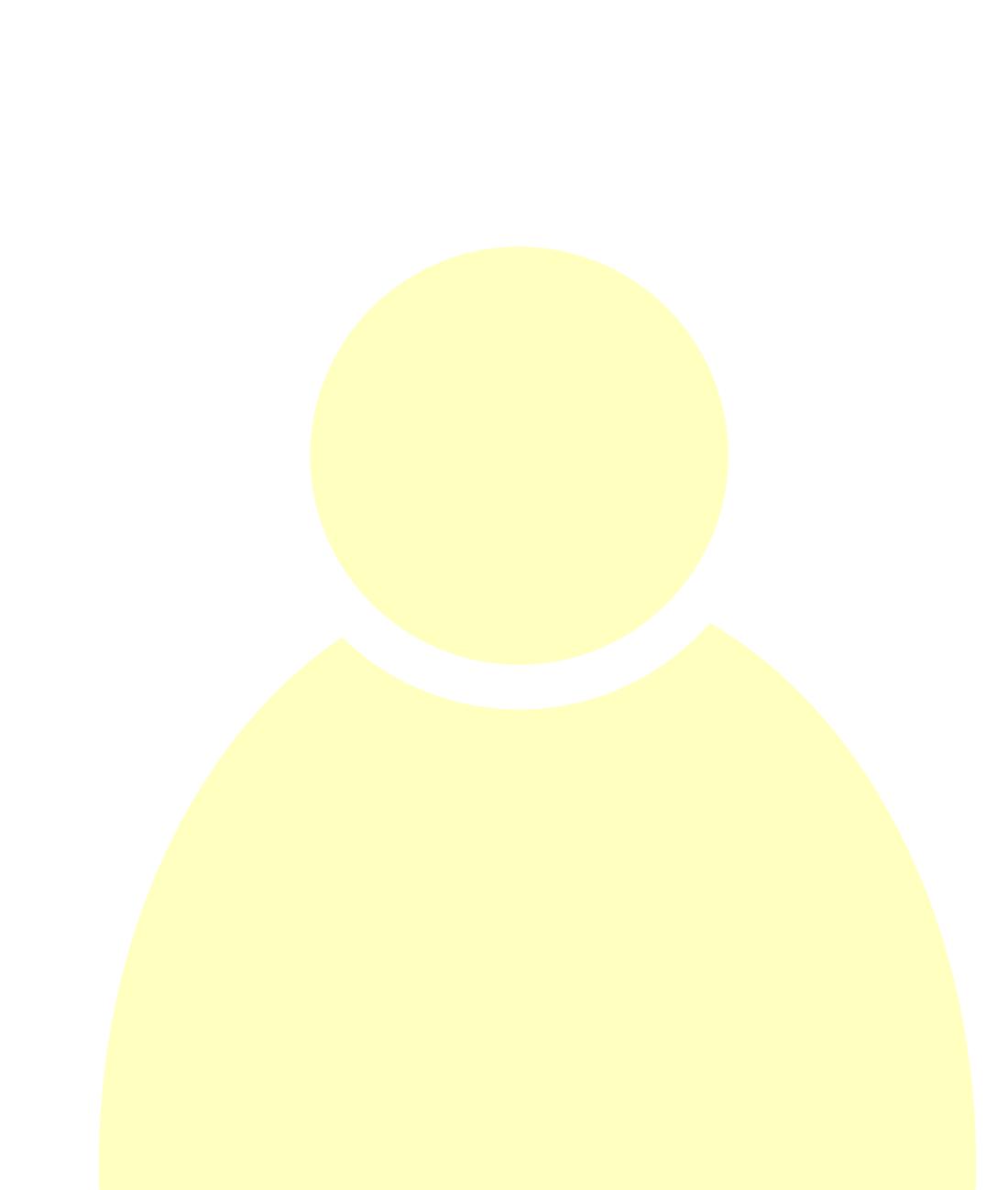
Ты не знаешь, сколько айпадов в каждой из упаковок. Ты спрашиваешь. Она говорит: - Восемь.





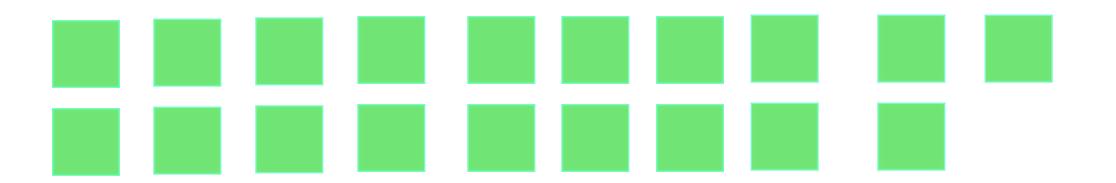
Ты не знаешь, сколько айпадов в каждой из упаковок. Ты спрашиваешь. Она говорит: - Восемь.



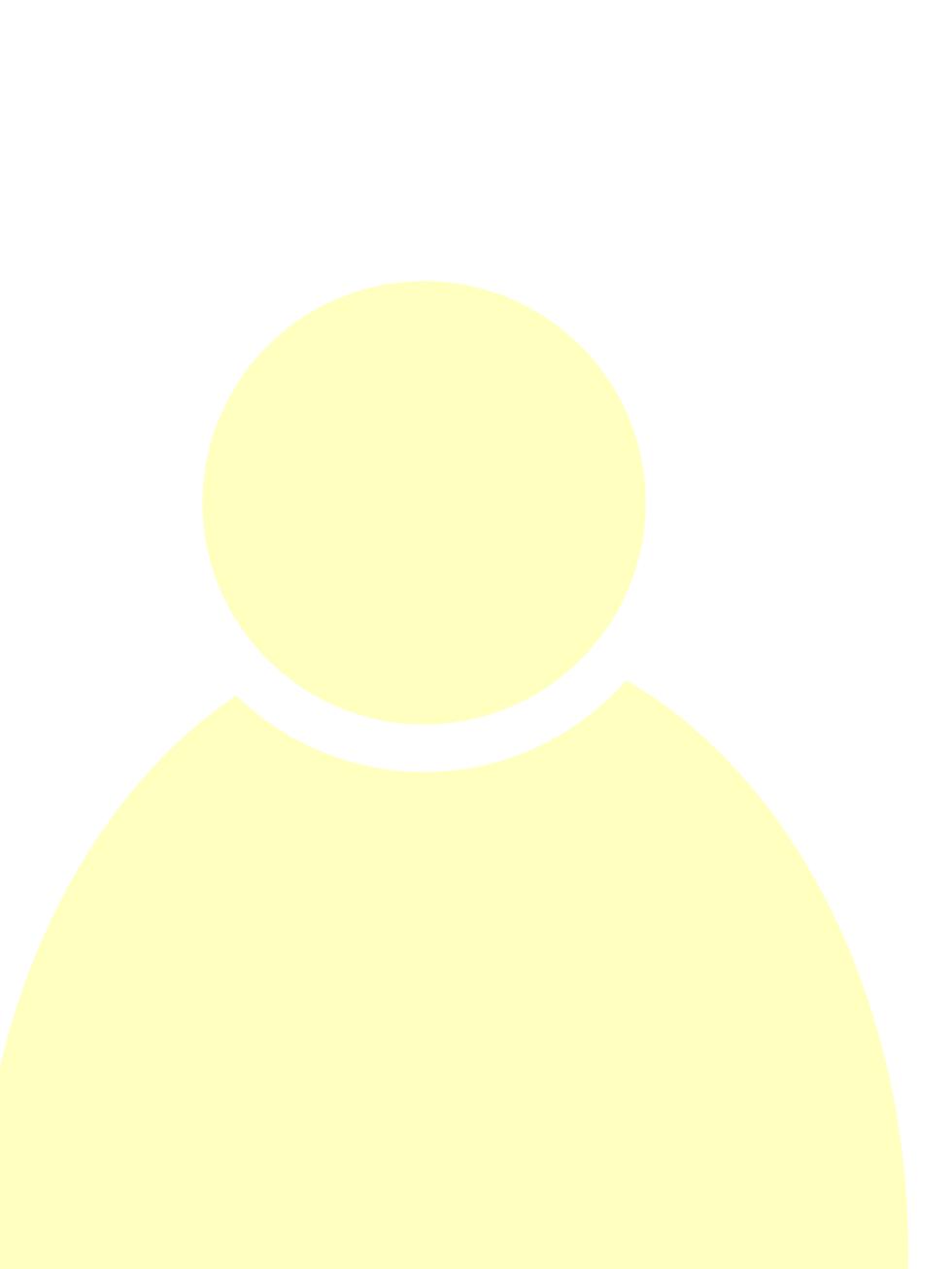




Ты не знаешь, сколько айпадов в каждой из упаковок. Ты спрашиваешь. Она говорит: - Восемь.

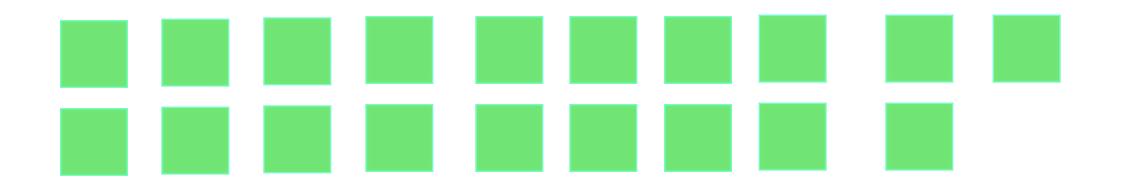


Теперь их можно просто пересчитать, и получится 19.





Ты не знаешь, сколько айпадов в каждой из упаковок. Ты спрашиваешь. Она говорит: - Восемь.

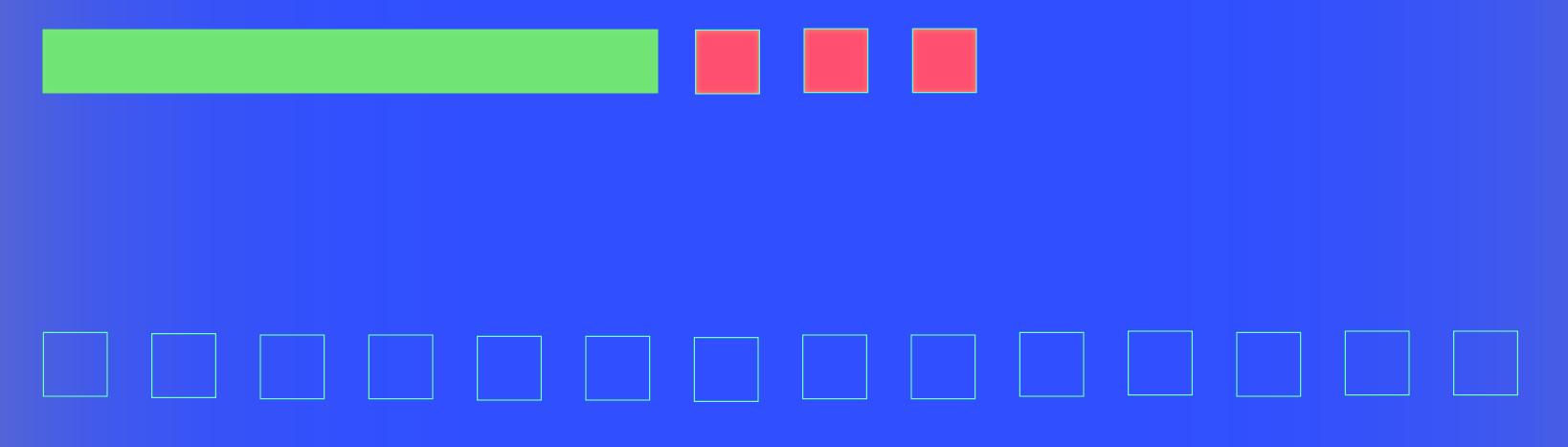


Теперь их можно просто пересчитать, и получится 19.

В школьной алгебре это выглядело бы так: в выражение 2x+3 подставили значение x=8, и получилось 2*8+3=19.

Теперь точно так же подставь х=-4 в

х - 3, т.е. в

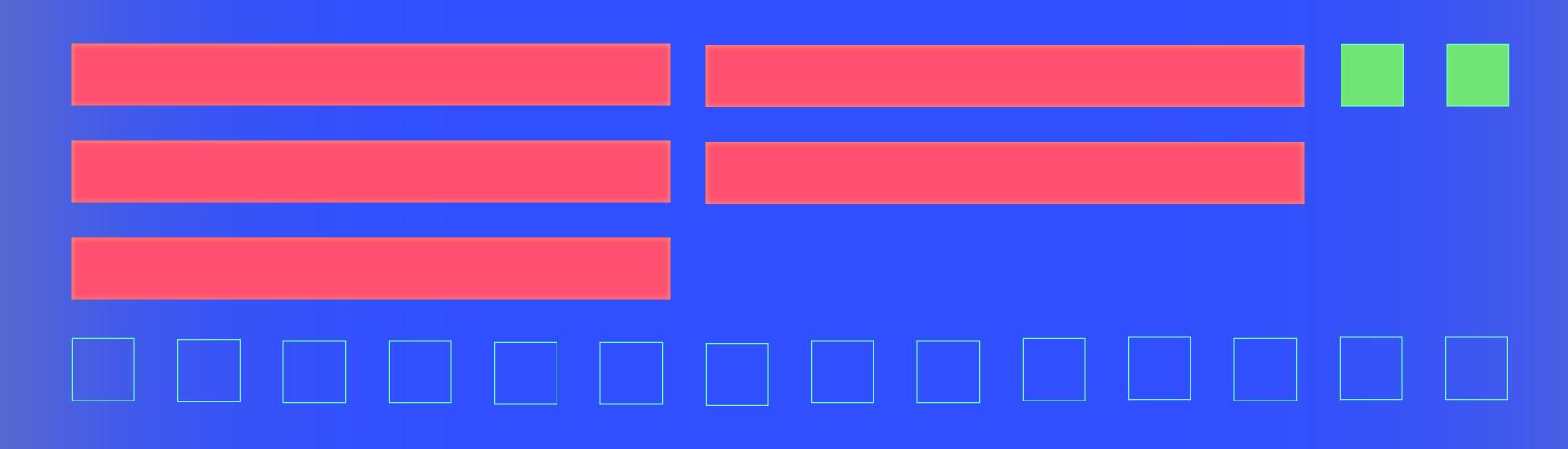


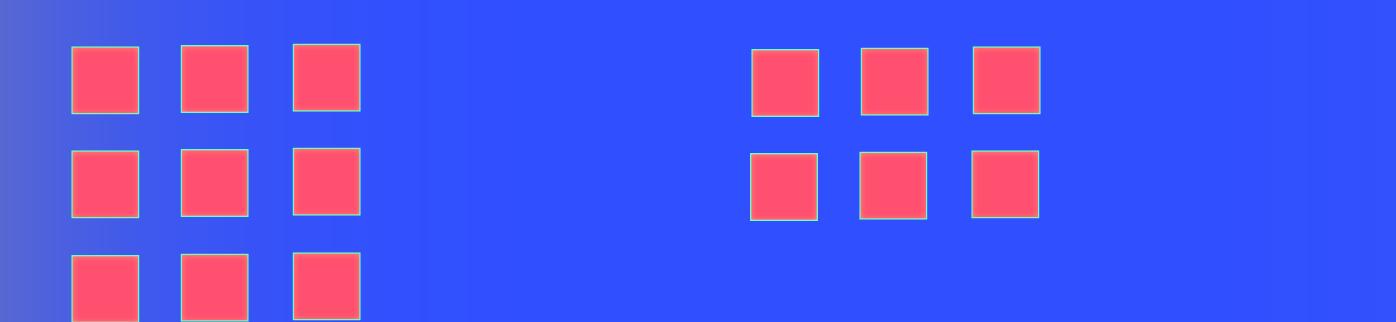
Отлично. Теперь запиши ответ:

Например, -5



2 - 5x, т.е. в



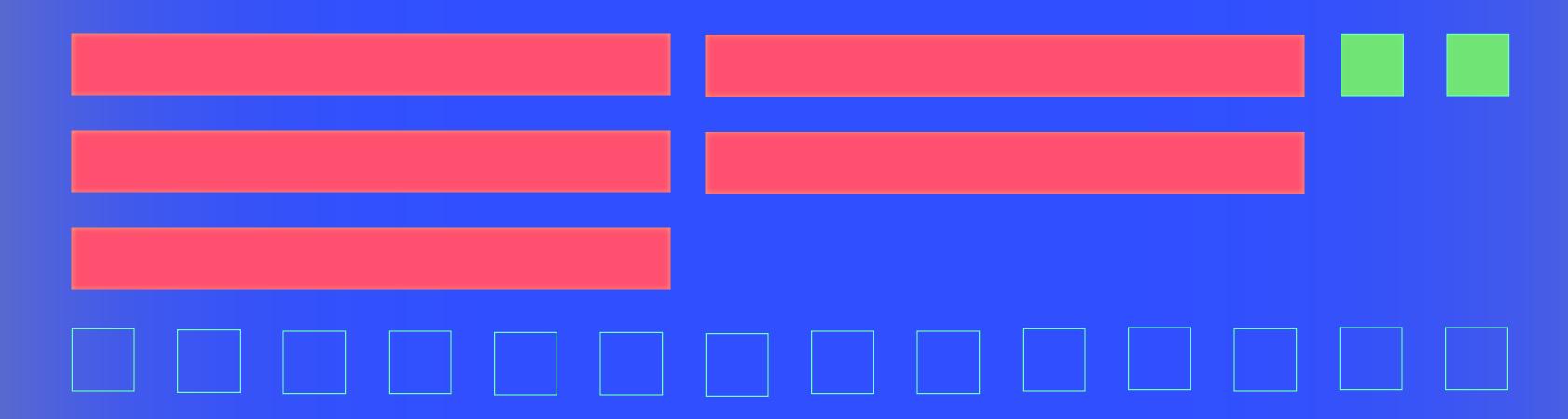


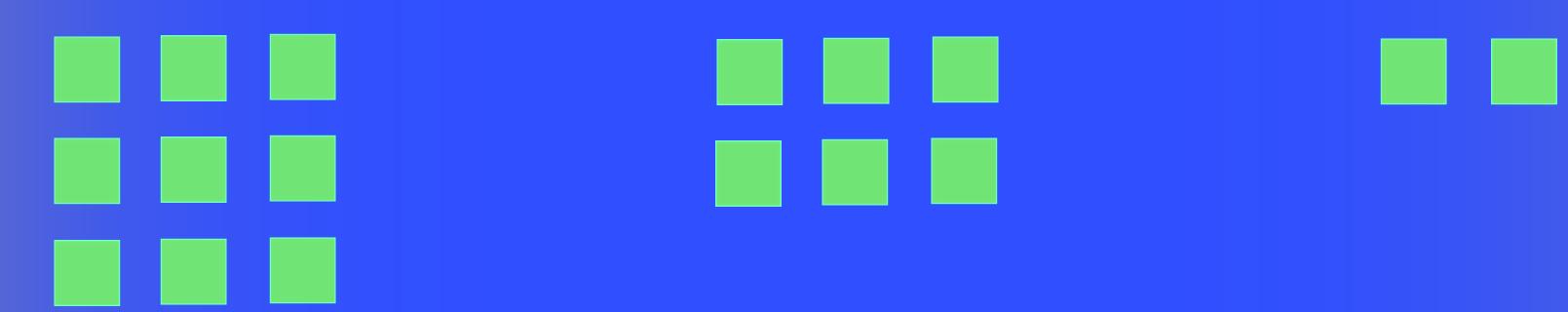
Отлично. Теперь запиши ответ:

Например, -9

Теперь подставь х=-3 в

2 - 5x, T.e. в

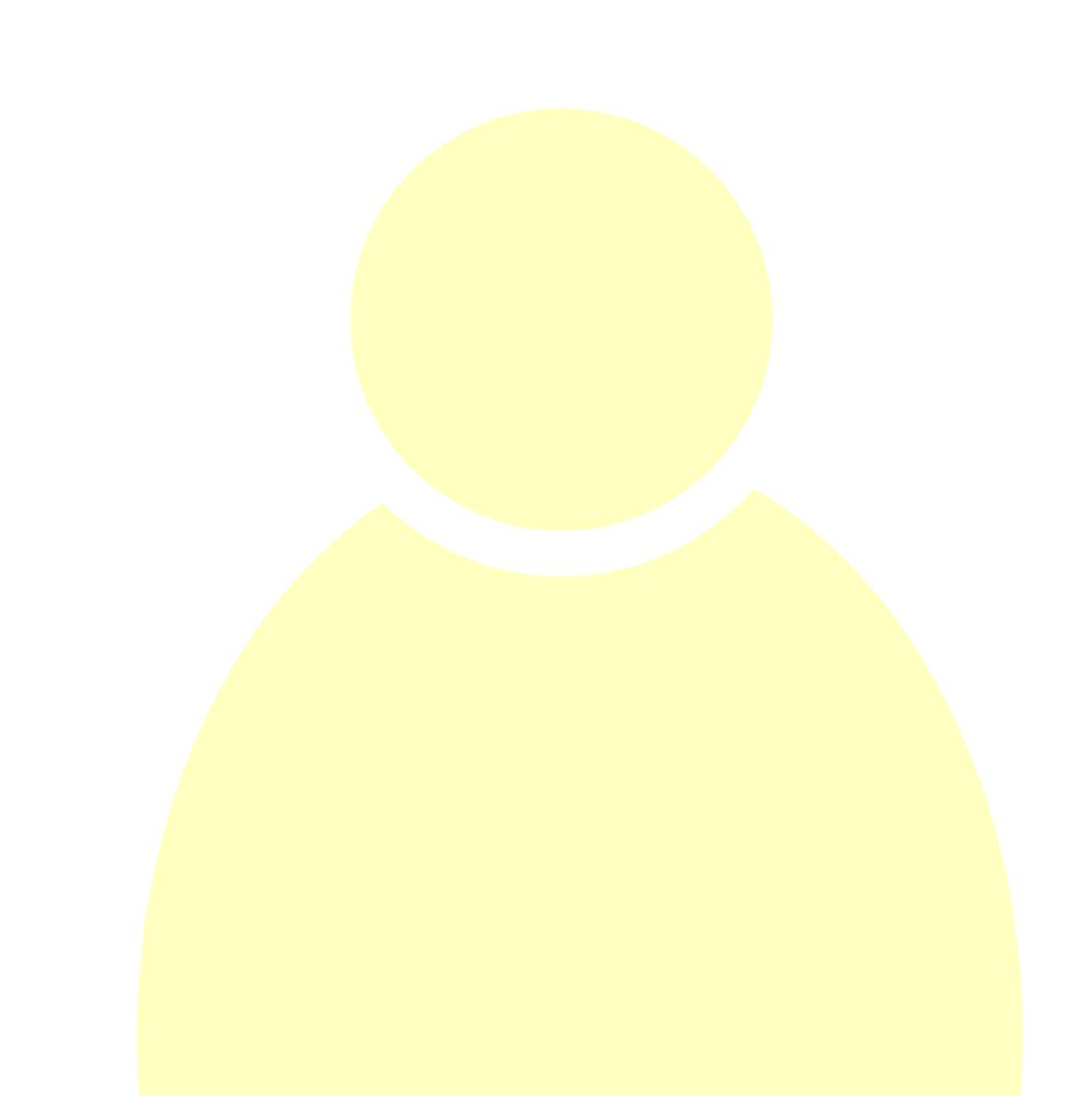




Отлично. Теперь запиши ответ:

