

地球深部・内部ダイナ合同セミナー

2020年 12月17日
菖蒲迫 健介

前期の発表から今まで葛蒲迫が取り組んだこと

8月～11月：Rubie et.al(2003) Mechanisms of metal-silicate equilibration in the terrestrial magma ocean, Earth and Planetary Science Letters, 205, 239-255
の勉強とその一部(マグマオーシャンの結晶化)の再現 (とゲーム)

11月～現在：コアマントル分化(コア形成)についてのモデル計算

Topic

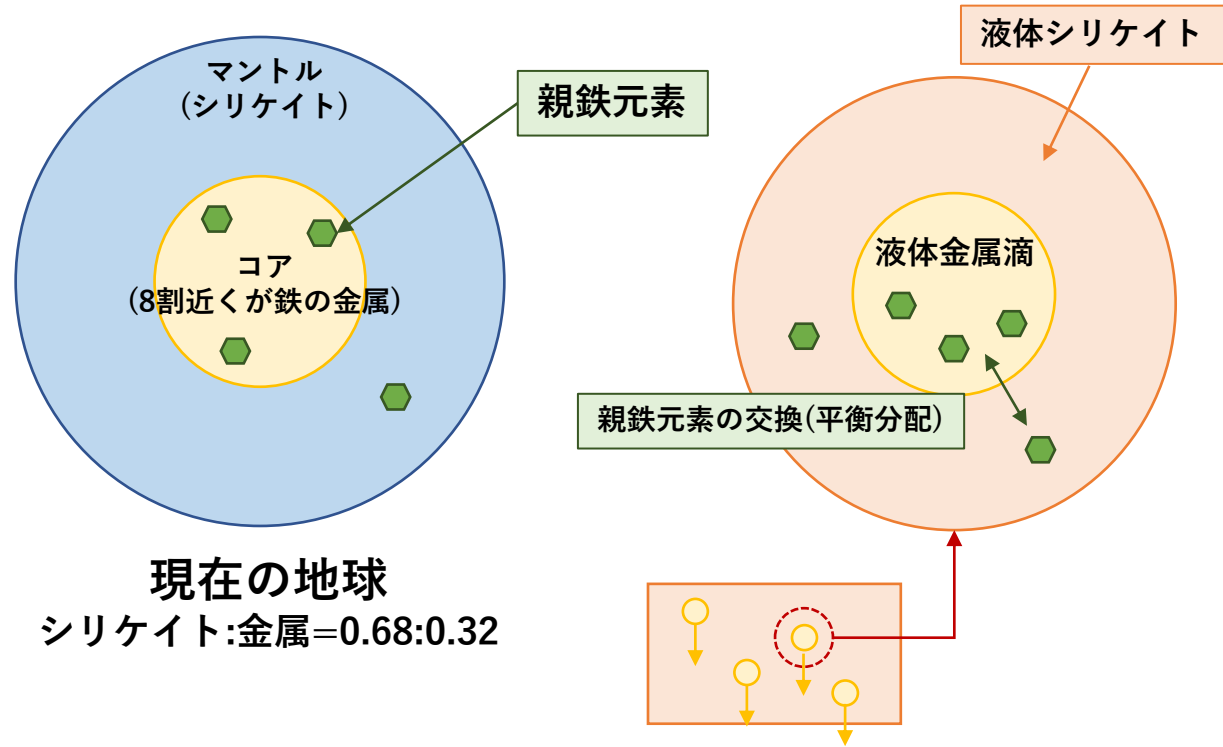
1. マグマオーシャンの熱史計算の紹介
2. コア形成モデルの紹介



世界で大人気のゲーム APEX
(注) 永遠に時間が溶けます...

導入

マグマオーシャン内の元素分配の模式図
ここでは、金属滴とその周りの液体シリケート間の平衡を考えている。



現在の地球
シリケート:金属=0.68:0.32

実際の地球には、CIコンドライトと同じくらいの存在度でNiとCoが存在している。

実験から、NiとCoがこの存在度になるためには、"高压"でないといけないということが示された。

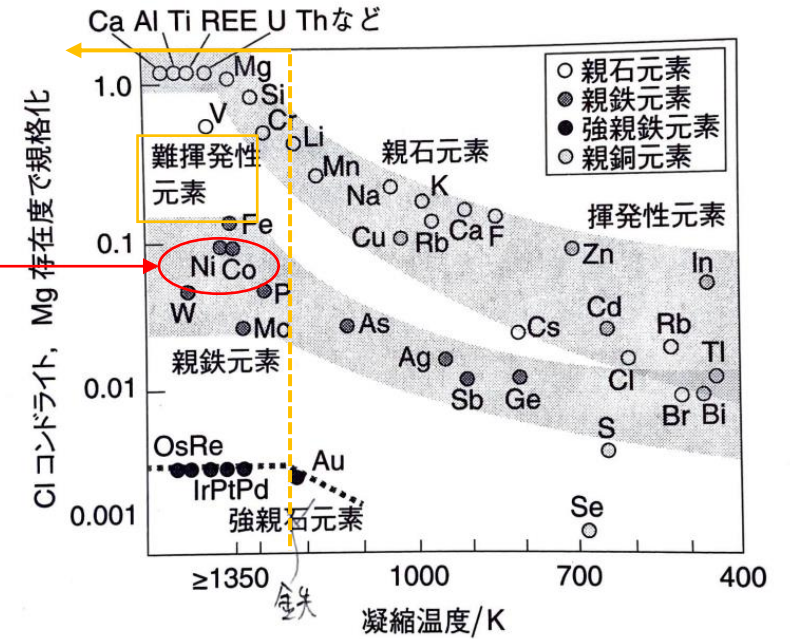


図 1.6 ケイ酸塩地球（地殻+マントル）の化学組成 (Sun, 1984)
CI コンドライト存在度とマグネシウムの元素存在度で規格化している (Mg = 1.0)。

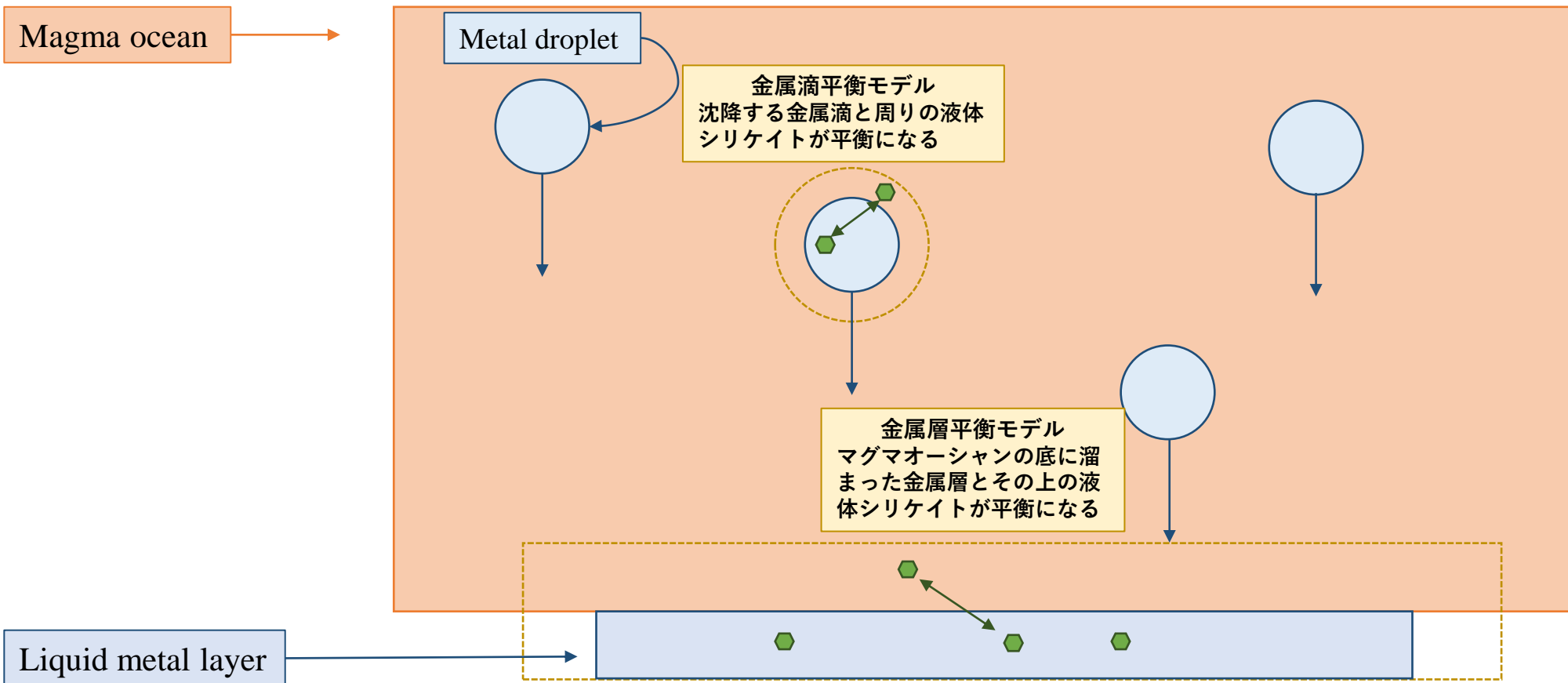
(大谷栄治 地球内部の物質科学)

難揮発性元素は、集積当初からあまり宇宙へ逃げていないと考えられ、存在度(図の縦軸)の低いものは、核へ入っていると考えられる(親鉄元素)。

- 現在の地球はコアとマントルが分離した状態である。
- 一方、地球ができた頃の頃は、集積エネルギーと同位体壊変の熱エネルギーにより、地球は**マグマの海(マグマオーシャン)**の状態にあり、液体金属と液体シリケートが未分化であったと考えられている。
- マグマオーシャン内では、液体シリケートと液体金属間のやり取りにより、様々な元素の交換(平衡分配)が起こったと思われる。(一例が親鉄元素)
- 親鉄元素は普通、金属鉄成分を好むので、液体シリケートの方にはあまり存在していないが、ある条件(例えば、高温高压)では、親鉄元素がシリケートに分配されることが起こる(平衡分配)。
- 実験から、現在のシリケート中の親鉄元素の濃度を説明するためには、**高压下**でないといけないということが示唆され、マグマオーシャンの深いところ(例えば、マグマオーシャンの底)で親鉄元素の分配が起こったとされている。

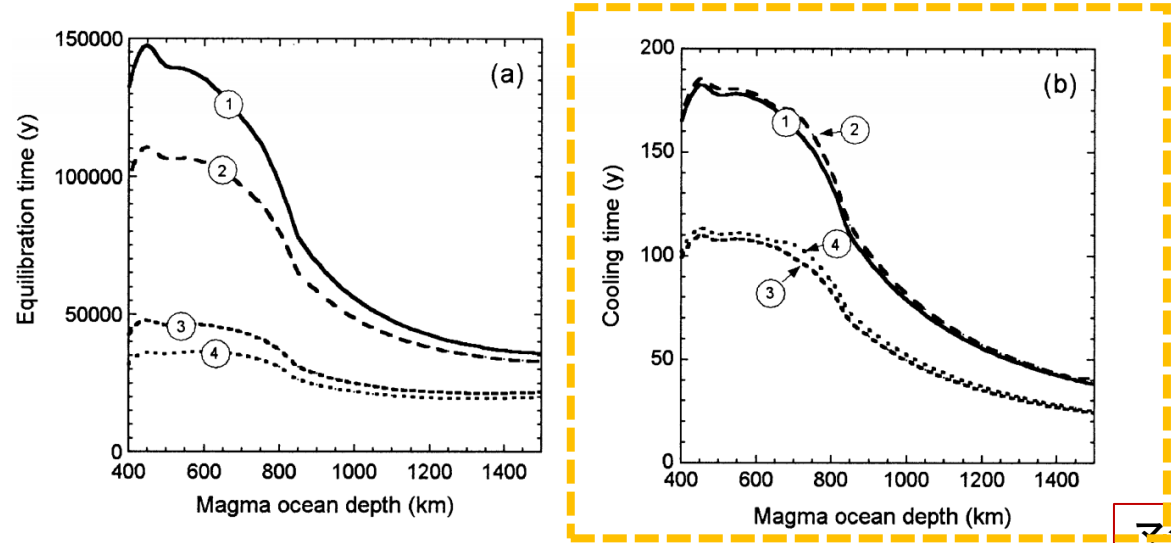
1. マグマオーシャンの結晶化についての計算 (Rubie et.al(2003)を参考)

