# 惑星コア形成を目指したDISPH法の改良

両者を同時に整合的に解けば良い

Improving the DISPH method for simulating planetary core formation

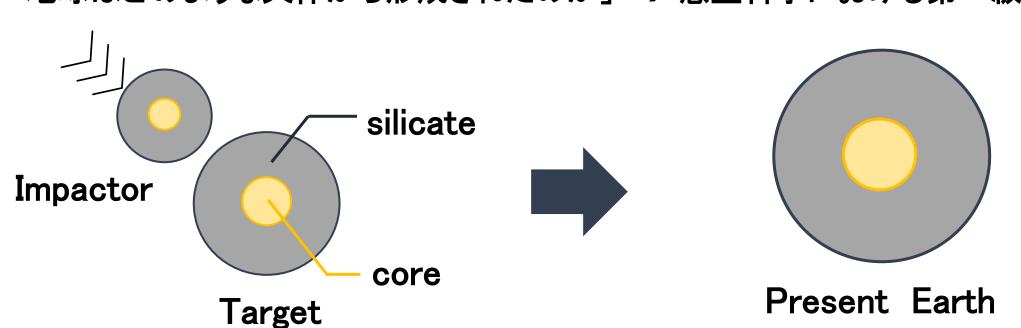
# <u>菖蒲迫健介</u>,吉田茂生,川田佳史,中島涼輔

1. 九州大学 大学院理学府 地球惑星科学専攻( Mail : <u>shobuzako.kensuke.242@s.Kyushu−u.ac.jp</u>,Twitter : <u>@zakoken1998</u>)

2. 九州大学 大学院理学研究院 地球惑星科学部門 3. 海洋研究開発機構・海洋機能利用部門・海底資源センター 4. 九州大学 大学院理学研究院

### 研究背景惑星形成過程について

■「地球はどのような天体から形成されたのか」 → 惑星科学における第一級問題



惑星形成過程 = 惑星成長過程 内部進化過程 分化問題 = コア形成問題 集積問題

■ 何が分かれば良いか? → 集積天体の2つの性質 力学的性質 化学的性質 制約 制約 集積問題 コア形成問題 **Impactor** 

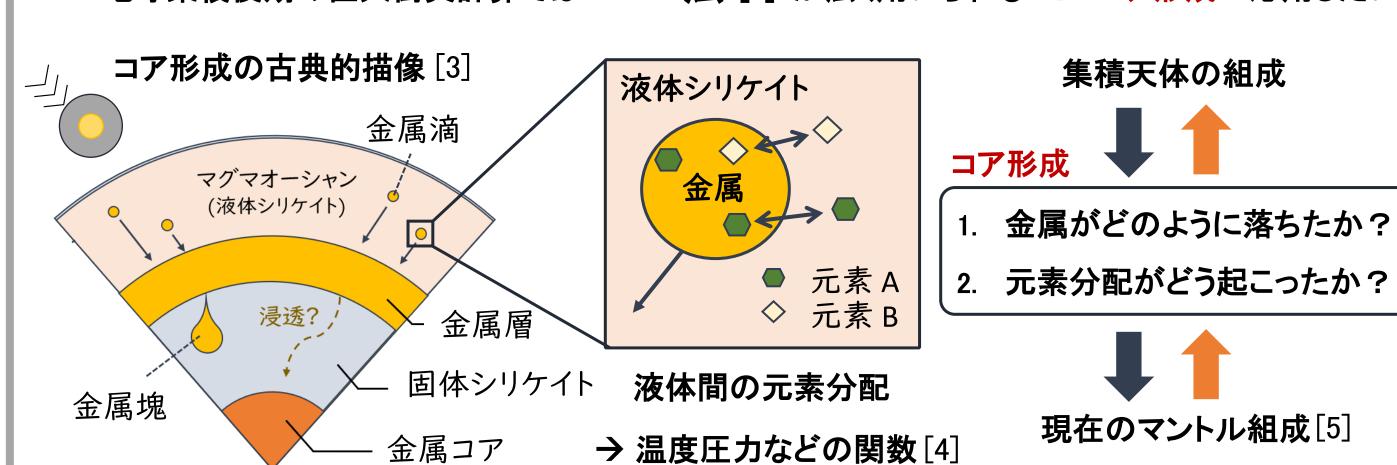
しかし, 両者の統合を目指した研究[1]は, 集積計算に時間軸を与える 一方で、コア形成には時間軸を与えてない

