Fortgeschrittenes Physik Lab SS19

Experiment: Hanle Effekt

(Durchgeführt am: 13-16.09.19 bei Fabian Kuger)

Erik Bode, Damian Lanzenstiel (Group 103)

September 25, 2019

Abstract

In diesem Experiment geht es um den Hanle Effekt welcher bei der Wechselwirkung von Materie mit magnetischen Feldern auftritt. Quantenmechanisch wird er durch "level crossing" erklärt. Das Ziel des Experiments ist es die Lebenszeit τ von Quecksilber, bei einem Übergang von einen 6s6p in den Grundzustand von $6s^2$, zu bestimmen. Hierzu muss das Phänomen von "Coherence Narrowing" beachtet werden welches die Werte beeinflusst.

Die Ergebnisse für die längere Messreihe sind $(118.1\pm001.8)\,\mathrm{ns}$ bei $0^\circ~(116.6\pm001.7)\,\mathrm{ns}$ bei 90° . Der Literaturwert beträgt 119 ns.

Contents

1	\mathbf{The}	Γ heorie				
	1.1	Semiklassische Herleitung	2			
	1.2	Quantenmechanische Erklärung	3			
		1.2.1 Breit-Formel	3			
	1.3	Coherence Narrowing und Dampfdruck	4			
	1.4	Versuchsaufbau	4			
2	Ver	Versuchsdurchführung				
3 Auswertung						
	3.1	Umrechnung in Magnetfelder				
	3.2	Berechnung der Lebenszeit bei 0° und 90°				
	3.3	Extrapolation zur Ausschließung des Coherence Narrowing Effektes	8			
		3.3.1 Lebensdauern der Abkühlungsmessung 1	8			
		3.3.2 Lebensdauern der Aufwärmmessung 1	9			
		3.3.3 Lebensdauern der Abkühlmessung 2				
	3.4	45 Stuff HAVE A LOT OF FUN (I know ich habe spaß :P)	10			
4	$\mathbf{Z}\mathbf{u}\mathbf{s}$	ammenfassung	12			
5	Tab	pellen	13			
6	Bilder					
7	Bibliograpy					
Li	terat	cur	13			
8	Anl	hang	13			

1 Theorie

1.1 Semiklassische Herleitung

Ein Hg-Atom welches ein Photon absorbiert kann als ein gedämpfter oszillierender Dipol beschrieben werden. Die Dipolachse ist dabei parallel zur Polarisation des absorbierten Photons. Zur Bestimmung der gesamt Intensität eines einzelnen angeregten Atoms muss über alle Zeiten integriert werden wodurch sich folgende Gleichung ergibt.

 $I = C \cdot \int_0^\infty \sin(\phi)^2 e^{-\frac{t}{\tau}} dt \tag{1}$

Hierbei ist zu erkennen das die Strahlungscharakteristik proportional zu $sin(\phi)^2$ ist, wobei ϕ der Winkel zischen Dipolachse und Beobachtungsrichtung ist. Der Faktor $e^{-\frac{t}{\tau}}$ beschreibt die Dämpfung.

Wenn nun ein Magnetfeld angelegt wird und dieses senkrecht auf der Oszillation-Achse liegt so wird ein Drehmoment auf den Dipol ausgeübt. Dieses führt zur Präzision des Dipols und des magnetischen Moments welches hier als starr zusammenhängend betrachtet wird. Für das magnetische Moment μ eines Niveaus mit Drehimpulsquantenzahl J gilt im schwachen Feld folgende Bewegungsgleichung:

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \frac{\omega_L}{B}\vec{\mu} \times \vec{B} \tag{2}$$

hierbei ist ω_L die Larmorfrequenz mit:

$$\omega_L = g_J \frac{\mu_B}{\hbar} B \tag{3}$$

Grafisch wird die Bewegung in Abbildung 1 dargestellt.

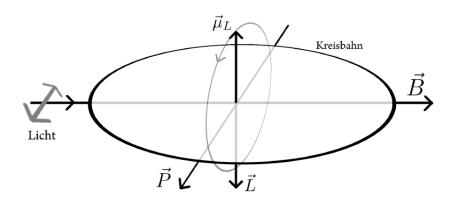


Figure 1: Darstellung der Präzessionsbewegung eines Elektrons mit Dipolmoment \vec{P} , Drehimpuls \vec{L} und magnetischem Moment μ_L bei angelegtem Magnetfeld der Flussdichte B.[1]