Rubie et.al(2003)内での目的：金属層平衡モデルと金属滴平衡モデルのそれぞれの可能性を確かめるため。
葛蒲迫の目的：熱史計算に少し挑戦してみたかった



結果の紹介

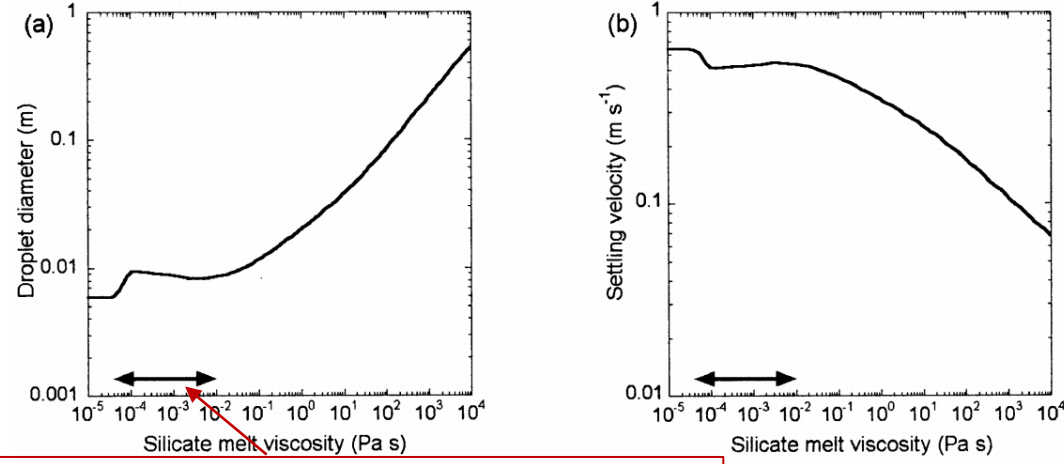
1. 金属層平衡モデル



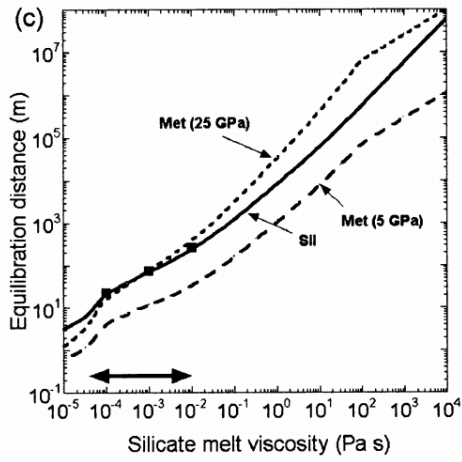
この再現を試みた

- ① 底がリキダス温度の200K下になるモデル
- ② 底がリキダス温度の100K下になるモデル
- ③ マグマの粘性が1桁小さい場合のモデル
- ④ ②と③の両方を組み合わせたモデル

2. 金属滴平衡モデル



マグマオーシャンの深さが400-1500kmに対応する粘性の範囲



沈降速度は約0.46~0.55m/s, 平衡に達するまでの沈降距離は, 6-250m程度なので, タイムスケールは数十秒から数百秒となる(短い).

底が結晶化するまでの時間の方が2桁程度小さい(タイムスケールは年単位).
つまり, 平衡に達する前に底が先に固まってしまう.

マグマオーシャンの熱史計算

モデル概要

マグマオーシャンの底がカンラン岩のリキダス温度の100K,もしくは200K下(ソリダスの20-100K下)になるまでの時間を冷却計算とし,これを結晶化するまでの時間とする。つまり,マグマオーシャン全体の結晶化は考えていない。

モデルセット

- ・ マグマオーシャンの底の温度は,「カンラン岩のリキダス温度」で与えられるとする。
- ・ 内部の温度は断熱温度勾配で決まるとする。
- ・ 地球表面からの熱放射は黒体放射を仮定する(表面の境界条件を与える)。
- ・ 熱損失や結晶化に伴う潜熱については,次で紹介するモデルでそれぞれ考える。

断熱温度勾配で引っ張った表面温度 T_i と実際の表面温度 T_s との差 ΔT

$$\Delta T = T_i - T_s$$

表面からの熱損失は,黒体放射で決まる

$$Q_{loss\ surface} = \sigma_B T_s^4$$

内部の熱損失は,ヌッセルト数を用いて次の式で決まる

$$Q_{loss\ interior} = Nu \frac{k\Delta T}{z_s}$$

結晶化による潜熱は,次式で与えられる

$$Q_{gain} = \rho L \frac{dz}{dt}$$

熱境界層では,伝導熱で熱が運ばれる

$$T = T_s$$

内部の温度は断熱温度勾配

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{adi} = \frac{\alpha g T}{c_p}$$

カンラン岩のリキダス温度

$$T = T_{liquidus}$$

発熱

使う式

1. 黒体放射の式

$$Q_{loss\ surface} = \sigma_B T_s^4$$

2. 内部の熱損失の式

$$Q_{loss\ interior} = Nu \frac{\kappa \rho c_p \Delta T}{z}$$

3. ヌッセルト数Nuとレイリー数Raを関係づける式

$$Nu = 0.089 Ra^{\frac{1}{3}}$$

4. レイリー数

$$Ra = \frac{\rho \alpha g \Delta T z^3}{\kappa \eta}$$

5. 液体シリケイトの拡散の式

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{H^* + PV^*}{RT}\right)$$

6. アイリングの式

$$D = \frac{k_B T}{\eta \lambda}$$

7. 潜熱の式

$$Q_{gain} = \rho L \frac{dz}{dt}$$

8. 断熱温度勾配

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{adi} = \frac{\alpha g T}{c_p}$$

9. 静水圧平衡の式

$$\frac{dP}{dz} = \rho g$$

物性パラメーター

Density ρ_s	3750 kgm ⁻³
Activation enthalpy H^*	267 × 10 ³ Jmol ⁻¹
Activation volume V^*	0 JGPa ⁻¹ mol ⁻¹
Pre-exponential D_0	1.5 × 10 ⁻² m ² s ⁻¹
Jump distance λ	2.8 × 10 ⁻¹⁰ m
Thermal diffusivity κ	10 ⁻⁶ m ² s ⁻¹
Thermal expansivity α	6 × 10 ⁻⁵ K ⁻¹
Heat capacity c_p	1.8 × 10 ³ Jkg ⁻¹ K ⁻¹
Latent heat of crystallization L	4 × 10 ⁵ Jkg ⁻¹

計算の大雑把な概要(少しややこしい)

マグマオーシャンの底の温度を T_B とすると、熱割合の式から

$$\rho z c_p \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss} + Q_{gain} \text{ (10)}$$

ここで、 Q_{loss} は式(1)(2)の保存則から、潜熱の効果 Q_{gain} は、式(7)から計算する。

式(2)は、式(3)を通して、式(4)のレイリー数と関係している。レイリー数は、マグマの粘性 η 、マグマオーシャンの深さ z と温度 T の関数である。つまり、 Q_{loss} の部分は (η, z, T) の関数となっている。

η は、式(5)(6)から計算すると、温度のみの関数となる。よって、 Q_{loss} は深さと温度の関数である。深さは式(9)で圧力と読み替えるので、結局 Q_{loss} は圧力と温度の関数となる。

マグマオーシャンの深さ z をこちらから与えることで、その時点の圧力が決まるので、リキダス温度が分かる(リキダス温度は、他の研究の論文を参照する)。その底の温度が、200Kもしくは100K下がる(ソリダスよりも20-100K下)のにかかる時間を冷却時間とし、その時間を式(10)から計算する。

考えたモデルは次の3つ

1. 潜熱なし + 熱境界層なし モデル
2. 潜熱あり + 熱境界層なし モデル
3. 潜熱なし + 熱境界層あり モデル

$$\rho z c_p \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss} + Q_{gain}$$

熱境界層あり

表面からの熱損失は、黒体放射で決まる

$$Q_{loss\ surface} = \sigma_B T_s^4$$

内部の熱損失は、ヌッセルト数を用いて次の式で決まる

$$Q_{loss\ interior} = Nu \frac{k \Delta T}{z_s}$$

結晶化による潜熱は、次式で与えられる

$$Q_{gain} = \rho L \frac{dz}{dt}$$

断熱温度勾配で引っ張った表面温度 T_i と実際の表面温度 T_s との差 ΔT

$$\Delta T = T_i - T_s$$

熱境界層では、伝導熱で熱が運ばれる

$$T = T_s$$

内部の温度は断熱温度勾配

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{adi} = \frac{\alpha g T}{c_p}$$

カンラン岩のリキダス温度 $T = T_{liquidus}$

発熱

熱境界層なし

活発な熱対流によって、表面の黒体放射で失った熱の分だけ無限に内部から熱が供給される(非現実的なモデル)。

表面からの熱損失は、黒体放射で決まる

$$Q_{loss\ surface} = \sigma_B T_s^4$$

結晶化による潜熱は、次式で与えられる

$$Q_{gain} = \rho L \frac{dz}{dt}$$

内部の温度は断熱温度勾配

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{adi} = \frac{\alpha g T}{c_p}$$

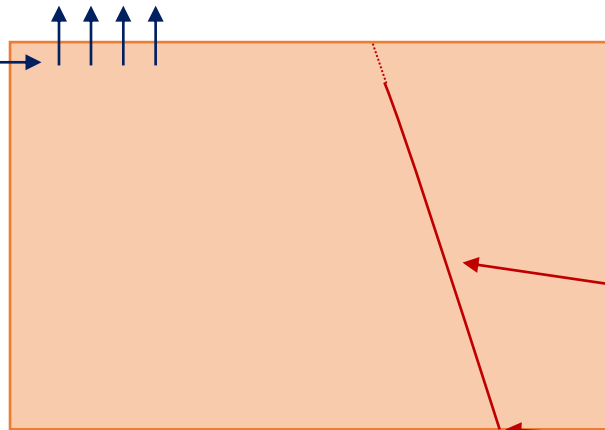
カンラン岩のリキダス温度 $T = T_{liquidus}$

発熱

モデル1 潜熱なし+熱境界層なし

表面からの熱損失は、
黒体放射で決まる

$$Q_{loss\ surface} = \sigma_B T_s^4$$



内部の温度は断熱温度
勾配

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{adi} = \frac{\alpha g T}{c_p}$$

カンラン岩のリキダ
ス温度 $T = T_{liquidus}$

モデル計算

$$\rho z c_p \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss}$$

$$Q_{loss} = \sigma_B T_s^4$$

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{adi} = \frac{\alpha g T}{c_p}$$

$z=0$ での温度が T_s なので、上式を整理すると、

$$-\frac{1}{T_B^4} \frac{dT_B}{dt} = \frac{\sigma_B}{\rho z c_p} \exp\left(-\frac{4\alpha g z}{c_p}\right)$$

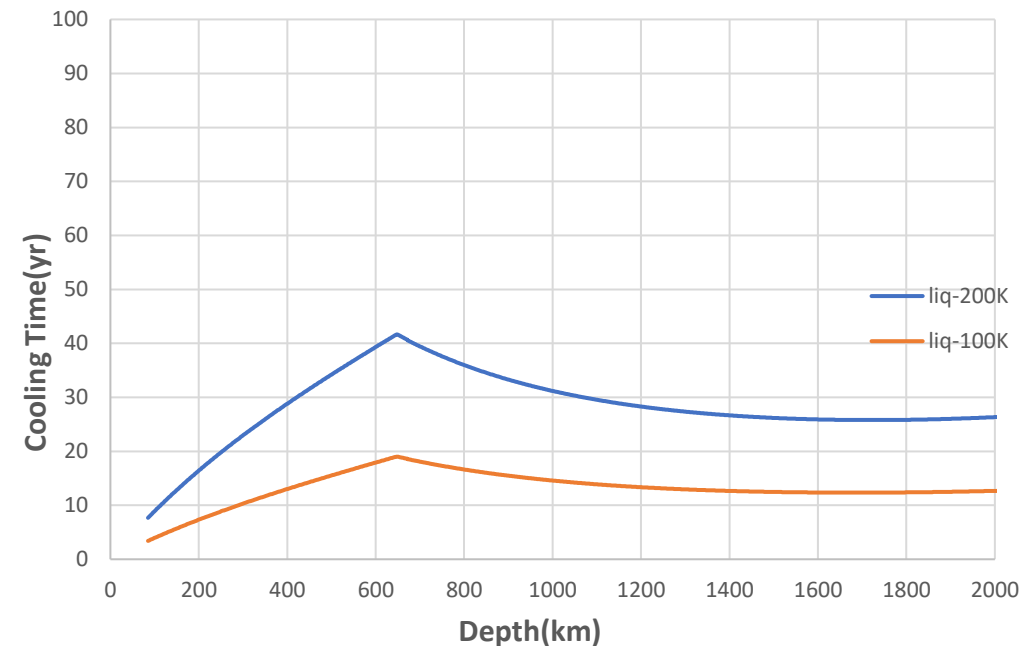
z はこちらから指定する値なので、今は定数と思ってこれを積分すると、

$$-\int_{T_{liq}}^{T_{liq}-200K} \frac{1}{T_B^4} dT = \int_0^t \frac{\sigma_B}{\rho z c_p} \exp\left(-\frac{4\alpha g z}{c_p}\right) dt$$