両者の力学過程を整合的に統合し計算した例はない

大きさ、衝突速度、組成など・・・

### 研究動機と目的 粒子法を用いて惑星コア形成問題を解きたい

■ 地球集積後期の巨大衝突計算では SPH法 [2] が広く用いられる → コア形成へ応用したい

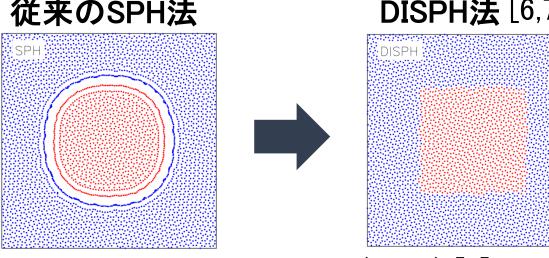


境界設定法

■ 仮想マーカーを用いた境界処理法[9,10]をDISPH法に応用

• ただし, 仮想マーカーは台を補正するCSPH法[11,12] を使用する

■ ただし、従来のSPH法は物質境界を正しく扱えない **DISPH法**[6,7] 従来のSPH法



Saitoh and Makino (2013) [6]

- 原因は物質境界の密度を平滑化していること
- The Density-Independent SPH (DISPH法) は密度 を平滑化しないので、物質境界を正しく扱える
- しかし、コア形成を扱いやすい形ではない

- DISPH法[6-8]を惑星コア形成に応用するために、以下の3つの点で改良が必要であると考えた
- DISPH法を以下のように再設計することで、惑星コア形成を扱いやすい形にした

- 1 温度の決定式が理想気体にしか適用できない点
- 2 境界条件を適切に与えることが困難な点
- 一部の熱力学量を反復法で求める点(いつでも収束するとは限らない)

- 1 エネルギー方程式を温度の時間発展式に変換
- 2 SPH法で用いられる境界設定法を応用

壁粒子に適切な物理量を課す方法

仮想マーカー → 壁粒子

・ 圧力とYの境界条件は?

 $\frac{D \boldsymbol{v}}{D t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \boldsymbol{v} + \boldsymbol{g}$  壁付近でゼロ

 $Y_{\mathbf{w}} = \bar{p}_{\mathbf{v}} \Delta V_{\mathbf{w}} + 2d\bar{\rho}_{\mathbf{v}} \Delta V_{\mathbf{w}} \mathcal{F} \cdot \boldsymbol{n}$ 

 $p_{\rm w} = \bar{p}_{\rm v} + 2d\bar{\rho}_{\rm v}\bar{\mathcal{F}} \cdot \boldsymbol{n}$ 

連続の式を導出することで、反復法を使わないアルゴリズムを開発

集積天体の組成

金属がどのように落ちたか?

現在のマントル組成[5]

## 新しいYの決定アルゴリズム

■ DISPH法[6-8]では、次の非線形方程式を反復法によって解く

$$p_i = \sum_j \frac{m_j p_j}{\hat{\rho}(p_i, u_i)} W_{ij} \qquad \blacksquare$$

■ 初期値は Yの決定方程式 から決める (連続の式とEOSを使用)

$$\frac{DY_i}{Dt} = \left[\frac{\rho_i}{p_i} \left(\frac{\partial p_i}{\partial \rho_i}\right)_s - 1\right] \sum_j \frac{Y_i Y_j}{p_i} \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}$$

密度は 連続の式 から決める(新たに導出)

$$rac{D \ln 
ho_i}{D t} = \sum_i rac{Y_j}{p_j} \, oldsymbol{v}_{ij} \cdot 
abla_i W_{ij}$$

2. EOSを用いて、なめらかでない圧力を求める  $p=\hat{p}(
ho,T)$ 

3. 新しいYを決定する  $\Delta V = \frac{m}{-} = \frac{Y}{-}$ 

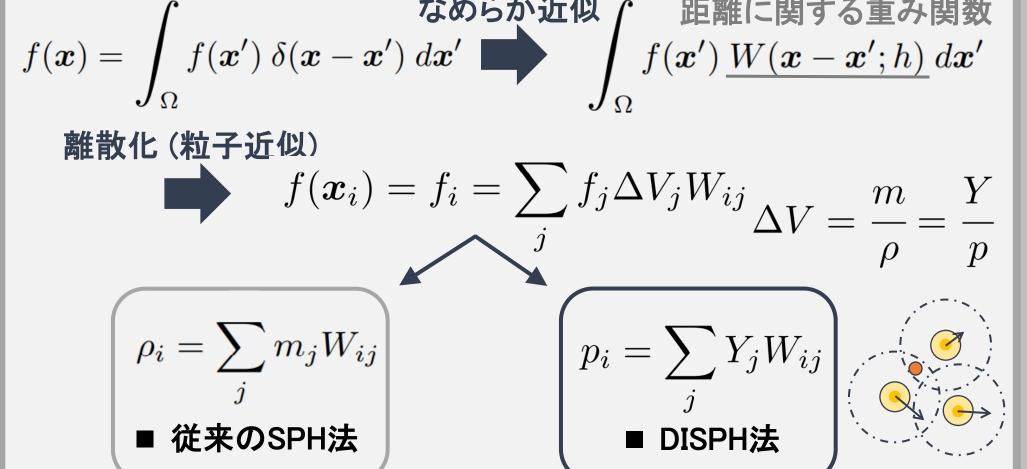
圧力の選択肢がある

(4. もしくはその後, なめらか圧力を求める)

 $p_i = \sum Y_j W_{ij}$ 

#### 従来のSPH法 → DISPH法 [6-8]

■ 従来のSPH法と異なるのは、体積要素の選び方



- 従来のSPH法では、本来境界で不連続な密度がなめらかにされる
- Y という熱力学量を新たに導入することで、密度をなめらかにしない

■ 用いたEOS: 液体鉄のEOS ← Kuwayama et al. (2020) [13]

一様圧力実験新しいアルゴリズムの確認・

■ 実験目的: 従来の方法と我々の新しい手法を比べると同時に, 境界設定法の検証を行う

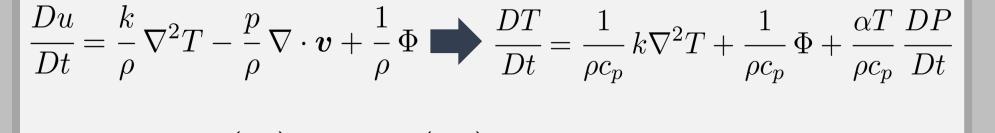
■ 実験内容: 一様圧力で時間発展させる. 重力なし・温度一定 → 動かないことを期待する

■ 5つのアルゴリズムを検証

① 従来のDISPH法 [7,8] + 境界補正

### 温度の時間発展式

■ エネルギー方程式を熱力学の関係を用いて変換



$$\frac{Dp}{Dt} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{T} \frac{D\rho}{Dt} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\rho} \frac{DT}{Dt} = -K_{T}\nabla \cdot \boldsymbol{v} + K_{T}\alpha \frac{DT}{Dt}$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{1}{c_{V}} \left(\frac{1}{\rho} k \nabla^{2} T\right) + \frac{\gamma_{th} Tm}{Y} \left(-\frac{p}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{v}\right) + \frac{1}{c_{V}} \left(\frac{1}{\rho} \Phi\right)$$

$$\frac{DT_i}{Dt} = \frac{1}{c_{V,i}m_i} \sum_j \frac{Y_i Y_j}{p_i p_j} \frac{4k_i k_j}{k_i + k_j} \frac{\boldsymbol{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{|\boldsymbol{x}_{ij}|^2} T_{ij} + \frac{\gamma_{th,i} T_i}{Y_i} \sum_j \frac{Y_i Y_j}{p_i} \boldsymbol{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} - \frac{1}{c_{V,i}m_i} \sum_j \frac{Y_i Y_j}{p_i p_j} \frac{2\eta_i \eta_j}{\eta_i + \eta_j} \frac{\boldsymbol{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{|\boldsymbol{x}_{ij}|^2} \boldsymbol{v}_{ij}^2$$

