### 明けましておめでとうございます 今年も宜しくお願い致しますm(\_\_)m

# DISPH法を用いた 地球コア形成シミュレーションについて

しょうぶざこ けんすけ 菖蒲迫 健介 よしだ しげお

ましだ しげお かわだ よしふみ 吉田 茂生 川田 佳史

- 九州大学 理学府 地球惑星科学専攻 地球内部ダイナミクス研究室
- 九州大学 理学研究院 地球惑星科学部門 固体地球惑星科学
- 3 国立研究開発法人 海洋研究開発機構 (JAMSTEC)

# 導入

- 1
- 地球コア形成の惑星科学的意義
  - | | | Topic Words

惑星形成シナリオ・コア形成シナリオ マグマオーシャン・金属鉄分離・元素分配

- 流体数値シミュレーション
  - Topic Words

格子法と粒子法·SPH法

# 方法と結果

2

#### 付録8

- 熱伝導と熱対流シミュレーション
  - | Topic Words

無限平板の熱伝導・レイリーベナール対流 弱圧縮性流体・境界設定

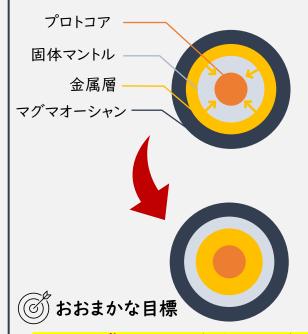
- 金属層沈降シミュレーション
  - Topic Words

DISPH法・レイリーテーラー不安定

# 今後の研究

3

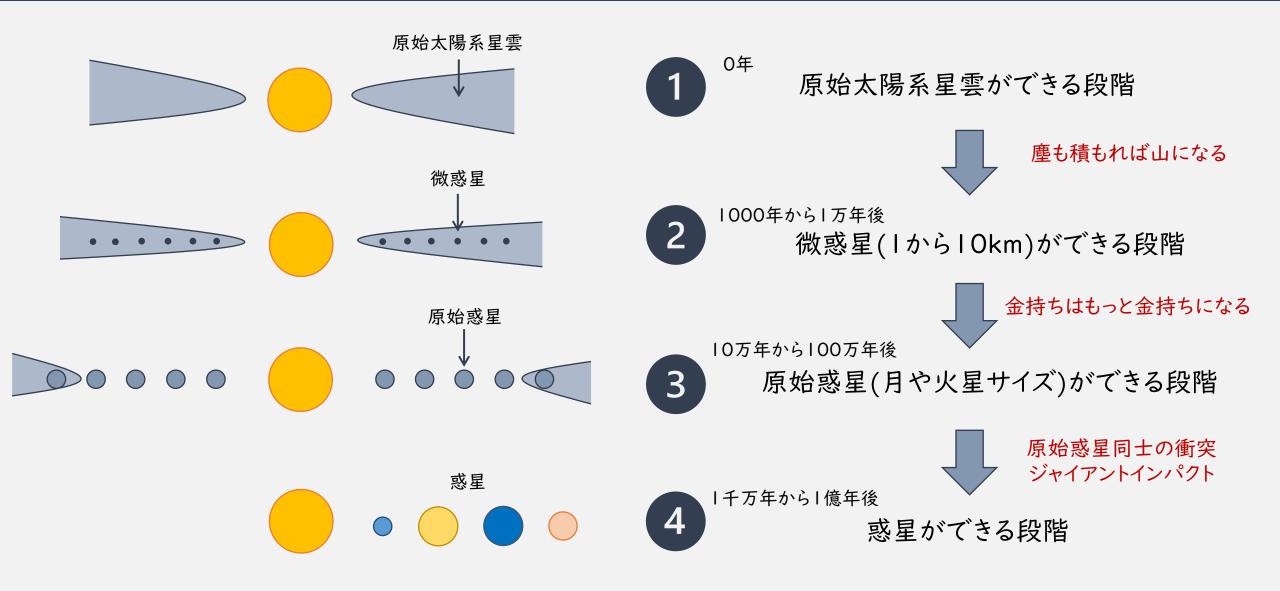
• 3成分モデルの構築と3次元化



コア形成の過程をより具体的にしたい

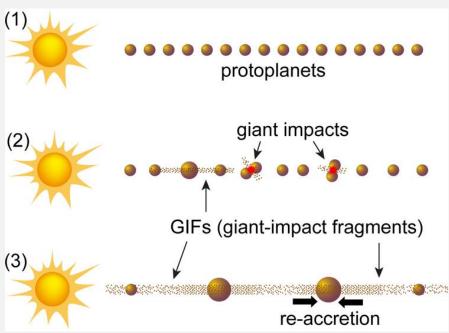
#### 地球コア形成の惑星科学的意義

# 導入 はじまり 太陽系形成の標準シナリオと惑星の成因(その1)



# 太陽系形成の標準シナリオと惑星の成因(その2)





Genda et al. (2017)

3 原始惑星(月や火星サイズ)ができる段階



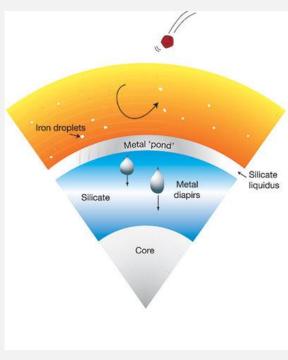
重い鉄が分離する過程

分化 (Fractionation)

マグマオーシャン (液体シリケイト)