よって求める時間 t は、

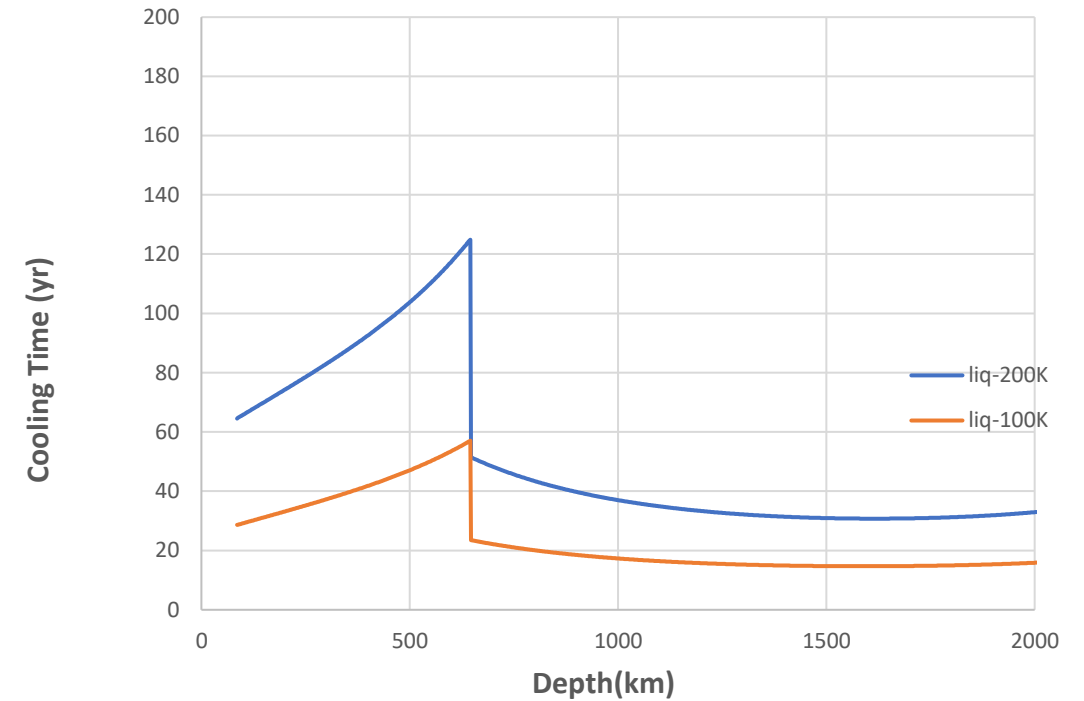
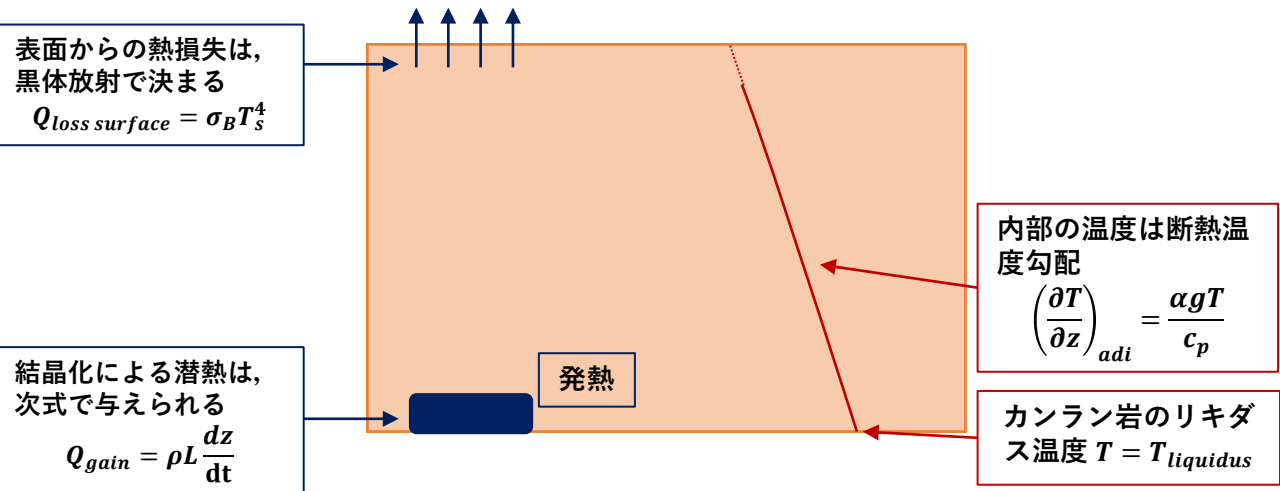
$$t = \frac{1}{3} \frac{\rho z c_p}{\sigma_B} \exp\left(\frac{4\alpha g z}{c_p}\right) \left(\frac{1}{T_{liq-200K}^3} - \frac{1}{T_{liq}^3}\right)$$

z を与えることで、その深さに対応した圧力が分かるので、リキダス温度 T_{liq} もわかる。結局この式から、マグマオーシャンの深さを指定すれば、結晶化までの時間が決まる。



このモデルだと、底が結晶化するのに100年も
かからないことになる。

モデル2 潜熱あり + 熱境界層なし



モデル計算

$$\rho z c_p \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss} + Q_{gain}$$

$$Q_{loss} = \sigma_B T_s^4$$

$$Q_{gain} = \rho L \frac{dz}{dT}$$

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{adi} = \frac{\alpha g T}{c_p}$$

ここで、潜熱の式の $\frac{dz}{dT}$ は、リキダス温度の傾きと断熱線の傾きを用いて次のように書ける。

$$\frac{dz}{dT} = \frac{1}{\left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq} - \left(\frac{\alpha g T_{liq}}{c_p}\right)_{adi}}$$

先ほどと同様に積分すると、求める時間 t は、

$$t = \frac{1}{3} \frac{\rho z c_p + \rho L \left[\left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq} - \left(\frac{\alpha g T_{liq}}{c_p}\right)_{adi} \right]}{\sigma_B} \exp\left(\frac{4\alpha g z}{c_p}\right) \left(\frac{1}{T_{liq-200K}^3} - \frac{1}{T_{liq}^3} \right)$$

潜熱の効果で、少し結晶化するまでの時間が伸びた。

不連続なのは、潜熱の式のうち、 $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq}$ が不連続に変わるためである。

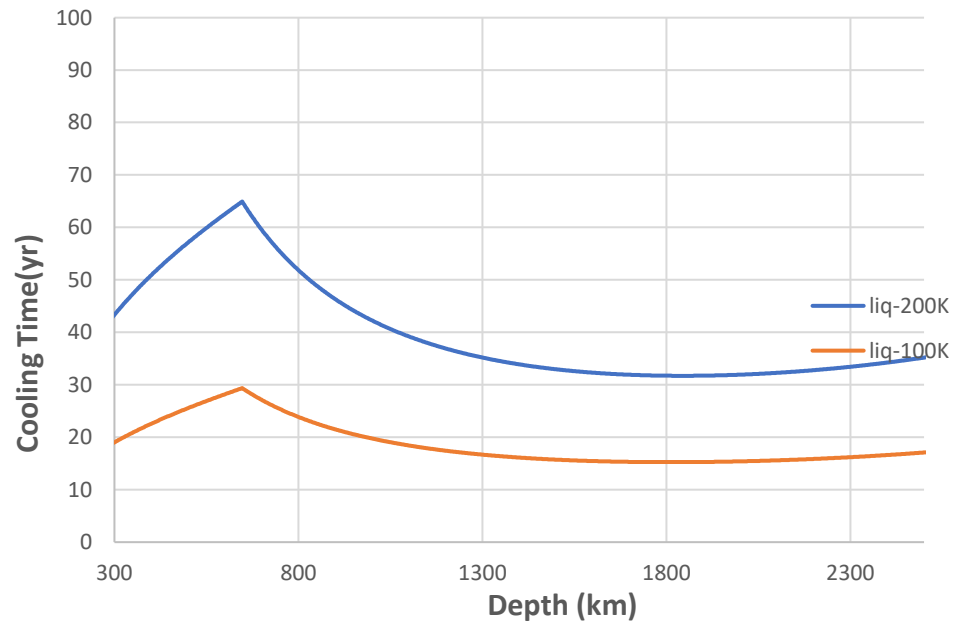
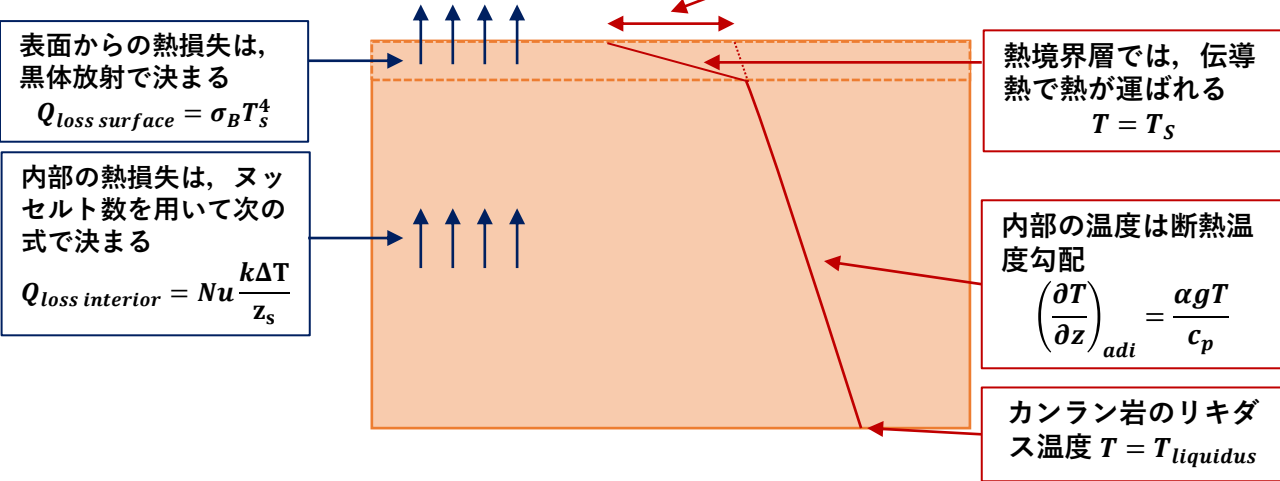
$$(0 \sim 23 \text{ GPa}) \left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq} = 0.9702$$

$$(23 \text{ GPa} <) \left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq} = 2.2629$$

モデル3 潜熱なし + 熱境界層あり

断熱温度勾配で引っ張った表面温度 T_i と実際の表面温度 T_s との差 ΔT

$$\Delta T = T_i - T_s$$



モデル計算

$$\rho z c_p \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss}$$

$$Q_{loss} = \sigma_B T_s^4$$

$$Q_{loss} = Nu \frac{\kappa \rho c_p \Delta T}{z}$$

$$Nu = 0.089 Ra^{\frac{1}{3}}$$

$$Ra = \frac{\rho \alpha g \Delta T z^3}{\kappa \eta}$$

一番上の式以外を整理すると、表面温度 T_s と底の温度 T_B との間に次の関係を得る。

$$\left[\sigma_B^{\frac{3}{4}} \kappa^{-\frac{1}{2}} \rho^{-1} c_p^{-\frac{3}{4}} \left(\frac{1}{0.089} \right)^{\frac{3}{4}} (\alpha g)^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{k_B T_B}{\lambda D_0} \right)^{\frac{1}{4}} \exp \left(\frac{H^*}{4 R T_B} \right) \right] T_s^3 + T_s - T_B \exp \left(-\frac{\alpha g z}{c_p} \right) = 0$$