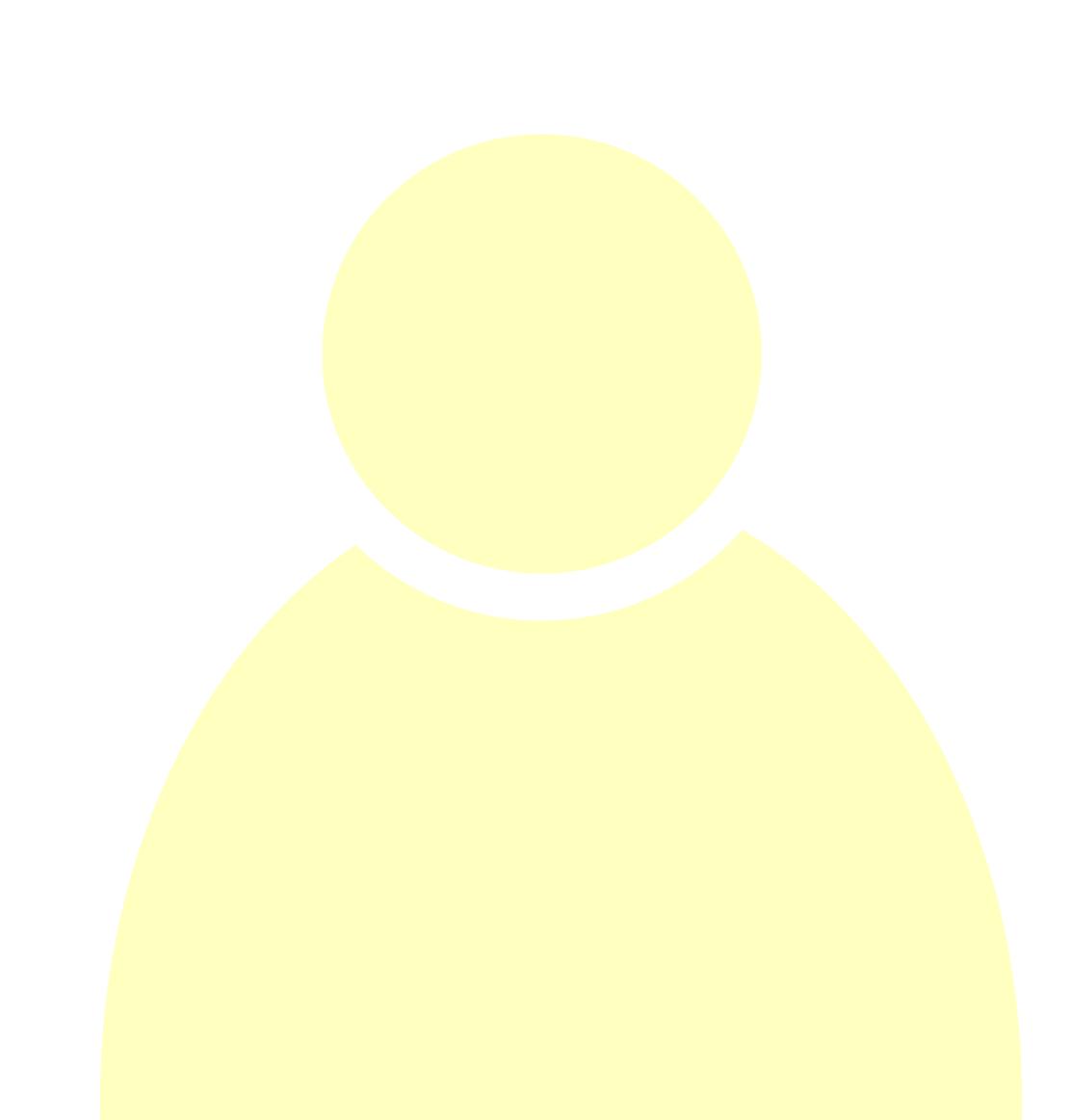
Например, 13

Ну хорошо, как рисовать х, 2x, 3x и даже -5x+12 вроде разобрались. А как нарисовать x^2 ?



Ну хорошо, как рисовать х, 2x, 3x и даже -5x+12 вроде разобрались. А как нарисовать x^2 ?

Вспомним, что штука площадью 1
- квадратик 1 на 1 у нас как раз обозначала единицу:

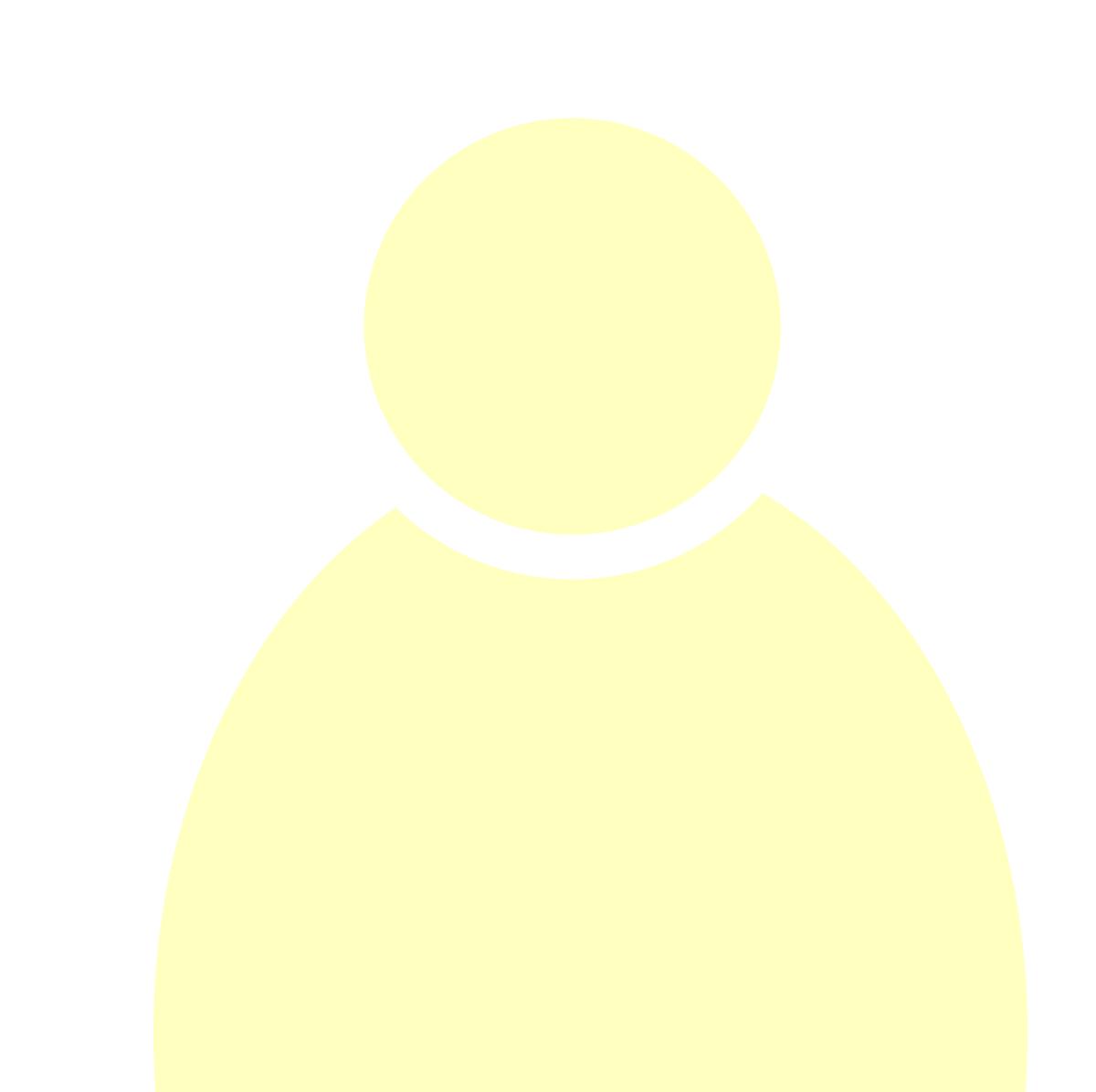


Ну хорошо, как рисовать x, 2x, 3x и даже -5x+12 вроде разобрались. А как нарисовать x^2 ?

Вспомним, что штука площадью 1 - квадратик 1 на 1 - у нас как раз обозначала единицу:

Что штука площадью х
- полоска х на 1 у нас как раз обозначала х:

Раз такое дело, то давай что-то, площадь чего равна x^2 , будет этот самый x^2 и обозначать.

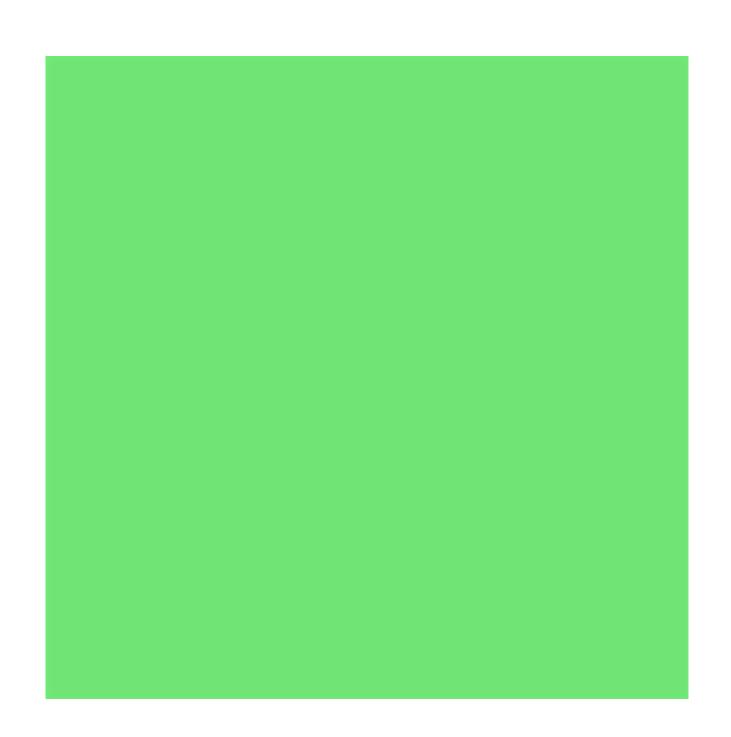


Раз такое дело, то давай что-то, площадь чего равна \mathbf{x}^2 , будет этот самый \mathbf{x}^2 и обозначать.

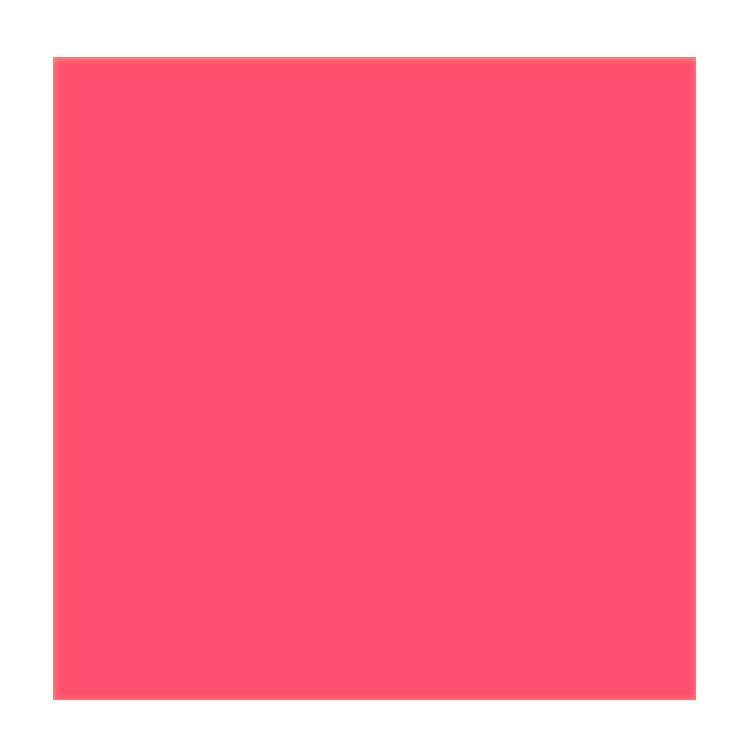
Площадь чего равна x²?

Раз такое дело, то давай что-то, площадь чего равна \mathbf{x}^2 , будет этот самый \mathbf{x}^2 и обозначать.

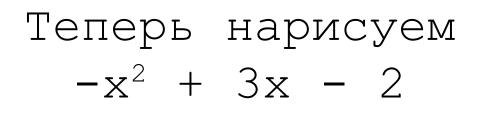
Площадь чего равна x^2 ? Конечно, это квадрат со стороной x:

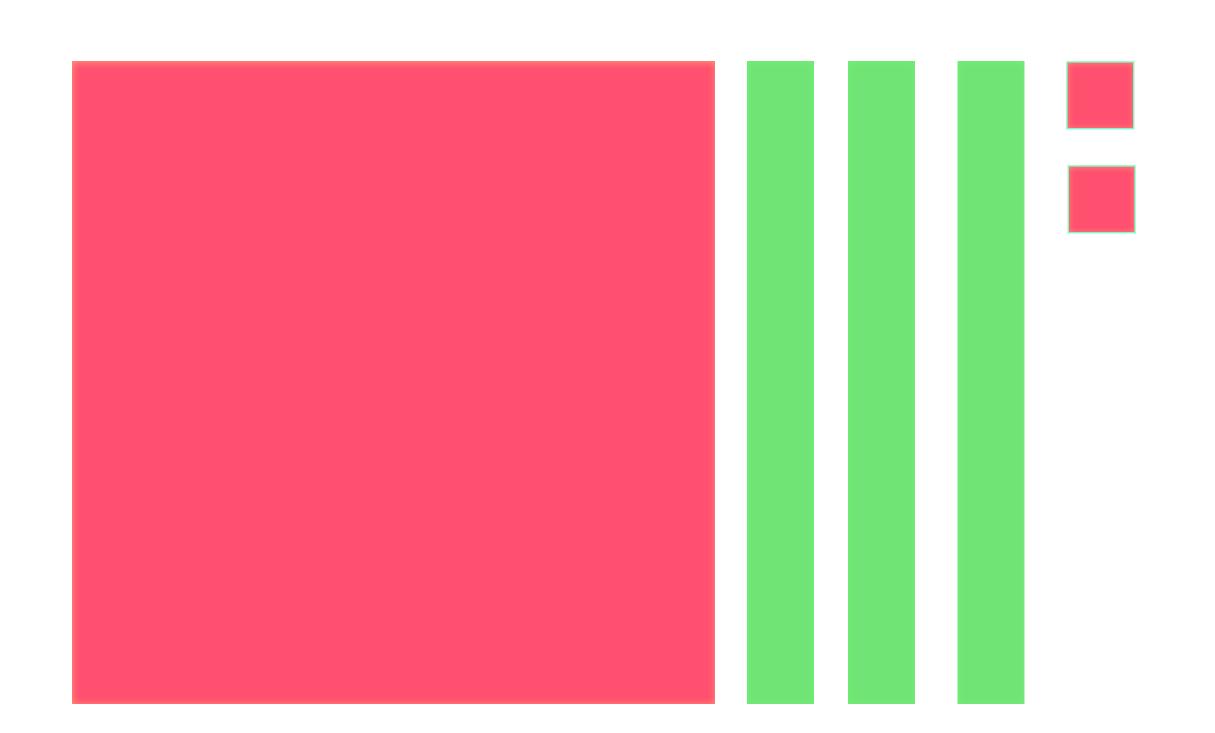


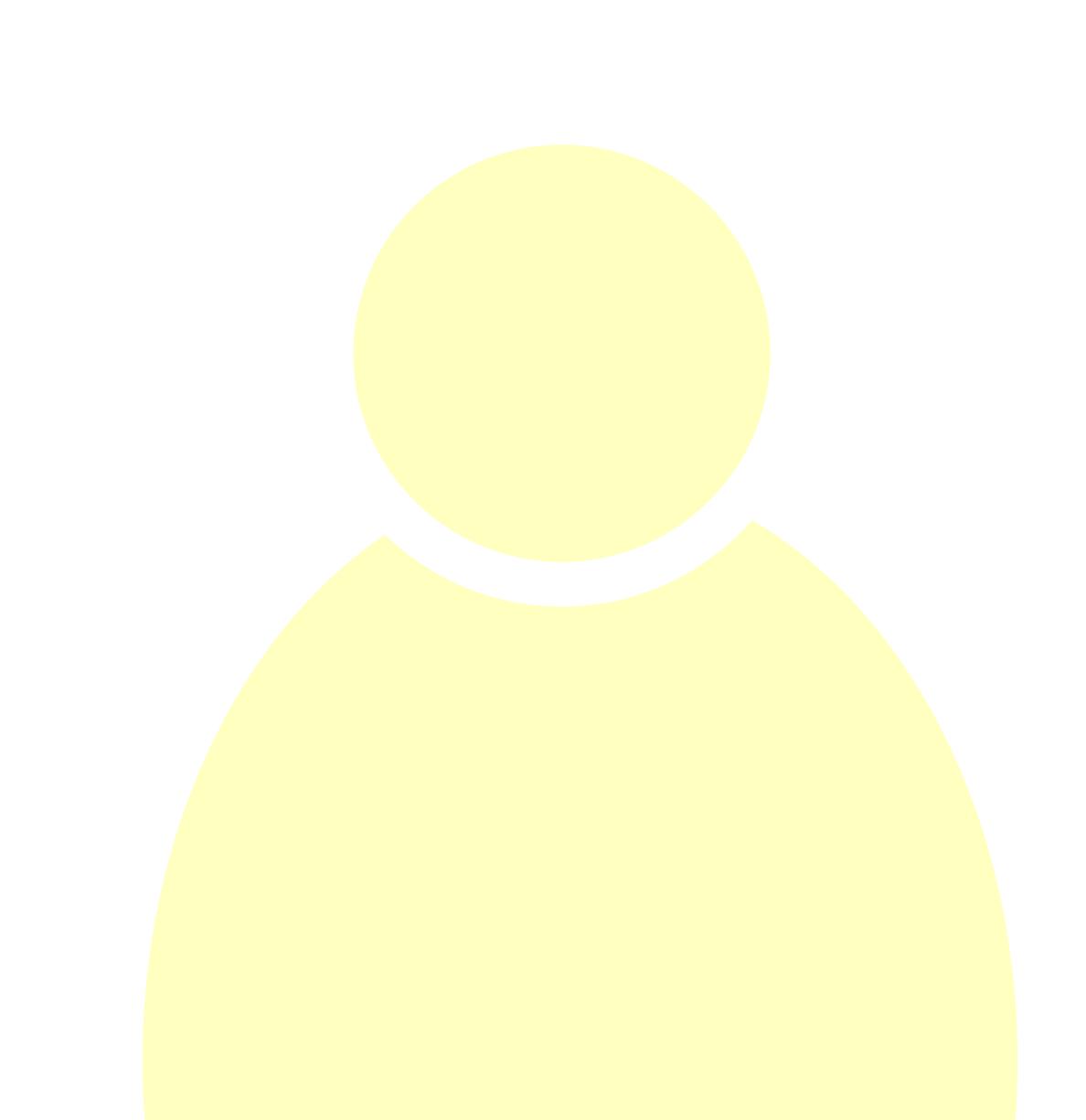
Конечно, -х² - это такой же квадрат, только с изменённым цветом:

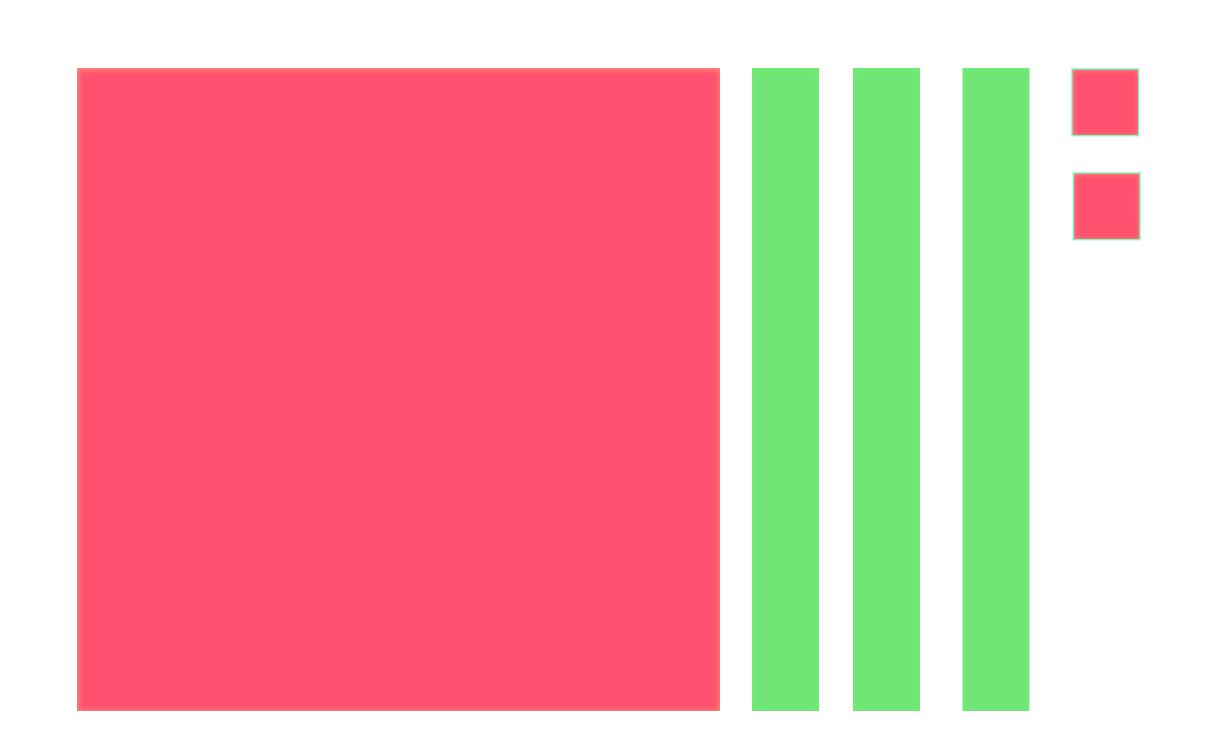


Теперь нарисуем -x² + 3x - 2

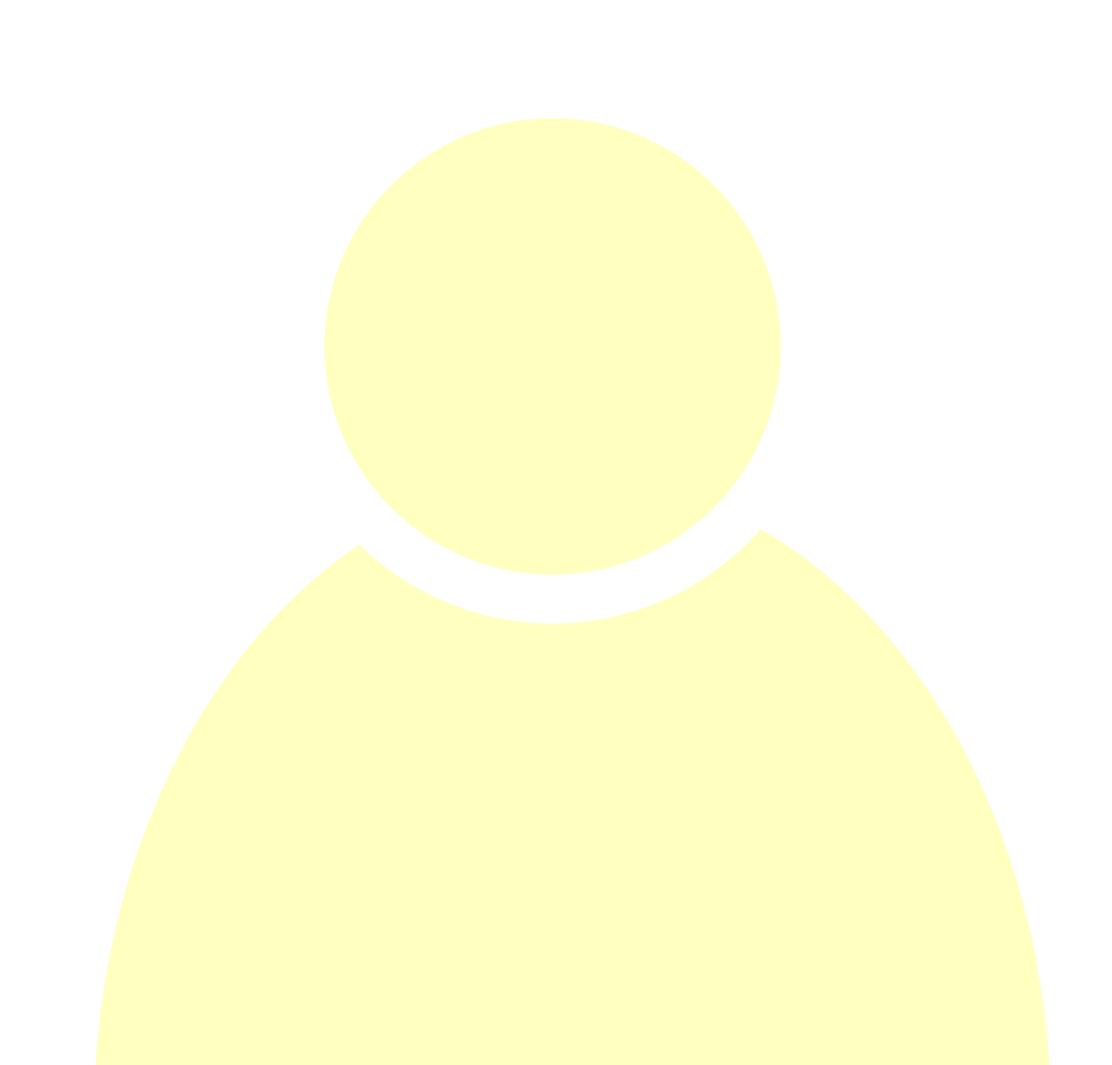








Вроде всё легко и понятно.



