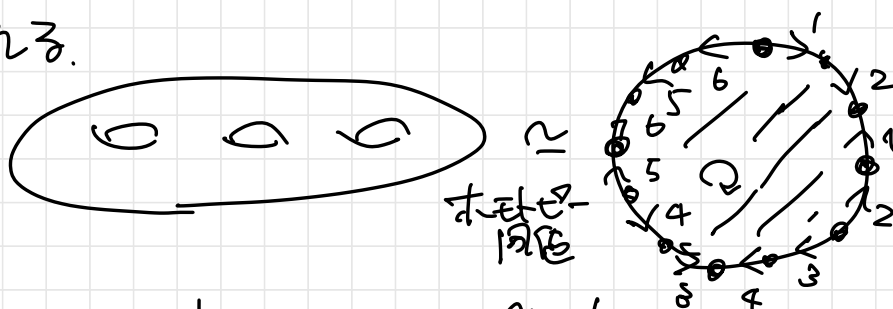


東工大 2010 [5]

(1) 種数3の向き付け可能閉曲面 Σ_3 は
円板の境界を次のように同一視して得られる。



胞体分割したとき、鎖複体

$$0 \rightarrow \mathbb{Z} \xrightarrow{\partial_2} \mathbb{Z}^6 \xrightarrow{\partial_1} \mathbb{Z} \xrightarrow{\partial_0} 0$$

を得る。 $\partial_2, \partial_1, \partial_0$ はすべて 0 写像のため。

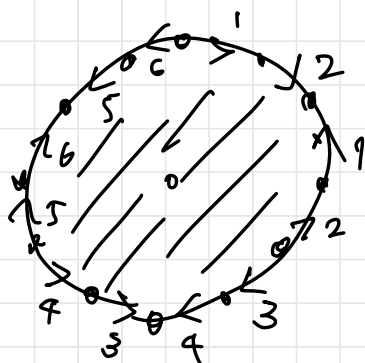
$$H_2(\Sigma_3) = \ker \partial_2 \cong \mathbb{Z}$$

$$H_1(\Sigma_3) = \ker \partial_1 / \text{Im } \partial_2 \cong \mathbb{Z}^6$$

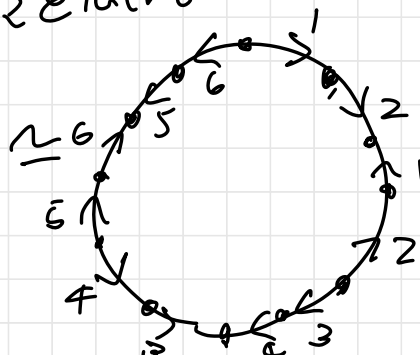
$$H_0(\Sigma_3) = \ker \partial_0 / \text{Im } \partial_1 \cong \mathbb{Z}$$

$$\text{よって } H_n(\Sigma_3) = \begin{cases} \mathbb{Z} & (n=0, 2) \\ \mathbb{Z}^6 & (n=1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

(2) X



穴をふける

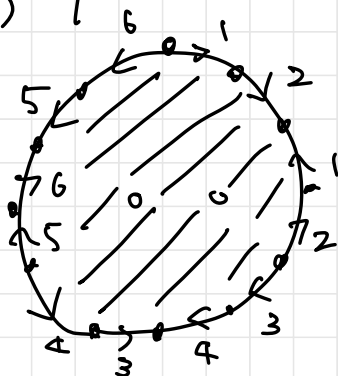


円板の内部がない。

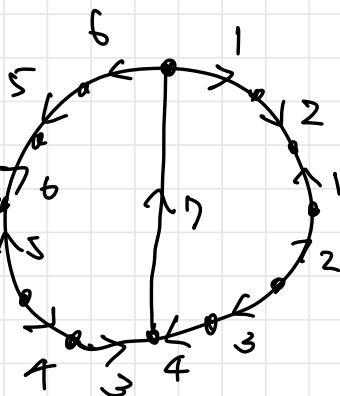
おと胞体分割の鎖複体 $0 \rightarrow \mathbb{Z}^6 \xrightarrow{d_1} \mathbb{Z} \xrightarrow{d_0} 0$
 を得るが同じく d_1, d_0 は 0 写像のため

$$H_n(X) = \begin{cases} \mathbb{Z}^6 & (n=1) \\ \mathbb{Z} & (n=0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

(3) Y



穴を
ふける



となる. 同様に胞体分割すると鎖複体

$$0 \rightarrow \mathbb{Z}^2 \xrightarrow{\partial_1} \mathbb{Z} \xrightarrow{\partial_0} 0$$

を得るが, 同じくすべて 0 写像である. よって,

$$H_n(Y) = \begin{cases} \mathbb{Z}^2 & (n=1) \\ \mathbb{Z} & (n=0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$