この式により、深さ z を与えることで T_B が決まり、それに対応した T_s が求まるので、一番上の式が

$$\rho z c_p \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss} = -\sigma_B T_s^4(T_B)$$

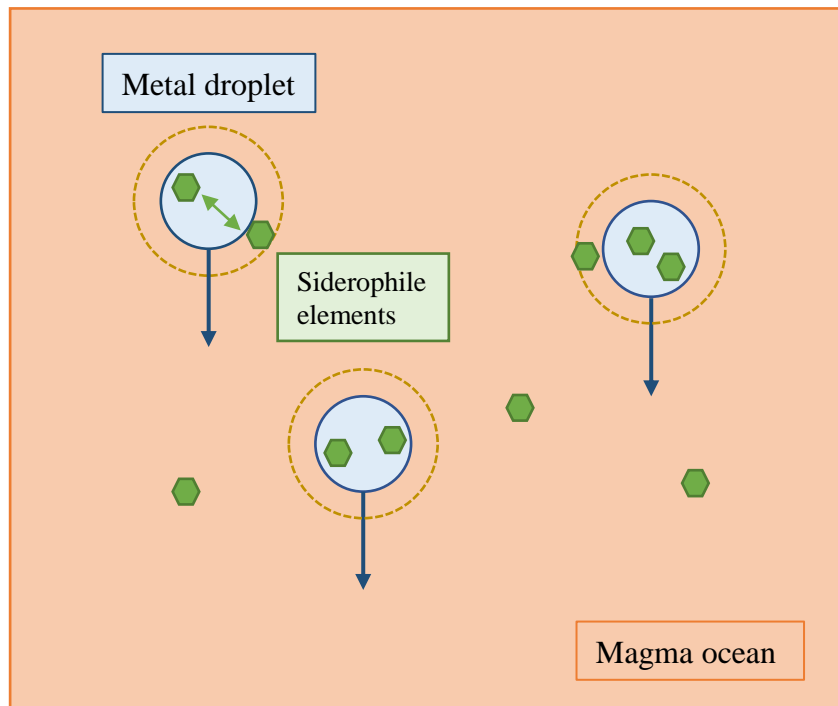
となる。結局マグマオーシャンの深さ z を与えることで T_B が決まり、 T_s が決まるので、数値的にこの式を解くことができる。

潜熱の効果を考えないと、100年以内にマグマオーシャンの底が結晶化することが分かる。

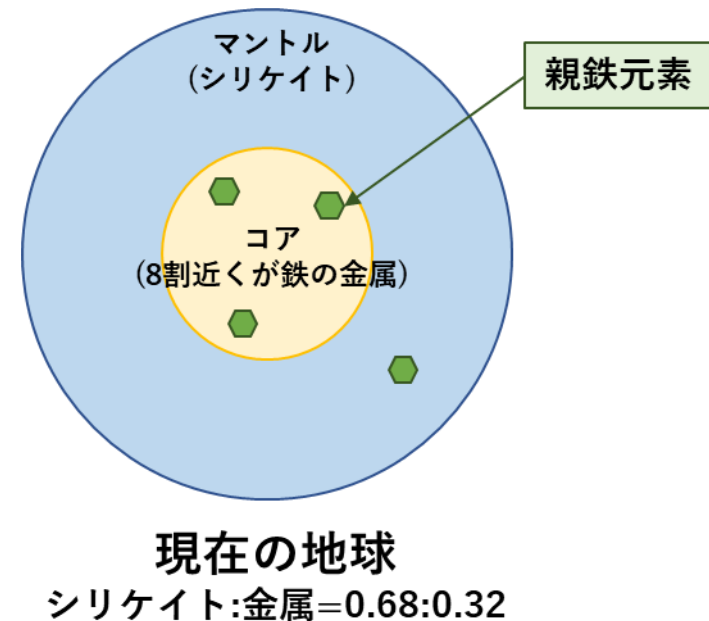
これらの結論から、このモデルだと、マグマオーシャンの底はせいぜい100年程度で固化してしまうことが分かった。

2. コア形成モデルの研究について(11月から取り組み中でまだモデル計算の途中…)

- (ちゃんと計算してないが) Rubie et.al(2003)の話が正しいとするならば, どうやら, 底のみでの液体シリケイトと液体金属との平衡分配(Single-State equilibration model)は非現実的で, 恐らくマグマオーシャン内を沈降する金属滴とその周りの液体シリケイトとの平衡が現在の元素の存在度に大きく影響を与えているだろうと考えられる.
- そこで, 沈降する金属滴と周りのシリケイトがどのような分化プロセスを経て, 現在の地球のような親鉄元素の存在度を得たのかをモデル化したい.



Fractionation Process



1. 分配係数 D
2. 現在の存在度から推定される最終分配係数 $D'(\text{final})$
3. 最終分配係数 $D(\text{final})$

1. 分配係数 D

分配係数の定義は $D = \frac{C_{\text{metal}}^i}{C_{\text{silicate}}^i}$

ここで、 C_{metal}^i は金属中に存在するある元素iの濃度(wt%),
 C_{silicate}^i はシリケート中に存在するある元素iの濃度(wt%)である。

分配係数は実験から、温度、圧力、酸素フガシティー、液体シリケートの組成、液体金属の組成の関数であることが分かっており、それらを用いて次のようにも書くことができる。

$$\ln D = a \ln fO_2 + \frac{b}{T} + \frac{cP}{T} + d + e \left(\frac{NBO}{T} \right) + f \ln(1 - X_s) + g \ln(1 - X_c)$$

ここで、 fO_2 は酸素フガシティー、 T は絶対温度、 P は圧力、 NBO/T は液体シリケートの組成を表すパラメーター、 X_s は金属中の硫黄のモル分率、 X_c は金属中の炭素のモル分率である。

また、 $a \sim g$ までの係数は実験によって求まる定数である。

現在の存在度から推定される最終分配係数 $D'(\text{final})$

この分配係数を現在のマントル中のある元素iと、核中のある元素iの濃度比と考えたときの分配係数を $D'(\text{final})$ とすると、

$$D = \frac{C_{\text{present metal}}^i}{C_{\text{present silicate}}^i} \equiv D'(\text{final})$$

最終分配係数 $D(\text{final})$

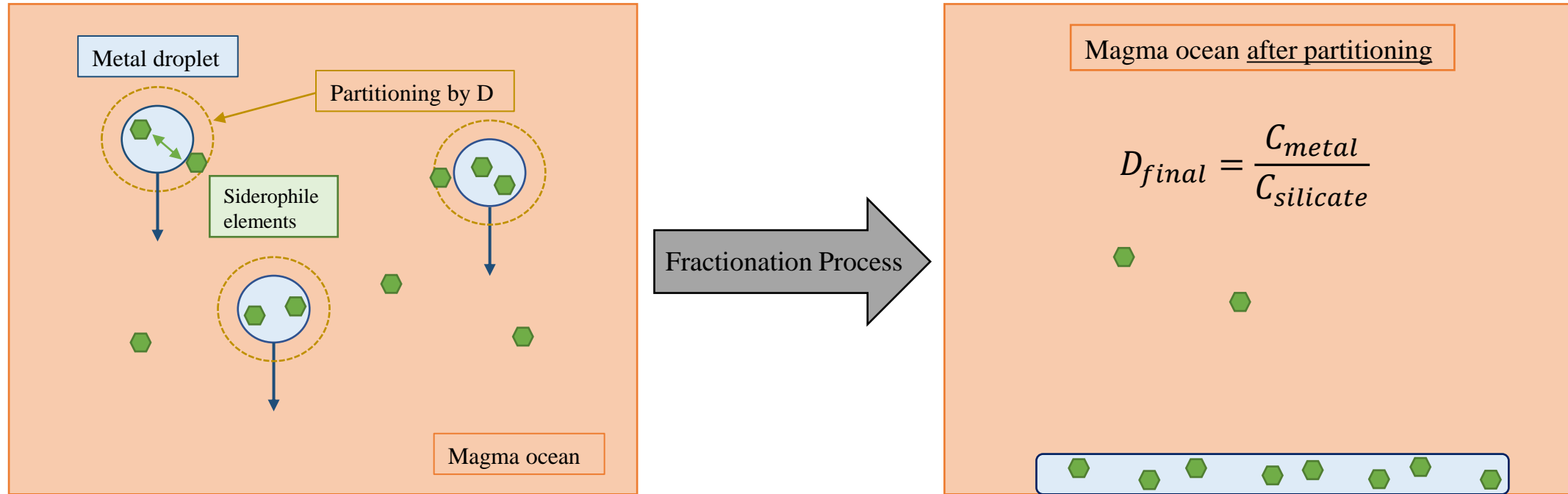
自分の分化モデルから求まった最後の金属滴の濃度を $C_{\text{final metal}}^i$ とし、残ったシリケート中の濃度を $C_{\text{final silicate}}^i$ とした時の分配係数を最終分配係数 $D(\text{final})$ とすると、

$$D = \frac{C_{\text{final metal}}^i}{C_{\text{final silicate}}^i} \equiv D(\text{final})$$

金属滴が落ちる際の平衡分配の具合は分配係数 D が決め、最後の分配が終わった後の金属相とシリケート相の、それぞれの元素の濃度比が最終分配係数 $D(\text{final})$ である。

この $D(\text{final})$ と、ゼノリスや隕石などの実際の岩石から求めた(推定の)マントル中の元素の濃度と核中の濃度の比の最終分配係数 $D'(\text{final})$ を比較することで、分化モデルの整合性を確かめる。

さっきの分配係数のイメージ



現在の地球の元素存在度と推定される最終分配係数 D' (final)

- W.F.McDonough and S-s.Sun (1995) The composition of the Earth, Chemical Geology, **120**, 223-253
- B.J.Wood et.al(2006) Accretion of the Earth and segregation of its core, nature reviews, **441**, 825-833

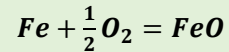
Element	CI (wt%)	Present Contents(wt%)	D_{final}
Ni	1.0500	0.196	26.5
Co	0.0500	0.0105	23.8
Cr	0.2650	0.2625	3.4
V	0.0056	0.0082	1.83

自分のモデルから求めた D (final) と 現在の地球の元素存在度から求めた D' (final)を比べてモデルの整合性などを確かめる。

$$\text{分配係数Dの各パラメーターについて} \quad \ln D = a \ln fO_2 + \frac{b}{T} + \frac{cP}{T} + d + e \left(\frac{NBO}{T} \right) + f \ln(1 - X_s) + g \ln(1 - X_c)$$

酸素フガシティー

酸素フガシティーは純鉄(Fe)とwustite(FeO)の反応から求める。



この平衡反応の式は、熱化学から

$$\ln \frac{a_{FeO}}{a_{Fe}(fO_2)^{\frac{1}{2}}} = -\frac{\Delta_r G^0}{RT}$$

ここで、 $\Delta_r G^0$ は標準反応ギブズエネルギー(温度圧力の関数)であり、 a は活量である。

$$\ln fO_2 = 2 \frac{\Delta_r G^0}{RT} + 2 \ln \frac{a_{FeO}}{a_{Fe}}$$

$a_{FeO} = a_{Fe} = 1$ という理想的な状況を考えると、この反応における酸素フガシティーは、

$$\ln fO_2^{iw} = 2 \frac{\Delta_r G^0}{RT} \equiv F(T, P)$$

となる。この理想的な反応をIron-wustite buffer reaction(IW)という。このIWの右辺は実験によって圧力温度の関数として既知である。

そこで、この $\ln fO_2^{iw}$ を用いて、酸素フガシティーを決める。

新たに、 $2 \log \frac{a_{FeO}}{a(Fe)} \equiv \Delta IW$ と定義すると、次式を得る。

$$\ln fO_2 = \ln fO_2^{iw}(P, T) + \ln 10 \Delta IW$$

シリケート組成のパラメーター NBO/T

シリケート組成を表すパラメーターとして、NBO/Tという概念を導入する。

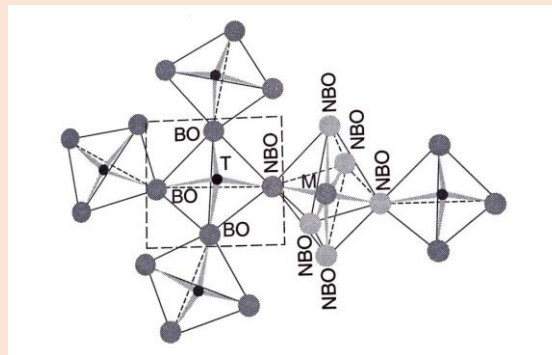
これは、マグマ内の非架橋酸素の数 "Non-Bridging Oxygens" と4配位の位置に入る陽イオンの数 "Tetrahedrally coordinated cations"の比で定義される。

$$\frac{NBO}{T} \equiv \frac{2 \times O - 4 \times T}{T}$$

ここで、Oは酸素イオンの数、Tは4配位の位置に入る陽イオンの数である。

マグマは基本構造として、SiO₂のネットワークを基本としており、それらを繋いでいるのが「架橋酸素」である。そのネットワーク構造に、陽イオンが入り込むことで、「非架橋酸素」が生まれる。NBO/Tは、このネットワークの崩れ具合を見る指標になる(つまり、液体シリケートの組成を表すと考える)。