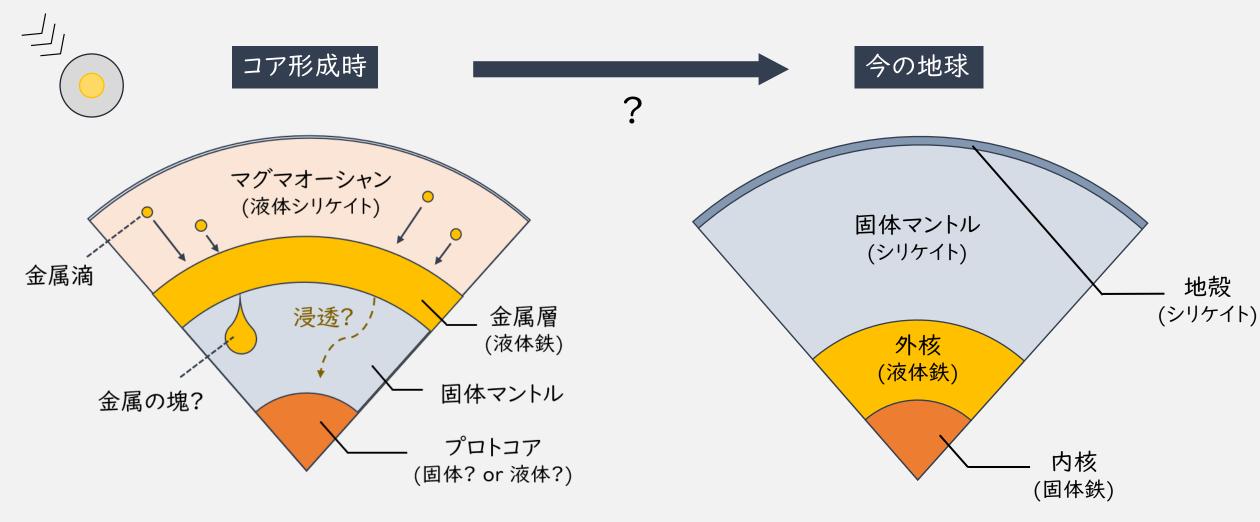
VS

液体金属鉄



Wood et al. (2016)

惑星ができる段階



✓ 地球には深い(~1000km)マグマオーシャンが 存在したと思われている

# 地球コア形成の惑星科学的意義 これまでの地球コア形成に関する計算例

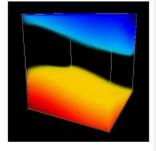
彼らの結果によると 安定的な滴半径は~1.5cm 終端速度は30-110cm/s

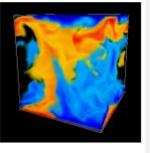
研究の方向性は 数値シミュレーションと元素分配の実験

地球物理的な手法

地球化学的な手法

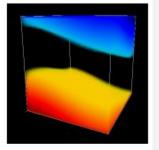
モデル整合性の確認 シミュレーション vs 今の地球マントル 実際の試料から分かる

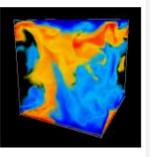




Hoink et al. (2006)

マグマオーシャンを沈降する 金属滴の数値シミュレーション

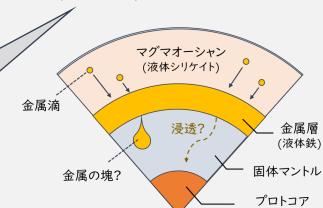




液体シリケイト 液体金属鉄 ある元素 元素分配 主に温度圧力の関数

元素の分配シミュレーション

マグマオーシャンの底で最後の 分配が起こったとすると マグマオーシャンの深さを 推定できると思っている

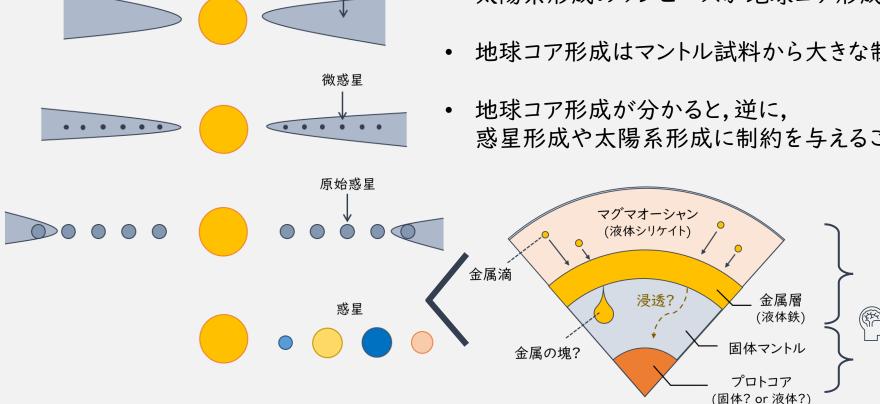


Ichikawa et al. (2009)

地球内部科学B4MIセミナー DISPH法を用いた地球コア形成シミュレーションについて

(5/10)本日の流れ → 導入 → 方法と結果 → 今後の研究 (固体? or 液体?)

# 地球コア形成の惑星科学的意義 まとめと問題提起 🖗



原始太陽系星雲

太陽系形成のワンピースが地球コア形成

地球コア形成はマントル試料から大きな制約を課すことができる

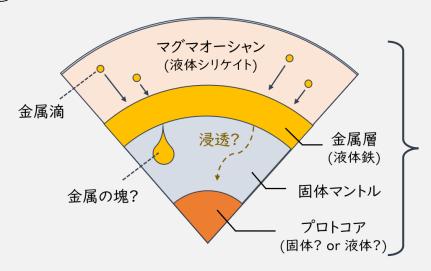
惑星形成や太陽系形成に制約を与えることができる

こっちは色んな研究あ

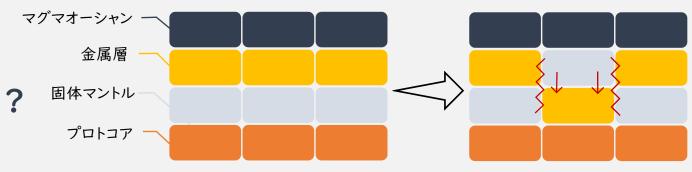
この下どうなってんの?

本日の流れ → 導入 → 方法と結果 → 今後の研究

# 自分の興味の対象 将来的に解きたいコア形成モデル



2 粘性散逸による温度上昇?



部分溶融 or 大規模な溶融?

特に
金属層が形成されたとすれば,どうやって落ちていったか?

3 マグマオーシャンの深さが変わるかも?

