The Cooling Time of Magma Ocean

菖蒲迫 健介

2020年11月9日

目的

Rubie(2003)[7] のマグマオーシャンの熱史の再現をすることで、熱史に対する理解を深め、今後の研究に役立てたい

モデルの概要

今回考えた熱史モデルは、1. 潜熱なし+境界層なし 2. 潜熱あり+境界層なし 3. 潜熱なし+境界層あり 03つのモデルである。

前提として、マグマオーシャンはカンラン岩の液体として考え、その物性値は論文中のものを用いた。ただし、カンラン岩の粘性については不確定性があるので、これは透輝石 $CaMgSi_2O_6$ の実験研究から推定する [3]. また、マグマオーシャンの結晶化を計算するにあたって、マグマオーシャン全体が結晶化するまでにかかる時間を計算するのではなく、マグマオーシャンの底(金属層との境界層がすぐ下にある)が結晶化するのにかかる時間を計算する。これは、マグマオーシャンの底にある金属層と平衡になるという"Metal Layer Model"を検証するためで、その場合は、マグマオーシャン全体が結晶化する必要はなく、底のみを考えれば良い、全体の固化に対する研究は [1] を参照。さらに、マグマオーシャンは下から固化すると考えてよいため*¹、マグマオーシャンの底付近の結晶化に対しては、マグマオーシャン全体に対する結晶化割合は小さく、その場合は粘性の変化を考えない。つまり、粘性が以下に書くように、温度にのみ依存し、結晶化割合には左右されないとする。

モデルの概要について以下に書く.

「潜熱あり」とは,マグマオーシャンが結晶化するにあたって発生する熱の効果を考えるということで,この効果により冷却時間は長くなる.しかし,計算結果からも分かるように,潜熱の効果は結果に対して大きくない.これは,潜熱の効果が $c_p'=c_p+\frac{\Delta H}{T_{liq}-T_{sol}}$ で決まり,潜熱の項 $\frac{\Delta H}{T_{liq}-T_{sol}}$ が c_p の項に対して一桁小さいからである.[1].(ここで c_p' は部分的に結晶化したときのマグマオーシャンの比熱, c_p はマグマオーシャンの比熱, T_{liq} はカンラン岩のリキダス温度, T_{sol} はカンラン岩のソリダス温度である.)

「境界層あり」とは、マグマオーシャン表面と内部(底)との間に境界層が存在し、熱損失が表面と内部で

^{*1} 普通カンラン岩のリキダス線の方が断熱温度勾配よりも急勾配であるため[1]

別々に記述されるというものである (「境界層なし」という仮定の方が不自然であるが.). つまり、表面からの熱損失割合 $Q_{loss(sur)}$ は、黒体放射を仮定して、

$$Q_{loss(sur)} = \sigma_B T_s^4 \tag{1}$$

ここで, σ_B はシュテファンボルツマン定数, T_s はマグマオーシャンの表面温度を表す $*^2$.マグマオーシャン内部からの熱損失割合 $Q_{loss(in)}$ は,

$$Q_{loss(in)} = Nu \frac{\kappa \rho_s c_p \Delta T}{z} \tag{2}$$

で与えられる。ここで,Nu はヌッセルト数を表し, κ は熱拡散率, ρ_s はマグマオーシャンの密度, ΔT はマグマオーシャンの表面温度と温位との差,z は下向きが正である。マグマオーシャン表面からの深さを表す。ヌッセルト数 Nu は,次式から決まるとする.

$$Nu = 0.089Ra^{\beta} \tag{3}$$

ここで,Ra はレイリー数であり,この関係式は, $Ra < 10^{19}$ の時に成立するものである [2].Rubie(2003) の 論文内では,この式 (2) を"hard turbulent convection" としていたが,Solomotov(2007) によると,これは"soft-turbulent convection" に対応するようだ.Solomotov による,"hard turbulent convection" とは, $Ra > 10^{19}$ の 時の対流のことで,一応書いておくと次式で与えられる.

$$Nu = 0.22Ra^{\frac{2}{7}}Pr^{\frac{-1}{7}}\lambda^{\frac{-3}{7}}$$
(4)

ここで、Pr はプランドル数、 λ は流れのアスペクト比である.