全てSiO₂の完全なネットワークで構成されているならば、NBO/T=0で、4配位の位置に陽イオンが入ると、その値が増え、最大値として4を取る。



金属組成を表すパラメーター Xs Xc

金属内の組成を表すパラメーターはあまり確立していないようだ。

実験的に、金属内に金属以外の元素(主に軽元素)を入れたときの分配係数の変化から、 f と g の値が決めている。これを金属組成を表すパラメーターとして導入する。

本当ならば、SiやO、Hなども金属内に入って分配係数を変化させるパラメーターであるだろうが、まだそこまで実験がなされていないようである(葛蒲迫がこれらの元素の効果を含めた分配係数のデータの論文を見つけていない可能性も大いにある)。

しかし、軽元素が分配係数に与える効果よりも、酸素フガシティーや温度圧力の効果の方が大きそうである(後述)。

各パラメーターに対する分配係数の応答 $\ln D = a \ln fO_2 + \frac{b}{T} + \frac{cP}{T} + d + e \left(\frac{NBO}{T} \right) + f \ln(1 - X_s) + g \ln(1 - X_c)$

実験により求まっているa~gの係数

表 1: $\ln D = a \ln fO_2 + b \frac{1}{T} + c \frac{P}{T} + d + e \left(\frac{NBO}{T} \right) + f \ln 1 - X_s + g \ln 1 - X_c$ の係数 (Righter(2011))

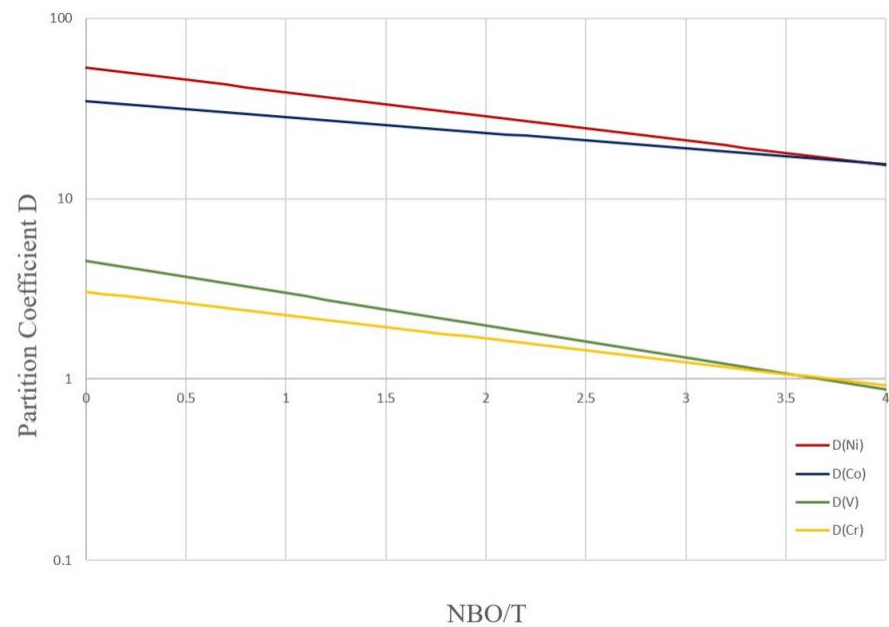
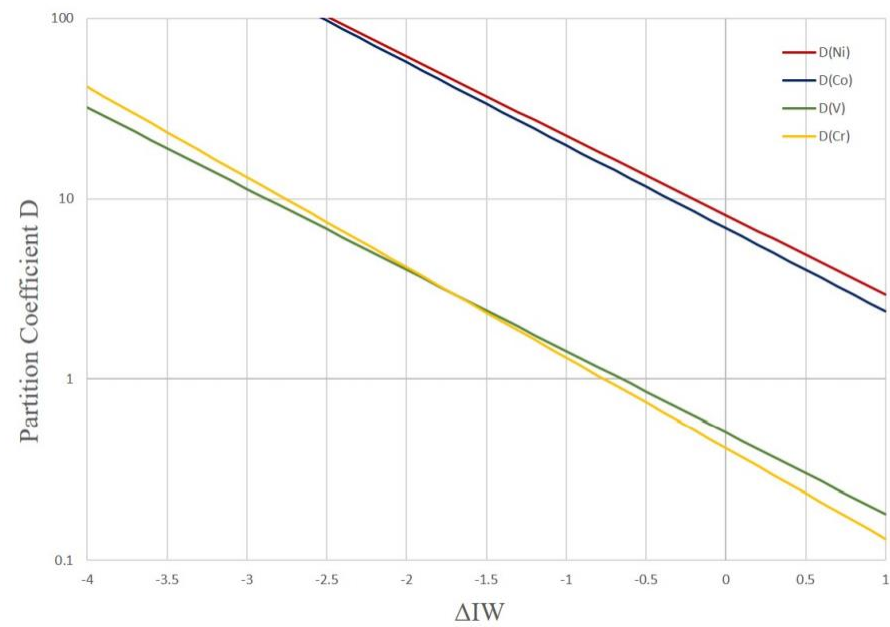
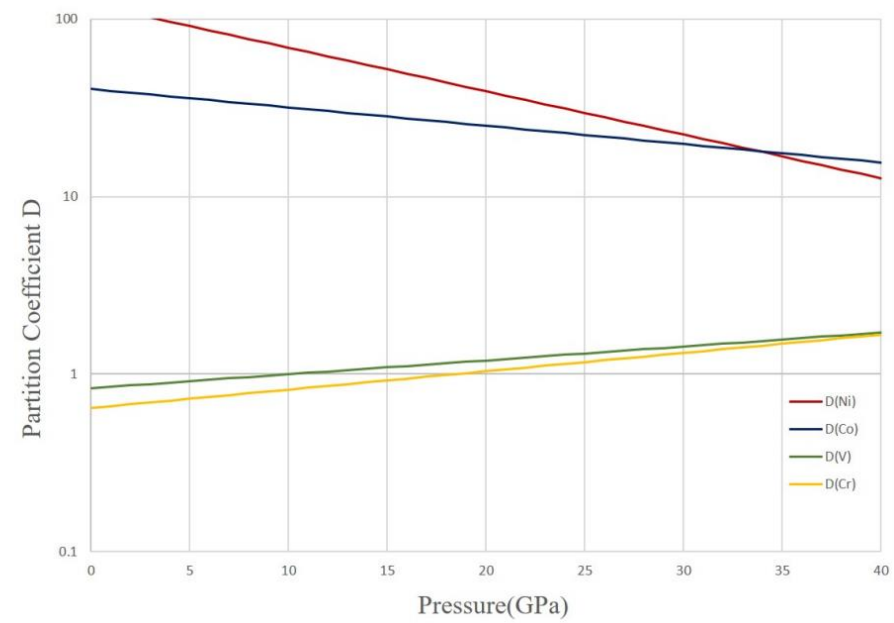
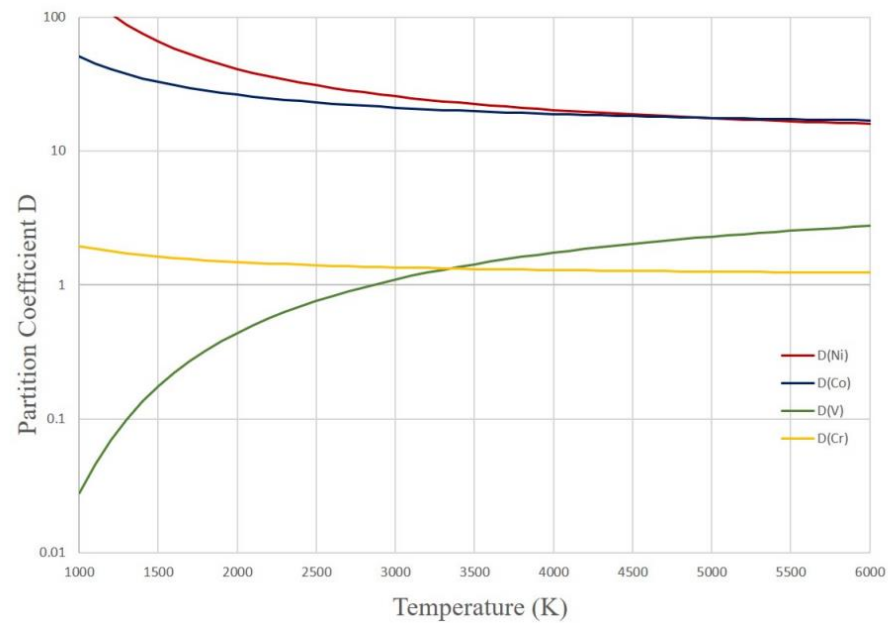
Element	a	b	c	d	e	f	g
Ni	-0.44	-19000	303	8.58	-0.31	-1.98	-0.49
Co	-0.46	-25200	440	8.86	-0.20	-1.32	-0.05
Cr	-0.50	-33490	652	6.66	-0.30	-6.49	-2.94
V	-0.45	-35800	575	8.08	-0.41	-5.63	-3.86

この二つを組み合わせ、それぞれの親鉄元素の分配係数の式が、
温度・圧力・ ΔIW ・ NBO/T ・
 X_s ・ X_c の関数として計算できる。

実験により求まっているIWの酸素フガシティーと酸素フガシティーの関係

$$\ln fO_2 = -\frac{63083}{T} + \frac{1.1375 \times 10^3 P [GPa]}{T} + 14.921 + \ln 10 \Delta IW$$