大きな変形を伴う流体計算が必要 かつ 複数相を同時に解く必要性あり







### 格子法

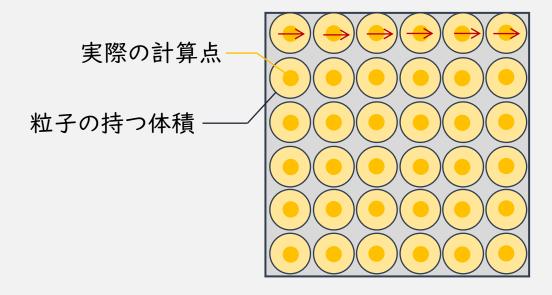
固定された格子点で物理量を計算

一 隣の格子点の情報を使う

★ツシュを細かくすれば解析性能が向上

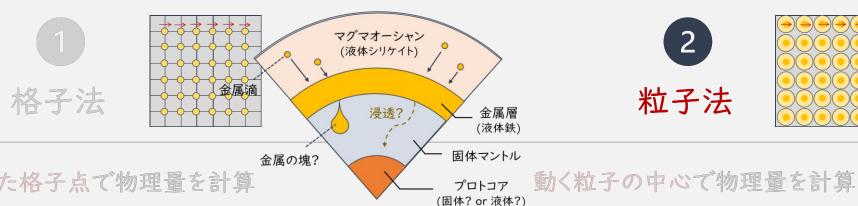
2

# 粒子法



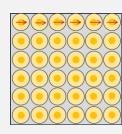
- 動く粒子の中心で物理量を計算
- 周りの粒子の情報を使う
- 粒子数を大きくすれば解析性能が向上

### 数値シミュレーションについて 格子法と粒子法(その2)



2

粒子法



特徵官

固定された格子点で物理量を計算

1960~

長所 😊

- ✓ 流体計算例が豊富 (歴史が長い)
- ✓ 誤差評価が簡単

✓ 物質境界の大変形に対応できる

✓ 比較的アルゴリズムが簡単

短所(豆)

- ✓ 物質境界の大変形に対応できない
- ✓ メッシュがない場所では物理量を計れない

- ✓誤差評価が難しい 1977~
- ✓ 手法自体が発達途上段階 (歴史が浅い)

代表例

- ✓ 差分法 (最も簡単な方法)
- ✓ 有限体積法 (格子点が有限体積を持つ)
- ✓ 有限要素法 (形状を持つ要素を使う)
- √ etc.···

- ✓ SPH法 (最も一般的な方法)
- ✓ MPS法 (日本人が開発した非圧縮用の方法)

#### 数値シミュレーションについて 方法と結果 はじまり SPH法の3つの基本概念(その1)

なめらか粒子の流体力学法 Smoothed Particle Hydrodynamics Method

流体全体を仮想粒子で近似する

実際の計算点 粒子の体積

粒子に重み関数を張り付ける

近傍の粒子の情報のみを使う 中心で最大 外側は0

### 数値シミュレーションについて SPH法の3つの基本概念(その2)

#### なめらか粒子の流体力学法

Smoothed Particle Hydrodynamics Method

粒子に重み関数を張り付ける

重み関数が最低でも 二階微分可能かつ連続

"なめらか"



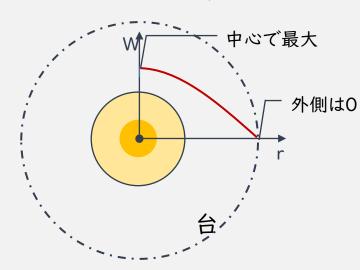
仮想粒子のことを なめらか粒子 と呼び

その流体力学を

なめらか粒子の流体力学 と呼ぶ

SPH法 ✓ Lucy (1977)

✓ Monaghan and Gingold (1977)



SPH法のイメージ







空間の空隙をなめらかな 重み関数で内挿補間する



質量・密度・位置・速度・温度・圧力などの 物理量を属性として持つ



なめらか粒子は流体の保存則に基づいて 運動し、その属性が時間発展していく

### 数値シミュレーションについて SPH法の基礎方程式



# が流体の基礎方程式

└ カーネル近似+粒子近似 №

# SPH法の基礎方程式

連続の式 (質量保存の式)

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \, \nabla \cdot \boldsymbol{v}$$

運動方程式 (運動量保存の式)

$$rac{Doldsymbol{v}}{Dt} = -rac{1}{
ho}
abla p + rac{\eta}{
ho}
abla^2oldsymbol{v} + oldsymbol{K}$$

SPH世界で厳密に保存

エネルギー方程式 (エネルギー保存の式)

$$\frac{De}{Dt} = \frac{k}{\rho} \nabla^2 T - \frac{p}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{v} + \frac{1}{\rho} \Phi + J$$

+状態方程式

」。 対称的な形で定式化することが重要

+状態方程式

$$rac{D
ho_i}{Dt} = \sum_{i}^{N} m_j oldsymbol{v}_{ij} \cdot 
abla_i W_{ij}$$
 もしくは  $ho_i = \sum_{j}^{N} m_j W_{ij}$ 

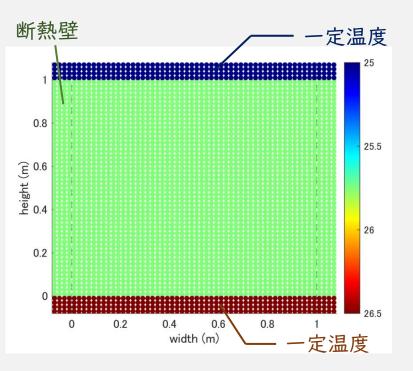
$$\begin{split} \boxed{\frac{D\boldsymbol{v}_i}{Dt} = -\sum_{j}^{N} m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2}\right) \nabla_i W_{ij}} \\ + \sum_{j}^{N} \frac{4\eta_i \eta_j}{\eta_i + \eta_j} \frac{m_j}{\rho_i \rho_j} \frac{\boldsymbol{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{|\boldsymbol{x}_{ij}|^2} (\boldsymbol{v}_{ij}) + \boldsymbol{K}_i \end{split}}$$

$$\frac{De_i}{Dt} = \sum_{j}^{N} \frac{4k_i k_j}{k_i + k_j} \frac{m_j}{\rho_i \rho_j} \frac{\boldsymbol{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{|\boldsymbol{x}_{ij}|^2} T_{ij} + \sum_{j}^{N} \frac{m_j}{2} \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \boldsymbol{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} 
- \sum_{i}^{N} \frac{2\eta_i \eta_j}{\eta_i + \eta_j} \frac{m_j}{\rho_i \rho_j} \boldsymbol{v}_{ij}^2 \frac{\boldsymbol{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{|\boldsymbol{x}_{ij}|^2} + J_i$$