以下では、Rubie のモデルに従い、式 (3) の関係式を用いる。マントル対流のレイリー数 Ra は、次の式で与えられる。

$$Ra = \frac{\rho_s \alpha g \Delta T z_s^3}{\kappa \eta} \tag{5}$$

ここで, α は熱膨張率, η はマグマオーシャンの粘性である.吉田先生のメモによると,温位とは「エントロピー一定のまま (断熱的に),ある塊を基準圧力 P_0 に持ってきた時の温度」である.温位を θ とし,以下でそれを求める.

エントロピーを S(T, P) とすると、この全微分は、

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{P} dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{T} dP$$

$$dS = \frac{c_{p}}{T} dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{T} dP$$
(6)

ここで, $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P=rac{c_p}{T}$ を用いた.さらにマクスウェルの関係式 (ギブスエネルギーの関係) から

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \tag{7}$$

^{*2} この仮定は初期地球の温度がかなり高く、大気が透明である時に成り立つ.ジャイアントインパクトなどの惑星衝突では大気が宇宙へ散逸したとし、この仮定を用いる[1].

と書けるので、式 (6) に代入する. さらに熱膨張率の定義より $\alpha=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ を代入する.

$$dS = \frac{c_p}{T}dT - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dP$$

$$dS = \frac{c_p}{T}dT - V\alpha dP$$
(8)

体積 V が比体積 (V が 1kg あたりの体積) であるならば、 $V=\frac{1}{a}$ なので、

$$dS = \frac{c_p}{T}dT - \frac{\alpha}{\rho}dP\tag{9}$$

式 (9) は,圧力 P,温度 T でのエントロピー変化を表す式である.これを,基準圧力 P_0 での温度 θ に書き変えると,dP=0 なので,

$$dS(P = P_0, T = \theta) = \frac{c_p}{T}dT = \frac{c_p}{\theta}d\theta \tag{10}$$

エントロピー一定では、式(9)と式(10)は同じなので、

$$\frac{c_p}{T}dT - \frac{\alpha}{\rho}dP = \frac{c_p}{\theta}d\theta \tag{11}$$

ここで, マントル内は静水圧が成り立つとして,

$$\frac{dP}{dz} = \rho g \tag{12}$$

ここで, z は下向きを正とした. この式 (12) を式 (11) に代入すると,

$$\frac{c_p}{T}dT - \alpha g dz = \frac{c_p}{\theta} d\theta \tag{13}$$

これを積分して整理すると,

$$\theta = T \exp\left(-\frac{\alpha gz + c}{c_p}\right) \tag{14}$$

c は積分定数である。ここで,基準圧力を地表での圧力とする。つまり,z=0 で温度 T が $T=\theta$ となるので,c=0 である。よって,温位と実際の温度を関係づける式 (温位を表す式でもあり,断熱線を表す式でもある) は,

$$\theta = T \exp\left(-\frac{\alpha gz}{c_p}\right) \tag{15}$$

である.

つまり,

$$\Delta T = \theta - T_s = T \exp\left(-\frac{\alpha gz}{c_p}\right) - T_s \tag{16}$$

となる.ここで,一般に θ の方が T_s よりも大きく, ΔT が正の値を取るようにした.内部からの熱損失割合 $Q_{loss(in)}$ は式 (2) から,ヌッセルト数 Nu に関係している.ヌッセルト数は,式 (3) でレイリー数 Ra と関係 づけられているので,レイリー数を決めたい.レイリー数の中で,変数なのは,深さ z と温度差 ΔT ,さらに,ここではマグマオーシャンの粘性 n である.

マグマオーシャンの粘性 η は次の拡散方程式と、アイリングの式で決まる.