Поэтому нарисуй 2x².

большой зелёный квадрат

большой красный квадрат

Теперь тебе кажется, что ты можешь нарисовать всё. Можешь? :)





А вот как насчёт 4ху?

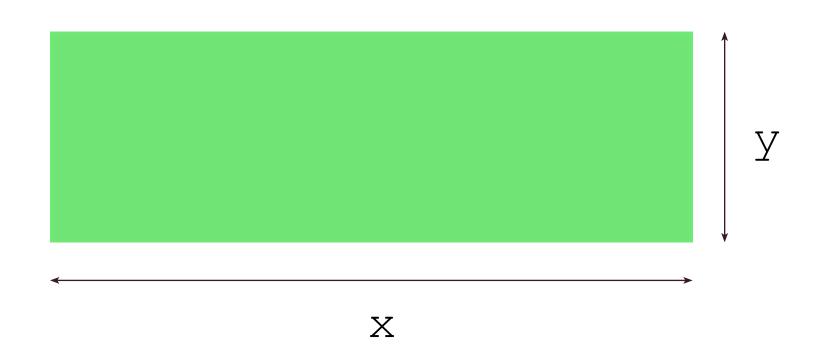
Окей, 4ху — это просто надо 4 раза нарисовать ху. Но как нарисовать ху?

Как и ранее,ху - это что-то, что имеет площадь ху.

Самая простая фигура, которая имеет площадь ху?..

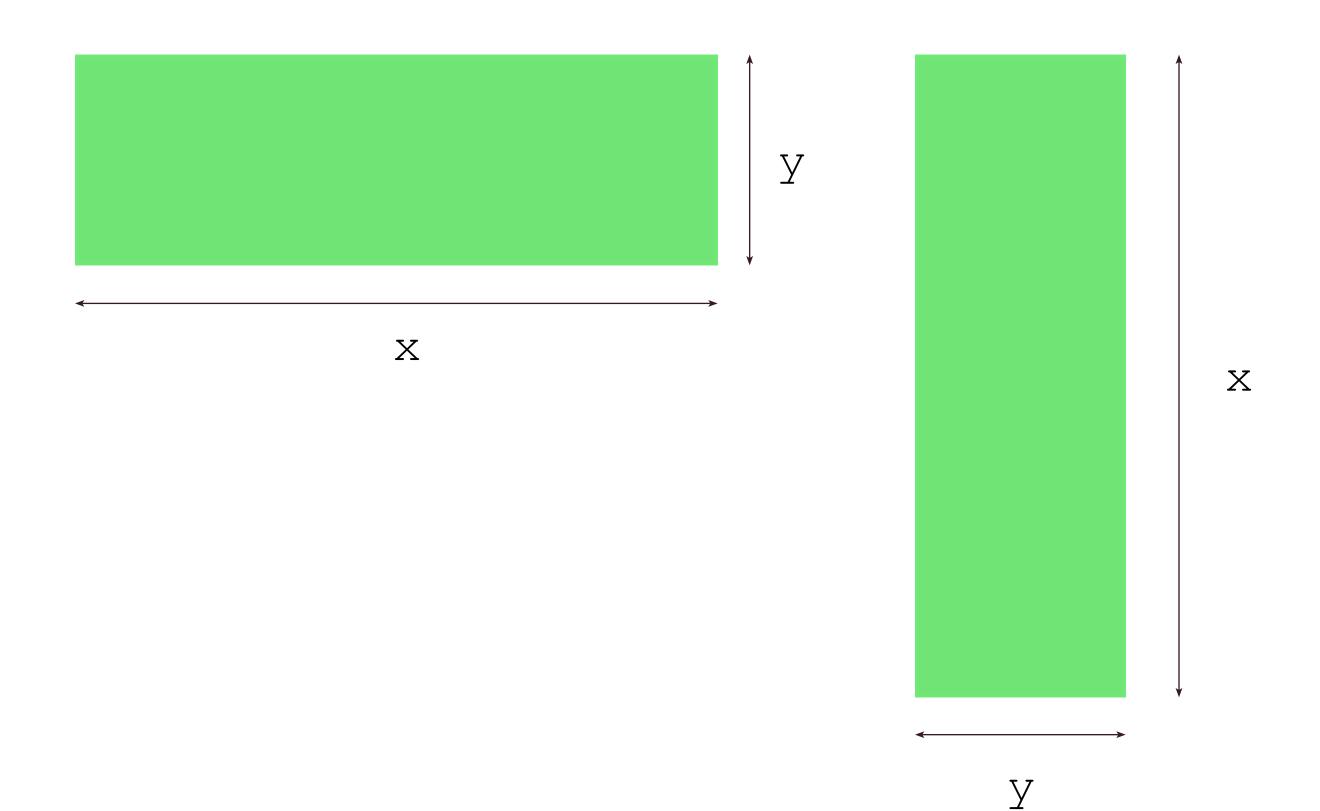
- ромб с диагоналями х и у
- квадрат со стороной х и диагональю у
 - параллелограмм со сторонами х и у
 - прямоугольник со сторонами х и у

Итак, да, правильно: прямоугольник, длина которого равна х, а ширина которого равна у.



Итак, да, правильно: прямоугольник, длина которого равна х, а ширина которого равна у.

Или так: ширина равна х, а длина равна у. Без разницы, площадь всё равно будет х*у.



Мы раньше уже умножали число на скобку, когда вычисляли 3(x+2).

Мы раньше уже умножали число на скобку, когда вычисляли 3(x+2).

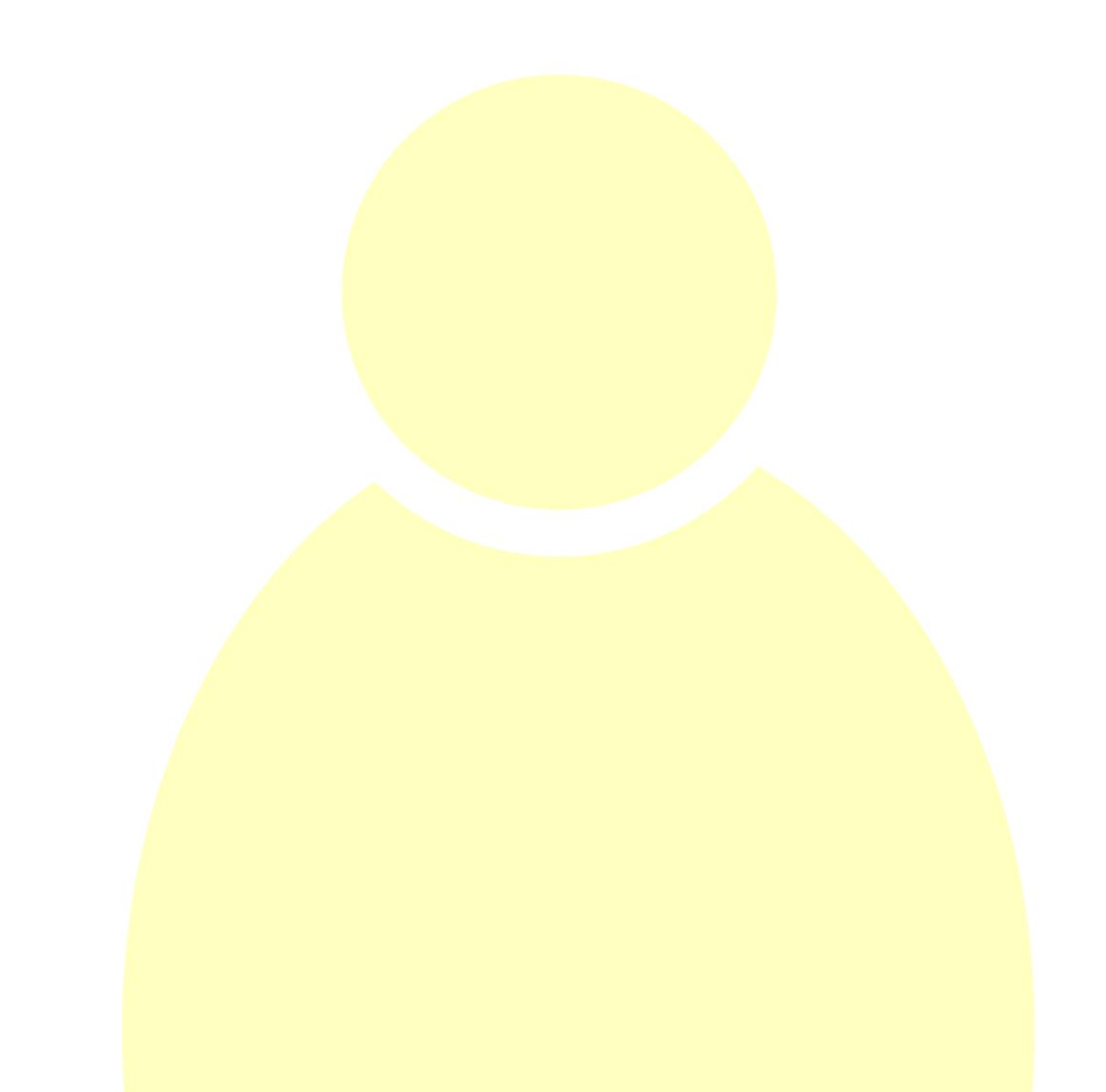
Но как насчёт скобку, апример, (х+2)(х+3)?
Как сделать это нашим графическим методом?

Ну чего, есть идеи? :D

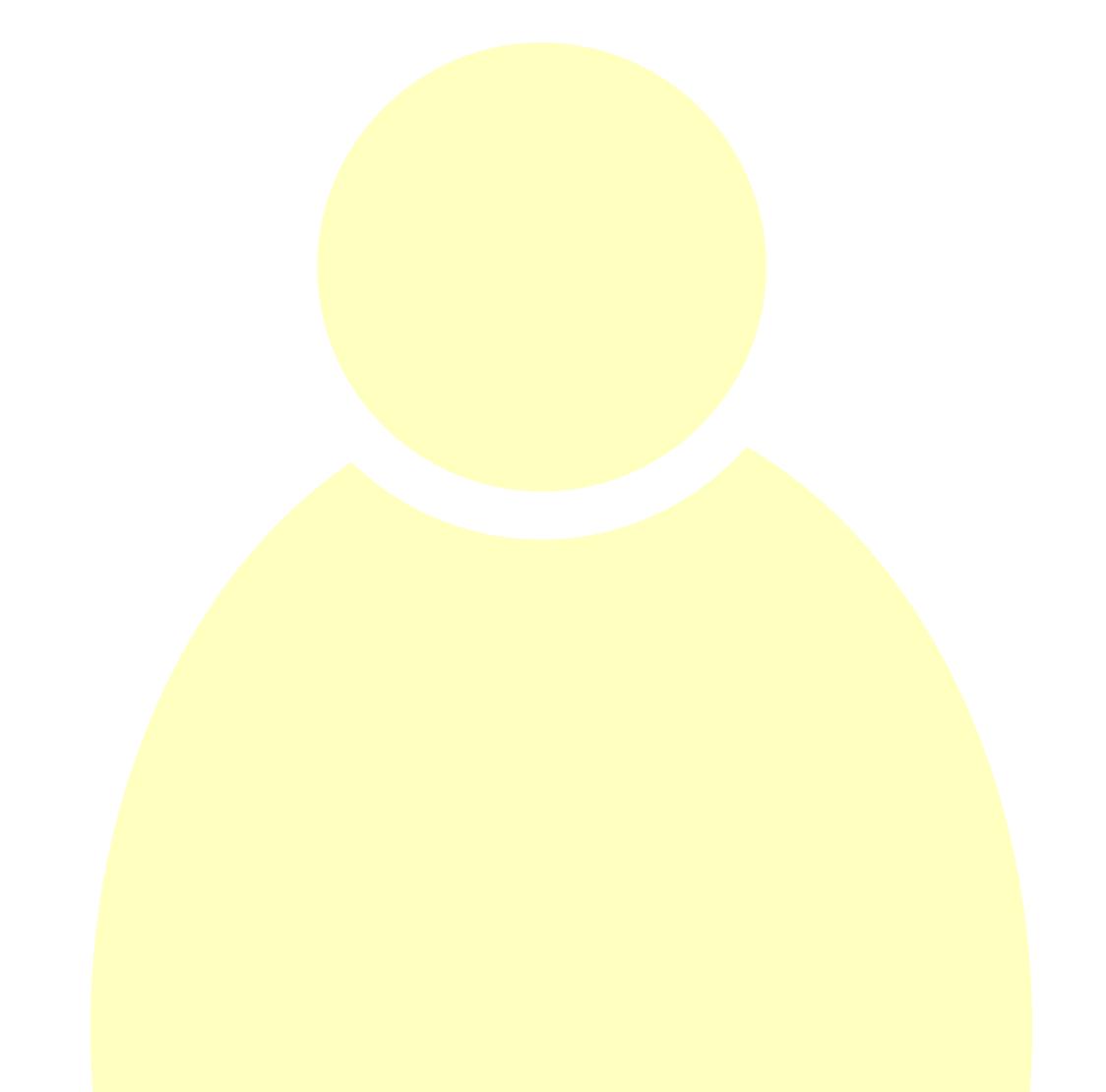
• конечно, (x+2)(x+3) - это же так же элементарно, как ху: это просто прямоугольник со сторонами x+2 и x+3

• нет идей : ((

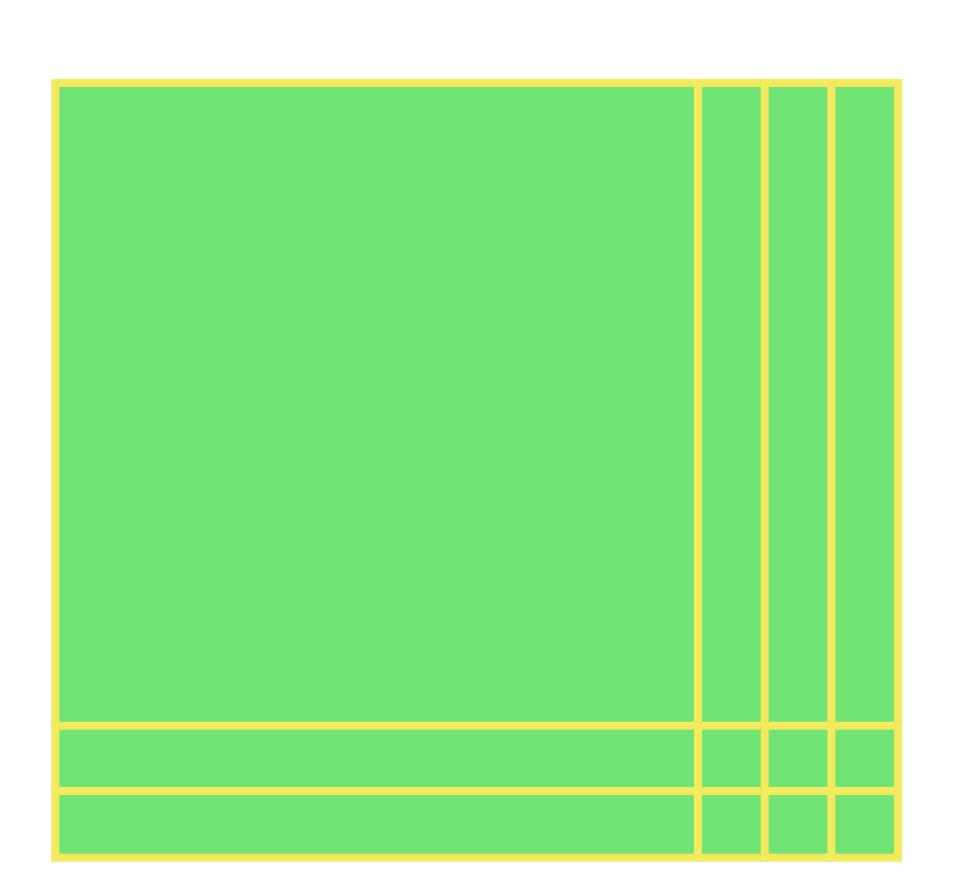
вычисляем (x+2) (x+3)



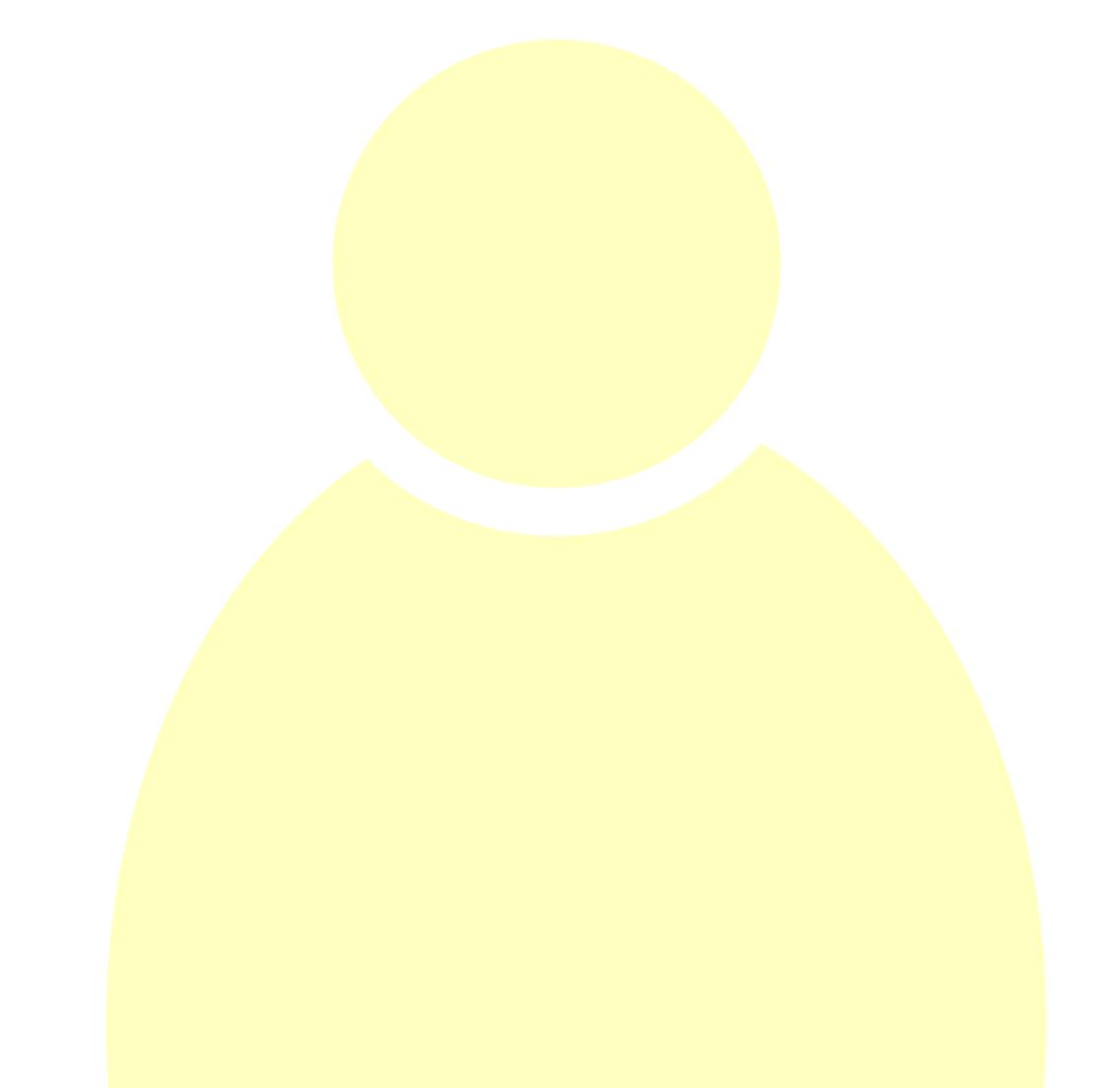
вычисляем (х+2) (х+3)



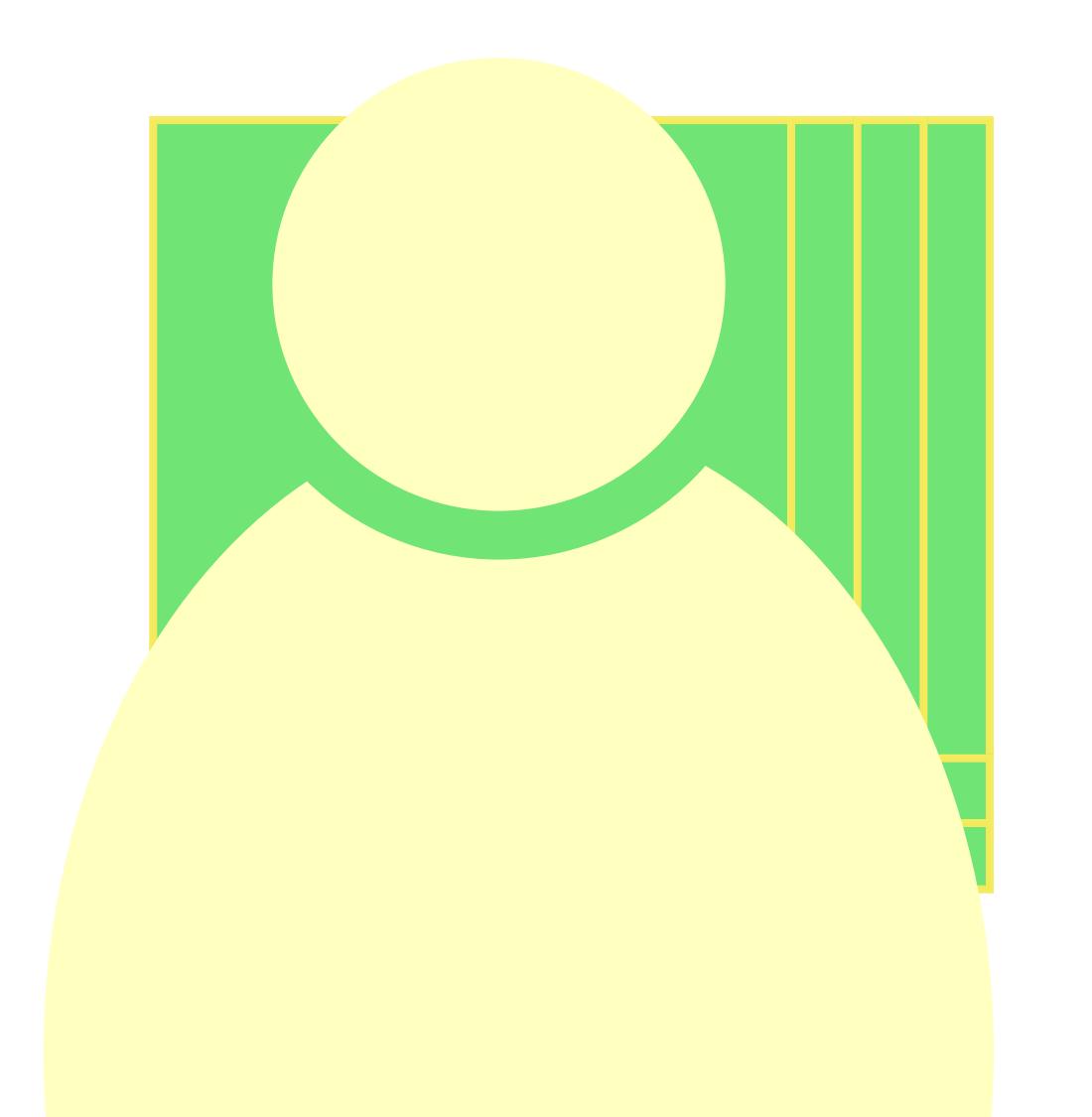
Нарисуем же прямоугольник со сторонами х+2 и х+3 и посмотрим, на что он разбивается.