### SPH法シミュレーションをやってみた レイリーベナール対流問題(その1)



# 設定

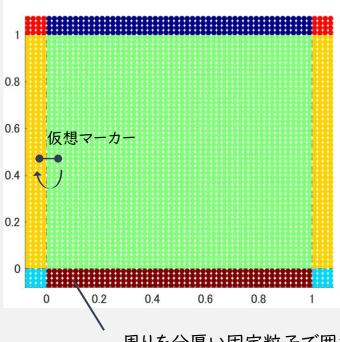


- ✓ 粒子数は2500個
- ✓ 全壁ですべりなし
- レイリー数10000、プラントル数1
- 時間差分は前進オイラー法
- ✓ タイムステップの制約はCFL条件
- 弱圧縮性流体を仮定 計算が破綻しないための条件 (1) 音速 (硬いと大きい) (2) 熱拡散時間 (粒子間隔) 運動量時間 熱拡散率 or 粘性率
- SPH法は圧縮性流体を解くための手法で 非圧縮問題を解くことができない
- つまり音波が取れないので,音波よりも短い タイムステップ条件が課される
- これを回避するために物理に影響が出ない 範囲で音速を遅くする効果を人工的に入れる
- 弱圧縮性流体 非圧縮性流体 ← 音速を無限大にして, 音速は残すが,遅くする 音波の存在を忘れる



SPH法特有の問題 境界設定。②

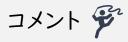
適切に境界設定を行わないと 粒子が壁をすり抜けてしまう



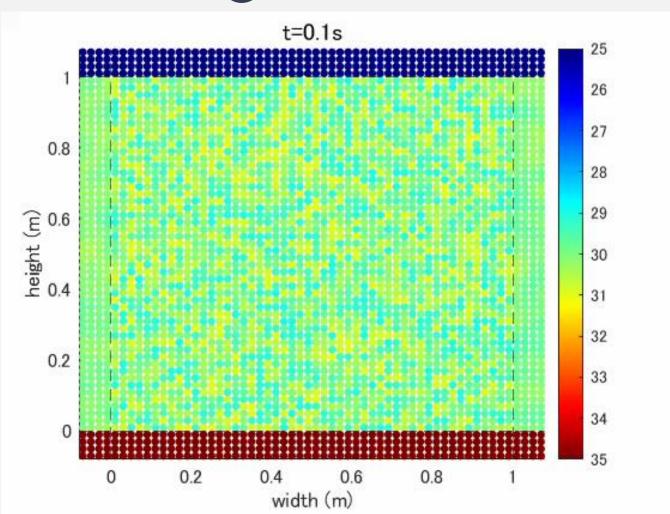
周りを分厚い固定粒子で囲む

# SPH法シミュレーションをやってみた レイリーベナール対流問題(その2)

# 2 結果



- ✓ 最初は適当な温度ゆらぎを与えた
- ✓ 熱伝導で熱が伝わった後に 熱対流が起こる
- ✓ よく見ると端が動いている 本当はすべりなし



基本アルゴリズム 🚉 初期配置と初期条件の入力

→仮想マーカーの情報を更新

固定壁粒子に情報を付与

SPHの基礎方程式を解く

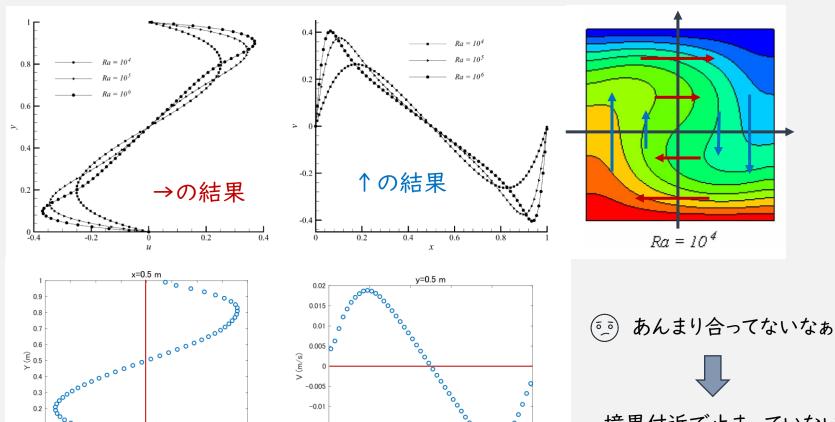
アルゴリズムの工夫点

✓ 近くの粒子を効率的に探す アルゴリズム(近傍粒子検索)

# SPH法シミュレーションをやってみた レイリーベナール対流問題(その3)



# 先行研究との比較



-0.02

格子法 (有限体積法) Ouertatani et al. (2008)

#### 最大速度

 $\rightarrow \cdots 0.022 ms^{-1}$ 

 $\uparrow \cdots 0.022 ms^{-1}$ 

ヌッセルト数 … 2.158

対流の定常性に関する無次元数

今回の結果

### 最大速度

 $\rightarrow \cdots 0.018 ms^{-1}$ 

 $\uparrow \cdots 0.019 ms^{-1}$ 

ヌッセルト数 … ~3.2

境界付近で止まっていない

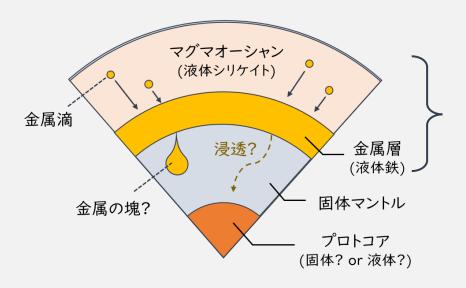
+ たぶん自分の計り方が良くない

U (m/s)

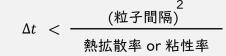
党境界条件 (上面)