赤色の部分がIWの酸素フガシティーである。



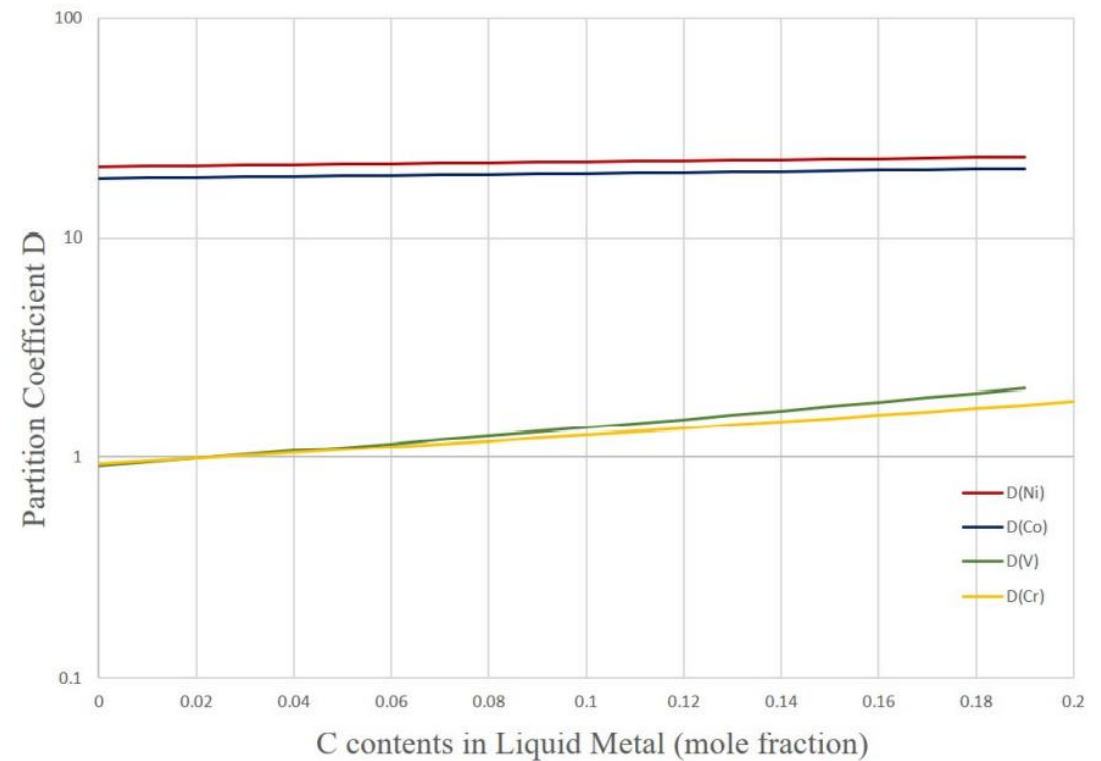
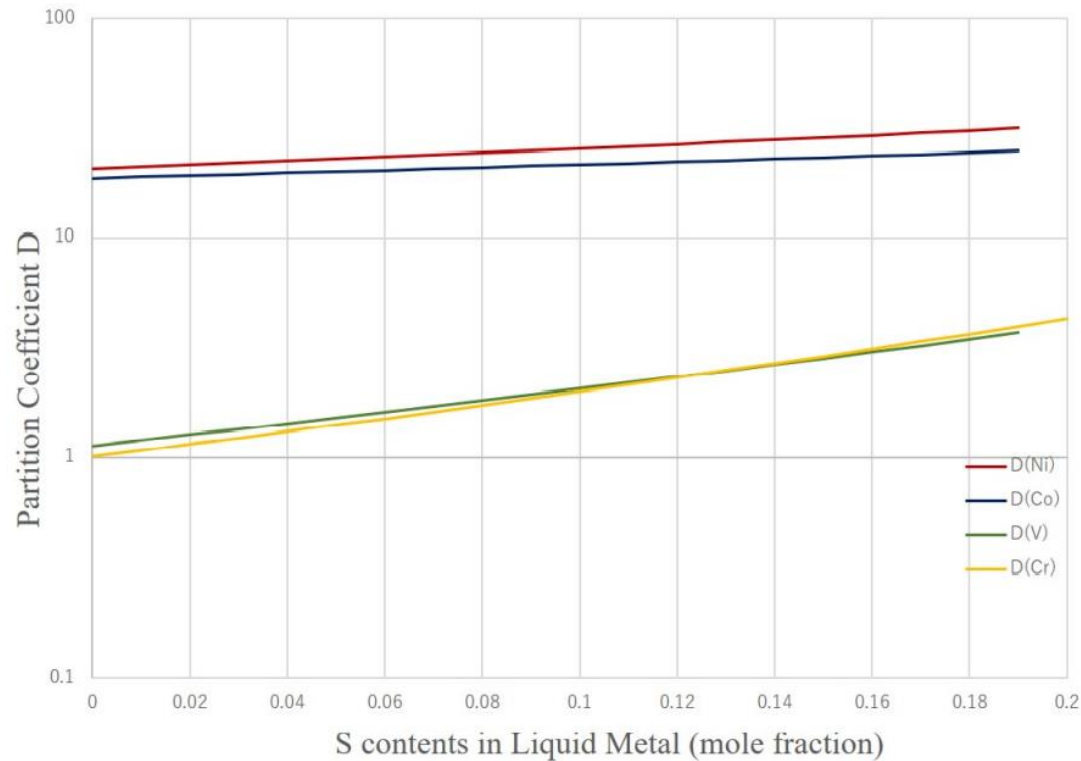


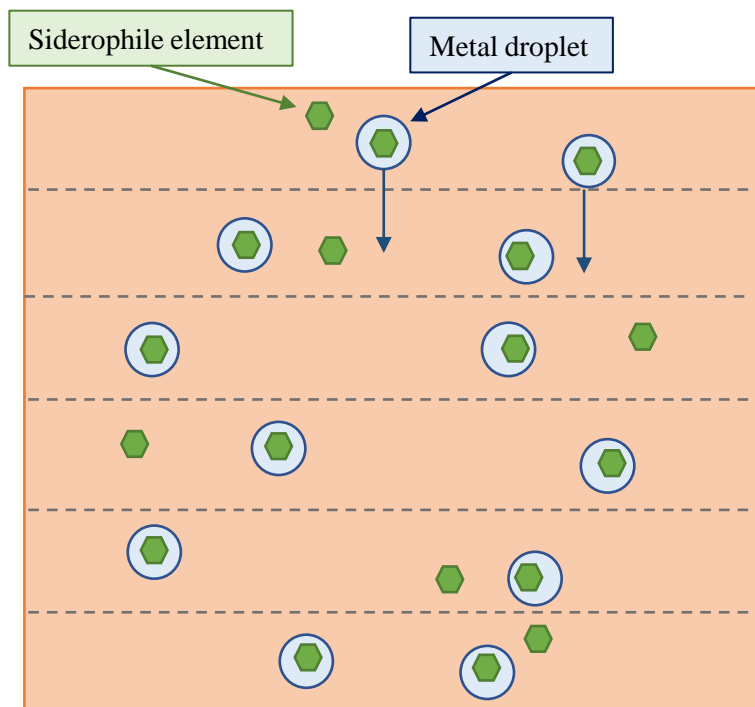
図 2: パラメーターと分配係数の関係

一つのパラメーターを動かす時は他のパラメーターは、次の値に固定した。 $T = 3503\text{K}$, $P = 30\text{GPa}$, $\Delta IW = -1.0$, $NBO/T = 2.8$, $X_s = 0.04$, $X_c = 0.11$ ← これらの値は、Righter et.al(2011)を参考

Model 1. Simple-polybaric fractionation model

モデル内容

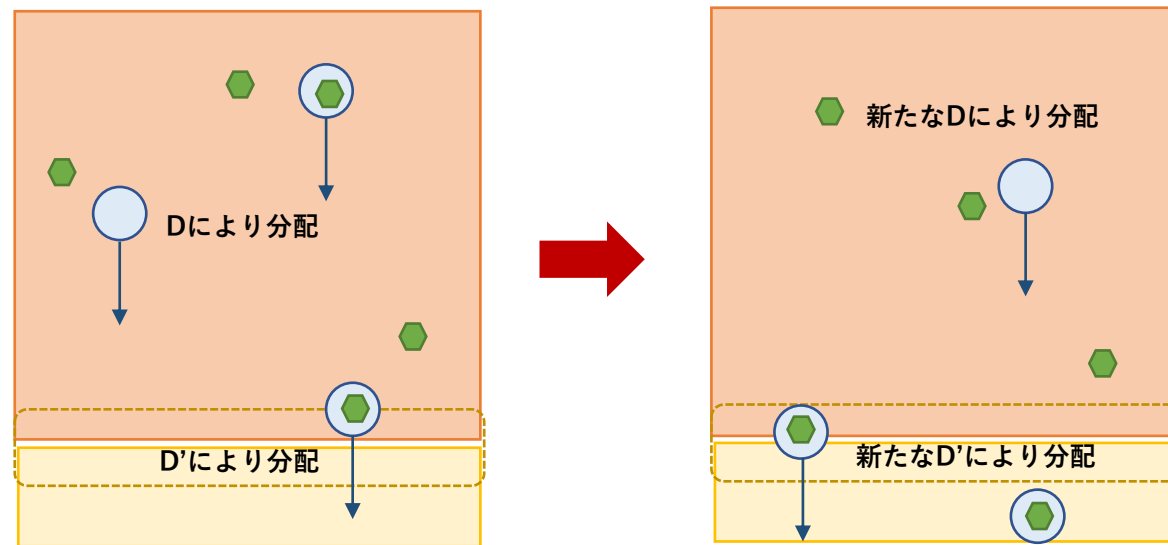
1. マグマオーシャンを1km毎に分割し、上の層から順に平衡分配が起き、分配が終了したら下の層へ移動する。
2. マグマオーシャン内は活発な対流が起きていないとする(上が下の層の影響を受けない)。
3. 一度沈降した金属滴は、浮遊せず、マグマオーシャンの底の境界層まで進み、最後の層でシリケイトと金属の分化が起こる
4. 最終的に残ったシリケイトの濃度と、沈降した最後の金属の濃度比から最終分配係数 $D(\text{final})$ を求める。



Model 2. Boundary-layer fractionation model

モデル内容

1. マグマオーシャンの内部はある平均的な分配係数 D に従って、分配が生じ、底の境界層付近では、異なる分配係数 D' に従って分配が生じる。
2. 金属滴は、底の境界層から順にプロトコアへ落ちていく。
3. 一定量金属滴がプロトコアに落ちると、新たな平均的な分配係数 D に従って内部で再度、平衡分配が起きる。
4. 以降、2. 3の繰り返し(徐々にプロトコアを太らせていく)
5. 金属滴が落ち切った後の残ったシリケイトの濃度と、最後に沈降した滴の濃度の比から最終分配係数 $D(\text{final})$ を求める。



Model 1. Simple-polybaric fractionation model

モデルセット

集積物質は、CIコンドライト隕石であると仮定する。この隕石のみの集積による分化前の地球内にある不揮発性、親鉄元素の濃度(wt%)を $C_B(0)$ とする(ここでは例としてNiを選ぶ)。また、マグマオーシャン内の金属とシリケイトの質量分率は、現在の質量分率と同じとする。

マグマオーシャンの深さを与えて、1km毎に分割した時の、分割数を n とする。
(例) マグマオーシャンの深さが1000kmだとすると、分割数 n は1000

この時、 i 番目の層には $C_B(0) \times \frac{(0.68+0.32)}{n} = \frac{C_B(0)}{n}$ の量だけNiが存在することになる。

[1] (上から数えて) 1番目の層の平衡の起こる前の状態について(左上図)

マスバランスより、 $\frac{C_B(0)}{n} = C_m(0) \times 0.32 + C_s(0) \times 0.68$

ここで、 $C_m(0)$ 、 $C_s(0)$ はそれぞれ平衡が起きる前の金属滴内と液体シリケイト内のNi濃度。

[2] 1番目の層の平衡後の状態について(左下図)

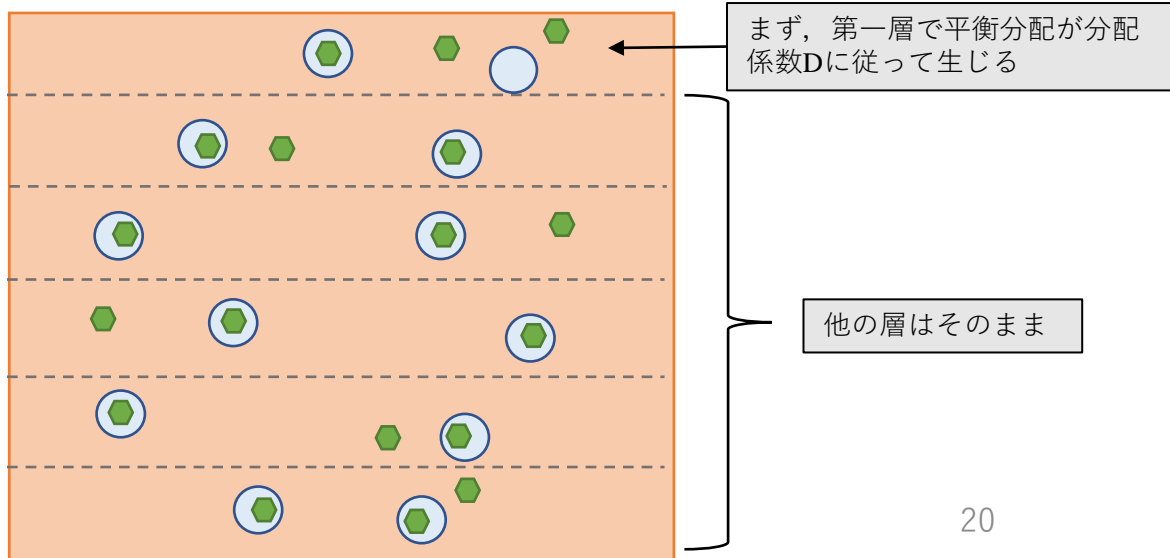
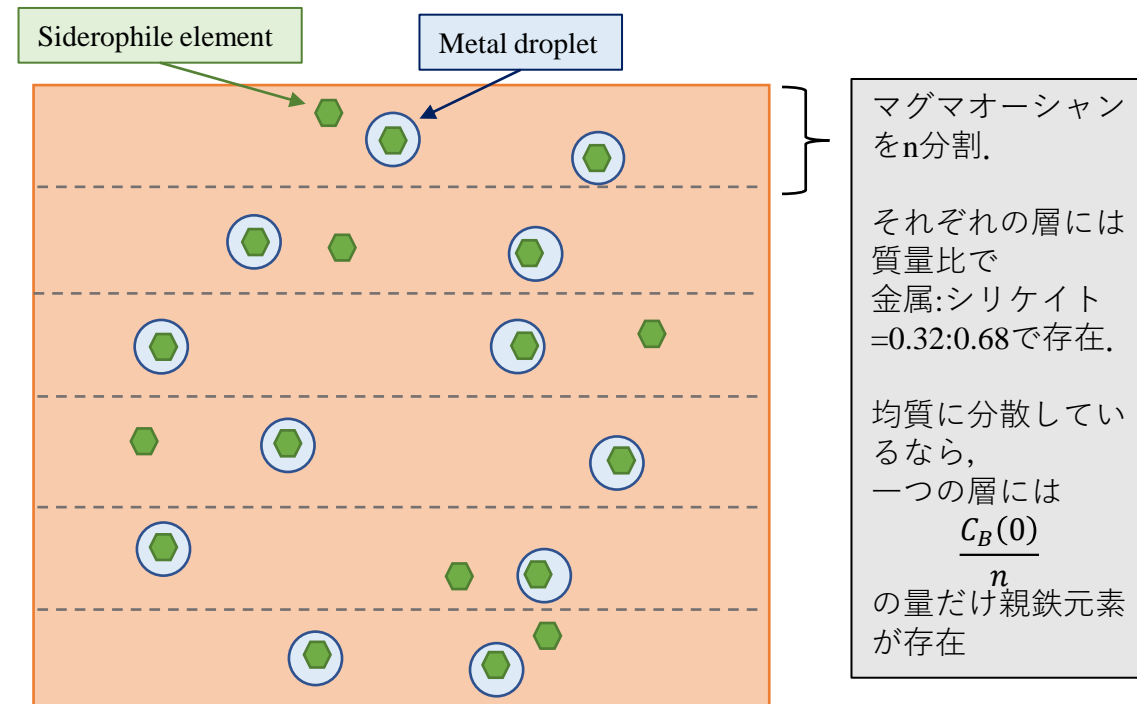
平衡後の1番目の層のNiのバルク濃度を $C_B(1)$ 、金属内の濃度 $C_m(1)$ 、液体シリケイト内の濃度を $C_s(1)$ とすると、マスバランスより、 $C_B(1) = C_m(1) \times 0.32 + C_s(1) \times 0.68 = \frac{C_B(0)}{n}$

この層での分配係数 $D(1)$ は $D(1) = \frac{C_m(1)}{C_s(1)}$ だから、 $C_s(1) = \frac{C_m(1)}{D(1)}$

両式から $C_s(1)$ を消去すると、

$$C_m(1) = \frac{C_B(1)}{0.32 + \frac{0.68}{D(1)}} = \frac{\frac{C_B(0)}{n}}{0.32 + \frac{0.68}{D(1)}}$$

この式は、1番目の層の平衡後の金属内の濃度が、その層の分配係数 $D(1)$ で決まることを示す。また、同時に1番目のシリケイト内の濃度も計算される。



[3] 1番目の層の滴が2番目の層に沈降(左上図)

[4] 2番目の層の平衡前の状態について(左下図)

最初第2層にも $\frac{C_B(0)}{n}$ の量だけNiが存在.

ここに, $0.32C_m(1)$ の量だけNiが入ってくる. この時のバルク濃度を $C_B(0+1)$ とすると, マスバランスから,

$$(1 + 0.32)C_B(0+1) = \frac{C_B(0)}{n} + 0.32C_m(1)$$

[5] 2番目の層の平衡後の状態について

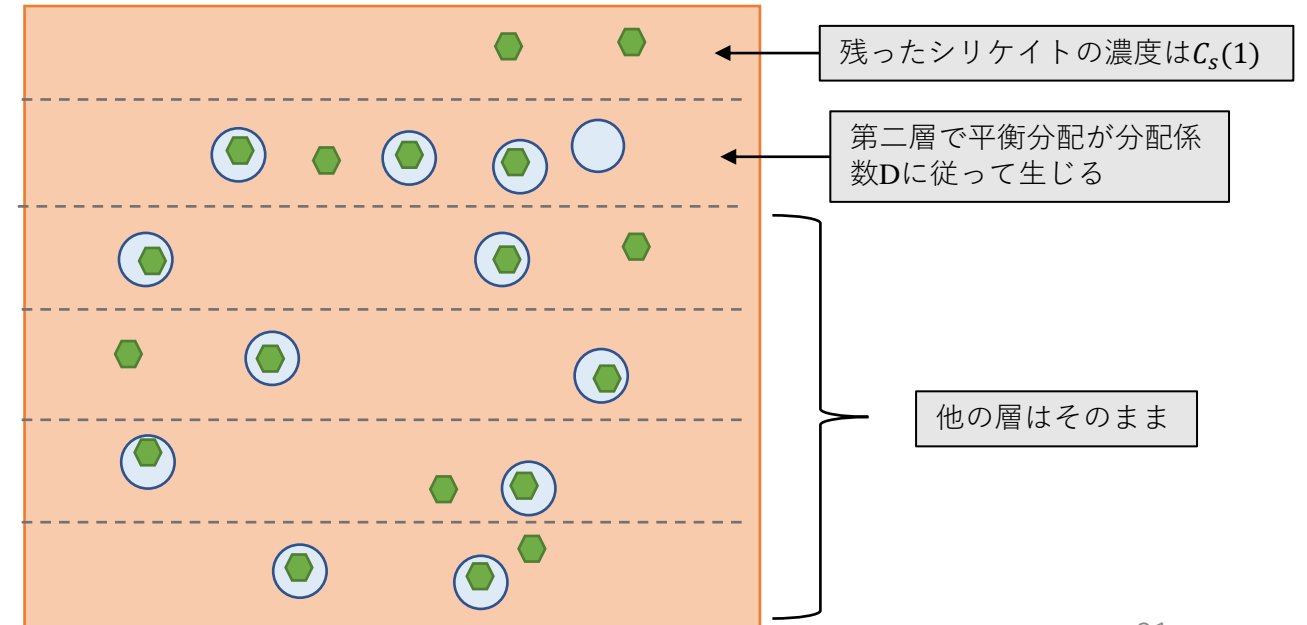
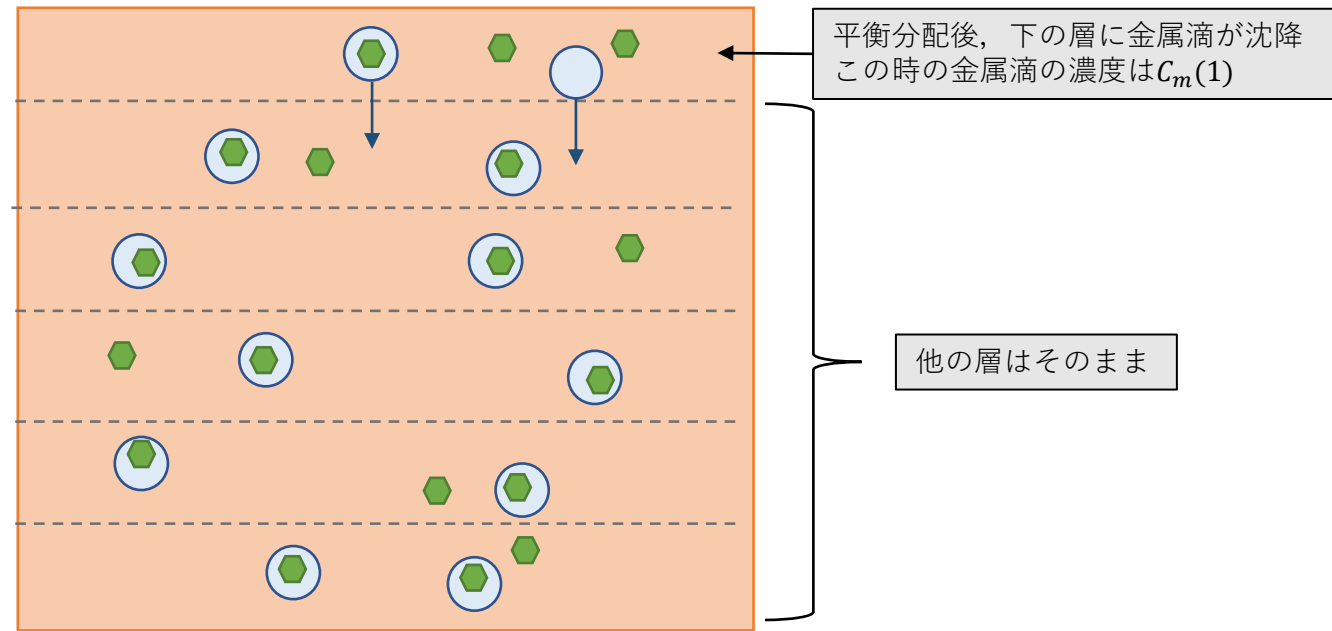
2番目の層の平衡後のNiのバルク濃度を $C_B(2)$, 金属滴内の濃度を $C_m(2)$, 液体シリケイト内の濃度を $C_s(2)$ とすると, マスバランスから

$$(1 + 0.32)C_B(2) = (0.32 \times 2)C_m(2) + 0.68 C_s(2) = (1 + 0.32)C_B(0+1)$$

この時の平衡定数を $D(2)$ とすると, $D(2) = \frac{C_m(2)}{C_s(2)}$ だから, $C_s(2) = \frac{C_m(2)}{D(2)}$
両式から $C_s(2)$ を消去すると,

$$C_m(2) = \frac{(1 + 0.32)C_B(0+1)}{0.32 \times 2 + \frac{0.68}{D(2)}} = \frac{\frac{C_B(0)}{n} + 0.32C_m(1)}{0.32 \times 2 + \frac{0.68}{D(2)}}$$

つまり, 2番目の層は, 1番目の層の濃度と2番目の層の分配係数 $D(2)$ に関係した形に書ける.



[6] i番目の層について考えると、平衡後の金属内の濃度について、

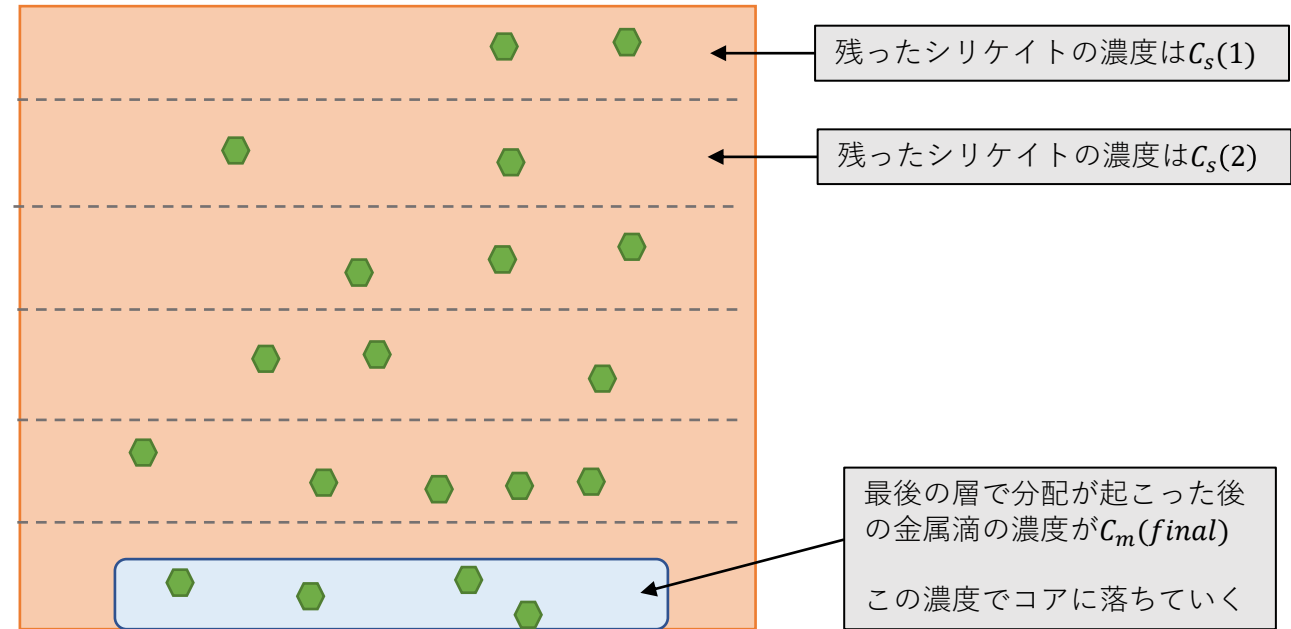
$$C_m(i) = \frac{\frac{C_B(0)}{n} + (0.32(i-1))C_m(i-1)}{0.32i + \frac{0.68}{D(i)}}$$

平衡後の液体シリケイト内の濃度について

$$C_s(i) = \frac{C_m(i)}{D(i)}$$

で求まる。

[7] [6]を一番下の層まで計算すると、残った全液体シリケイト内の濃度と、最後の層で分化するときの金属滴の濃度が求まり、この比が最終分配係数となる。



各層の温度と圧力の決め方

- 各層の圧力は静水圧の式から求める。

$$\frac{dP}{dz} = \rho g$$

- 各層の温度は断熱温度勾配で決まるとする。

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{adi} = \frac{\alpha g T}{c_p}$$

この境界条件として、底での温度をカンラン岩のリキダス温度とする。リキダス温度は、Monteux et.al(2016)を参考にして、次式で決める。

$$(< 20\text{GPa}) T_{liq} = 1982.1 \left(\frac{P[\text{Pa}]}{6.594 \times 10^9} + 1 \right)^{\frac{1}{5.374}}$$

$$(> 20\text{GPa}) T_{liq} = 2006.8 \left(\frac{P[\text{Pa}]}{34.65 \times 10^9} + 1 \right)^{\frac{1}{1.844}}$$

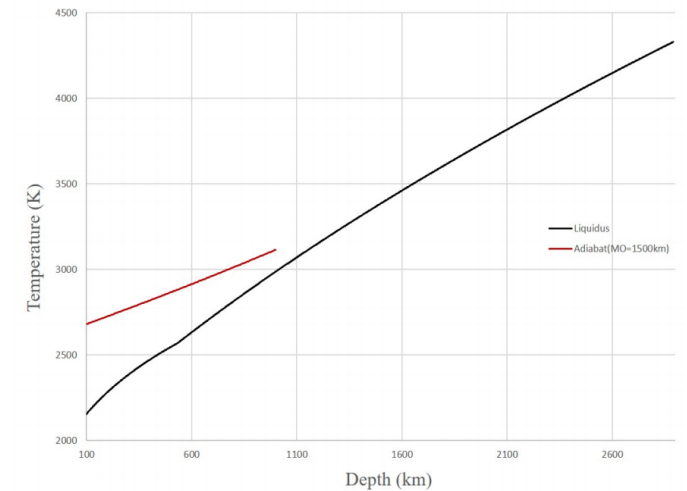
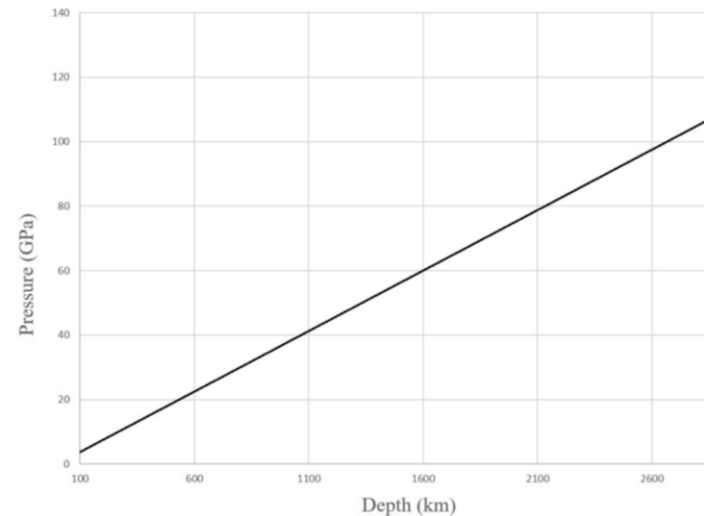


図4: マグマオーシャンの深さ (km) と圧力 (GPa)

計算結果

キャプションにあるように、まずは温度圧力以外の変数を固定した。

このモデルだと、Ni以外はお話にならない。
キャプションの値を動かしてみて、調べてみる。

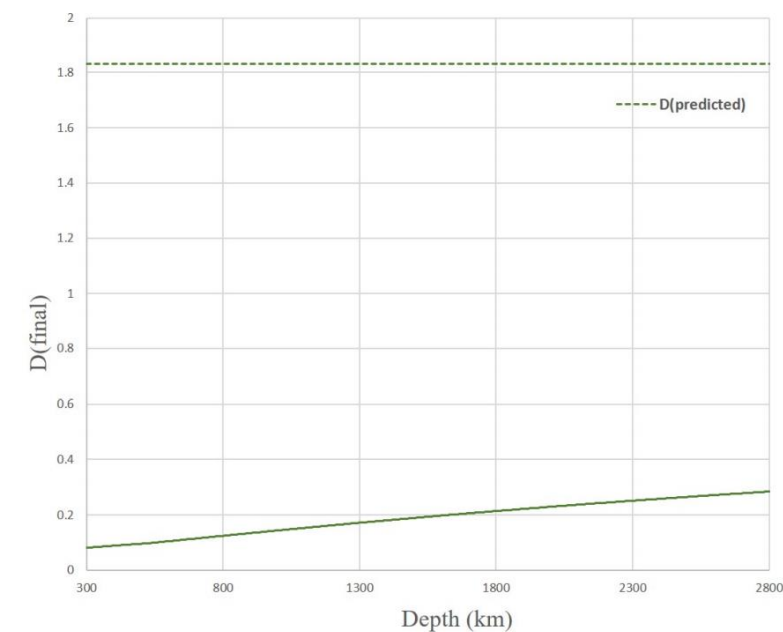
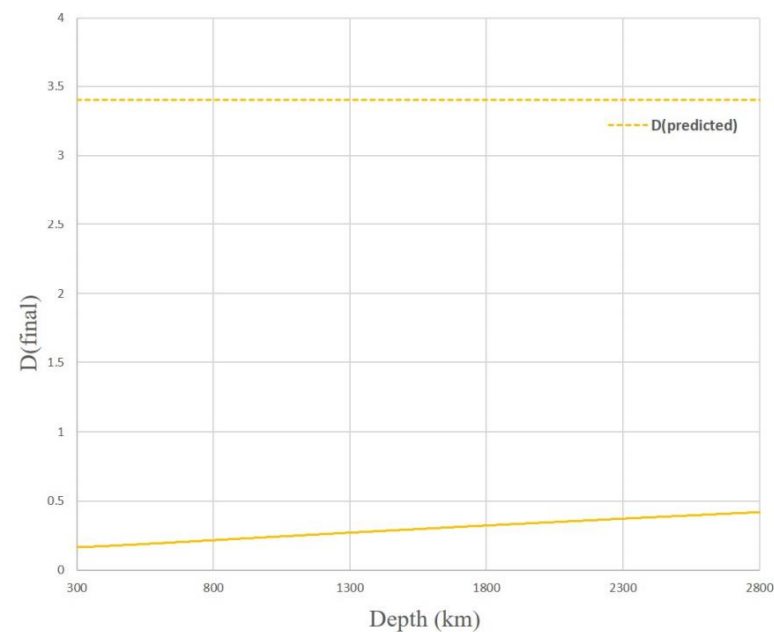
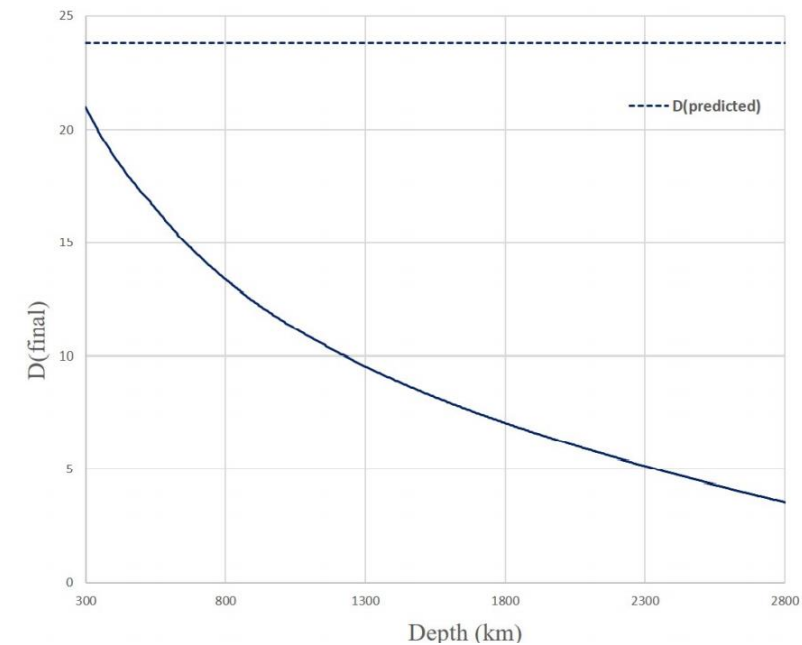
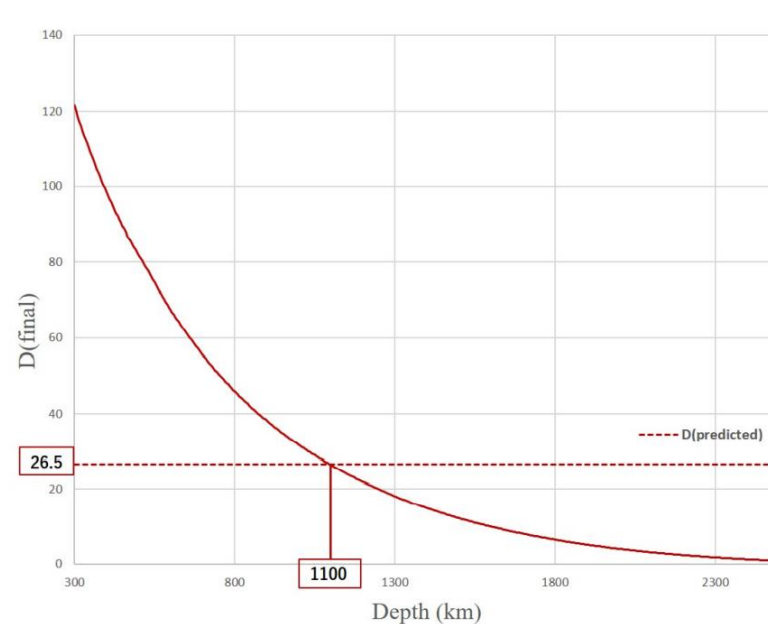


図 7: マグマオーシャンの深さと最終分配係数 D_{final} (左上)Ni (右上)Co (左下)Cr (右下)V.

ただし, $\Delta IW = -1.0$, $NBO/T = 2.8$, $X_s = 0.1$, $X_c = 0.11$ である.

今後の研究

- 先ほどのモデル1は、 ΔIW , NBO/T , X_s , X_c を固定してマグマオーシャンの深さを求めたが、この条件では、 Ni 以外の説明がつかない。これらの変数を動かしてみて、結果がどのように変わるか。...
- モデル2の計算をこれからするので、その結果も楽しみ。
- モデル1をもう少し発展させて、上から順にではなく、**各層が均等に落ちていく**モデルも作ってみる。
- モデル1とモデル2を組み合わせたモデルの計算など
- これらの計算では、種々のパラメーターを固定したが、実際は深さに依存するはずなので、その効果も考えたモデルの作成をしたい（例）密度、熱膨張率など。
- マグマオーシャンの熱史をもう少し具体的に行って、熱史と組み合わせた分化モデルの作成、などなど、やること盛沢山！

ご清聴ありがとうございました。参考文献や詳しい情報はお配りしたレジュメ内にありますのでご参照ください。