вычисляем (х+2) (х+3)

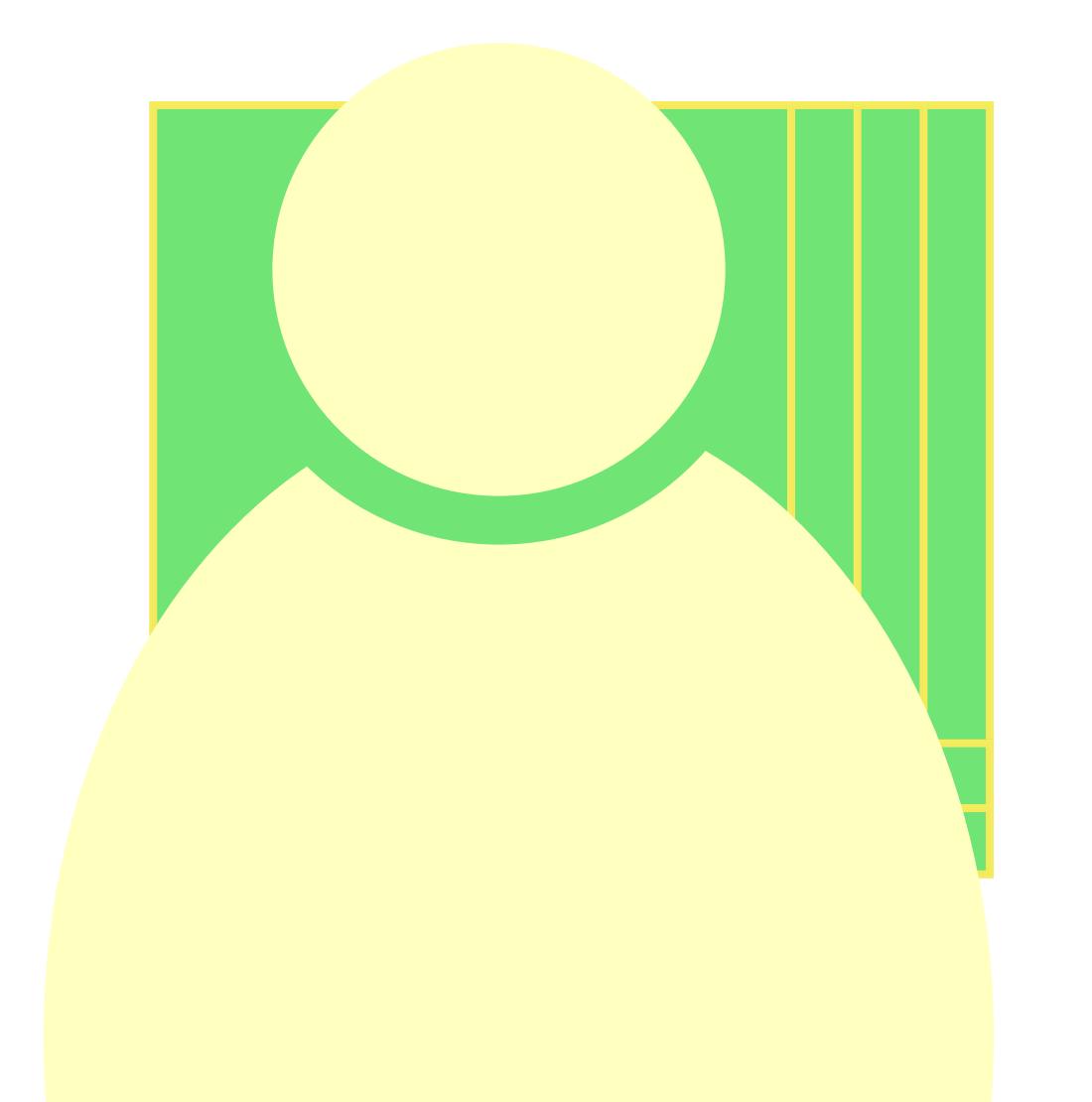


вычисляем (х+2) (х+3)

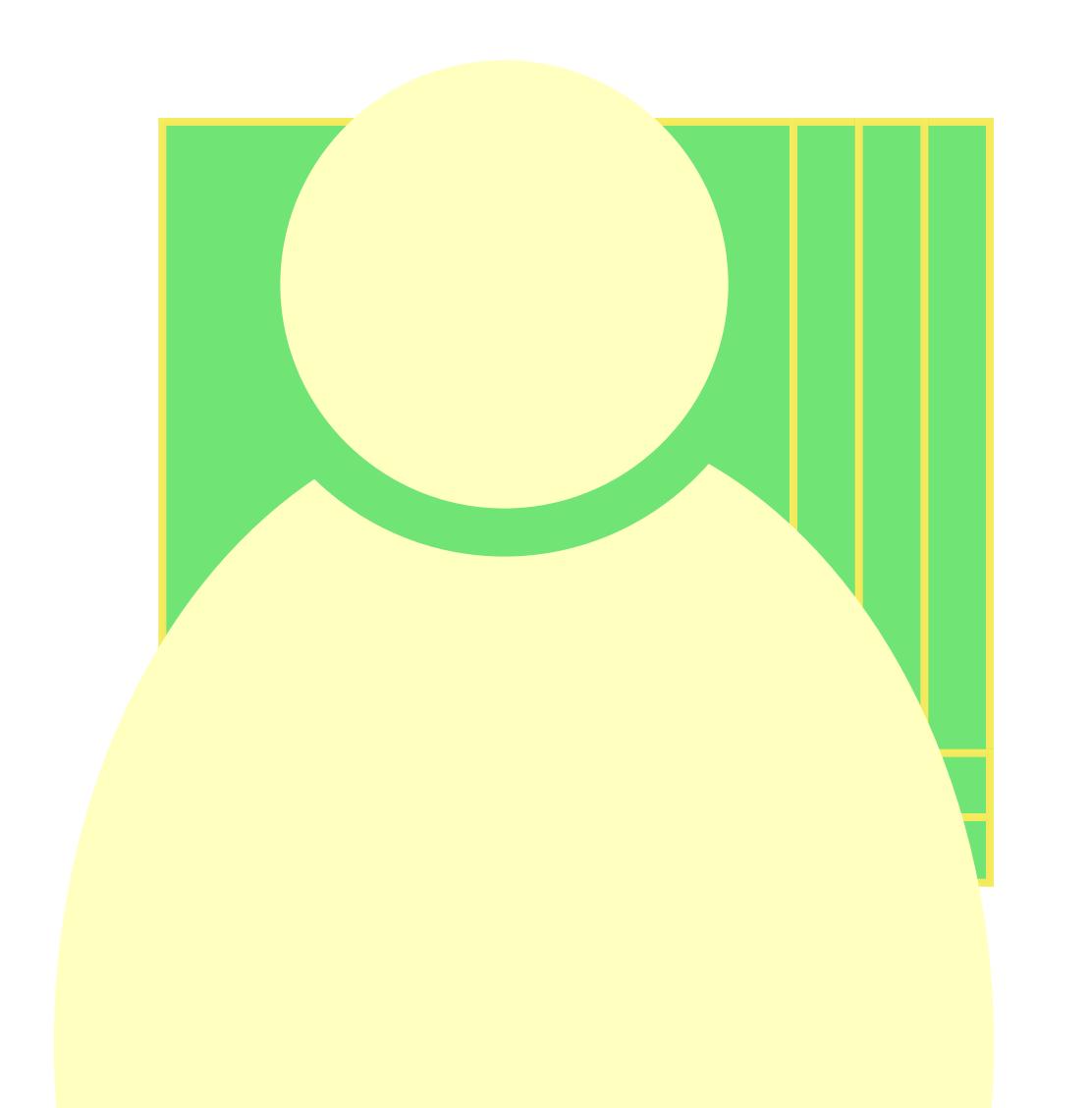


Ну и понятно же совершенно, на что :D

вычисляем (х+2) (х+3)



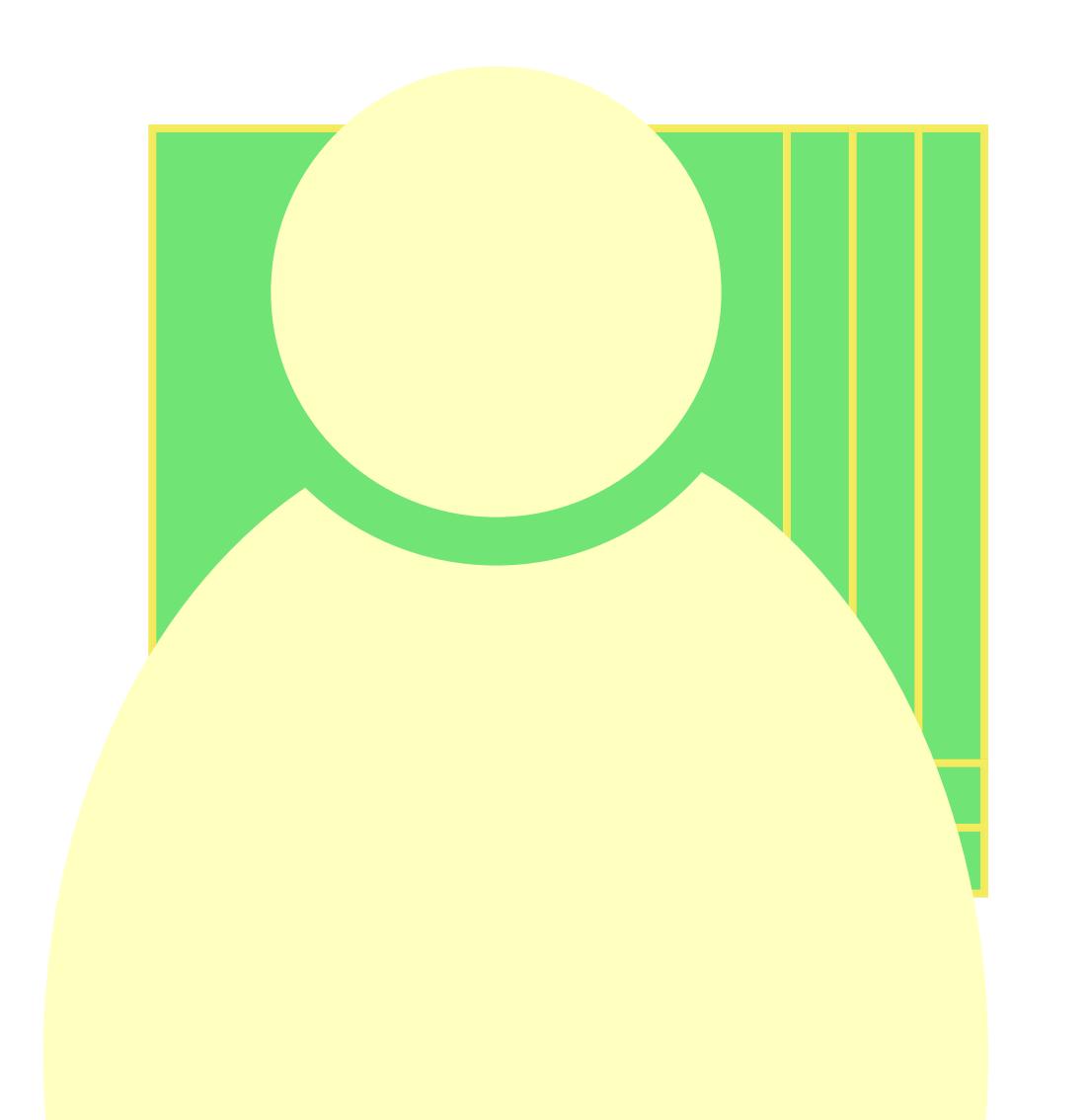
Ну и понятно же совершенно, на что : D На квадрат со стороной х (т.е. x^2).



Ну и понятно же совершенно, на что :D

На квадрат со стороной x (т.е. x^2).

На пять полосок длины х (т.е. 5х).

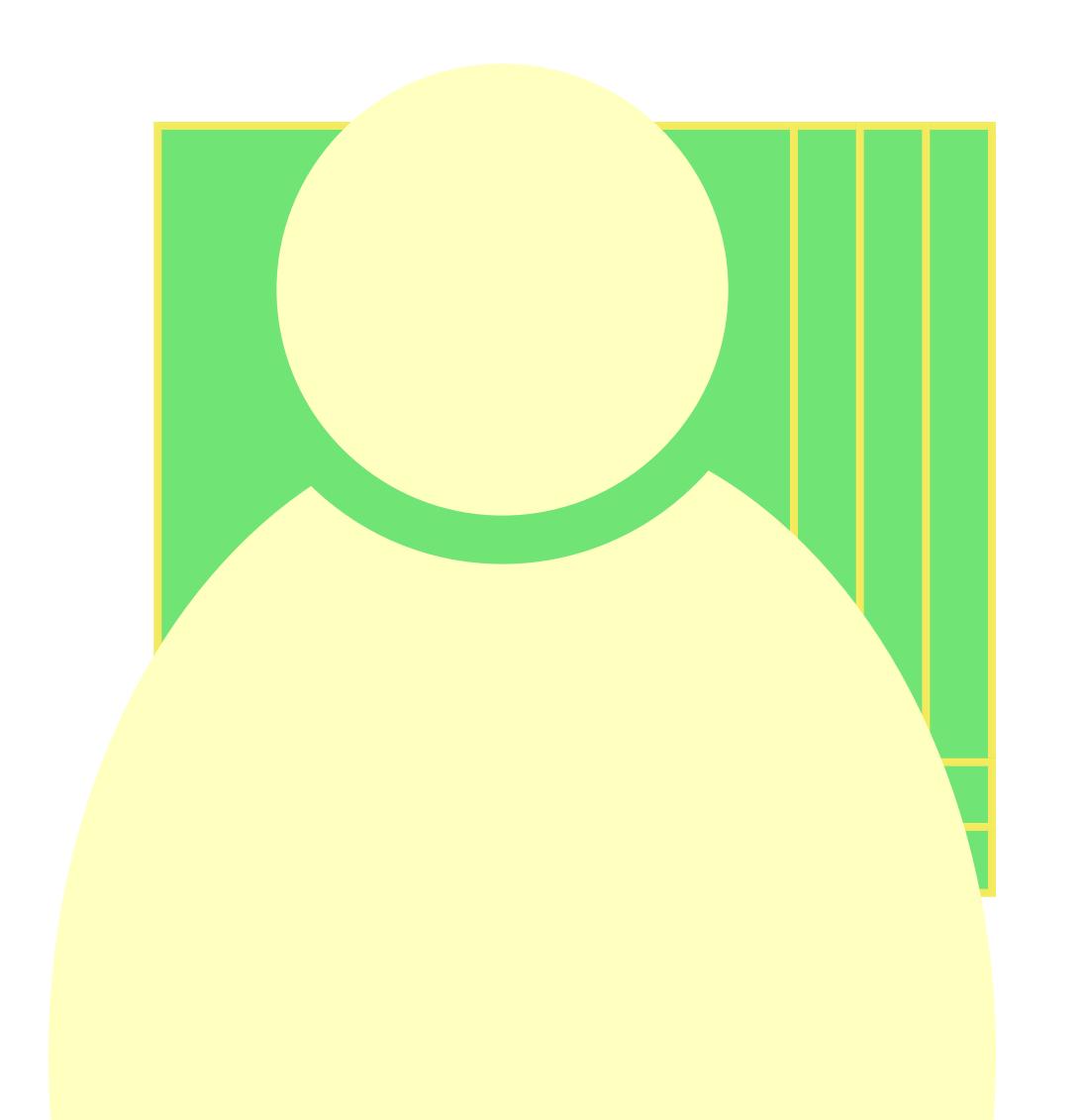


Ну и понятно же совершенно, на что :D

На квадрат со стороной x (т.е. x^2).

На пять полосок длины х (т.е. 5х).

И на шесть маленьких квадратов (6).



Ну и понятно же совершенно, на что :D

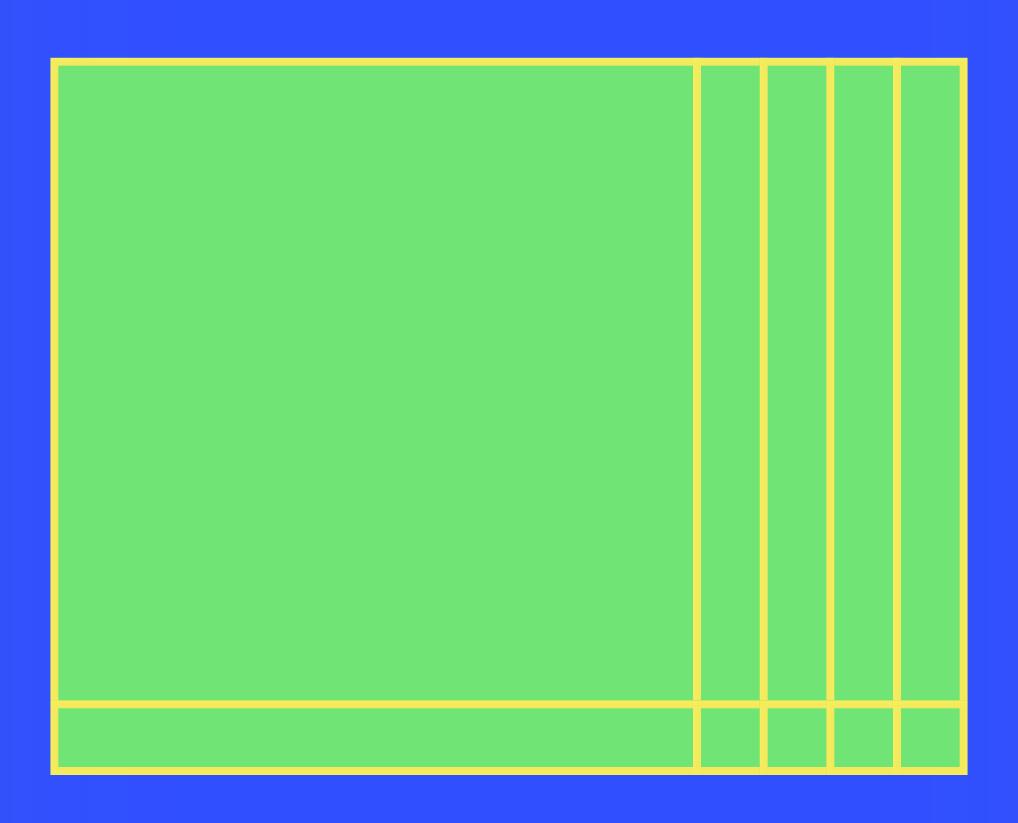
На квадрат со стороной x (т.е. x^2).

На пять полосок длины х (т.е. 5х).

И на шесть маленьких квадратов (6).

В сумме получается $x^2 + 5x + 6$.

Как насчёт самому (самой) вот так же посчитать (х+4)(х+1)?