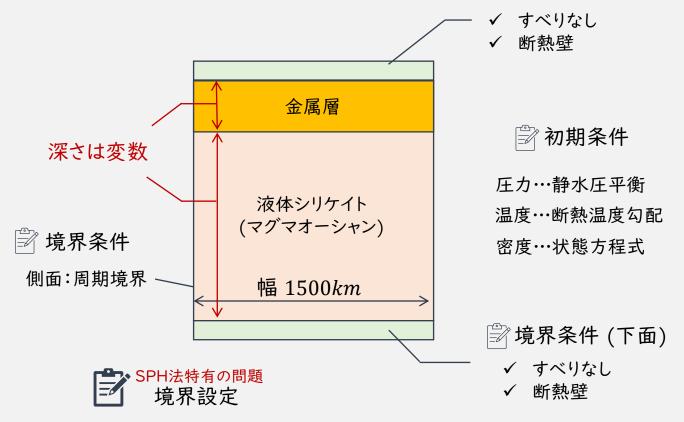
# コア形成モデルについて 二相二次元問題のモデル設定

### 液体金属鉄 vs 液体シリケイト



- ✓ まずは二相二次元から ゆくゆくは三相三次元にしたい
- ✓ 粘性が大きくない液体間の計算
- ☆ 粘性が大きいとタイムステップの制約がきついので工夫がいる
- ✓ 先行研究がいくつかある





- 境界補正について
  - → 仮想マーカーを用いた境界処理法 [Asai et al. (2013)] <sub>♀</sub>҈
- 粒子の不貫入条件 人工反発力の導入 [オリジナルのアイデア] 🏖

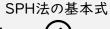
# 方法と結果

# 密度をならしてしまうのは良くない?

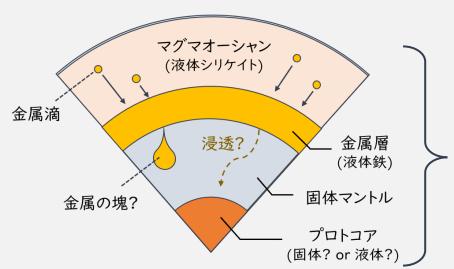
SPH法の問題点



特別ななめらか量 →



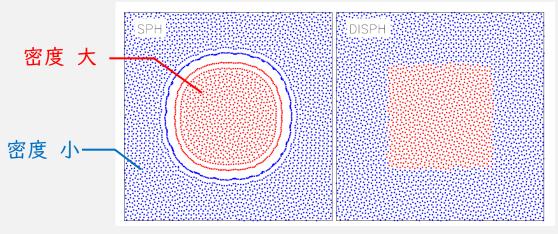
$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{j}^{N} \frac{m_{j} f(\boldsymbol{x}_{j})}{\rho_{j}} W(|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{j}|; h) \xrightarrow{f(\boldsymbol{x}) = \rho_{i}} \rho_{i} = \sum_{j}^{N} m_{j} W_{ij} = W(|\boldsymbol{x}_{i} - \boldsymbol{x}_{j}|; h)$$



本当は密度は 不連続に異なる

従来のSPH法では実は…

物質境界で非物理的なことが起こる



Saitoh and Makino (2013)



基礎方程式中に密度が陽に現れないようにしたい

### DISPH法について DISPH法の基本概念



Saitoh and Makino (2013)

Density-Independent SPH

体積要素を別の量で置き換える

$$f(\boldsymbol{x}) pprox \langle f(\boldsymbol{x}) \rangle pprox \sum_{j}^{N} f(\boldsymbol{x}_{j}) W(|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{j}|; h) \Delta V_{j}$$

$$\Delta V_j = \frac{m_j}{\rho_j} = \frac{Y_j}{p_j} \qquad \Longrightarrow \qquad Y_j = p_j \Delta V_j$$



$$Y_j = p_j \Delta V_j$$

特別ななめらか量が圧力となる

$$p_i = \sum_{j}^{N} Y_j W_{ij}$$

圧力は本来連続的な量



なめらかにしても何の問題もないはず



謎量Yはどうやって決めるのか?

 $\checkmark$  Hosono et al. (2013)によると、状態方程式を使って全てが整合的になるように反復法によってYを決める

DISPH法を開発したSaitoh and Makino (2013)と同じグループ

圧力・密度・温度とY



収束する保証はあるのか? 分からない



良いアイデアだが改良点あり

### DISPH法について オリジナルのDISPH法の改良点



[!] 運動量とエネルギーが保存していない。







□□□ 謎量Yを反復法で求める?



Yの決定方程式を正しく構成し直す

→ Hosono et al. (2013)には式変形に間違いあり



DISPH法の基礎方程式 (改良ver.)

SPHの方程式に戻る

特別ななめらか量(なめらか圧力の式)

$$p_i = \sum_{j}^{N} Y_j W_{ij}$$

運動方程式 (運動量保存の式)

$$m_i \frac{D\boldsymbol{v}_i}{Dt} = -\sum_j^N \left(\frac{Y_i^2}{p_i} + \frac{Y_j^2}{p_j}\right) \nabla_i W_{ij} + \sum_j^N \frac{4\eta_i \eta_j}{\eta_i + \eta_j} \frac{Y_i Y_j}{p_i p_j} \frac{\boldsymbol{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{|\boldsymbol{x}_{ij}|^2} \boldsymbol{v}_{ij} + m_i \boldsymbol{K}_i$$

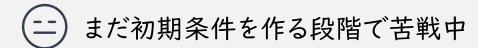
エネルギー方程式 (エネルギー保存の式)

$$\frac{DU_i}{Dt} = \sum_{j}^{N} \frac{4k_i k_j}{k_i + k_j} \frac{Y_i Y_j}{p_i p_j} \frac{\boldsymbol{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{|\boldsymbol{x}_{ij}|^2} T_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{j}^{N} \left( \frac{Y_i^2}{p_i} + \frac{Y_j^2}{p_j} \right) \boldsymbol{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} 
- \sum_{j}^{N} \frac{2\eta_i \eta_j}{\eta_i + \eta_j} \frac{Y_i Y_j}{p_i p_j} \boldsymbol{v}_{ij}^2 \frac{\boldsymbol{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{|\boldsymbol{x}_{ij}|^2} + J_i$$