表 1: 物性パラメーター

Density ρ_s	$3750~\mathrm{kgm^{-3}}$
Activation enthalpy H^*	$267 \times 10^3 \mathrm{Jmol}^{-1}$
Activation volume V^*	$0~\mathrm{JGPa^{-1}mol^{-1}}$
Pre-exponential D_0	$1.5 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$
Jump distance λ	$2.8\times10^{-10}~\mathrm{m}$
Thermal diffusivity κ	$10^{-6} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$
Thermal expansivity α	$6 \times 10^{-5}~{ m K}^{-1}$
Heat capacity c_p	$1.8 \times 10^3 \text{ Jkg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Latent heat of crystallization ${\cal L}$	$4 \times 10^5~\mathrm{Jkg^{-1}}$

拡散方程式

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{H^* + PV^*}{RT}\right) \tag{17}$$

ここで,D は拡散係数, D_0 は係数 (実験から決まる定数), H^* は活性化エンタルピー,P は圧力, V^* 活性化 体積, R は気体定数である.

$$\boxed{ \mathcal{T} \prec \mathcal{Y} \sim \mathcal{J} \odot \mathbf{x} }$$

$$D = \frac{k_B T}{\eta \lambda}$$
 (18)

ここで、 k_B はボルツマン定数、 λ はイオンのジャンプ距離であり、ここでは定数である。式 (17)、(18) から、 圧力,温度の関数として粘性 η が求まることが分かる.しかし,実験から0から17GPaの圧力変化に対して, 拡散係数, 粘性が ±2 倍程度しか変化しないことが分かった [3] *3. これよりマグマオーシャンの活性化体積 V^* を 0 として計算する (こうすることで圧力変化に対してその効果を表す項を消す). つまり、粘性 η は次式 で求まるとする. ここでの変数は温度Tのみである.

$$\eta = \frac{k_B T}{\lambda D_0} - \exp\left(\frac{H^*}{RT}\right) \tag{19}$$

マグマオーシャンの冷却時間を計算するにあたって、熱割合の式が必要になるから、次式を考えることに なる.

$$\rho_s h c_p \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss} + Q_{gain} \tag{20}$$

ここで, T_B はマグマオーシャンの底の温度,h はマグマオーシャンの厚さ (深さ),t は時間, Q_{gain} は潜熱の 効果である. 先述の通り、マグマオーシャンの底での冷却時間を考えるので、この式 (20) はマグマオーシャ ンの底に注目した熱割合の式である.また,以下の計算で用いる物性パラメーターは表1の通り[1][7].

^{*3} 透輝石についての研究 [3]

潜熱なし+境界層なし 1 モデル 1.

このモデルは最も簡単なモデルである. つまり, 表面からの熱損失のみがマグマオーシャンの冷却に関わる (活発な熱対流が起こっており、境界層を作らず、表面からの熱損失の分だけ内部から熱が供給される)、とす るモデルである.この時,式 (20) 中の熱損失 Q_{loss} は,式 (1) から決まる.さらにマグマオーシャン内では, 静水圧が成り立つとし、断熱温度勾配が次式で決まるとする.

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_P = \frac{\alpha gT}{c_p} \tag{21}$$

以上から、このモデルでは次の式を使うことになる.

$$\begin{cases} \rho_s h c_p \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss} \\ Q_{loss(sur)} = \sigma_B T_s^4 \\ \left(\frac{dT}{dz}\right) = \frac{\alpha g T}{c} \end{cases}$$
(22)

$$Q_{loss(sur)} = \sigma_B T_s^4 \tag{23}$$

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_P = \frac{\alpha gT}{c_p} \tag{24}$$

z=0 での温度が T_s であり、これを式 (24) に入れ、これを用いて T_s を消去し、これらを整理すると、

$$-\frac{1}{T_B^4}\frac{dT_B}{dt} = \frac{\sigma_B}{\rho_s h c_p} \exp\left(-\frac{4\alpha gz}{c_p}\right)$$
 (25)

これを積分して解く. その際の初期条件として, t=0 での温度を $T=T_{lig}$ とする. つまり, 最初マグマオー シャンの底の温度はカンラン岩のリキダス温度とした. そこから,底の温度がリキダス温度の 200K 下の温度に なるまでの時間を冷却時間とする. この温度はソリダスよりも 20-100K 低い温度である. この時の温度を T'とすると、 $T'=T_{liq}-200K$ である. つまり、積分範囲は $(t=0,T=T_{liq})$ から $(t=t,T=T'=T_{liq-200K})$ であるので,

$$-\int_{T_{liq}}^{T_{liq-200K}} \frac{1}{T_B^4} dT = \int_0^t \frac{\sigma_B}{\rho_s h c_p} \exp\left(-\frac{4\alpha gz}{c_p}\right) dt \tag{26}$$