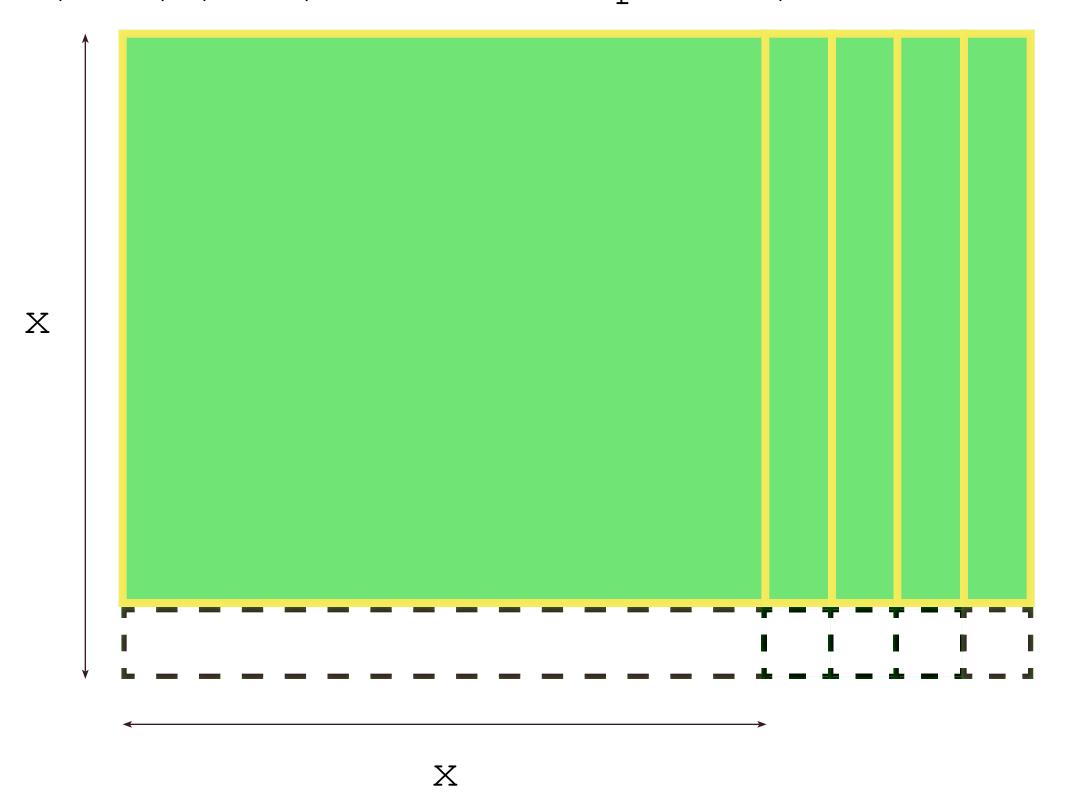
Запиши ответ:

Например, $x^2 + 3x + 6$

Теперь посчитаем (x+4)(x-1).

(x+4) (x-1) во всей красе (зелёная область):

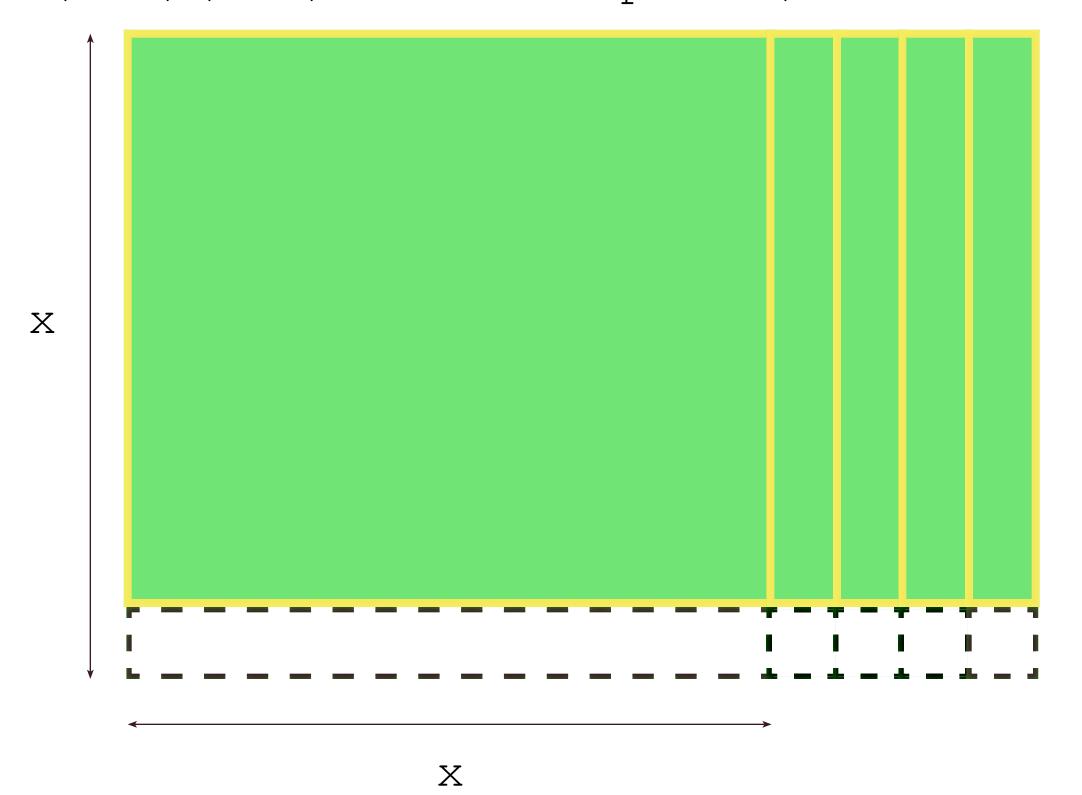






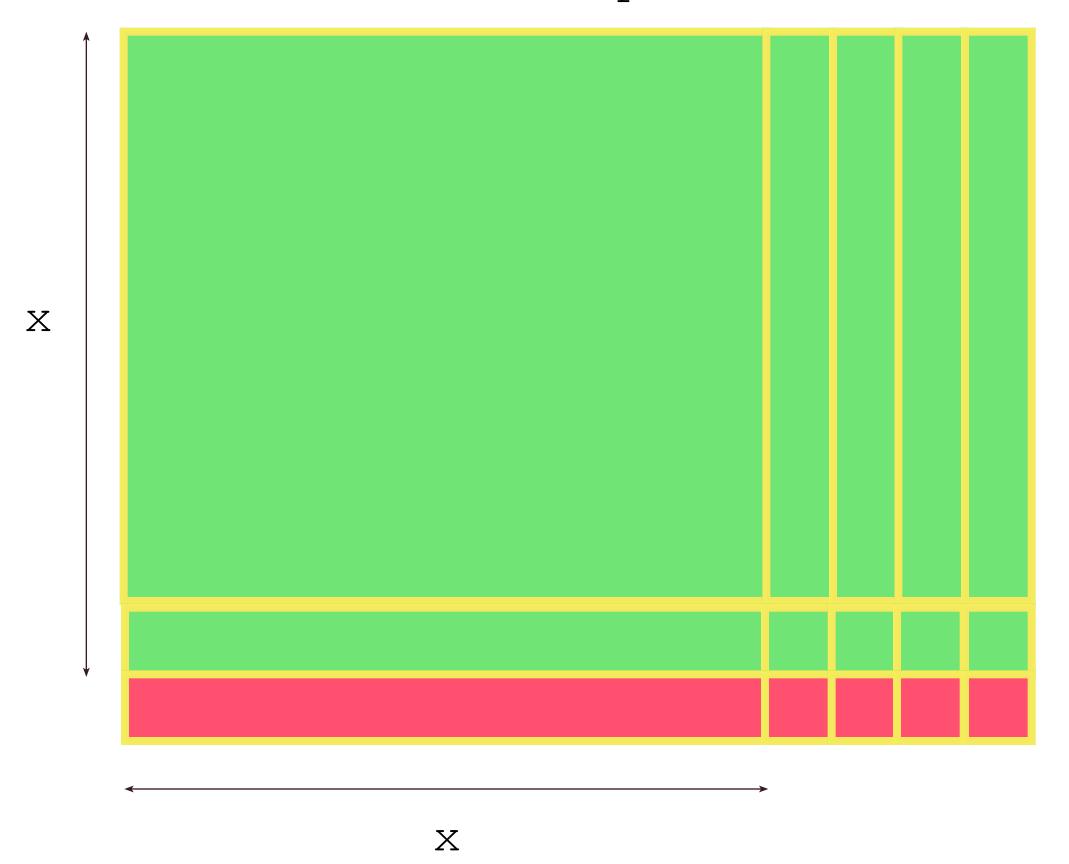
(x+4) (x-1) во всей красе (зелёная область):

вычисляем (x+4) (x-1)

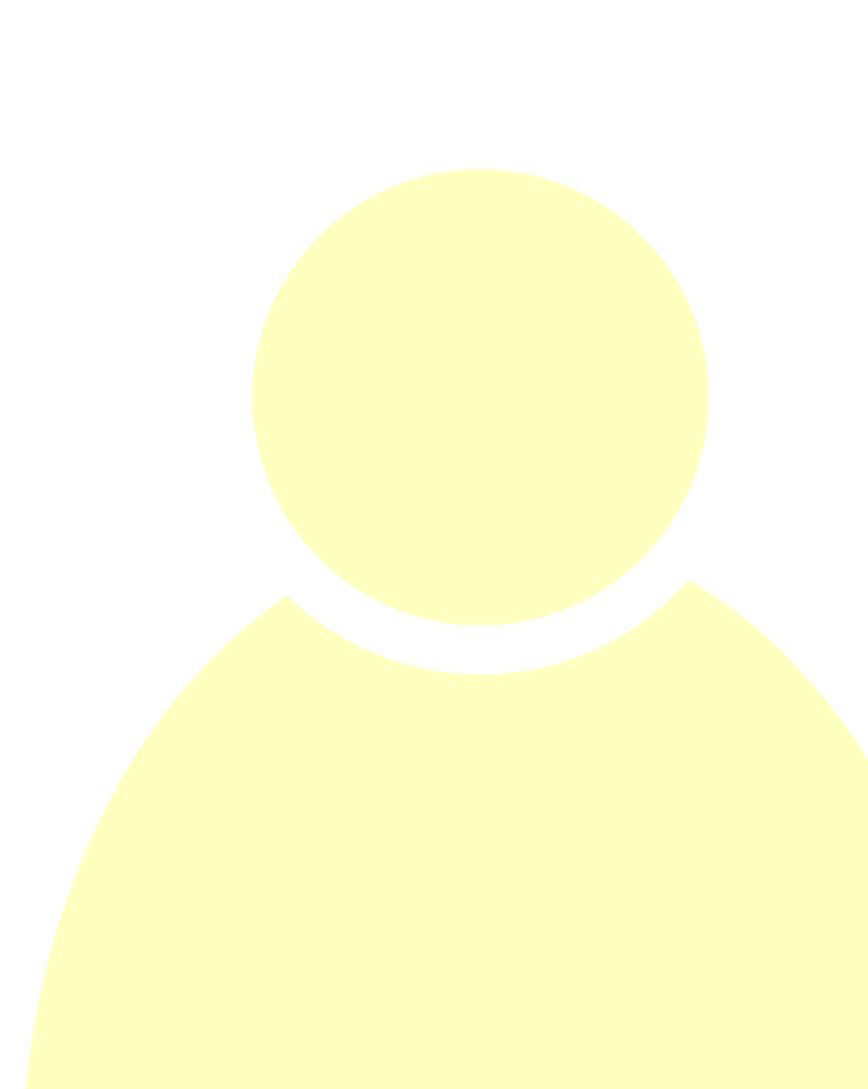


Заметим, что мы можем дорисовать недостающую зелёную полоску, если одновременно нарисуем такую же красную.

вычисляем (х+4) (х-1)

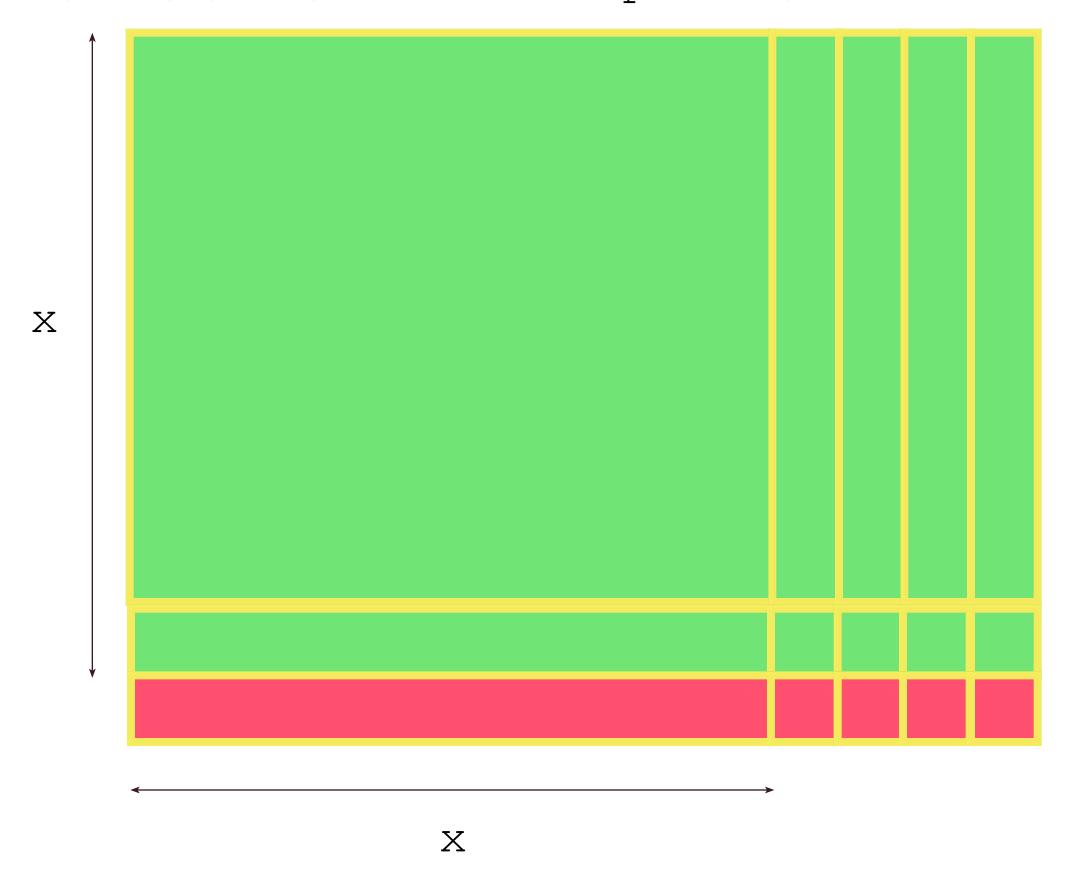


Заметим, что мы можем дорисовать недостающую зелёную полоску, если одновременно нарисуем такую же красную.



(x+4) (x-1) во всей красе (зелёная область):

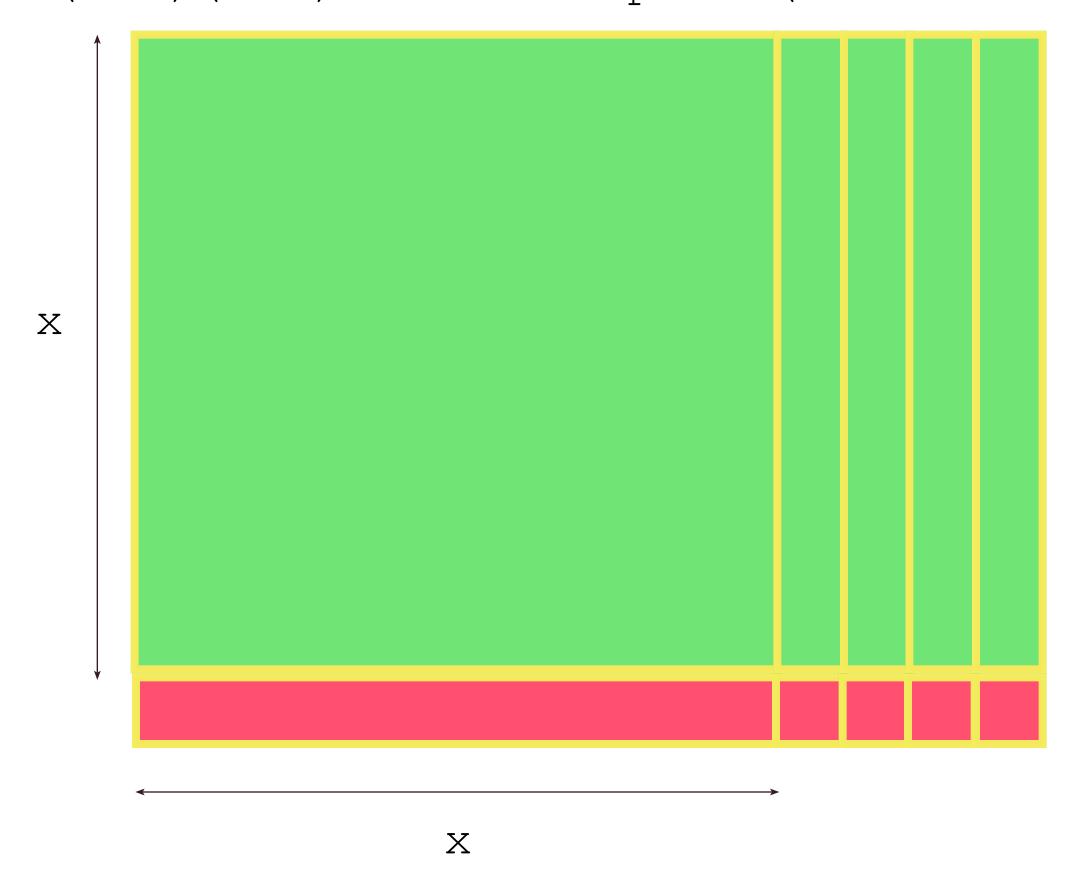
вычисляем (x+4) (x-1)



Теперь осталось стереть некоторые границы :D

(x+4) (x-1) во всей красе (зелёная область):





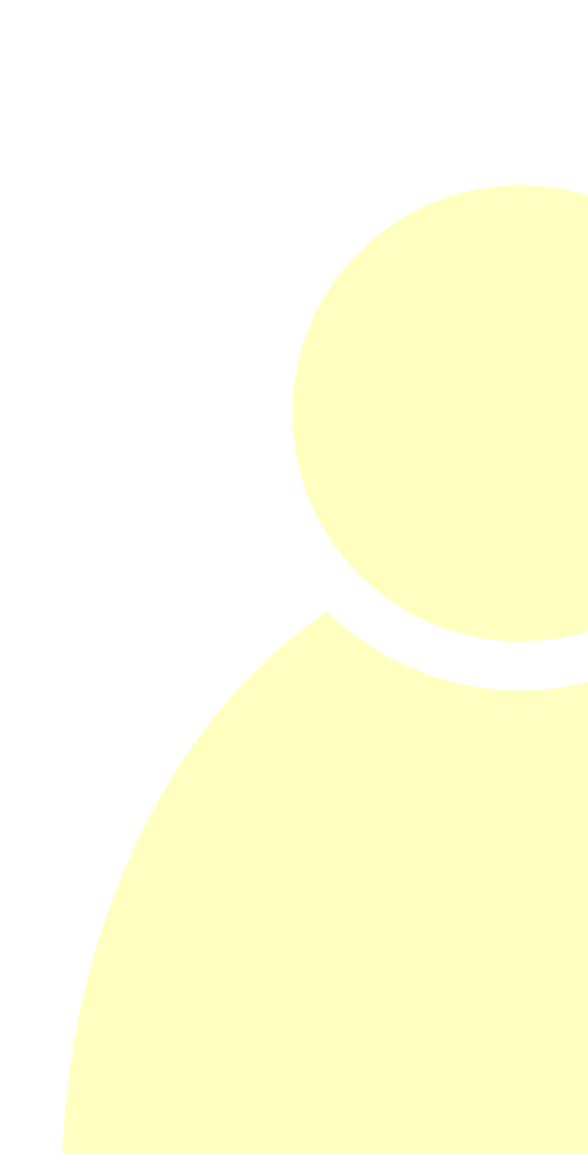
Теперь осталось стереть некоторые границы :D



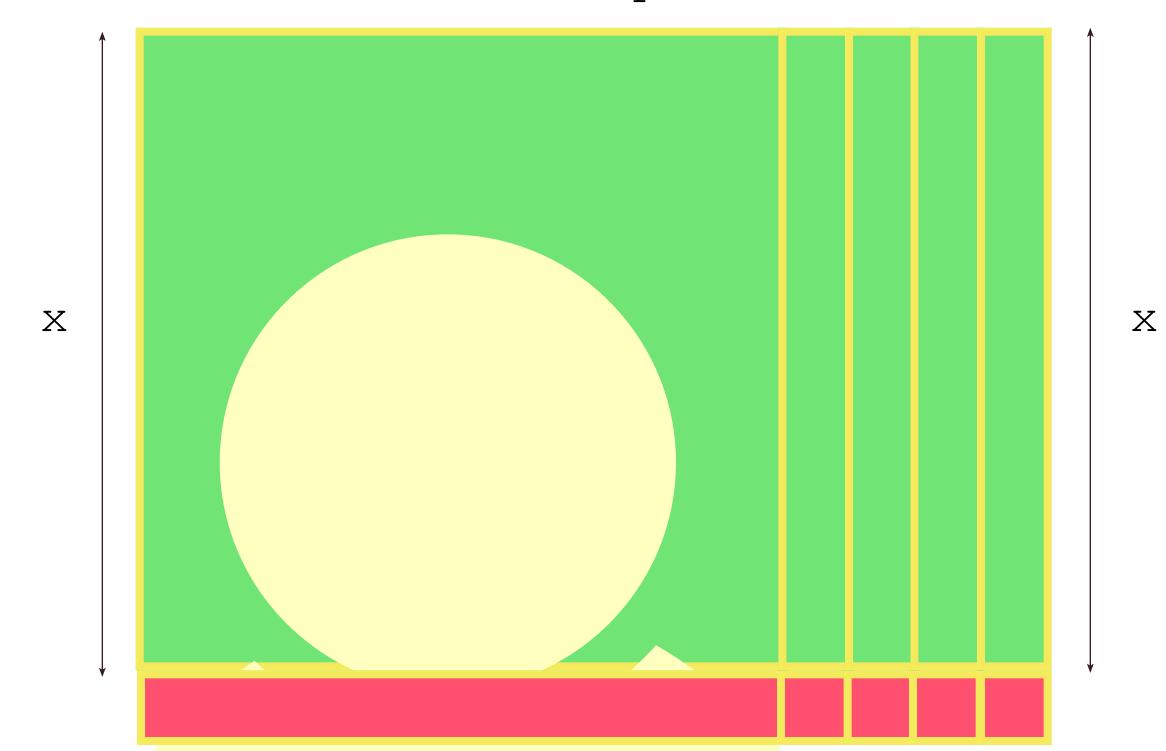
Теперь осталось стереть некоторые границы :D