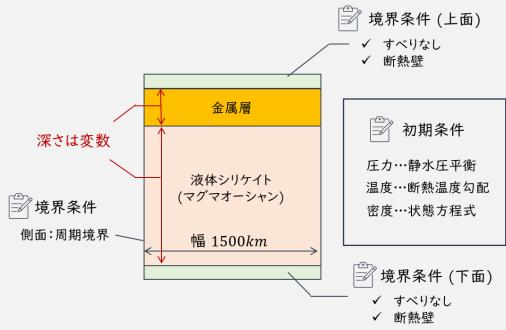
Yの決定方程式 (導出に連続の式と状態方程式を使う)

$$\frac{DY_i}{Dt} = -\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{p_i} K_{T,i} \right) \sum_{j}^{N} \left( \frac{Y_i^2}{p_i} + \frac{Y_j^2}{p_j} \right) \boldsymbol{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} + \alpha_i K_{T,i} \frac{Y_i}{p_i} \frac{DT_i}{Dt}$$

# 改良DISPH法を実装する **静水圧平衡と断熱温度勾配**



まずは液体シリケイトだけで平衡状態を実現させたい

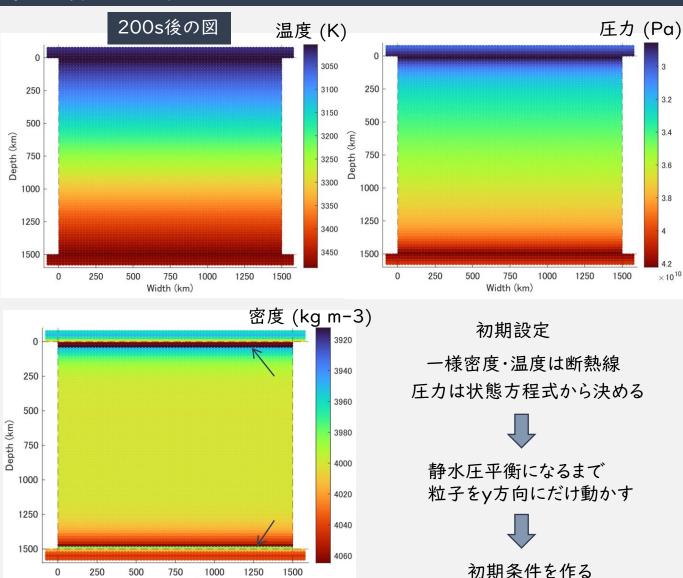




液体シリケイトはMgSiO3で代表させる

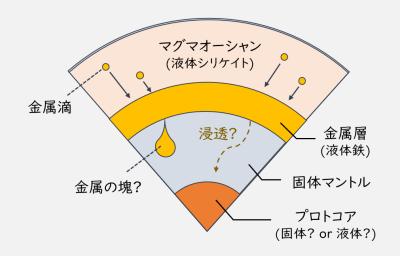
エンスタタイト (ブリッジマナイトのMg端成分)

状態方程式はWolf and Bower (2018)を参考にして 適当にフィッティングしたものを用いた



Width (km)

# 金属が落ちていく全体像を具体化したい



#### 特に

金属層が形成されたとすれば、どうやって落ちていったか?





課題O 計算手法の確立 (改良DISPH法を動かせるようにする)



課題 | 固体マントルの粘性デカすぎ問題を解決

→ Takeyama et al. (2017) で紹介された慣性変化法 (the inertia variable method)



課題2 部分溶融した際の粘性変化を考慮

→ Abe (1997) で紹介されたメルト分率による粘性決定方法



課題3 三次元化に伴う計算量の増加

→ アルゴリズムの工夫

ご清聴ありがとうございました



# 地球には深いマグマオーシャンが存在した?



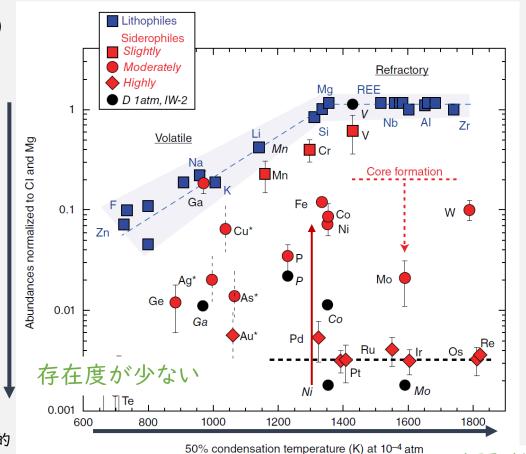
地球マントル中の親鉄性元素濃度が 非常に高い ので、深いマグマオーシャンが示唆される

- 親石性元素 (鉄よりシリケイト)
- わずかに親鉄性元素
- 親鉄性元素
- 強親鉄性元素

縦軸…ある元素のMg比をCI コンドライト中それで規格化し た値

横軸···凝縮温度

CIコンドライト…太陽系の隕石の中で最も始原的 であると考えられている隕石かつ,最も太陽の元 素存在度に近い組成を持つ隕石(太陽系の惑星 の材料と考えられている)



- ほとんどの赤色が1より下…コア形成 時にコアに持っていかれた
- でも常圧での実験結果(●)と比べる と存在度が桁違いにでかい
- **不揮発性**親鉄元素なのに不思議 ("Niのパラドックス")
- 高圧下で分配を示唆 (つまり,深いマグマオーシャンを示唆)

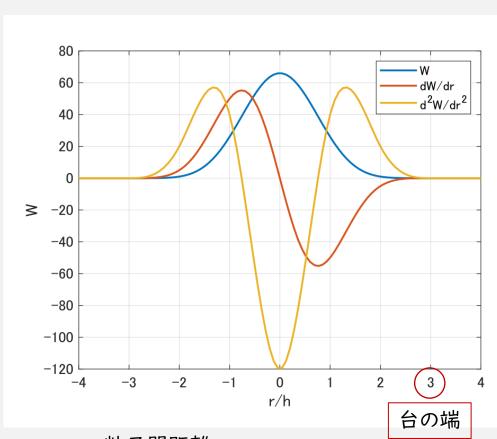
不揮発性 大

Siebert and Shahar (2015)

