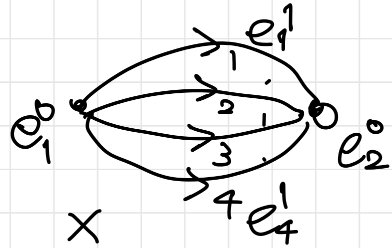
東工大2004 [7]

N について、

N (中身がある)



Xを胞体分割して、$\{e_1^0, e_2^0, e_1^1, e_2^1, e_3^1, e_4^1\}$ とする。鎖複体 $0 \to \mathbb{Z}^4 \xrightarrow{\partial_1} \mathbb{Z}^2 \xrightarrow{\partial_2} 0$

を導く。∂_1 について

$$(n_1, n_2, n_3, n_4) \mapsto (-n_1-n_2-n_3-n_4,\ n_1+n_2+n_3+n_4)$$

のため。$\mathrm{Ker}\,\partial_1 \cong \{n_1+n_2+n_3+n_4=0\}$

$$\cong \mathbb{Z}^3$$

$$\mathrm{Im}\,\partial_1 \cong \mathbb{Z}.$$

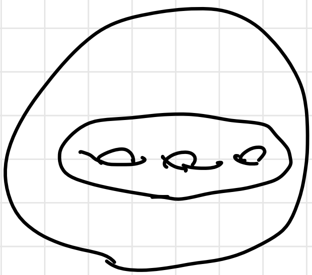
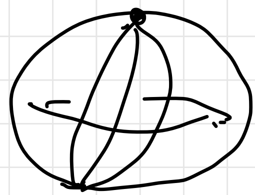
よって $H_1(N) \cong \mathrm{Ker}\,\partial_1 \cong \mathbb{Z}^3$.

$$H_0(N) \cong \mathrm{Ker}\,\partial_0 / \mathrm{Im}\,\partial_1 \cong \mathbb{Z}.$$

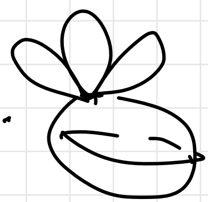
であり。

$$H_n(N) \cong \begin{cases} \mathbb{Z}^3 & (n=1) \\ \mathbb{Z} & (n=0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

Mについて

 $\simeq$ 

S^2の中に3本の線

$\simeq$ 点をつぶす。  $S^1 \vee S^1 \vee S^1 \vee S^2$

(1点和)

より $$H_n(M) = \begin{cases} \mathbb{Z} & (n=0,1) \\ \mathbb{Z}^3 & (n=1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

である。