これを解くと,

$$t = \frac{1}{3} \frac{\rho_s h c_p}{\sigma_B} \exp\left(\frac{4\alpha gz}{c_p}\right) \left(\frac{1}{T_{liq-200K}^3} - \frac{1}{T_{liq}^3}\right)$$
(27)

よって、マグマオーシャンの深さを指定することで、その深さに対応したカンラン岩のリキダス温度が決ま り、これを解くことができる. この結果に加えて、底での結晶化の温度がリキダス 200K 下ではなく 100K 下 の場合も計算した. それぞれの結果は図1に示した.

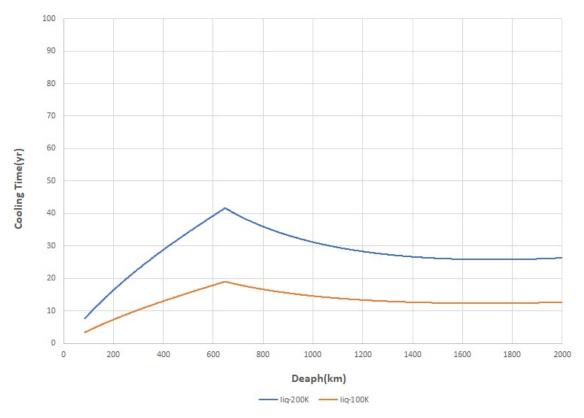


図 1: 境界層なし + 潜熱なし モデル

ここで, リキダス温度については, 次の論文を参照した.

[4] C.Herzberg, J.Zhang(1996) Melting experiments on anhydrous peridotite KLB-1: compositions of magmas in the upper mantle nad transition zone

[5] E.Ohtani(1983) Melting temperature distibution and fractionation in the lower mantle

ただし、これらの論文は圧力温度の関係についてのリキダスなので、これを深さ温度の関係に焼き直すために、深さと圧力を関係づけたい。そこで、マグマオーシャン内に PREM モデル [6] を適用して、深さと圧力を関係づける。これにより、深さとカンラン岩のリキダス温度の関係が求まる。これは図3の通りである*4.

^{*4} 詳細は、"リキダス線と断熱線の根拠.pdf を参照"

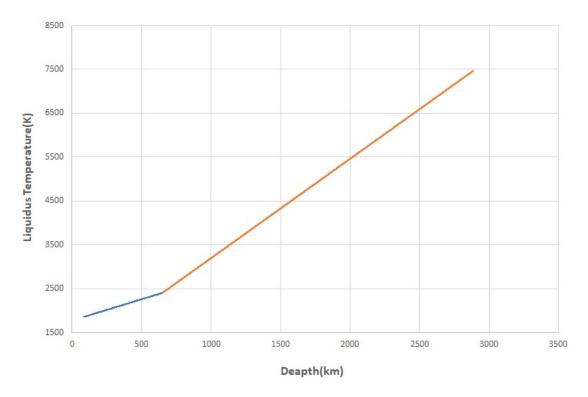


図 2: カンラン岩リキダスと深さの関係

ここで、このリキダス線の深さ z m と温度 T K の関係式は、excel によるフィッティングで以下のように求 まる.

$$(0 \sim 23GPa)$$
 $T = 0.0009702z + 1771.846$ $(23GPa <)$ $T = 0.0022629z + 935.447$ (28)

注意しておくと、 z は m 単位の地表からの深さを表している.