X

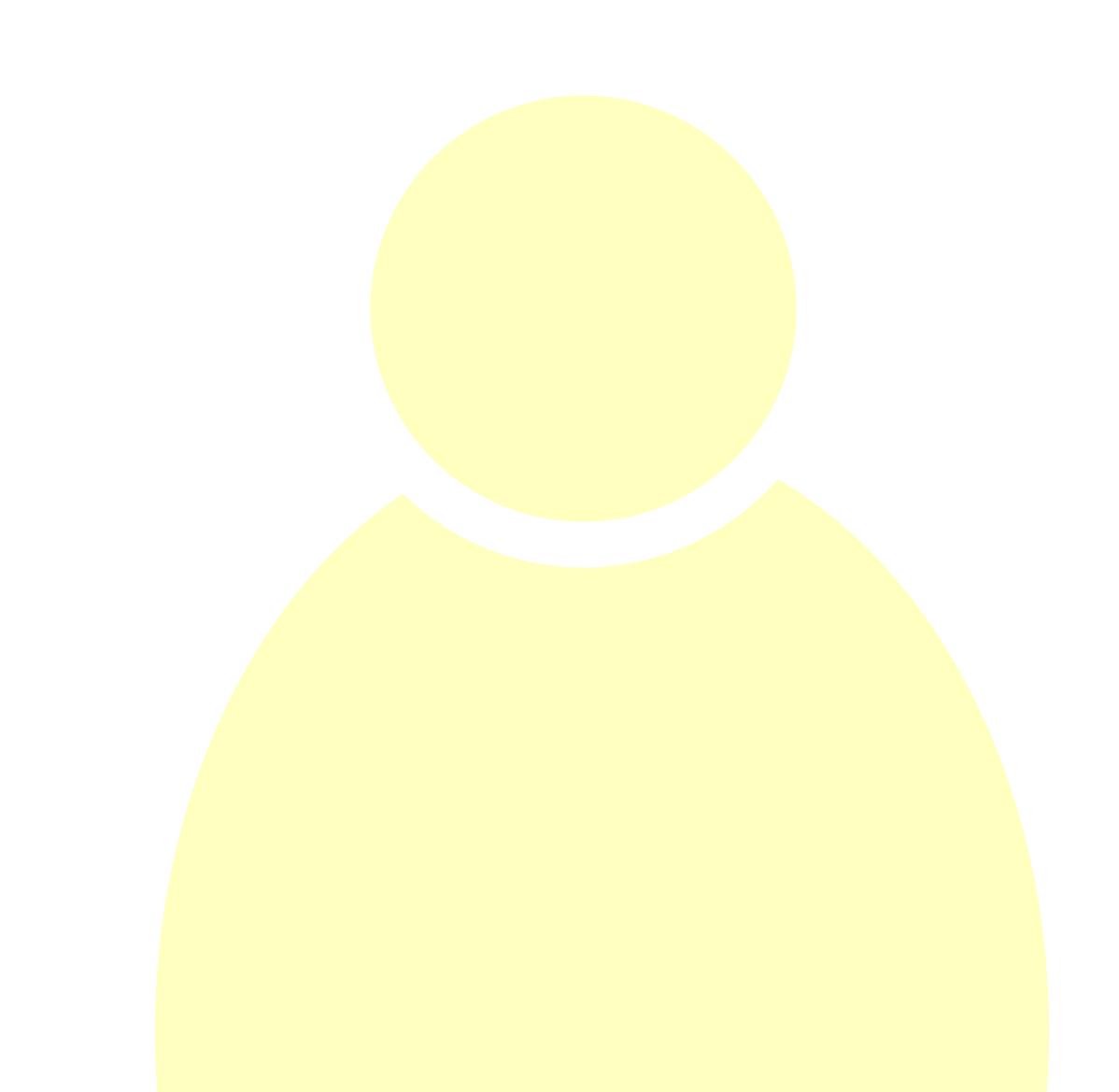
вычисляем (x+4) (x-1)



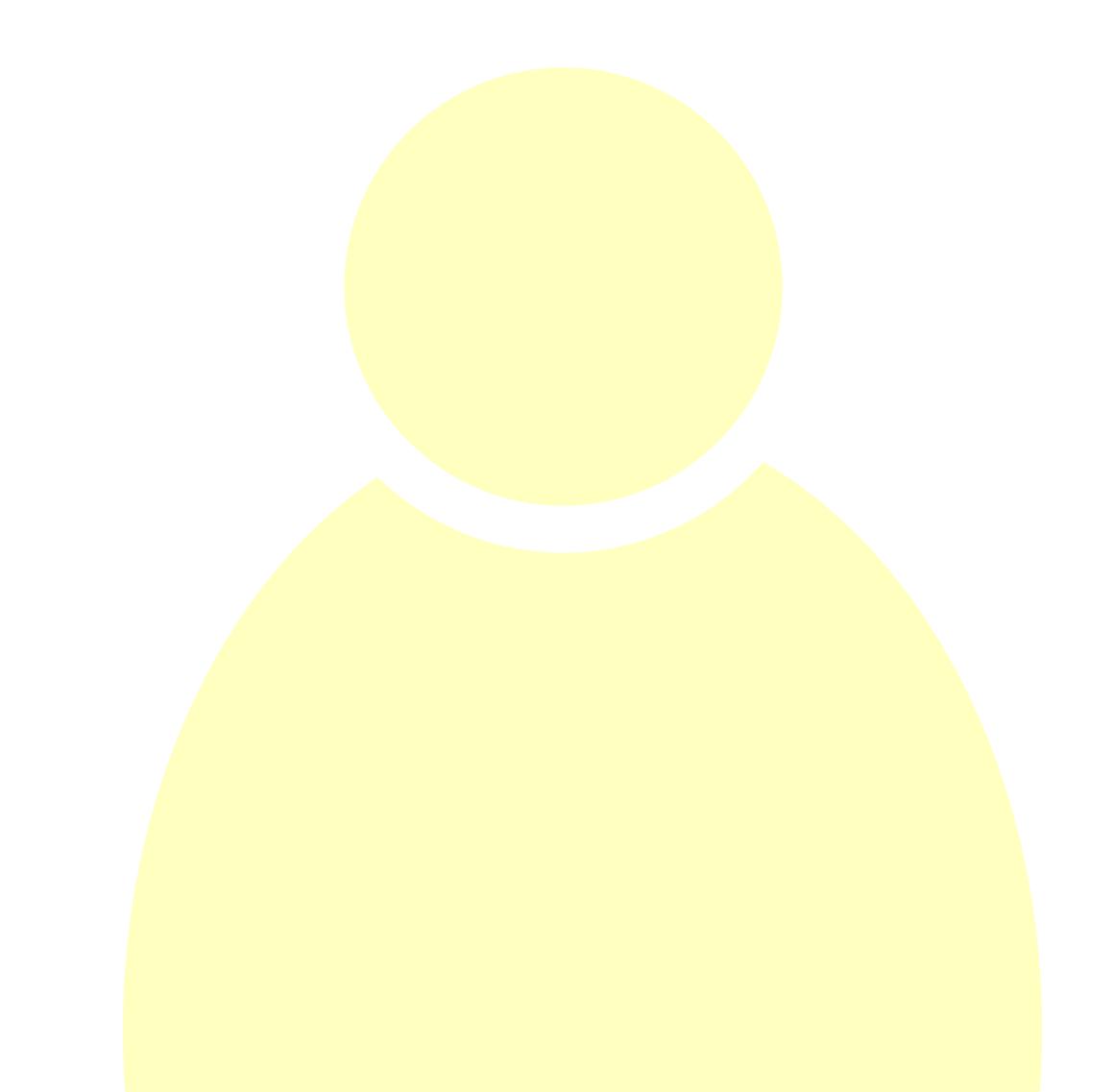
(x+4) (x-1) во всей красе (зелёная область):



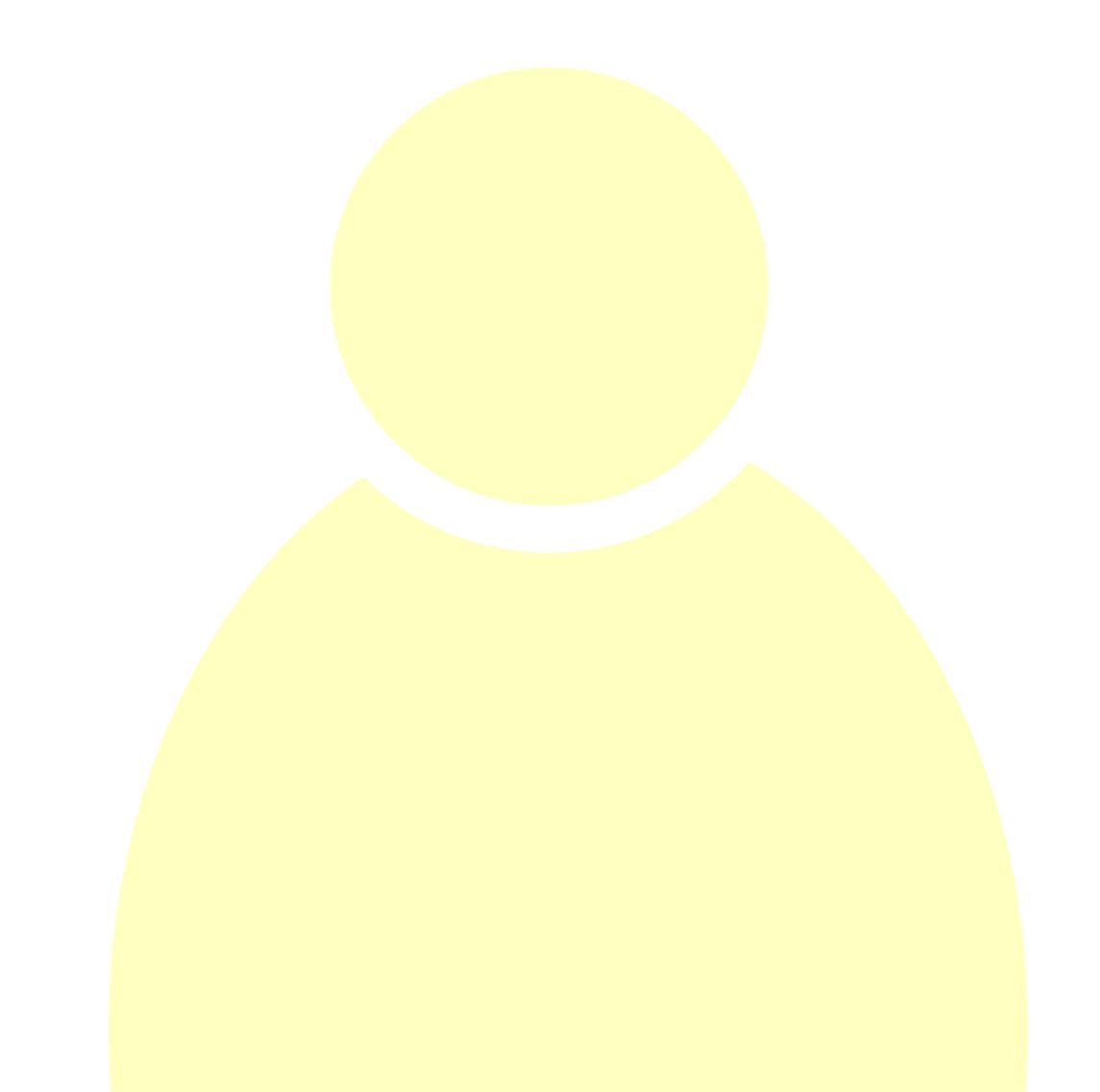
Ну и ежу понятно, что это. Это $x^2 + 4x - x - 4$. Это нетрудно упростить до $x^2 + 3x - 4$: на нашем визуальном языке зелёная и красная одинаковые полоски просто съели друг друга, и в результате осталось 3 зелёных полоски и ни одной красной. Ну хорошо, а теперь умножим (x-2)(x-5) нашим чудо-графическим способом.

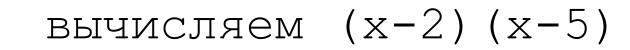


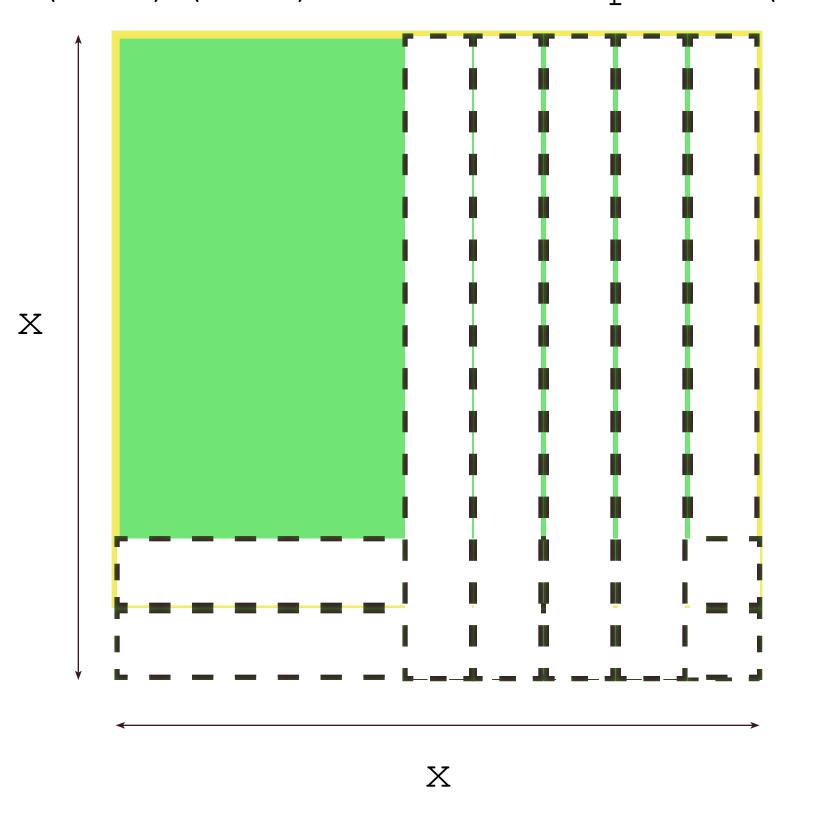
вычисляем (x-2) (x-5)



вычисляем (x-2) (x-5)

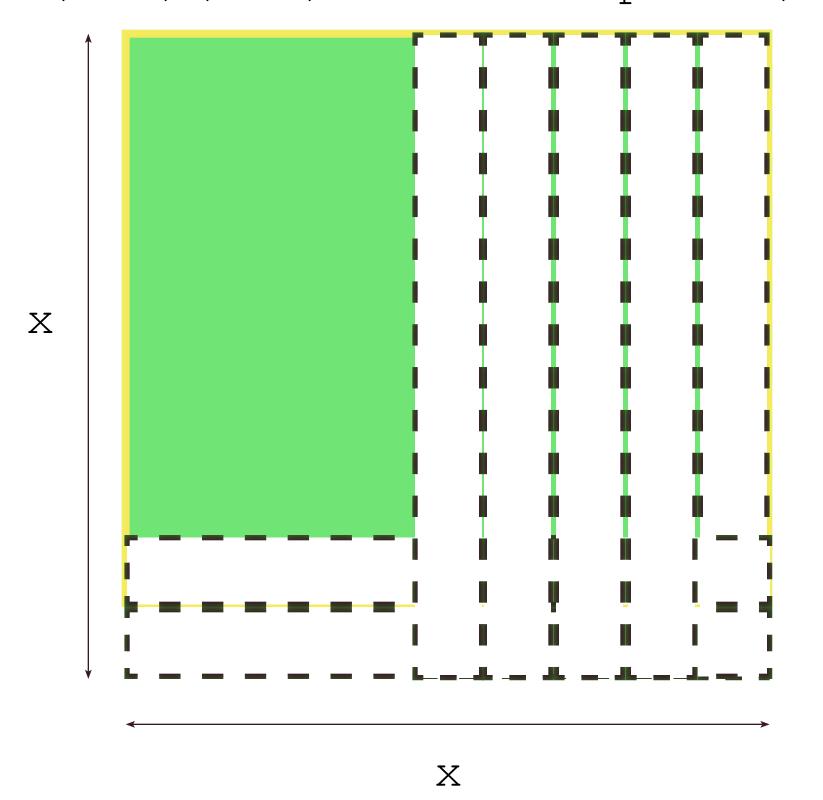




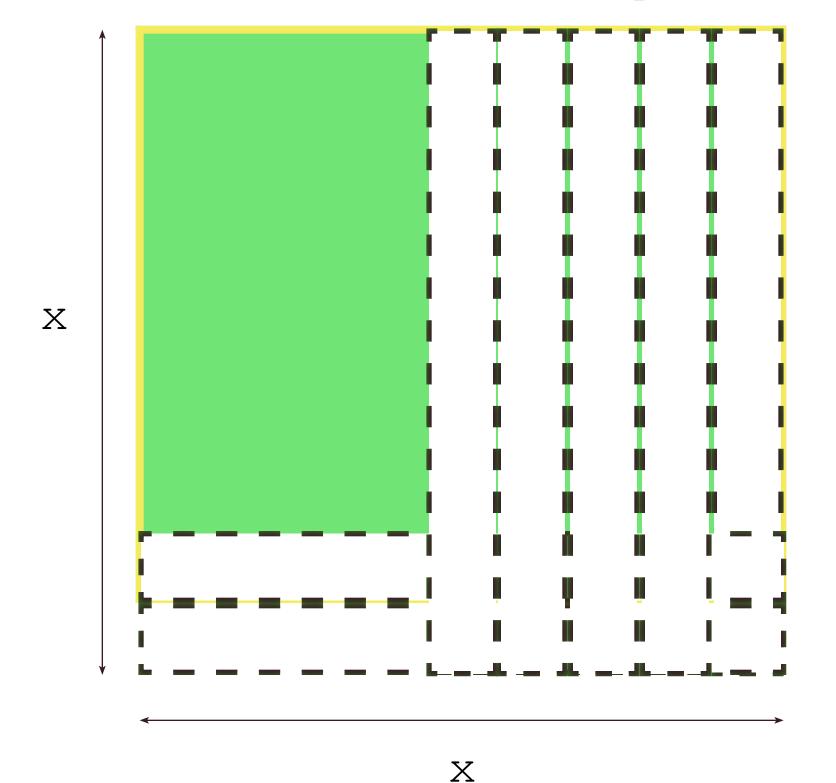




вычисляем (х-2) (х-5)



И правда, говоря о зелёной области, горизонтальное её измерение действительно равно x-5, а вертикальное её измерение действительно равно x-2.



Попробуем дополнить до квадрата: сделать что-то такое, чтобы получался х² и ещё что-то (потому что мы ожидаем вторую степень х)

И правда, говоря о зелёной области, горизонтальное её измерение действительно равно x-5, а вертикальное её измерение действительно равно x-2.

вычисляем (x-2) (x-5)

вычисляем (x-2) (x-5)

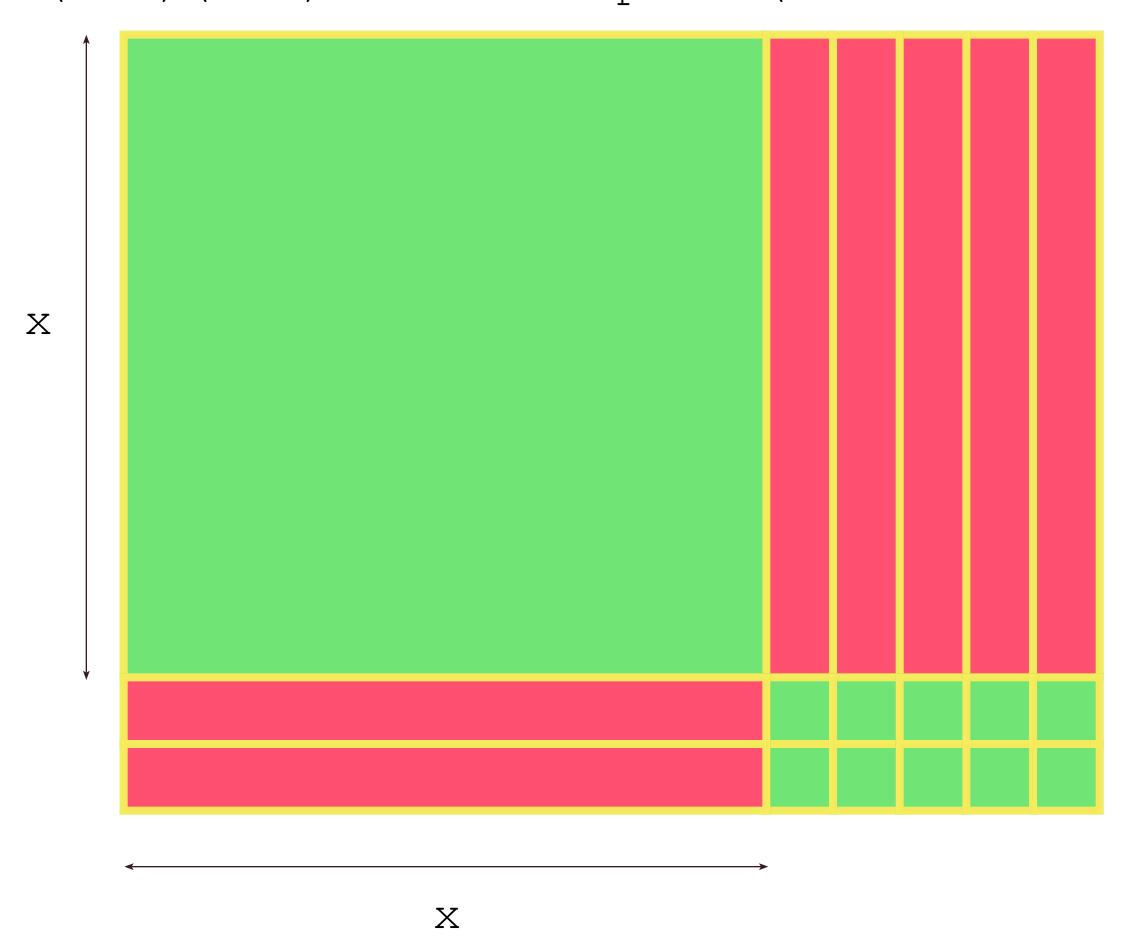
(х-2) (х-5) во всей красе (зелёная область): X X

вычисляем (x-2) (x-5)

вычисляем (х-2) (х-5) (х-2) (х-5) во всей красе (зелёная область): X X

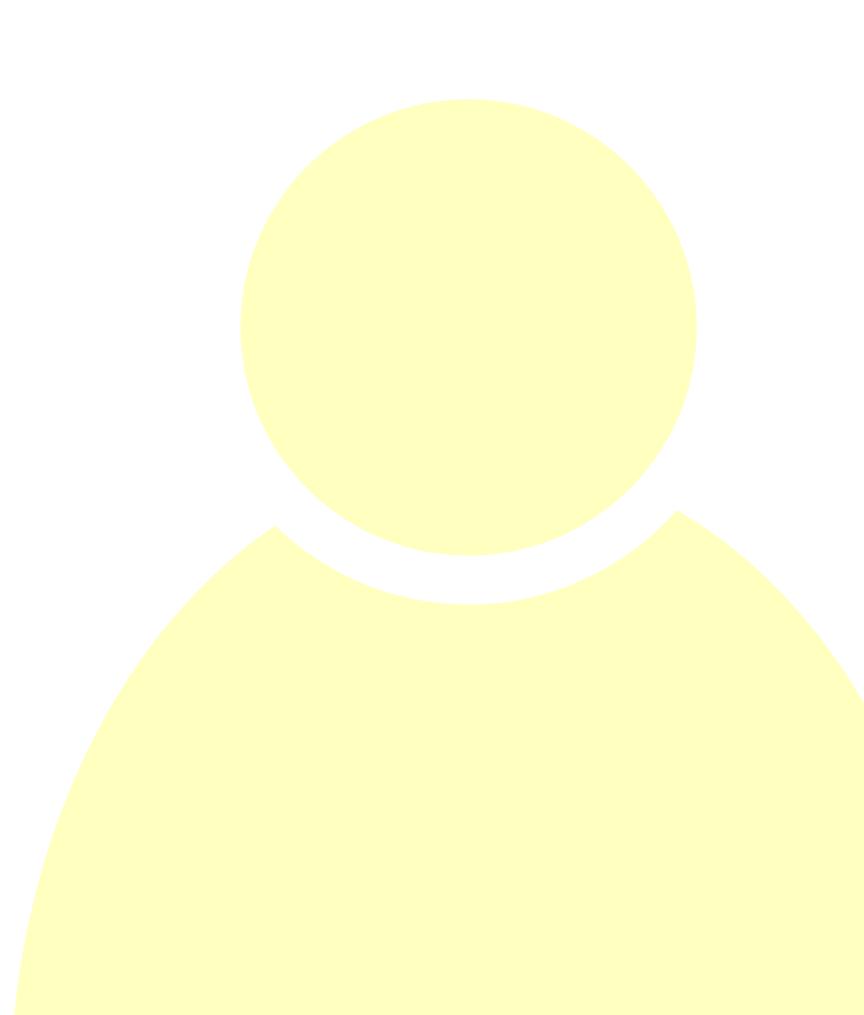
вычисляем (х-2) (х-5)