### 付録 2 具体的な重み関数



# よく用いられる重み関数は 5次のスプライン関数



r···粒子間距離

h…台の範囲を決める基準距離 (smoothing length)

#### --- 重み関数

**---** 一階微分 ----

二階微分

$$W(q;h) = \alpha_d \times \begin{cases} (3-q)^5 - 6(2-q)^5 + 15(1-q)^5 & (0 \le q \le 1) \\ (3-q)^5 - 6(2-q)^5 & (1 \le q < 2) \\ (3-q)^5 & (2 \le q \le 3) \\ 0 & (q > 3) \end{cases}$$

 $\alpha_d$  規格化係数

I次元  $\alpha_d = \frac{1}{120h}$ 

$$2$$
次元  $\alpha_d = \frac{7}{478\pi h^2}$ 

$$3$$
次元  $\alpha_d = \frac{3}{358\pi h^3}$ 

*q* 規格化された距離

$$q = \frac{r}{h}$$

# SPH法の基本式の導出

- デルタ関数の定義から出発  $f(oldsymbol{x}) = \int_{\widehat{oldsymbol{o}}} f(oldsymbol{x}') \, \delta(oldsymbol{x} oldsymbol{x}') \, doldsymbol{x}'$ xを含む任意体積
- $f(m{x})pprox \langle f(m{x})
  angle \equiv \int f(m{x}') \, W(m{x}-m{x}'; m{h}) \, dm{x}'$ 誤差  $O(h^2)$ カーネル関数による近似 = 重み関数 😋
- f(x) $f(x_1)$  $\delta(x-x')$

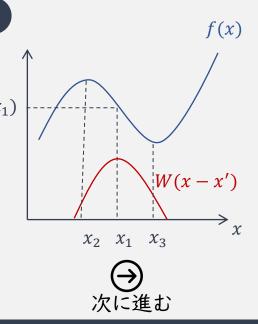
離散化 (粒子近似)

誤差見積もり? N  $f(\boldsymbol{x}) \approx \langle f(\boldsymbol{x}) \rangle \approx \sum_{j}^{N} f(\boldsymbol{x}_j) W(|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_j|; h) \Delta V_j$  粒子の体積 台の中の粒子

SPH法の基本式

$$\Delta \, V_j = rac{m_j}{
ho_j}$$
 と置けば

 $\Delta \mathit{V}_j = \frac{m_j}{
ho_j}$  と置けば  $f(m{x}) = \sum_{i}^{N} \, \frac{m_j \; f(m{x}_j)}{
ho_j} \, W(|m{x} - m{x}_j|; h)$ 



# SPH法の基本公式



# 特別ななめらか量

$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{j}^{N} \frac{m_{j} f(\boldsymbol{x}_{j})}{\rho_{j}} W(|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{j}|; h) \qquad \xrightarrow{f(\boldsymbol{x}) = \rho_{i}} \qquad \rho_{i} = \sum_{j}^{N} m_{j} \widehat{W_{ij}}$$
 密度は常にこの関係式かり は できる 連続の式は不要

密度は常にこの関係式から決まる

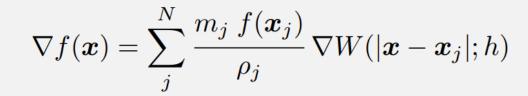


質量は粒子に不変量として張り付けるので 粒子がどこかに行かない限り保存される



一階微分の公式 (空間微分は位置xに対してかかる)

$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{j}^{N} \frac{m_j f(\boldsymbol{x}_j)}{\rho_j} W(|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_j|; h) \longrightarrow \nabla f(\boldsymbol{x}) = \sum_{j}^{N} \frac{m_j f(\boldsymbol{x}_j)}{\rho_j} \nabla W(|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_j|; h)$$





<mark>二階微分の公式</mark>(導出はかなりマニアックなので省略)

$$abla^2 oldsymbol{f}(oldsymbol{x}) = 2 \sum_{j}^{N} rac{m_j}{
ho_j} \, rac{(oldsymbol{x} - oldsymbol{x}_j) \cdot oldsymbol{
abla} V(oldsymbol{x} - oldsymbol{x}_j; h)}{|oldsymbol{x} - oldsymbol{x}_j|^2} oldsymbol{(oldsymbol{f}(oldsymbol{x}) - oldsymbol{f}(oldsymbol{x}_j))}$$



階微分の形で書かれることがほとんど

- ✓ 二階微分はたくさん項が含まれる
  - → 計算が多くなる
- ✓ 計算が不安定になる報告がある



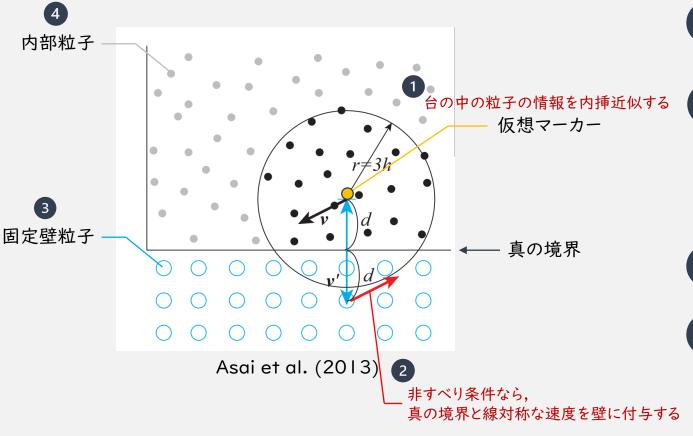
元に戻る

### 付録 5 具体的な境界設定

Asai et al. (2013) ← 仮想マーカーを用いた境界処理法

✓ いくつか方法があるが, 今回はこれを採用 ✓ 九大の工学部の先生 (津波の研究など)