2 モデル2潜熱あり+境界層なし

ここで、用いる式は、式 (22) \sim (24) に加えて、潜熱 Q_{gain} である。潜熱の熱割合は定義から次式である。

$$Q_{gain} = \rho_s L \frac{dz}{dt} \tag{29}$$

ここで, L は単位質量当たりの潜熱である. よって, このモデルで用いる式は以下のようになる.

$$\left(\rho_s h c_p \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss} + Q_{gain} \right)$$
(30)

$$Q_{loss(sur)} = \sigma_B T_s^4 \tag{31}$$

$$Q_{gain} = \rho_s L \frac{dz}{dt} \tag{32}$$

$$\begin{cases}
\rho_s h c_p \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss} + Q_{gain} \\
Q_{loss(sur)} = \sigma_B T_s^4
\end{cases} (31)$$

$$\begin{cases}
Q_{gain} = \rho_s L \frac{dz}{dt} \\
\left(\frac{dT}{dz}\right)_P = \frac{\alpha g T}{c_p}
\end{cases} (33)$$

これを解くにあたって、潜熱の式の $\frac{dz}{dt}$ を求める必要がある.一般にリキダス線の傾きの方が断熱線の傾きよりも急勾配であるので、潜熱の項について、リキダス線と断熱線の根拠.pdf 中の式 (13) を用いて、

$$Q_{gain} = \rho_s L \frac{dz}{dT} = \rho_s L \left[\frac{1}{\left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq} - \left(\frac{\alpha g T_{liq}}{c_p}\right)} \right] \frac{dT}{dt}$$
(34)

のようになる.よって、マグマオーシャンの底の深さを決定することでこれは解くことができる.以上の式を 整理すると、

$$-\sigma_B T_B^4 \exp\left(-\frac{4\alpha gz}{c_p}\right) = \left(c_p \rho_s h + \rho_s L \left[\frac{1}{\left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq} - \left(\frac{\alpha gT_{liq}}{c_p}\right)}\right]\right) \frac{dT_B}{dt}$$
(35)

モデル1の時と同じように積分すると,

$$\int_{0}^{t} \sigma_{B} \exp\left(-\frac{4\alpha gz}{c_{p}}\right) dt = -\int_{T_{liq}}^{T_{liq-200K}} \frac{1}{T^{4}} \left(c_{p}\rho_{s}z + \rho_{s}L\left[\frac{1}{\left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq} - \left(\frac{\alpha gT_{liq}}{c_{p}}\right)}\right]\right) dT$$
(36)

以上から,

$$t = \frac{1}{3} \frac{\left(c_p \rho_s h + \rho_s L\left[\frac{1}{\left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq} - \left(\frac{\alpha gT_{liq}}{c_p}\right)}\right]\right)}{\sigma_B} \exp\left(\frac{4\alpha gz}{c_p}\right) \left(\frac{1}{T_{liq-200K}^3} - \frac{1}{T_{liq}^3}\right)$$
(37)

よって、深さをマグマオーシャンの深さを指定することでリキダス温度が決まるので、これを解くことができる。その結果は、図3に示した。

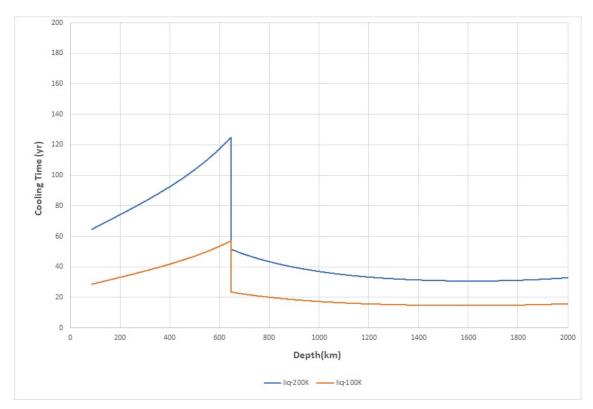


図 3: 境界層なし+潜熱あり モデル

境界層なしモデルについて、潜熱の効果ありとなしの場合を図4で比較した.

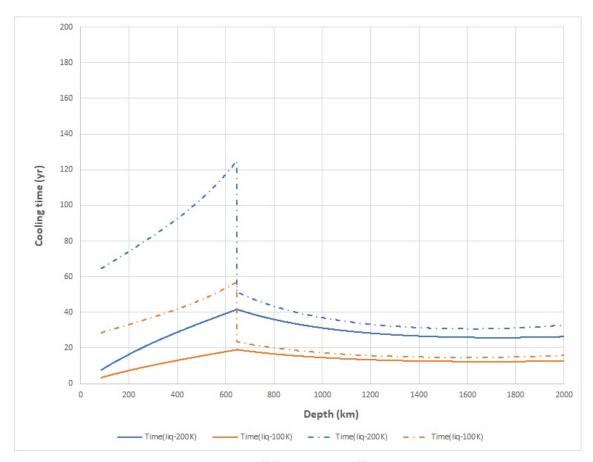


図 4: 潜熱ありなしの比較

2.1 考察

これまで境界層なしモデルについて考えた.表面からの熱損失のみを考えた時は、かなり早くマグマオーシャンの底が結晶化することが分かった.