(х-2) (х-5) во всей красе (зелёная область):

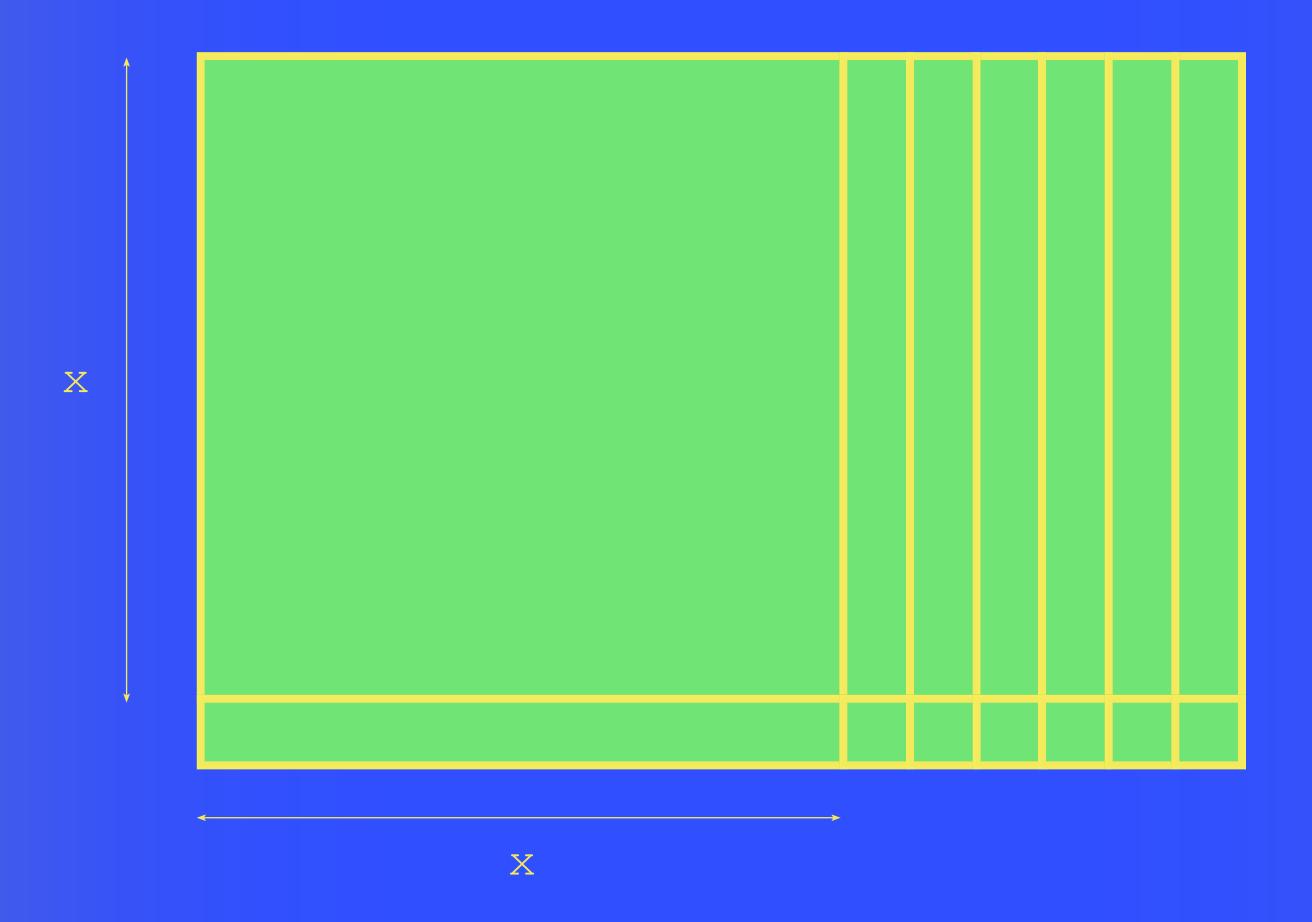


По-моему, прекрасно видно, что получилось $x^2-5x-2x+10$. Или, что то же самое, $x^2-7x+10$.:)

вычисляем (x-2) (x-5)



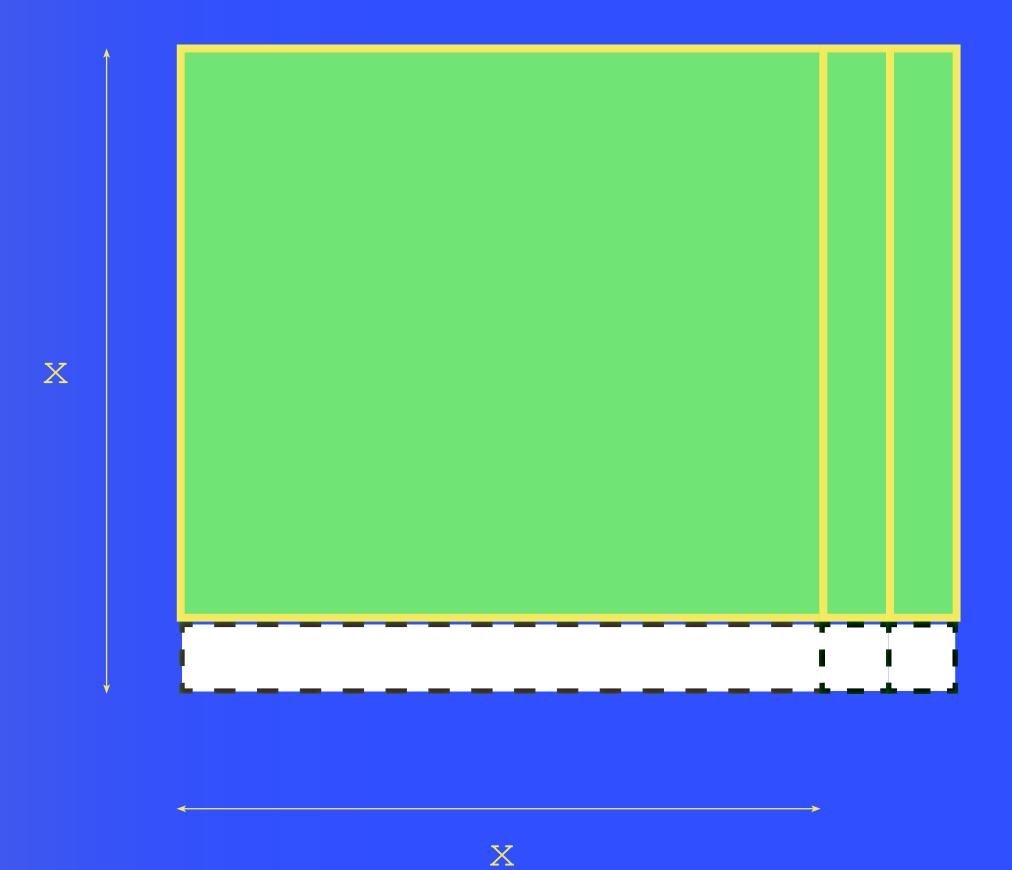
Сейчас мы графически перемножим (х+6) (х+1). Смотри:



А теперь записывай ответ:

Например, $x^2 - 2x + 2$

А сейчас будем вычислять (х+2)(х-1).

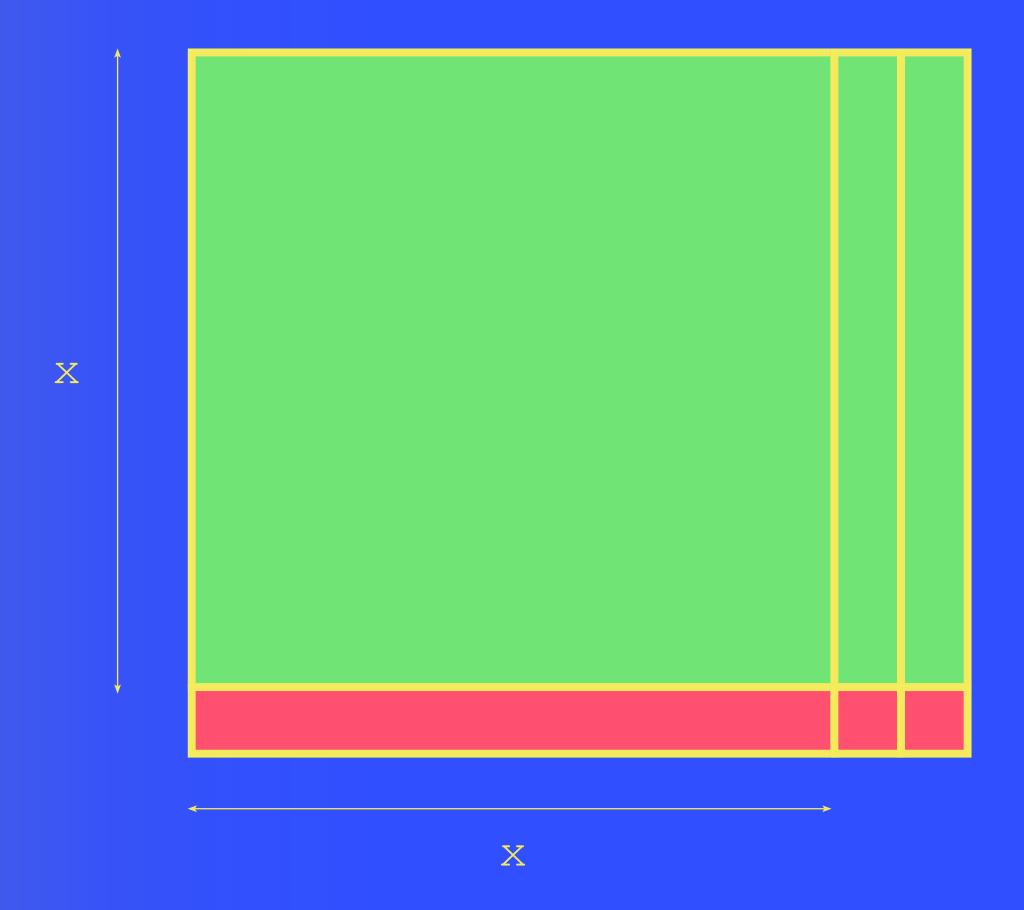


пара горизонтальных полос

пара квадратиков

пара вертикальных полос

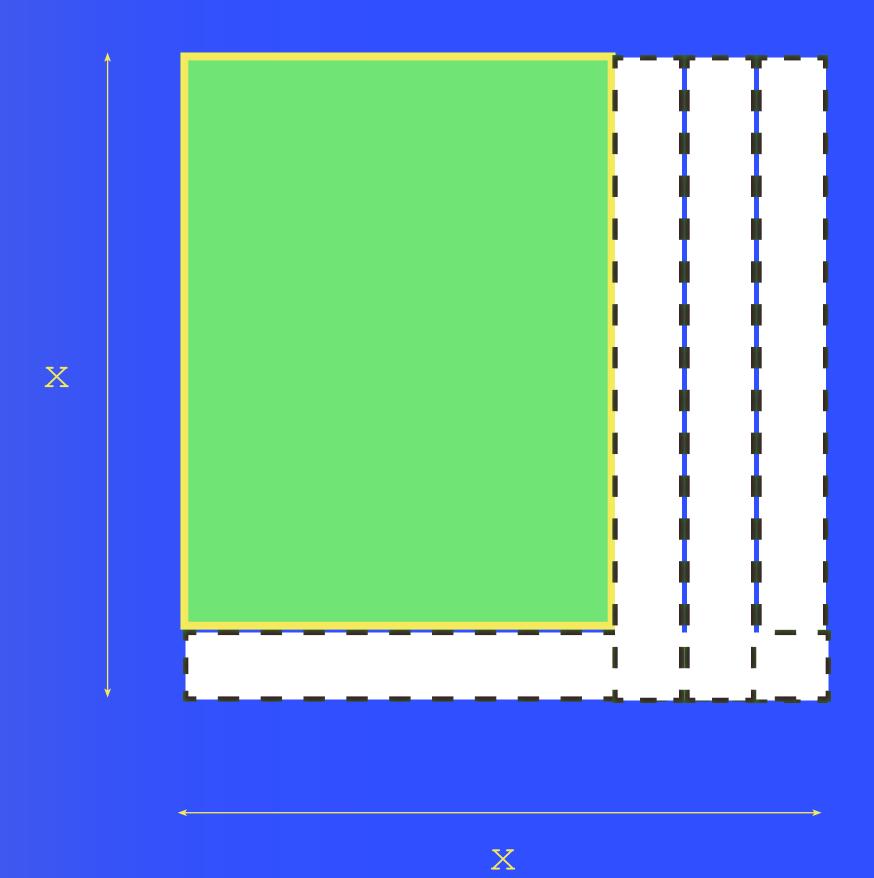
отменить предыдущее действие



А теперь записывай ответ для (x+2)(x-1):

Например, $x^2 - 2x + 2$

А сейчас будем вычислять (x-1)(x-3).

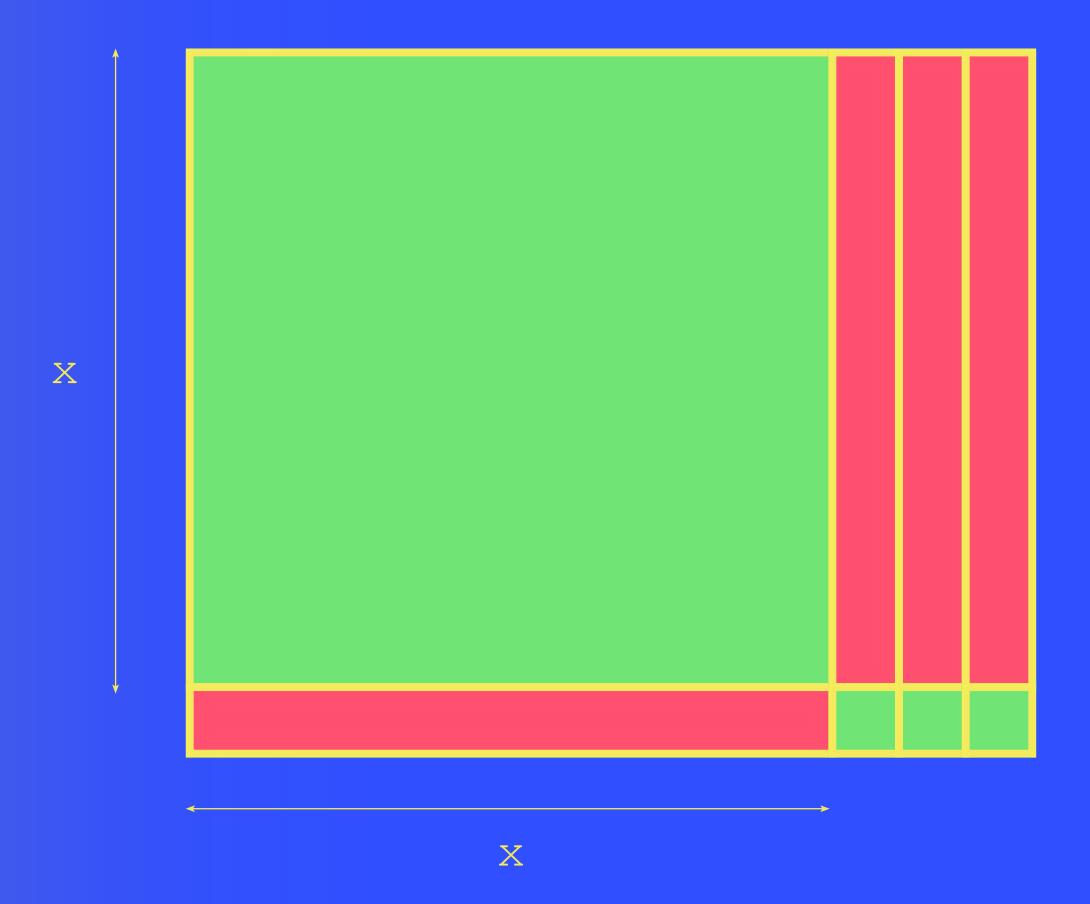


пара горизонтальных полос

пара квадратиков

пара вертикальных полос

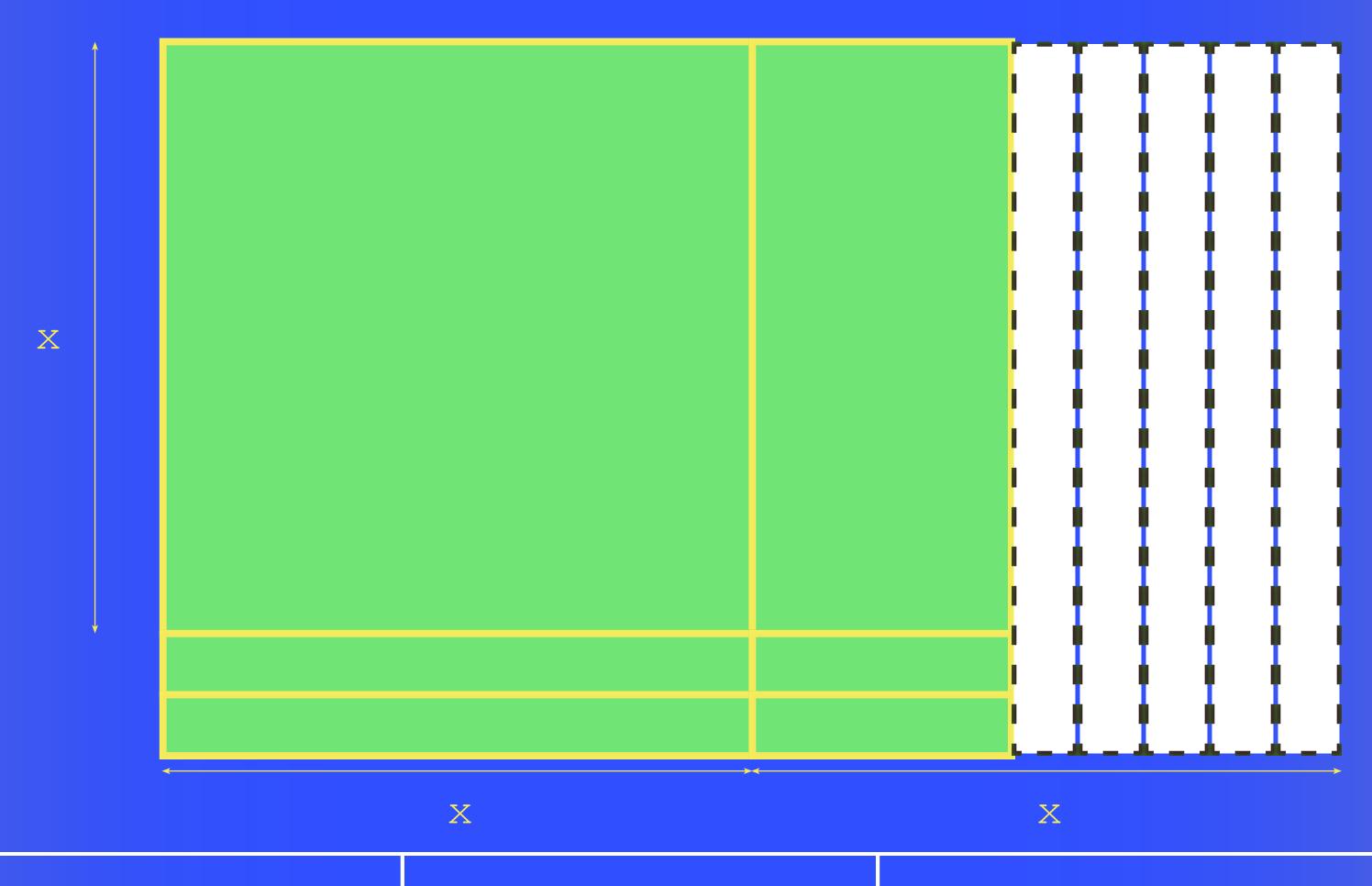
отменить предыдущее действие



А теперь записывай ответ для (х-1)(х-3):

Например,
$$x^2 + 3x + 2$$

Последняя задача на умножение: (2х-5) (х+2).



пара горизонтальных полос

пара квадратиков

пара вертикальных полос

отменить предыдущее действие

X X X

А вот здесь самое подходящее место для того, чтобы записать ответ:

Например, 2x² - 7x + 10

Смотри,

раз х+2 можно умножить на х+3 и что-то получить (а конкретно, получить x^2+5x+6), - значит, можно и x^2+5x+6 разделить на x+3?

Смотри,

раз x+2 можно умножить на x+3 и что-то получить (а конкретно, получить x^2+5x+6), - значит, можно и x^2+5x+6 разделить на x+3?

Разделить x^2+5x+6 на x+3 означает вот что: означает нарисовать такой прямоугольник, что площадь его равна x^2+5x+6 , а одна из сторон равна x+3. Тогда длина другой стороны и будет результатом деления.

делим x^2+5x+6 на x+3

раз x+2 можно умножить на x+3 и что-то получить (а конкретно, получить x^2+5x+6), - значит, можно и x^2+5x+6 разделить на x+3?

Разделить x^2+5x+6 на x+3 означает вот что: означает нарисовать такой прямоугольник, что площадь его равна x^2+5x+6 , а одна из сторон равна x+3. Тогда длина другой стороны и будет результатом деления.

Попробуем «запихать» $x^2 + 5x + 6$ в прямоугольник, одна из сторон которого равна x+3.