Sind Polarisation (und somit auch Dipolachse) zum Zeitpunkt der Absorption parallel zur Beobachtungsebene gilt $\theta(t) = \omega_L t$ mit $\theta(t=0) = 0$. Das bedeutet für die Intensität:

$$I = C \cdot \int_0^\infty \sin(\omega_L t)^2 e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{C\tau}{2} \left(\frac{(2\omega_L \tau)^2}{1 + (2\omega_L \tau)^2} \right)$$
 (4)

Ist die Beobachtungsrichtung zum Zeitpunkt der Absorption senkrecht zur Polarisationsrichtung gilt: $\theta(t) = \omega_L t + \frac{\pi}{2}$ mit $\theta(t=0) = \frac{\pi}{2}$. Die Intensität lässt sich ähnlich wie in Gleichung 4 beschreiben:

$$I = C \cdot \int_0^\infty \cos(\omega_L t)^2 e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{C\tau}{2} \left(2 - \frac{(2\omega_L \tau)^2}{1 + (2\omega_L \tau)^2} \right)$$
 (5)

Die Gleichung 4 entspricht einer inversen Lorenz-kurve und Gleichung 5 einer normalen. Die Lebensdauer τ dieser Kurven kann über die Breite der Funktion auf halber Höhe (eng: Full width at half maximum (FWHM)) bestimmt werden (siehe Abb.2). Hierfür gilt:

$$\tau = \frac{\hbar}{g_J \mu_B B_{FW}} \tag{6}$$

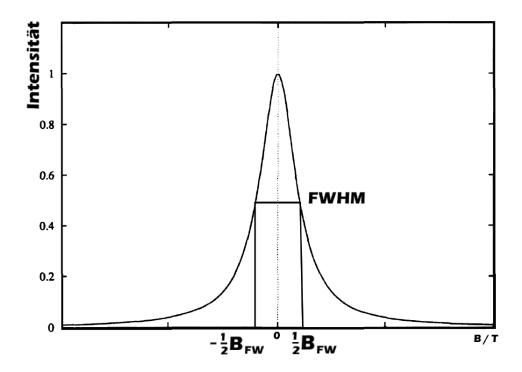


Figure 2: Lorentzkurve mit sicht bare Intensität in Beobachtungsrichtung 0° mit FWHM eingezeichnet.[1]

Durch das einfügen einer Phase in Gleichung 5 kann man die Gleichung 7 erhalten die von dem Winkel unabhängig ist. Durch einen Fit kann man hier direkt τ ablesen.

$$I = C \cdot \int_0^\infty \cos(\omega_L t + \phi)^2 e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{C\tau}{2} \left(\frac{1 + (2\tau\omega_L)^2 + \cos(2\phi) - 2\omega_L \tau \sin(2\phi)}{1 + (2\tau\omega_L)^2} \right)$$
(7)

1.2 Quantenmechanische Erklärung

In der Quantenmechanik wird das Phänomen der Resonanzfluoreszenz durch Interferenz sich überlagernder Zustände beschrieben. Zustände unterschiedlicher magnetischer Quantenzahl m_j sind im Allgemeinen erst einmal energetisch gleich, "entartet". Die Entartung kann aber durch Anlegen eines Magnetfeldes aufgehoben werden (Zeeman-Effekt). In Spezialfällen verursacht die Kreuzung zweier Niveaus von Zuständen verschiedener Gesamtdrehimpulse, bei bestimmten Magnetfeldstärken, eine weitere Entartung. Liegt keine Energieaufspaltung vor werden die Niveaus kohärent angeregt werden und bei Abregung kommt es zur Interferenz mehrerer Zustände des selben Atoms. Damit gilt:

$$I \propto (A_1 + A_2)^2 \tag{8}$$

Bei einer Aufspaltung der Niveaus können die Niveaus getrennt angeregt und abgeregt werden. Für die gesamt Intensität gilt dann:

$$I \propto A_1^2 + A_2^2 \tag{9}$$

1.2.1 Breit-Formel

Zur quantenmechanischen Auswertung wird eine allgemeine Formel zur Resonanzfluoreszenz von G.Breit und P.Franken. Die Formel beschreibt die Rate mit der Photonen einer linearen Polarisationsrichtung \vec{g} emittiert wenn die Probe mit in \vec{f} polarisiertes Licht gestrahlt wird. Die Gleichung, hier ohne Herleitung lautet:

$$R(\vec{f}, \vec{g}) = N \int_0^\infty R(\vec{f}, \vec{g}, t) dt = N \sum_{m,m'}^{\mu,\mu'} \frac{f_{m\mu} f_{\mu'm} g_{\mu m'} g_{m',\mu'}}{L_{\mu,\mu'} - i(\omega_\mu - \omega_\mu')}$$
(10)