また,グラフを見て分かる通り,潜熱の効果を考えたときは不連続な部分が生じている.これは,潜熱の項で深さと温度の関係を示した式 (37) の中の $\left[\frac{1}{\left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq}-\left(\frac{\alpha gT_{liq}}{c_p}\right)}\right]$ の部分について,第二項の $T_{liq}(z)$ は深さに対して連続なので,この断熱線の傾きは連続であるのに対し,第一項の $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{liq}$ が,上部マントル領域と下部マントル領域で傾きが数値的に不連続に変わるためである*5.この結果,グラフ中で不連続の部分が生じてしまった.そもそも,潜熱の効果を考える際は少なくとも結晶化のせいで,深さが変化するはずだが,その変化を今回は無視しているので,過程が既に怪しい.

さらに、表面と内部で境界層が出来ているという方が普通の考え方であるので、この [境界層なし] モデルは 非現実的そうである. なので、以下では [境界層あり] モデルを考えていく. しかし、潜熱の効果を考えると、

^{*5} 式 (28) より、上部マントル領域での傾きは 0.0009702 程度、下部マントル領域での傾きは 0.002262 程度になる

底が浅くなっていく効果を考えないといけないので、今回は潜熱の効果を無視して、境界層がある場合についてのみ計算した.

3 モデル3 潜熱なし + 境界層あり

このモデルの場合,式 (1) と (2) がそれぞれ等しくなるはずである. つまり,熱損失の割合 Q_{loss} の関係から

$$Q_{loss} = \sigma_B T_s^4 = Nu \frac{\kappa \rho_s c_p \Delta T}{z}$$
(38)

ここで,ヌッセルト数はレイリー数と式 (3) の関係で与えられている.そこで,レイリー数の定義式 (5) と式 (3) を式 (37) に代入して,さらに η についての式 (19) と,温位と表面温度との差の式 (16) $\Delta T = \theta - T_s$ を代入し整理する.

$$\sigma_B T_s^4 = Nu \frac{\kappa \rho_s c_p \Delta T}{z}$$

$$\sigma_B T_s^4 = \left(0.089 Ra^{\frac{1}{3}}\right) \frac{\kappa \rho_s c_p}{z} \Delta T$$

$$\sigma_B T_s^4 = 0.089 \left(\frac{\rho_s \alpha g \Delta T z^3}{\kappa \eta}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\kappa \rho_s c_p}{z} \Delta T$$
(39)

$$\left[\sigma_B^{\frac{3}{4}}\kappa^{-\frac{1}{2}}\rho_s^{-1}c_p^{-\frac{3}{4}}\left(\frac{1}{0.089}\right)^{\frac{3}{4}}\left(\alpha g\right)^{-\frac{1}{4}}\left(\frac{k_BT_B}{\lambda D_0}\right)^{\frac{1}{4}}\exp\left(\frac{H^*}{4RT_B}\right)\right]T_s^3 + Ts - T_B\exp\left(-\frac{\alpha gz}{c_p}\right) = 0 \quad (40)$$