- 仮想マーカーの近傍の粒子の情報を使って, 密度・速度・圧力・温度を内挿近似する
- 2 物理的な境界条件を満たすように物理量を調整する 例) 非すべり・断熱壁
  - ✓ 速度は真の境界に対して逆向き
  - 温度は内挿近似して求めたそのままの温度
  - ✓ 圧力は粒子が貫入しないように決める (少しややこしい)
- 固定壁粒子に今求めた情報を付与する
- 壁付近の内部粒子は固定壁粒子を含めて計算される 自分の台が壁にめり込んだら



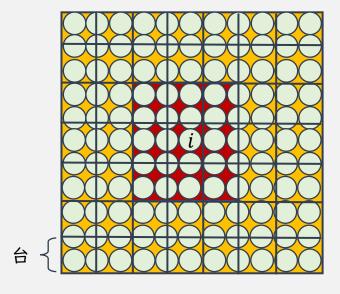
物理的な境界条件を満たすためだけの計算

実際の基礎方程式を解く計算

# 近傍粒子検索のアルゴリズム



基本的な考え方



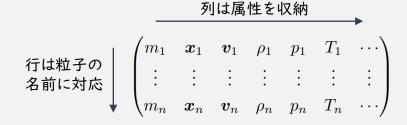


に対応

実際のプログラムの中身

まず二つの配列を用意

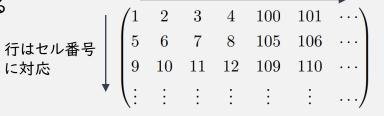
粒子の名前と属性 (各物理量) を収納する配列



各セルに収納された粒子の名前を覚えるための配列

列はセル内の粒子の名前を昇順に収納

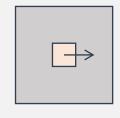
- 解析空間全体を固定されたセルに分割する
- 二次元の場合は ☆ 粒子iは周りの9つのセル中の粒子とだけ 計算すれば事足りる



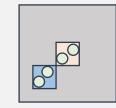
各時間ステップ毎に配属は更新される

計算の際は…

2 の行列の行を順に動かす 周りの9つのセルを順に動かす セル内の粒子を順に取り出して計算させる







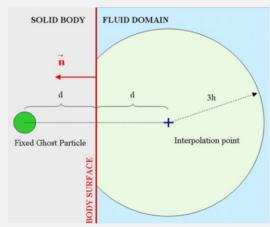
固定壁粒子に対応する仮想マーカーも収納する



漏れなく全空間を効率よく検索できる

# DISPH法の境界の取り扱い (オリジナル)

DISPH法の粒子不貫入条件



Marrone et al. (2011)

○ 従来のSPH法では壁の圧力を変えて 粒子貫入を防ぐ

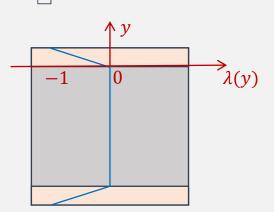
$$\frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \underbrace{\nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{f}}$$

$$p_{wall} = p_{vir} + 2d\rho \boldsymbol{f} \cdot \boldsymbol{n}$$

DISPH法では圧力をなめらかにするので 勝手に壁の圧力だけを変えたくない



で壁付近の粒子の運動方程式に直接反発力を入れる



$$\frac{Doldsymbol{v}}{Dt} = \underbrace{-\frac{1}{
ho} \nabla p + 
u \nabla^2 oldsymbol{v} + oldsymbol{g} + \Lambda(y)}_{f}$$
 は普通に計算する

$$\Lambda(y) = \boldsymbol{f} \cdot \boldsymbol{n} \, \underline{\lambda(y)}$$

真の境界で−Ⅰ

真の境界で「
$$\lambda(y)=ay+b$$
 」「セル分より遠いと $0$ 

CSPH法 DISPH法のカーネル修正法

そのような場合にはカーネル関数を次のようにして修正する Bonet and Kulasegaram (2002)

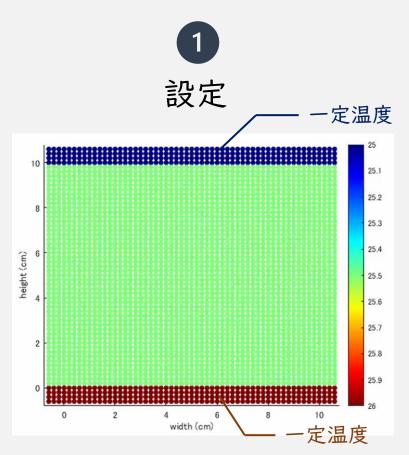
$$f_i = \sum_{j}^{N} \frac{m_j f_j}{\rho_j} \, \tilde{W}_{ij}$$
  $\qquad \tilde{W}_{ij} \equiv \frac{W_{ij}}{\sum_{k}^{N} \frac{m_k}{\rho_k} \, W_{ik}}$ 

 $\Delta V_j = rac{m_j}{
ho_j} = rac{Y_j}{p_j}$  を使うので DISPH法では

$$f_i = \sum_{j}^{N} rac{Y_j f_j}{p_j} \, ilde{W}_{ij} \qquad \qquad ilde{W}_{ij} \equiv rac{W_{ij}}{\sum_{k}^{N} rac{Y_k}{p_k} \, W_{ik}}$$

実際にこれを使うのは、仮想マーカーが情報を取得する時である。

# 無限平板の熱伝導問題

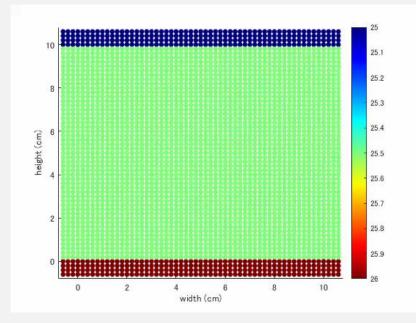


- ✓ 粒子数は2500個
- ✓ 熱拡散率  $\kappa = 10^{-6} \, m^2 s^{-1}$
- ✓ 時間差分は前進オイラー法
- ✓ タイムステップの制約はCFL条件

計算が破綻しないための条件

2

### 結果



# CFL条件 (クーラン条件)

タイムステップ < (粒子間隔)<sup>2</sup> 熱拡散率

系の最小スケールを 熱が伝わるのにかかる時間