Eine genauere Herleitung findet sich in der Versuchsanleitung[1] oder in der 'Interfernce Effects in the Resonance Fluorescence of "Crossed" Exited Atomic States' by P.A.Franken.[3]

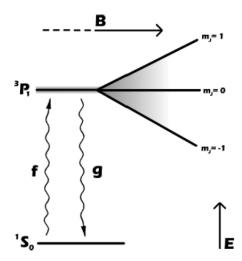


Figure 3: Aufspaltung der Energieniveaus durch m_j in einem Magnetfeld.[1]

Diese Formel für das hier durchgeführte Experiment auf den Übergang von ${}^{3}P_{1}$ auf den ${}^{1}S_{0}$ Zustand angewendet. Daraus ergibt sich wie in der Versuchsanleitung [1] beschrieben die Form:

$$R = C \frac{1}{1 + (2\omega_L \tau)^2} \tag{11}$$

Diese entspricht dem Semiklassischen Ergebnis in Gleichung 4.

1.3 Coherence Narrowing und Dampfdruck

Coherence Narrowing bezieht sich auf den Effekt, dass ein von einem Atom emittiertes Photon ein weiteres Atom anregt. Dieses Atom würde nun die gleiche Präzessionsbewegung machen und wieder ein identisches Photon aussenden. Dies führt dazu, dass bei genügend großen Streuquerschnitt sich dieser Prozess mehrfach wiederholen kann. Durch die Ununterscheidbarkeit der Photonen wird die Lebenszeit künstlich erhöht. Um diesen Effekt zu eliminieren werden die Messungen bei variierendem Druck durchgeführt und die tatsächliche Lebensdauer aus der Extrapolation für den Druck p=0 bestimmt. Da der Druck im System nicht messbar ist, muss er mit folgender empirisch bestimmten Formel aus der Temperatur berechnet werden:

$$\ln(\frac{p}{p_c}) = (\frac{T_c}{T})(a_1T_r + a_2T_r^{1.89} + a_3T_r^2 + a_4T_r^8 + a_5T_r^{8.5} + a_6T_r^9)$$
(12)

Die Konstanten für kritischen Druck und kritische Temperatur sind:

$$p_c = 167000 \,\mathrm{Pa}$$
 $T_c = 1764 \,\mathrm{K}$

Die Parameter a_i sind:

$$a_1 = -4,57618368,$$
 $a_2 = -1.40726277,$ $a_3 = 2.36263541$ $a_4 = -31,0889985,$ $a_5 = 58,0183959,$ $a_6 = -27,6304546$

1.4 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau sieht wie in Abbildung:4 gezeigt aus. Zu Beginn wird Licht aus einer Quecksilberdampflampe genommen und durch eine Linse fokussiert mit der Hilfe eines Interferenzfilters wird dann die gesuchte Wellenlänge von herausgefiltert. Daraufhin wird ein Polarisationsfilter genutzt um die Polarisation des Lichtes einzustellen. Hiernach wird das Licht auf die Quecksilber Probe fokussiert mit einer weiteren Linse. Senkrecht zum Strahlengang befindet sich der Photomultiplier welcher als Detektor der emittierten Photonen genutzt wird. Die Quecksilber probe wird über Wärmeleitungen (HP)

mit Peltierelementen verbunden welche die Probe kühlen. Um das Magnetfeld zu kontrollieren wird eine Anordnung von Helmholtz-Spulen verwendet. Hierbei werden einmal die Felder in y, z Richtung eliminiert. Die Spule die das Feld in x Richtung verändert wird zum Durchfahren des Feldes genutzt um die Zeeman Aufspaltung zu erreichen welche letztendlich das Hanle-Signal generiert. Hierzu wird ein Rampengenerator verwendet der die Spannung die an der Helmholtz-Spule anliegt langsam verändert wodurch sich die Lorentzkurve bei Richtiger Polarisationseinstellung ausbildet.

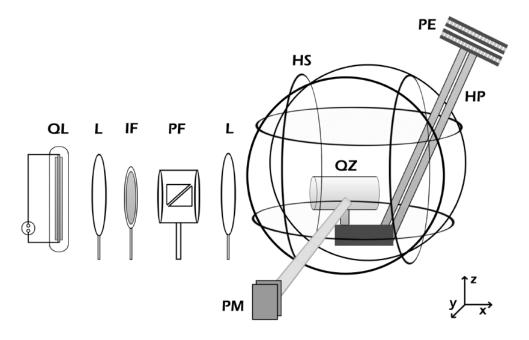


Figure 4: Versuchsaufbau des Experiments. Quecksilberdampflampe (QL), Linse (L), Interferenzfilter (IF), Polarisationsfilter (PF), Quecksilberdampf-Resonanzzelle (QZ), Heatpipes (HP), Peltierelemente (PE), Helmholtz-spulen (HS), Photomultiplier (PM). [1]

2 Versuchsdurchführung

Zu beginn des Experiments musste als erstes die Magnetfelder in y und z Richtung kalibriert werden. Dafür musste am Polarisationsfilter die 0° Einstellung gefunden werden. Durch das Durchfahren des Feldes in x Richtung erkennt man bei 0° eine Lorentzkurve. Diese muss durch Veränderung der Spannung in y und z verbessert werden. So war zu beginn die Kurve nicht sehr symmetrisch. Dies wurde dann nochmal für 90° gemacht. Dies stellte sich an vielen Stellen als sehr schwierig und Zeitaufwendig heraus. Besonders bei 45° wurde keine besonders schöne Symmetrie erreicht.

$$I_{y} = (-0.0217 \pm 0.0001) \,\text{A} \tag{13}$$

$$I_y = (-0.0217 \pm 0.0001) \,\text{A}$$
 (13)
 $I_z = (-0.2957 \pm 0.0001) \,\text{A}$ (14)

Nachdem eine geeignete Einstellung gefunden wurde, wurden bei 0° 15 Messungen der Lorentzkurve gemacht. Danach wurde das System mit Hilfe der Peltierelemente stückweise abgekühlt um an diesen Stellen die Kurven für die Unterschiedlichen Polarisationsrichtungen gemessen. Aus Zeitgründen wurde diese erste Messung kurzgehalten und eine Messung bei steigender Temperatur gemacht. Am nächsten Tag wurde nochmal eine Kühlmessung gemacht mit mehr Messpunkten.

3 Auswertung

3.1 Umrechnung in Magnetfelder

Zu Beginn der Auswertung musste die Zeit Achse des Oszilloskops in Tesla umgerechnet werden um die B_{FW} zu bestimmen welches in Gleichung 6 zu nutzten. Hierfür wurde eine gerade durch die Rampenspannung angepasst. Hierfür wurde aus dem Python Paket scipy.optimize[2] das Modul curve_fit verwendet. Für den Fit wurde die Form f(x) = mx + b genommen. Mit dieser Kurve kann nun die Messwerte der x-Achse in Tesla umgerechnet werden. Dies wurde für jede CAV Datei einzeln gemacht. In Abbildung 5 ist ein Fit beispielhaft eingezeichnet.

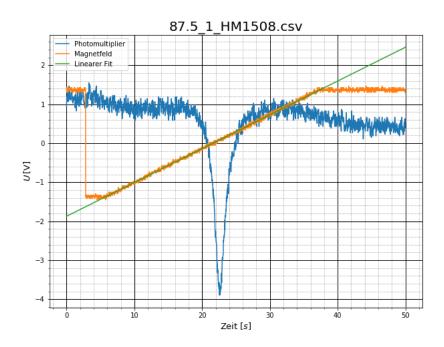


Figure 5: Beispiel für den Fit der Rampenspannung einer 90° Messung. In blau die gemessenen Verlauf der Spannung des Photomultipliers. In orange die Rampenspannung und in grün der Fit.

3.2 Berechnung der Lebenszeit bei 0° und 90°

Zur Bestimmung der Lebenszeit wurden Lorentzkurven an die Messpunkte mit der neuen x-Achse angepasst. Hierfür wurde wie zuvor curve_fit verwendet. Die Fehler der Umrechnung des Magnetfeldes wurden nicht mitgenommen da curve_fit keine Fehler in x-Achse zulässt. Der Fit ist diesmal in der Form:

$$f(x) = ?? \tag{15}$$

Der Parameter γ ist hierbei $\frac{B_{FW}}{2}$ also die halbe Halbwertsbreite. Damit ergibt sich aus Gleichung 6:

$$\tau = \frac{\hbar}{g_J \mu_B 2\gamma} \tag{16}$$

Der Fehler σ_{τ} ergibt sich durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung mit Gleichung 17

$$\sigma_{\tau} = \frac{\hbar}{g_J \mu_B 2\gamma^2} \sigma_{\gamma} \tag{17}$$

Für die zwei Winkel sind Abbildung 6 und 7 Beispielhaft dargestellt.

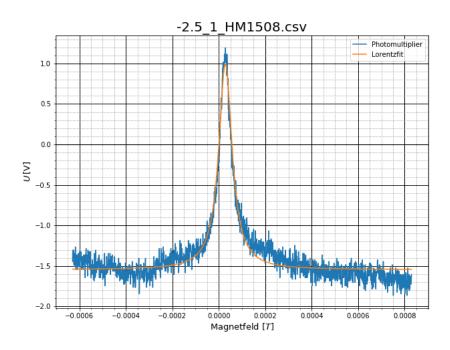


Figure 6: Fit der Messung bei 0° mit dem dazugehörigen Fit als Beispiel.

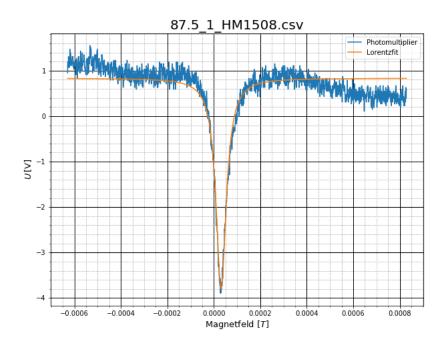


Figure 7: Fit der Messung bei 90° mit dem dazugehörigen Fit als Beispiel.

Zur Bestimmung des Fehlers wurde die Messung bei 0° 15 mal bei gleicher Temperatur von 20° wiederholt um eine bessere Einschätzung des Fehlers auf die Lebenszeit zu bekommen (Abbildungen sind im Anhang). Als erstes wurde versucht ein Histogramm mit diesen Werten zu erstellen und darüber eine Gaußkurve zu fitten um den Fehler zu bestimmen. Hierbei ergab sich die Grafik in Abbildung 8. Da sich hier keine schöne Gaußkurve ergab wurde alternativ die Streuung der einzelnen Lebensdauern bestimmt. Hierfür wurde die folgende Gleichung verwendet:

$$\sigma_{\tau Streuung} = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2\right)}$$
(18)

Der hierdurch erhaltene Fehler von $\sigma_{\tau Streuung} = 6, 1 \cdot 10^{-7}$ s wird von nun zu den Fehler der Lebensdauern quadratisch addiert.

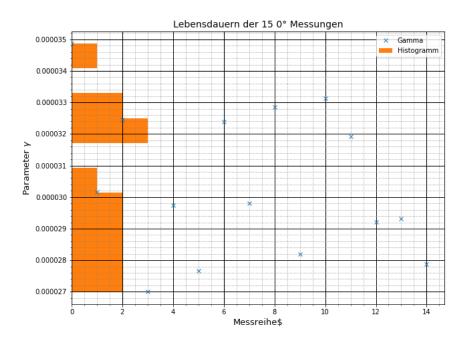


Figure 8: Histogramm der Fit Parameter γ von 15 0° Messungen bei selber Temperatur.

3.3 Extrapolation zur Ausschließung des Coherence Narrowing Effektes

Die für verschiedene Temperaturen kann nun mit der Gleichung 12 der Druck bestimmt werden. Der Fehler des Drucks σ_p wird mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$\sigma_p = \frac{\partial p}{\partial T} \sigma_T \tag{19}$$

Der Fehler für die Temperatur wurde auf 0.5 K geschätzt.

Um Coherence Narrowing auszuschließen werden nun der aus der Temperatur bestimmte Druck gegen die Lebensdauer gezeichnet. Hierbei wurde wieder ein linearer Fit der Form f(x) = mx + b gewählt und mit curve_fit erstellt. Der Fehler der Lebensdauer wurde mit berücksichtigt. Mit einer Extrapolation kann man die Lebensdauer am Punkt p = 0 Pa also dem Parameter b bestimmen. Diese ist dann die echte Lebenszeit ohne Coherence Narrowing.

3.3.1 Lebensdauern der Abkühlungsmessung 1

Für die erste Abkühlungsmessung ergeben sich erhält man für die Angepassten Kurven:

$$f(p)_{0^{\circ}} = (2.4 \pm 1.4) \cdot 10^{-11} \frac{\text{s}}{\mu \text{Pa}} \cdot p + (1.224 \pm 0.022) \cdot 10^{-7} \text{s}$$

$$f(p)_{90^{\circ}} = (9.0 \pm 2.6) \cdot 10^{-11} \frac{\text{s}}{\mu \text{Pa}} \cdot p + (1.222 \pm 0.020) \cdot 10^{-7} \text{s}$$

Hierbei ist der y-Achsen Abschnitt jeweils die gesuchte Lebensdauer.

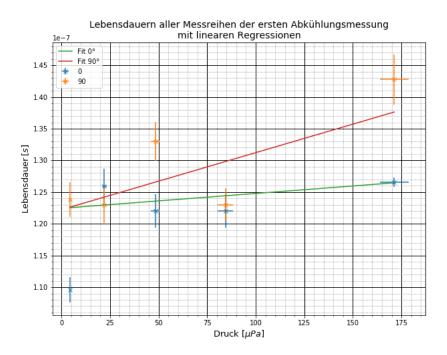


Figure 9: Abkühlungsmessung der ersten Messreihe einmal für 90° und einmal für 0° . Die Datenpunkte sind mit Fehlern für Lebensdauer und Druck aber für den Fit wurden nur die dominanteren der Lebensdauer verwendet.

3.3.2 Lebensdauern der Aufwärmmessung 1

Für die erste Abkühlungsmessung ergeben sich erhält man für die Angepassten Kurven:

$$f(p)_{0^{\circ}} = (1.4 \pm 0.5) \cdot 10^{-10} \frac{s}{\mu Pa} \cdot p + (1.028 \pm 0.013) \cdot 10^{-7} s$$

Hierbei ist der y-Achsen Abschnitt jeweils die gesuchte Lebensdauer.

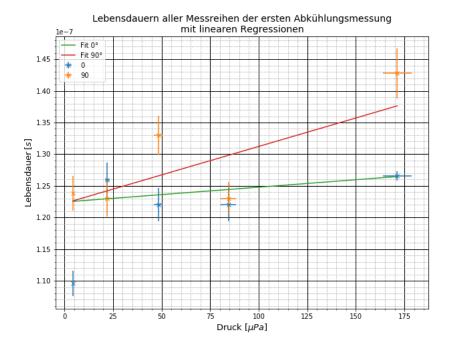


Figure 10: Aufwärmmessung der ersten Messreihe einmal für 90° und einmal für 0° . Die Datenpunkte sind mit Fehlern für Lebensdauer und Druck aber für den Fit wurden nur die dominanteren der Lebensdauer verwendet.

3.3.3 Lebensdauern der Abkühlmessung 2

Für die erste Abkühlungsmessung ergeben sich erhält man für die Angepassten Kurven:

$$f(p)_{0^{\circ}} = (8.2 \pm 2.7) \cdot 10^{-11} \frac{\text{s}}{\mu \text{Pa}} \cdot p + (1.166 \pm 0.017) \cdot 10^{-7} \text{s}$$

$$f(p)_{90^{\circ}} = (1.7 \pm 0.5) \cdot 10^{-11} \frac{\text{s}}{\mu \text{Pa}} \cdot p + (1.181 \pm 0.018) \cdot 10^{-7} \text{s}$$

Hierbei ist der y-Achsen Abschnitt jeweils die gesuchte Lebensdauer.

3.4 45 Stuff HAVE A LOT OF FUN (I know ich habe spaß :P)

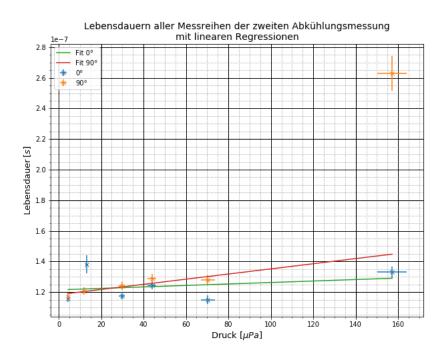


Figure 11: Abkühlungsmessung der zweiten Messreihe einmal für 90° und einmal für 0° . Die Datenpunkte sind mit Fehlern für Lebensdauer und Druck aber für den Fit wurden nur die dominanteren der Lebensdauer verwendet.

4 Zusammenfassung

Wenn man die gemessenen Werte mit denen des Literatur Wertes von 119 ns mit der Formel 20 vergleicht erhält man die in Tabelle 1 beschriebenen Werte.

$$t = \frac{x_M - x_L iteratur}{\sigma_x} \tag{20}$$

Messreihe	Lebensdauer $\tau[ns]$	Vergleichswert t
Abkühlen 1 bei 0°	$(122.4 \pm 0.022) \mathrm{ns}$	1.5
Abkühlen 1 bei 90°	$(122.2 \pm 2.0) \mathrm{ns}$	1.6
Aufwärmen bei 0°	$(102.8 \pm 1.3) \mathrm{ns}$	12.5
Abkühlen 2 bei 0°	$(116 \pm 1.7) \mathrm{ns}$	1.4
Abkühlen 2 bei 90°	$(118.1 \pm 1.8) \mathrm{ns}$	0.5

Table 1: Bestimmte Lebensdauern und Vergleich zum Literaturwert von 119ns.

Man erkennt schnell, dass alle gemessenen Werte bis auf die Aufwärmmessung mit dem Literaturwert kompatibel sind. Die große Diskrepanz kann man dadurch erklären, dass für die Messung während des Aufwärmvorgangs nicht gewartet wurde bis die Temperatur des Thermometers mit der der Probe angeglichen hat. Dies hat zur folge, dass wir eine andere Temperatur an der Probe haben als wir gemessen haben. Dadurch ziehen wir einen großen systematischen Fehler mit welcher die Unverträglichkeit erklären könnte.

Ein weiteres Problem ist sicher die geringe Anzahl an Messpunkten, die wir in den ersten zwei Messreihen hatten, wodurch sich natürlich unsere Messreihe verschlechtert haben. Die letzte Messreihe wurde ausführlicher und Präziser aufgenommen etwas was man auch an dem guten Wert für 90° von t=0.5 sehen kann. Trotzdem wären sicher mehr Messpunkte hilfreich gewesen um eine höhere Statistische Relevanz zu erhalten was aus Zeitgründen leider nicht möglich war.

Weitere Gründe für Fehler sind die nicht Präzise genug eingestellten Helmholtz-Spulen. Diese hätte man wieder mit etwas mehr Zeit noch genauer einstellen können wie man besonders bei der 45° Messung erkennt welche sehr unsymmetrisch ausgefallen ist. Auch die Einstellungen des Polarisationsfilters sind möglicher Weise nicht perfekt gewählt oder haben sich während der Messung verschoben. Dies könnte z.B denn großen Ausreißer des letzten Messpunktes in Abbildung 11 erklären.

5 Tabellen

List of Tables

	1	Ergebnisse
6	В	ilder
$\mathbf{L}^{:}$	ist o	of Figures
	1	Semiklassische Darstellung des Hanle Effekts
	2	Lorentzkurve
	3	Zeeman-Effekt
	4	Versuchsaufbau
	5	Magnetfeld Kalibration
	6	Fit der Lorentzkurve bei Nullgrad
	7	Fit der Lorentzkurve bei für 90Grad
	8	Histogramm zur Bestimmung der Fehler
	9	Druck zu Lebensdauer Fit für Abkühlung 1
	10	Druck zu Lebensdauer Fit für Aufwärmung
	11	Druck zu Lebensdauer Fit für Abkühlung 2
	12	Labor Aufschrieb
	13	Labor Aufschrieb
	1.4	Labor Aufachrich

7 Bibliograpy

References

15

- [1] Versuchsanleitung: Fortgeschrittenen Praktikum Teil 1 Der Hanle-Effekt.
- [2] Eric Jones, Travis Oliphant, Pearu Peterson, et al. Python3 package scipy.optimize for curve fitting., 2001-.

[3] P.A.Franken. Interference effects in the resonance fluorescence of "crossed" excited atomic states. The Harrison M.Randall Laboratory of Physics, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1960.