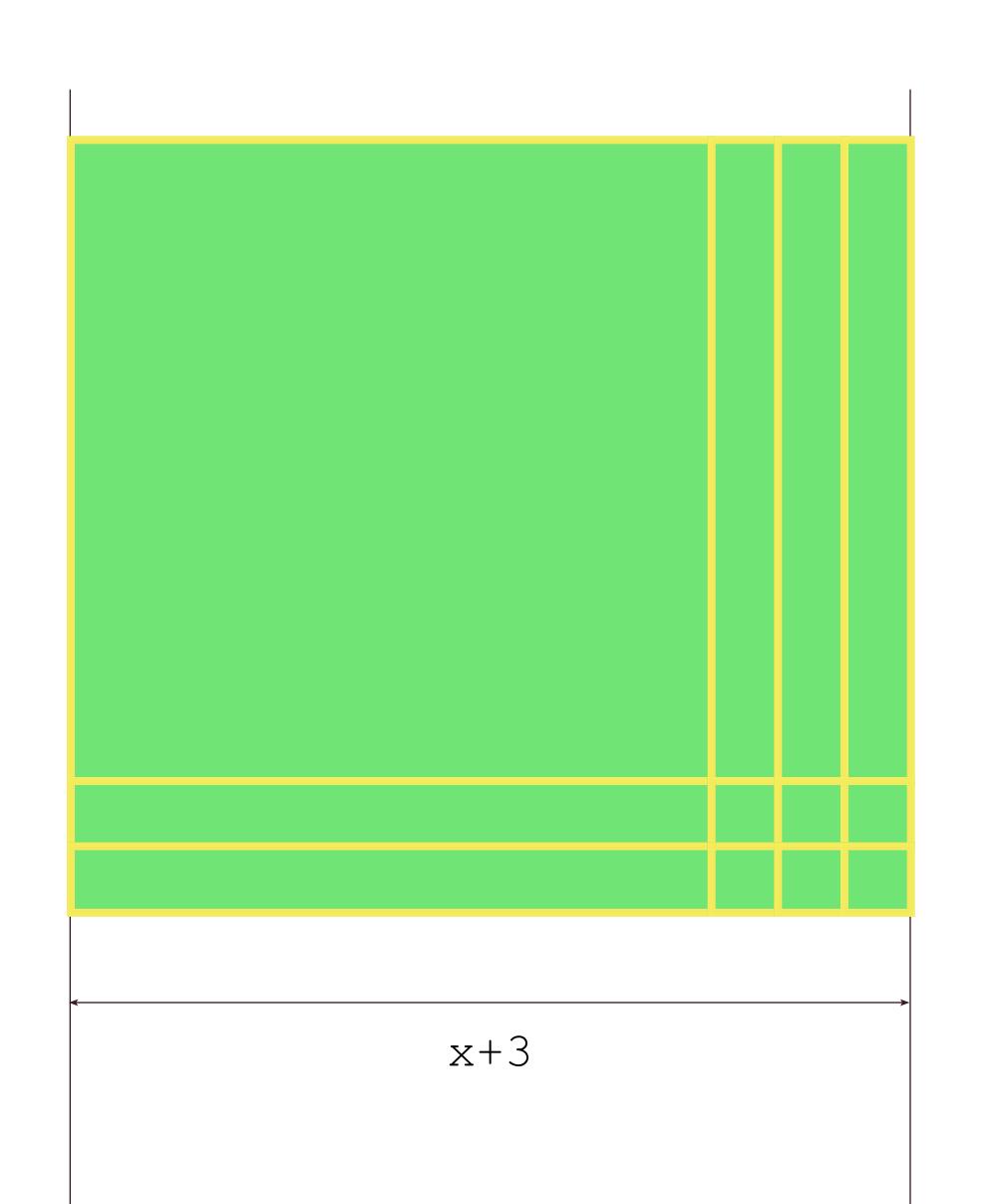
делим x^2+5x+6 на x+3

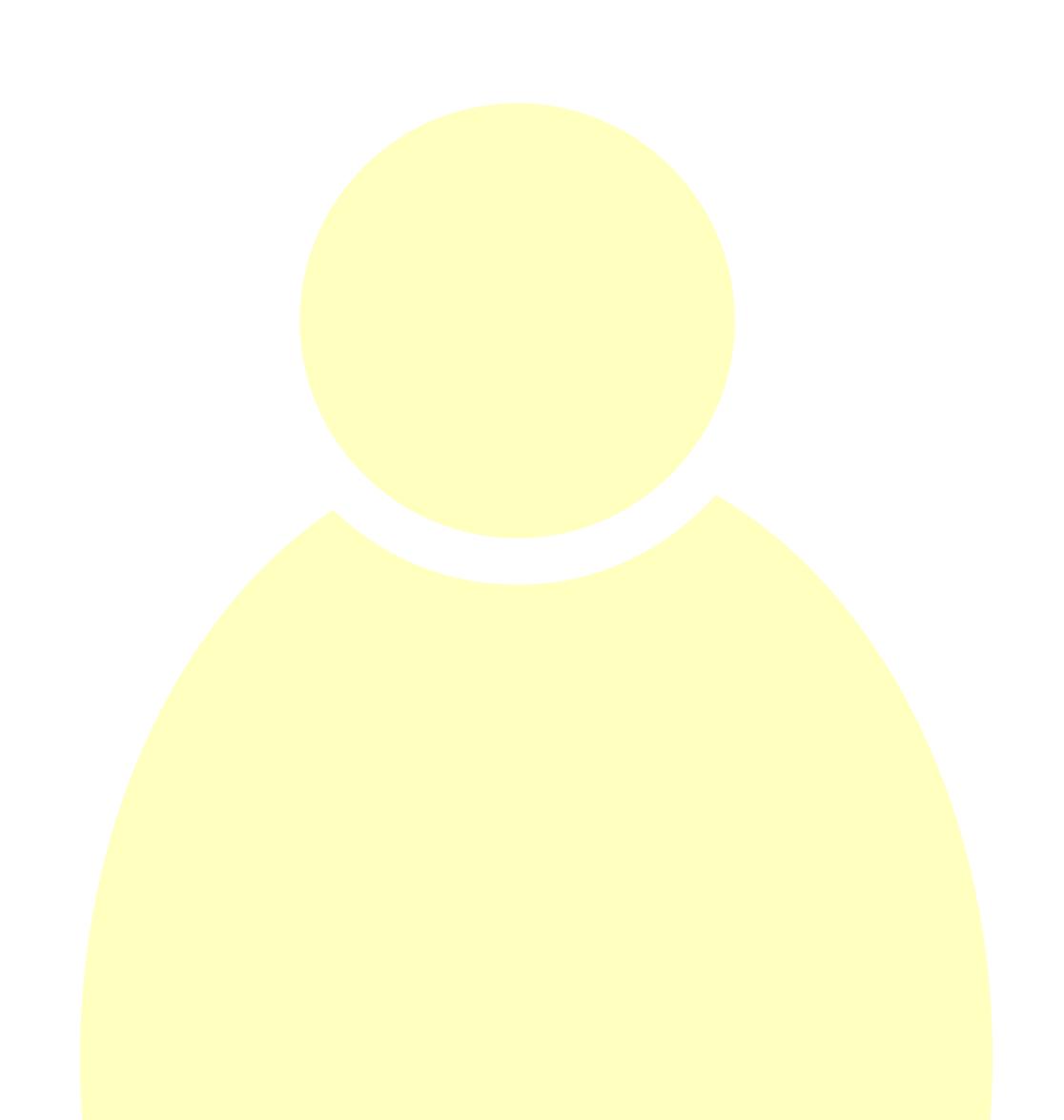
Это будет немного похоже на тетрис.

И вот сюда нам нужно будет уложить один большой квадрат, пять полосок, и шесть маленьких квадратиков.



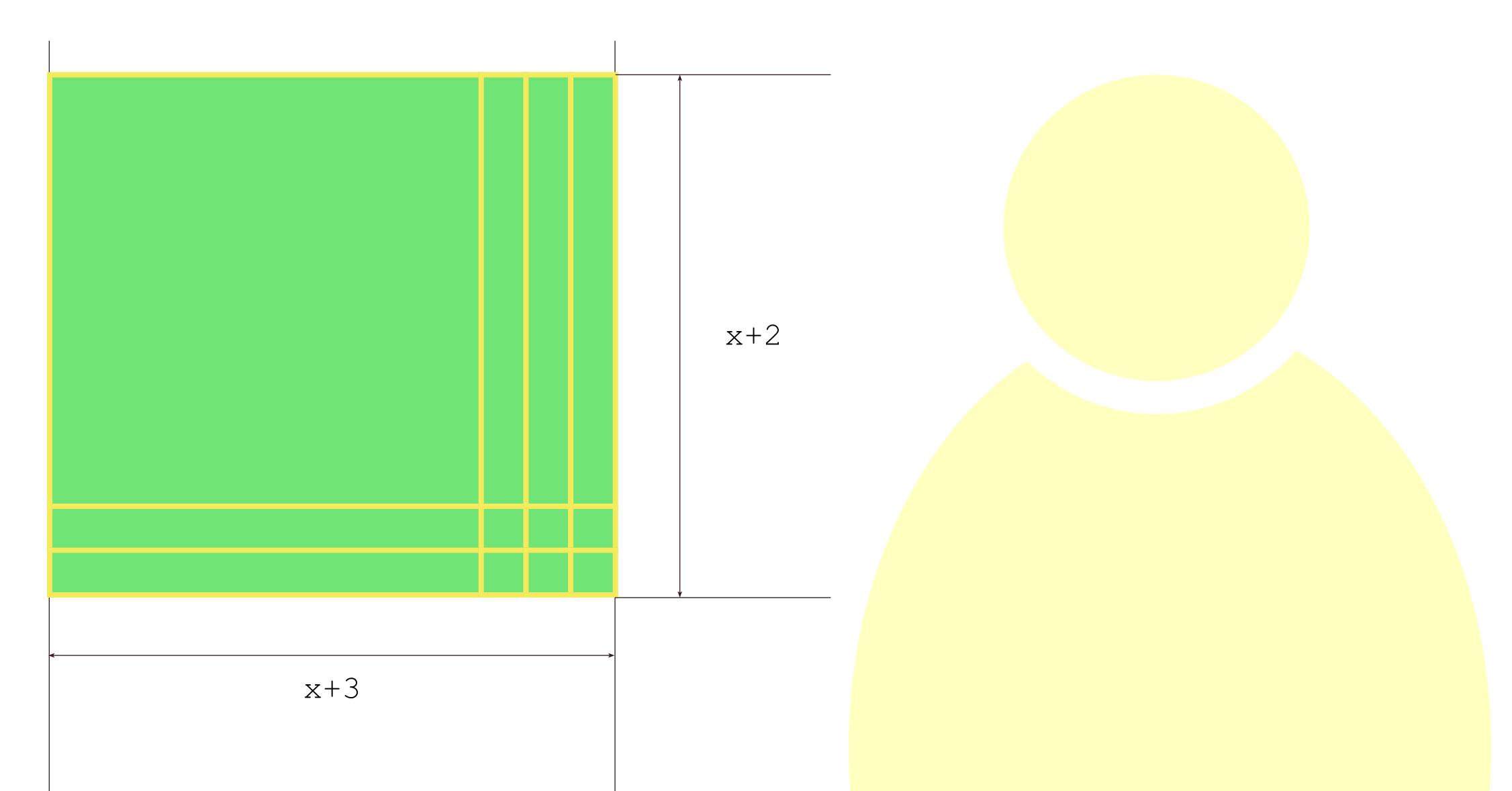
К счастью, это возможно.

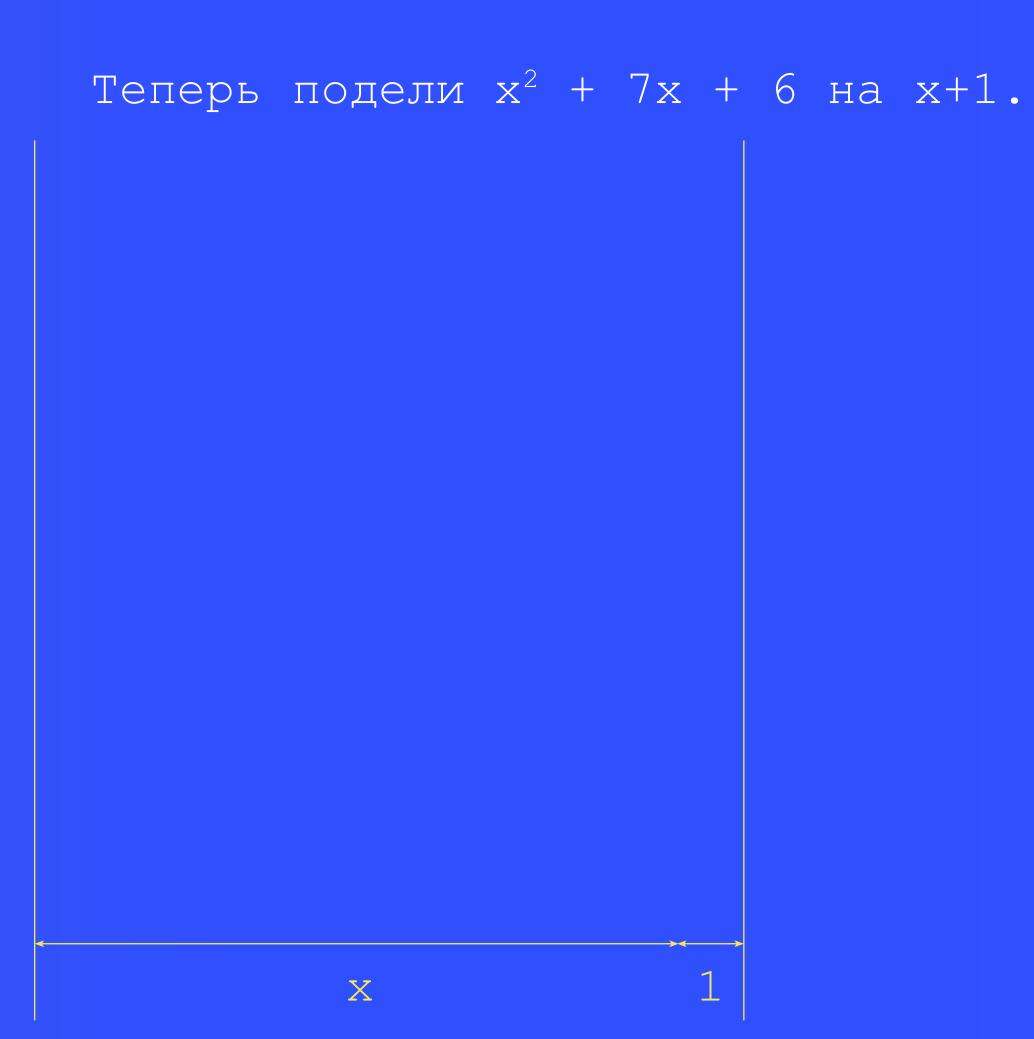




делим x^2+5x+6 на x+3

Глубина того, что попало в этот прямоугольный тетрис, как видно, равна х+2. Это и есть ответ.





повернуть полосочку

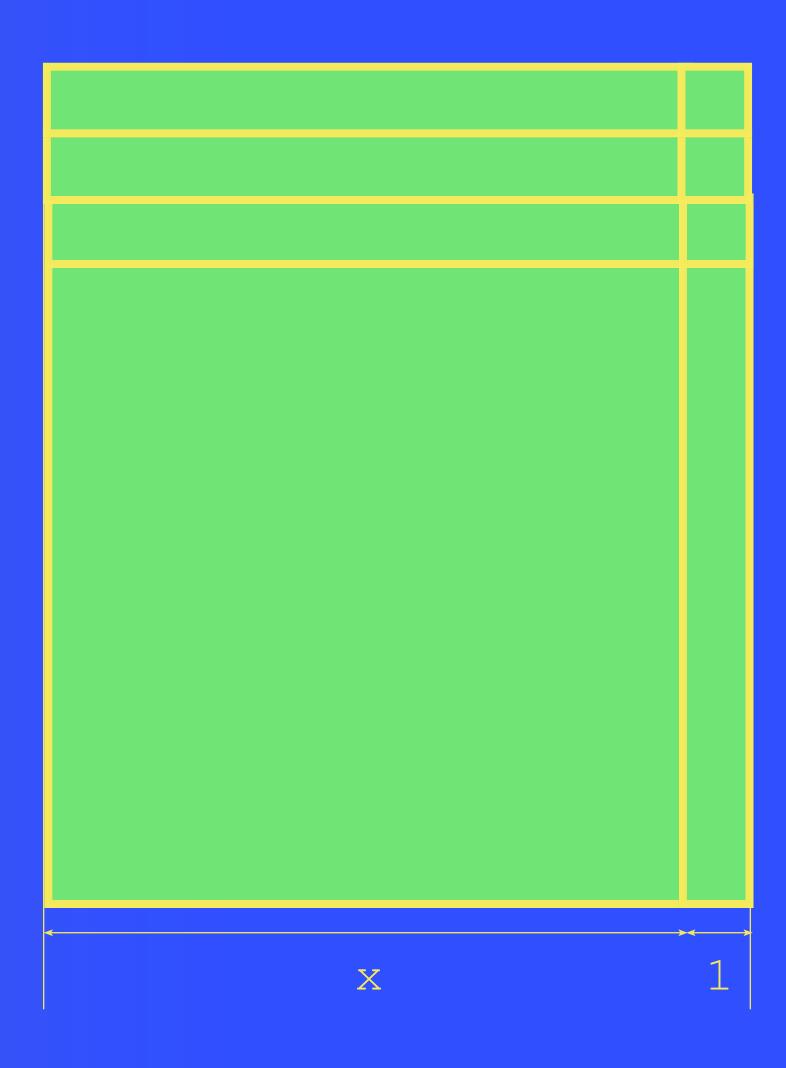
отменить последнее действие

очистить всё

большой зелёный квадрат (осталось: 1)

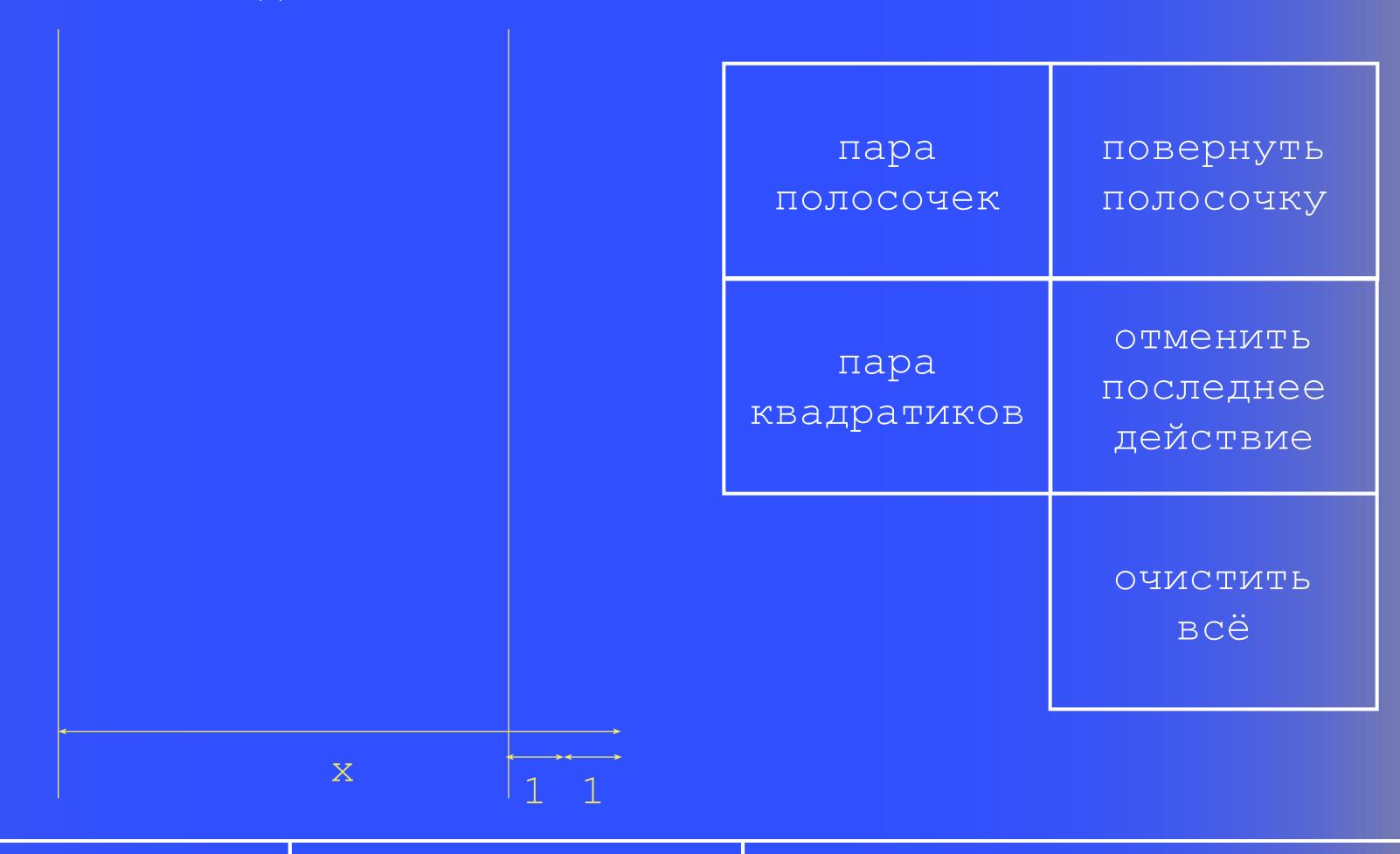
полосочка (осталось: 7)

маленький квадратик (осталось: 6)



А теперь, глядя на всё это, расскажи мне, чему же равно $x^2 + 7x + 6$ разделить на x+1:

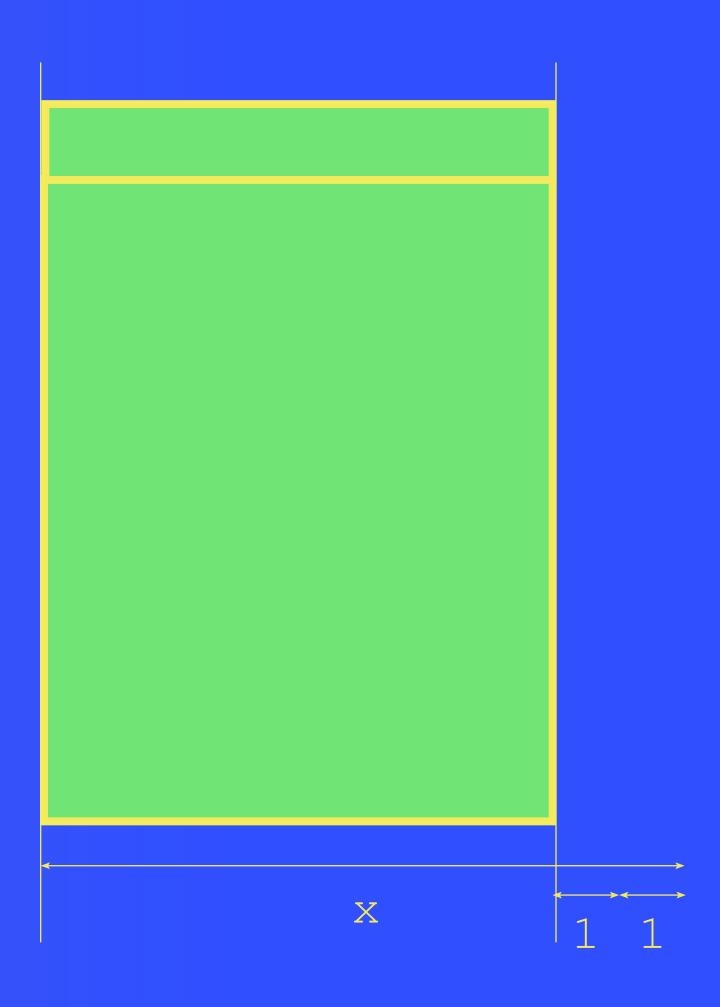
Подели x² - x - 2 на x-2.



большой зелёный квадрат (осталось: 1)

(осталось: 1)

красная полосочка маленький красный квадратик (осталось: 2)



А теперь, глядя на всё это, расскажи мне, чему же равно x^2 – x – 2 разделить на x – 2:

Подели $x^2 + x - 6$ на x+3.

пара полосочек	повернуть
пара квадратиков	отменить последнее действие
	очистить всё

большой зелёный квадрат (осталось: 1)

(осталось: 1)

зелёная полосочка маленький красный квадратик (осталось: 6)

А теперь, глядя на всё это, расскажи мне, чему же равно $x^2 + x - 6$ разделить на x+3: