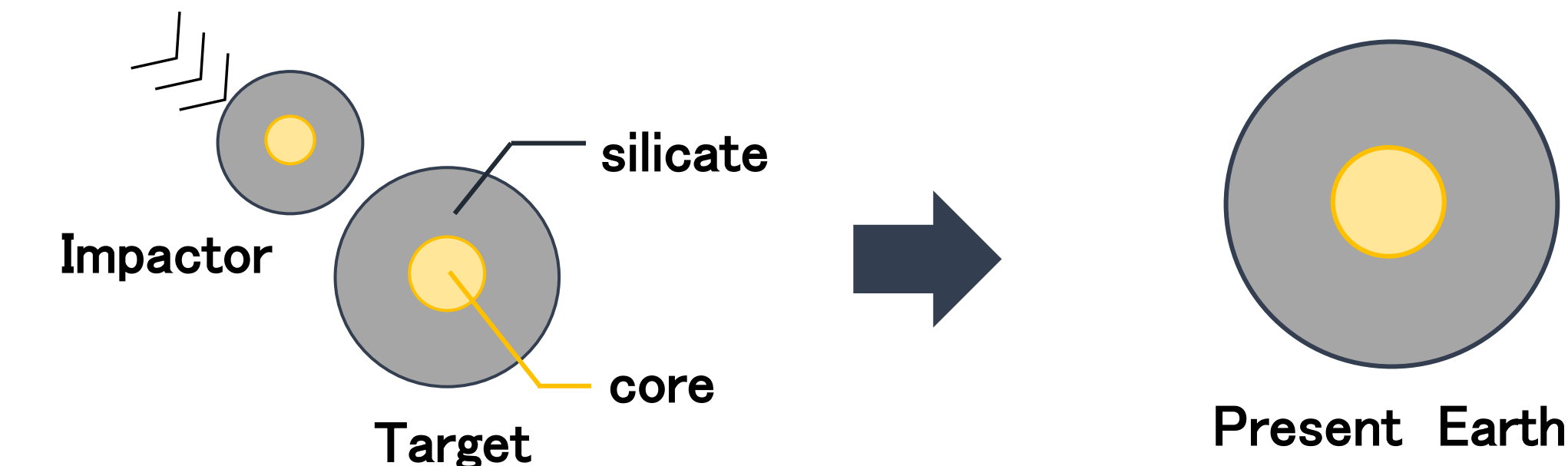


研究背景 惑星形成過程について

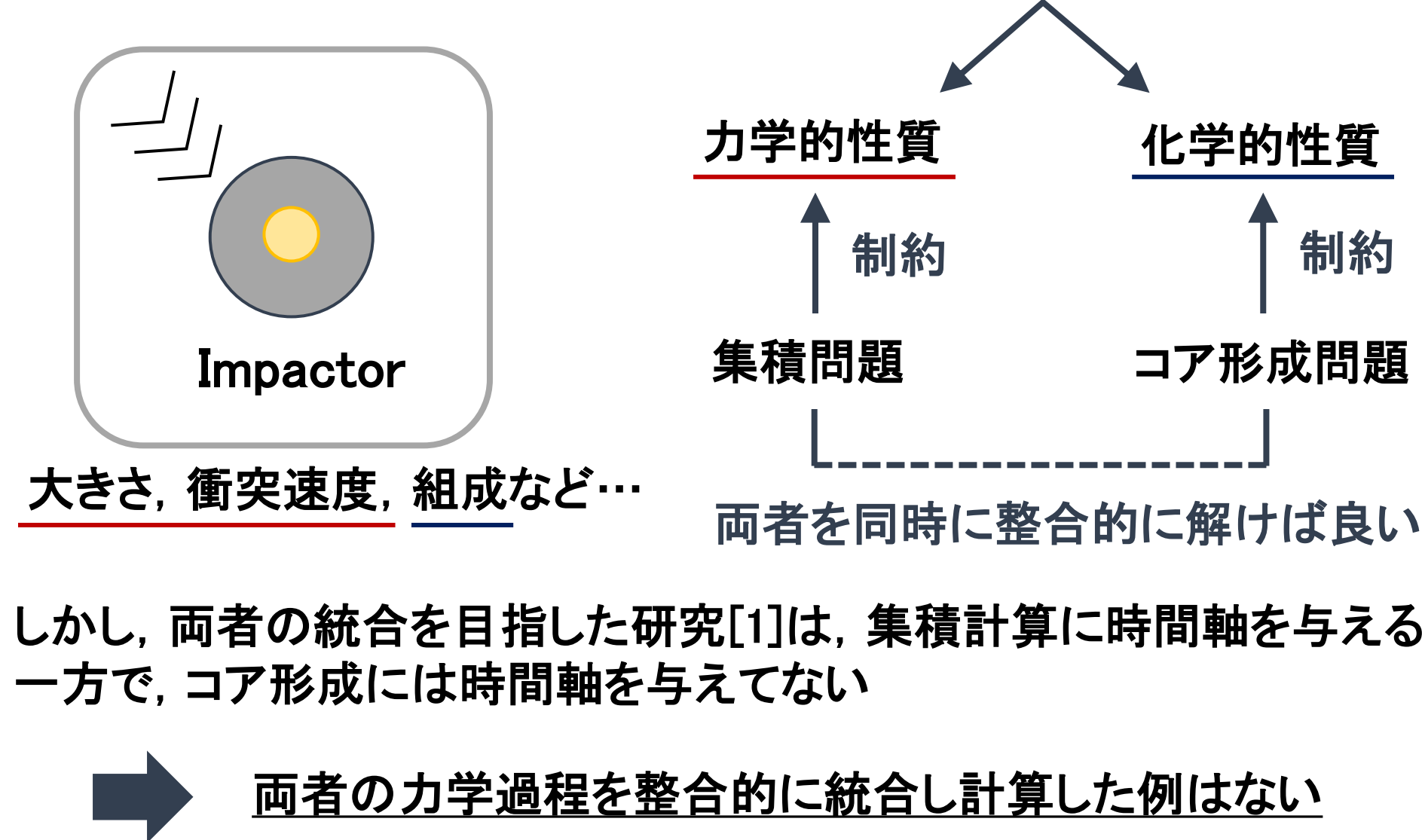
■「地球はどのような天体から形成されたのか」→ 惑星科学における第一級問題



惑星形成過程 = 惑星成長過程 + 内部進化過程

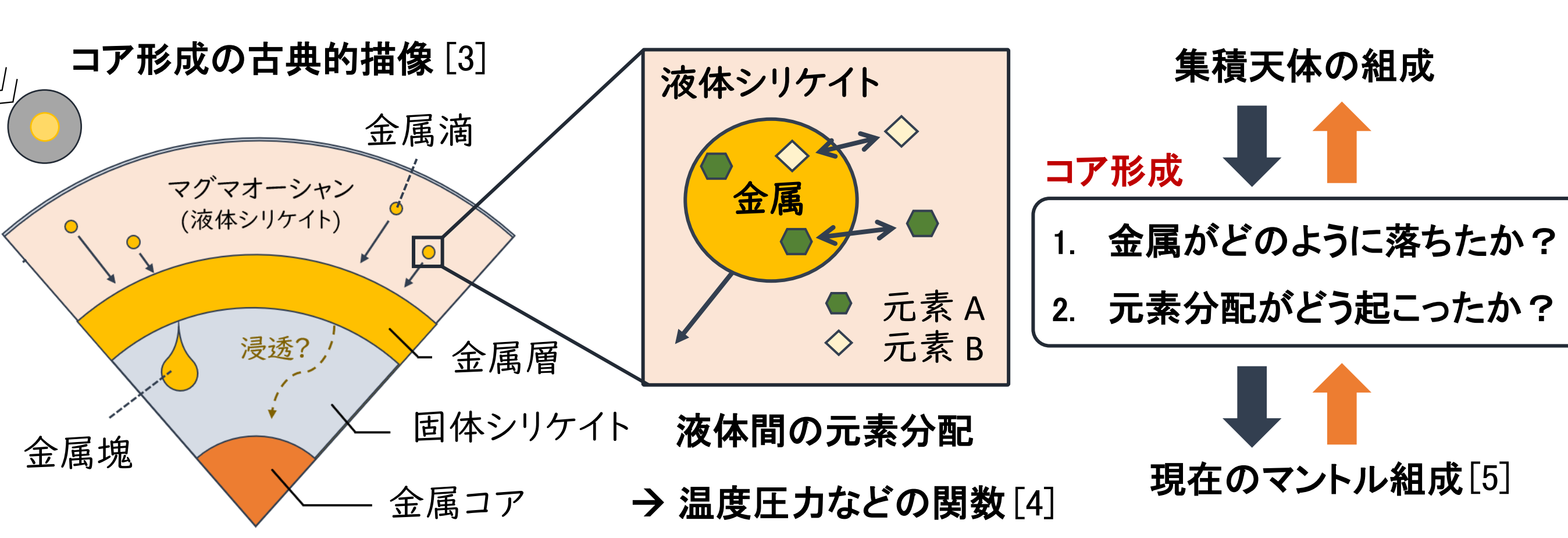
集積問題 分化問題 = コア形成問題

■ 何が分かれば良いか? → 集積天体の2つの性質

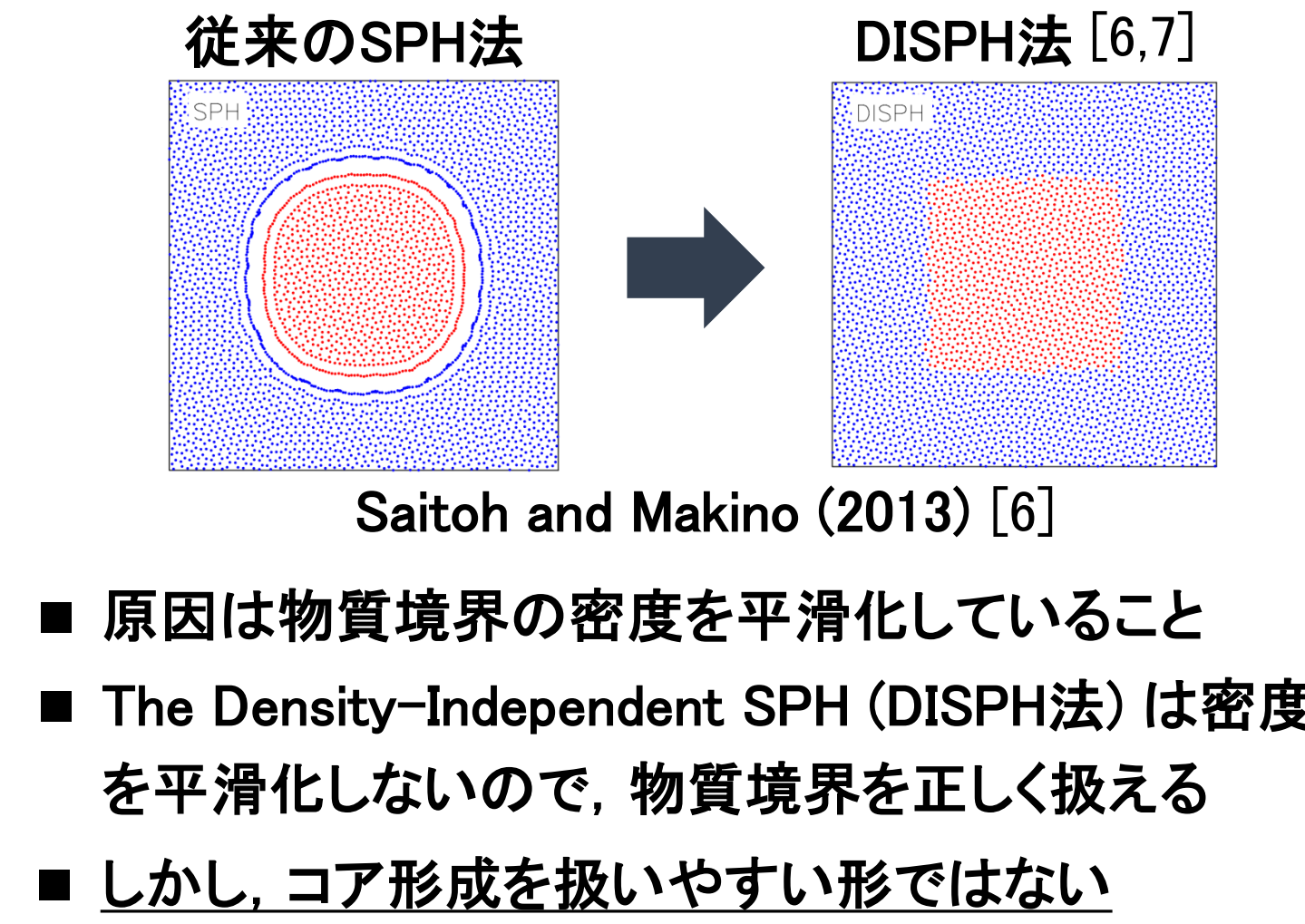


研究動機と目的 粒子法を用いて惑星コア形成問題を解きたい

■ 地球集積後期の巨大衝突計算では SPH法 [2] が広く用いられる → コア形成へ応用したい



■ ただし、従来のSPH法は物質境界を正しく扱えない



手法開発

- DISPH法[6-8]を惑星コア形成に応用するために、以下の3つの点で改良が必要であると考えた
- ① 温度の決定式が理想気体にしか適用できない点
- ② 境界条件を適切に与えることが困難な点
- ③ 一部の熱力学量を反復法で求める点 (いつでも収束するとは限らない)
- DISPH法を以下のように再設計することで、惑星コア形成を扱いやすい形にした
- ① エネルギー方程式を温度の時間発展式に変換
- ② SPH法で用いられる境界設定法を応用
- ③ 連続の式を導出することで、反復法を使わないアルゴリズムを開発

従来のSPH法 → DISPH法 [6-8]

■ 従来のSPH法と異なるのは、体積要素の選び方

$$f(x) = \int_{\Omega} f(x') \delta(x - x') dx' \rightarrow \int_{\Omega} f(x') \underline{W}(x - x'; h) dx'$$

離散化 (粒子近似)

$$f(x_i) = f_i = \sum_j f_j \Delta V_j W_{ij} \Delta V = \frac{m}{\rho} = \frac{Y}{p}$$

$$\rho_i = \sum_j m_j W_{ij}$$

■ 従来のSPH法

$$p_i = \sum_j Y_j W_{ij}$$

■ DISPH法

■ 従来のSPH法では、本来境界で不連続な密度がなめらかにされる

■ Yという熱力学量を新たに導入することで、密度をなめらかにしない

① 温度の時間発展式

■ エネルギー方程式を熱力学の関係を用いて変換

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{k}{\rho} \nabla^2 T - \frac{p}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \Phi \Rightarrow \frac{DT}{Dt} = \frac{1}{\rho c_p} k \nabla^2 T + \frac{1}{\rho c_p} \Phi + \frac{\alpha T}{\rho c_p} \frac{DP}{Dt}$$
$$\Rightarrow \frac{Dp}{Dt} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \frac{D\rho}{Dt} + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho \frac{DT}{Dt} = -K_T \nabla \cdot \mathbf{v} + K_T \alpha \frac{DT}{Dt}$$
$$\Rightarrow \frac{DT}{Dt} = \frac{1}{c_V} \left(\frac{1}{\rho} k \nabla^2 T \right) + \frac{\gamma_{th} T m}{Y} \left(-\frac{p}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{v} \right) + \frac{1}{c_V} \left(\frac{1}{\rho} \Phi \right)$$
$$\frac{DT_i}{Dt} = \frac{1}{c_{V,i} m_i} \sum_j \frac{Y_i Y_j}{p_i p_j} \frac{4 k_i k_j}{k_i + k_j} \frac{\mathbf{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{|\mathbf{x}_{ij}|^2} T_{ij} + \frac{\gamma_{th,i} T_i}{Y_i} \sum_j \frac{Y_i Y_j}{p_i} \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} - \frac{1}{c_{V,i} m_i} \sum_j \frac{Y_i Y_j}{p_i p_j} \frac{2 \eta_i \eta_j}{\eta_i + \eta_j} \frac{\mathbf{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{|\mathbf{x}_{ij}|^2} v_{ij}^2$$

② 境界設定法

■ 仮想マーカーを用いた境界処理法[9,10]をDISPH法に応用

壁粒子に適切な物理量を課す方法

仮想マーカー → 壁粒子

・ 圧力とYの境界条件は?

$$\left[\frac{Dv}{Dt} \right] = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g}$$

壁付近でゼロ

$$p_w = \bar{p}_v + 2d\bar{\rho}_v \bar{\mathcal{F}} \cdot \mathbf{n}$$
$$Y_w = \bar{p}_v \Delta V_w + 2d\bar{\rho}_v \Delta V_w \bar{\mathcal{F}} \cdot \mathbf{n}$$

ただし、仮想マーカーは台を補正するCSPH法[11,12]を使用する

$$f(x_v) = \bar{f}_v = \sum_j f(x_j) \Delta V_j \bar{W}_{ij} \quad \bar{W}_{ij} \equiv \frac{W_{ij}}{\sum_j \Delta V_j W_{ij}}$$

③ 新しいYの決定アルゴリズム

■ DISPH法[6-8]では、次の非線形方程式を反復法によって解く

$$p_i = \sum_j \frac{m_j p_j}{\bar{\rho}(p_i, u_i)} W_{ij} \Rightarrow (p_i, \rho_i, u_i, Y_i)$$

■ 初期値はYの決定方程式から決める (連続の式とEOSを使用)

$$\frac{DY_i}{Dt} = \left[\frac{\rho_i}{p_i} \left(\frac{\partial p_i}{\partial \rho_i} \right)_s - 1 \right] \sum_j \frac{Y_i Y_j}{p_i} \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}$$

1. 密度は 連続の式 から決める (新たに導出)
2. EOSを用いて、なめらかでない圧力を求める $p = \hat{p}(\rho, T)$
3. 新しいYを決定する $\Delta V = \frac{m}{\rho} = \frac{Y}{p}$ 圧力の選択肢がある
4. もしくはその後、なめらか圧力を求める $p_i = \sum_j Y_j W_{ij}$

一様圧力実験 新しいアルゴリズムの確認

■ 実験目的: 従来の方法と我々の新しい手法を比べると同時に、境界設定法の検証を行う

■ 実験内容: 一様圧力で時間発展させる. 重力なし・温度一定 → 動かないことを期待する

■ 用いたEOS: 液体鉄のEOS ← Kuwayama et al. (2020) [13]

■ 5つのアルゴリズムを検証

- ① 従来のDISPH法 [7,8] + 境界補正
- ② 従来のDISPH法[7,8]
- ③ Our method (Smoothed pressure) + 境界補正
- ④ Our method (Non-smoothed pressure) + 境界補正
- ⑤ Our method

■ 結果 → ③, ④が良さそうなアルゴリズム

上

⑤は~2.5%動く

③, ④は動いていない

下

③, ④は動いていない

⑤は~2.5%動く

左... 周期境界なので不動

レイリー-テラー不安定(RTI)計算

■ 実験目的: 新しい手法で金属沈降計算を解けるか?

■ 物質: 液体鉄[13], 液体シリケート[14,15]

■ 物性値: 定積比熱 10^3 J/(kg·K), 粘性率 10^{11} Pa·s, 熱伝導率 10^{13} W/(m·K) → RTIを観測しやすいよう調整

■ 境界条件: 下 → すべりなし・断熱, 上 → 自由表面・断熱

■ 初期条件: 温度 → 断熱温度勾配, 圧力 → 静水圧

■ アルゴリズム ③ で検証

まとめと今後の研究

■ 物質境界を正しく扱えるDISPH法[6-8]に改良を加え、惑星コア形成を扱える形を導出した

■ しかし、新しい手法を用いると密度が不安定になることがあるので、今後原因を追究する

今後の研究 → 粒子法による三次元グローバルコア形成モデルの構築

= 三次元全球 + 液体と固体のシリケート・金属 + 元素分配 + 相変換

コア形成の古典的描像 [3]

どのように金属が沈んでいったか? 元素分配はどのように起こったか?

参考文献

[1] Rubie et al. (2015) *Icarus*, 248, 89–108 [2] Gingold and Monaghan (1977) *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, 181, 375–389 [3] Wade and Wood (2005) *Earth Planet. Sci. Lett.*, 236, 78–95 [4] Fischer et al. (2015) *Geochim. Cosmochim. Acta*, 167, 177–194 [5] McDonough and Sun (1995) *Chem. Geol.*, 120, 3, 223–253 [6] Saitoh and Makino (2013) *Astrophys. J.*, 768, 44 [7] Hosono et al. (2013) *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 65, 5 [8] Takeyama et al. (2017) *New Astron.*, 50, 82–103 [9] Marrone et al. (2011) *Comput. Methods in Appl. Mech. Eng.*, 200, 13–16, 1526–1542 [10] Asai et al. (2013) *Transactions of the Japan Society for Computational Engineering and Science*, 20130011 [11] Liu et al. (1995) *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 20, 8–9, 1081–1106 [12] Bonet and Kulasegaram (2002) *J. Comput. Appl. Math.*, 126, 2–3, 133–155 [13] Kuwayama et al. (2020) *Phys. Rev. Lett.*, 124, 16, 165701 [14] Thomas et al. (2012) *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 117, B10 [15] Thomas and Asimow (2013) *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 118, 11, 5738–5752 [16] Guo et al. (2018) *Prog. Nucl. Energy*, 109, 130–144