# $f(oldsymbol{x}_{ ext{v}}) = ar{f}_{ ext{v}} = \sum_{i} f(oldsymbol{x}_{j}) \Delta V_{j} ilde{W}_{ij} \qquad ilde{W}_{ij} \equiv rac{W_{ij}}{\sum_{i} \Delta V_{j} W_{ij}}$

### レイリーテーラー不安定(RTI)計算

- 実験目的: 新しい手法で金属沈降計算を解けるか?
- 物質: 液体鉄[13],液体シリケイト[14,15]

# 液体鉄 600 液体シリケイト

■ 物性値: 定積比熱 10<sup>3</sup> J/(kg•K), 粘性率 10<sup>11</sup> Pa•s, 熱伝導率 10<sup>13</sup> W/(m⋅K) → RTIを観測しやすいよう調整

#### 周期 収束せず発散 ② 従来のDISPH法[7,8] ③ Our method (Smoothed pressure) + 境界補正 4 Our method (Non-smoothed pressure) + 境界補正 下 **5** Our method 固定壁 ■ 結果 → ③, ④が良さそうなアルゴリズム 左 … 周期境界なので不動 Our method + BCOur method + BC (Non-smoothed pressure) ▼ ⑤ は~2.5%動く ★③, ④は動いていない Analytical solution Our method + BC (Non-smoothed pressure) Our method + BC (Non-smoothed pressure Analytical solution Analytical solution → ③, ④は動いていない ▲⑤ は~2.5%動く 2.50001

# ■ 境界条件: 下 → すべりなし・断熱, 上 → 自由表面・断熱 ■ 初期条件: 温度 → 断熱温度勾配, 圧力 → 静水圧 ■ アルゴリズム ③ で検証 800 1000 8500 kg/m<sup>3</sup>

■ 線形成長段階までは解くことができた. 非線形段階[16]になると, 密度が大きくなりすぎて発散した.

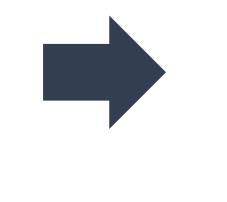
# まとめと今後の研究

- 物質境界を正しく扱えるDISPH法[6-8]に改良を加え、惑星コア形成を扱える形を導出した
- しかし、新しい手法を用いると密度が不安定になることがあるので、今後原因を追究する

今後の研究 → 粒子法による三次元グローバルコア形成モデルの構築

= 三次元全球 + 液体と固体のシリケイト・金属 + 元素分配 + 相変化







コア形成の古典的描像 [3]

元素分配はどのように起こったか?

#### 参考文献

1] Rubie et al. (2015) *Icarus*, **248**, 89-108 [2] Gingold and Monaghan (1977) *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, **181**, 375-389 [3] Wade and Wood (2005) Earth Planet. Sci. Lett., 236, 78-95 [4] Fischer et al. (2015) Geochim. Cosmochim. Acta, 167, 177-194 [5] McDonough and Sun (1995) Chem. Geol., 120, 3, 223-253 [6] Saitoh and Makino (2013) Astrophys. J., 768, 44 [7] Hosono et al. (2013) Publ. Astron. Soc. Jpn, 65, 5 [8] Takeyama et al. (2017) New Astron., 50, 82-103 [9] Marrone et al. (2011) Comput. Methods in Appl. Mech. Eng., 200, 13-16, 1526-1542 [10] Asai et al. (2013) Transactions of the Japan Society for Computational Engineering and Science, 20130011 [11] Liu et al. (1995) Int. J. Numer. Methods Fluids., 20, 8-9, 1081-1106 [12] Bonet and Kulasegaram (2002) *J. Comput. Appl. Math.*, **126**, 2-3, 133-155 [13] Kuwayama et al. (2020) *Phys. Rev.* Lett., 124, 16, 165701 [14] Thomas et al. (2012) J. Geophys. Res. Solid Earth, 117, B10 [15] Thomas and Asimow (2013) J. Geophys. Res. Solid Earth, 118, 11, 5738-5752 [16] Guo et al. (2018) Prog. Nucl. Energy., 109, 130-144