この式は表面温度 T_s と底の温度 T_B を関係づける式である。深さ z のマグマオーシャンの底の温度 T_B をこちらから指定することで, T_s がニュートン法により数値的に求める。これが求まれば,式 (20) より,

$$c_p \rho_s h \frac{dT_B}{dt} = -Q_{loss} = -\sigma_B T_s^4(T) \tag{41}$$

で計算が出来そうである. 式 (40) を有限差分法で数値的に解くので,

$$c_{p}\rho_{s}h\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\sigma_{B}T_{s}^{4}(T)$$

$$\Delta t = \frac{c_{p}\rho_{s}h}{\sigma_{B}T_{s}^{4}(T)}(-\Delta T)$$

$$t_{2} = \left[\frac{c_{p}\rho_{s}h}{\sigma_{B}T_{s}^{4}(T)}(T_{1} - T_{2})\right] + t_{1}$$

$$(42)$$

ただし, $\Delta T = (T_2 - T_1)$, $\Delta t = (t_2 - t_1)$ である.初期値をリキダス温度とした.このリキダス温度から 1 K ずつ温度を下げていき,リキダス温度の 200K 下になるまでの時間を計算した.つまり, $T_{initial} = T_{liq}$, $T_{final} = T_{liq} - 200$ K で, $T_{initial}$ から T_{final} までにかかる時間を式 (42) から計算した.マグマオーシャンの底の深さを指定することで,リキダス温度が決まる (もちろん,リキダスの 200K 下の温度も決まる).以上から,マグマオーシャンの深さの関数として冷却時間を計算できる.これを計算した結果は図 5 に示した.

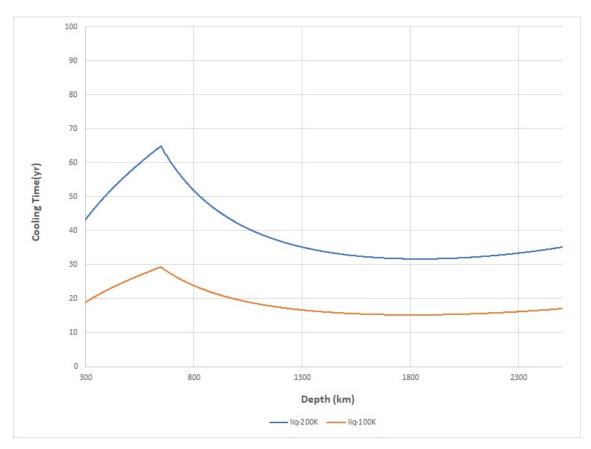


図 5: 境界層あり + 潜熱なしモデル

3.1 考察

境界層があろうがなかろうがせいぜいマグマオーシャンは 100 年以内に結晶化することが分かった. Rubie の結果と異なるのは、潜熱の効果を考えてないためと思われる. 実際 Rubie の結果は、菖蒲迫の結果よりも数十年結晶になるまでの時間が長い. 今回の結果から言えることは、マグマオーシャンの底は 100 年以内に結晶化してしまうので、底で金属とシリケイトが平衡になるとした場合、その平衡は 100 年以内に達成されないといけないということである. なので、マグマオーシャンの底で平衡になって分化するというモデルは非現実的そうであるという結論は、Rubie と同じである. また、分化モデルを考える際も金属層モデル (マグマオーシャンの底の金属層で金属と液体シリケイトの平衡が起こるというモデル) は考えずに、滴モデルのみを考えていく.

参考文献

[1] J.Monteux, D.Andrault, H.Samuel (2016) On the cooling of a deep terrestrial magma ocean *Earth and Planetary Science Letters* 448 **140-149**

- [2] Solomatov,V(2007) Magma Oceans and Primoedial Mantle Differentiation. Schurbelt,G.(Ed), *Treatise of Geophysics vol.9. Elsevier*
- [3] J.E.Reid, B.T.Poe, D.C.Rubie, et.al (2001) The self-diffusion of silicon and oxygen in diopside $(CaMgSi_2O_6)$ liquid up to 15GPaChem, Geol. 174 77-86
- [4] C.Herzberg, J.Zhang(1996) Melting experiments on anhydrous peridotite KLB-1: compositions of magmas in the upper mantle nad transition zone *journal of geophysical research 101* **8721-8295**
- [5] E.Ohtani(1983) Melting temperature distibution and fractionation in the lower mantle *Physics of the Earth* and *Planetary Interiors 33* **12-25**
- [6] A.M.Dziewonski, D.L.Anderson(1981) Pleliminart reference Earth model *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 25 **297-356**
- [7] D.C.Rubie, et.al (2003) Mechanisms of metal-silicate equilibration in the terrestrial magma ocean, *Earth and Planetary Science Letters*, 205 **239-255**