8 Anhang

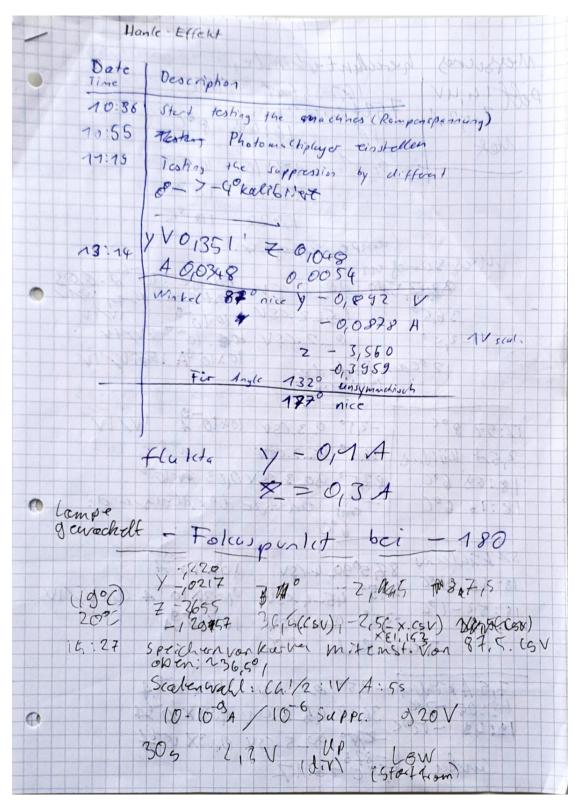


Figure 12: Labor Aufschrieb

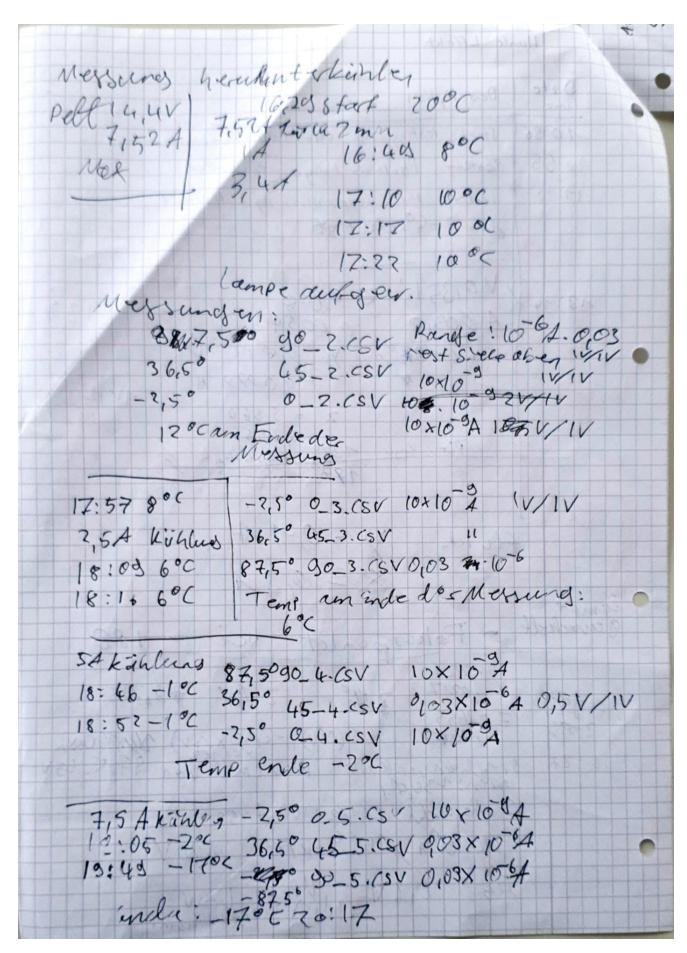


Figure 13: Labor Aufschrieb

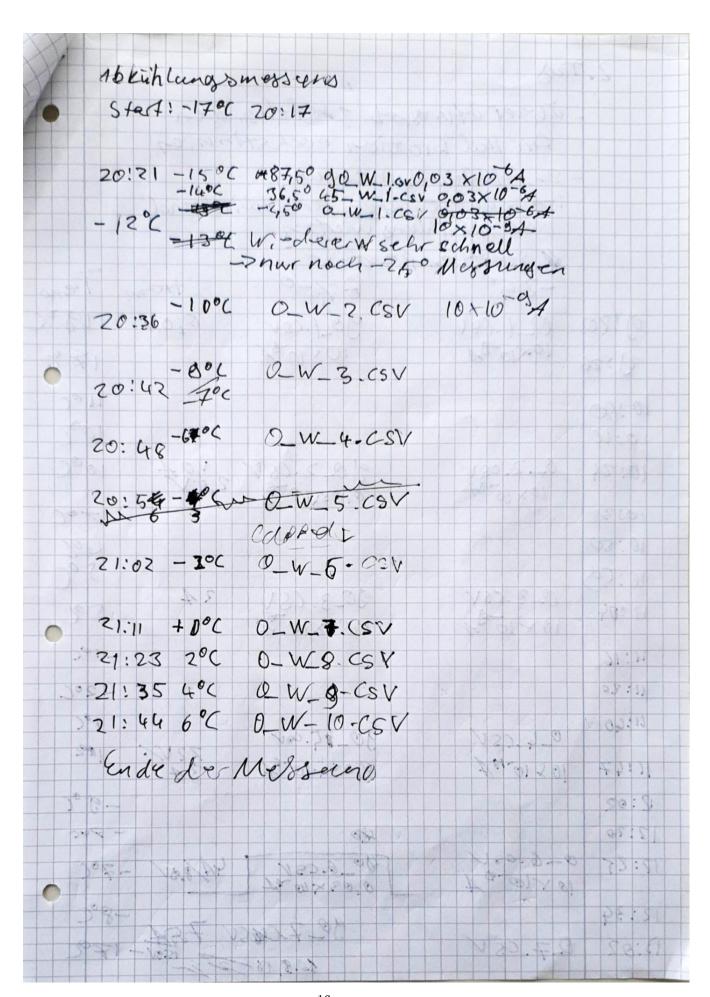


Figure 14: Lalfor Aufschrieb

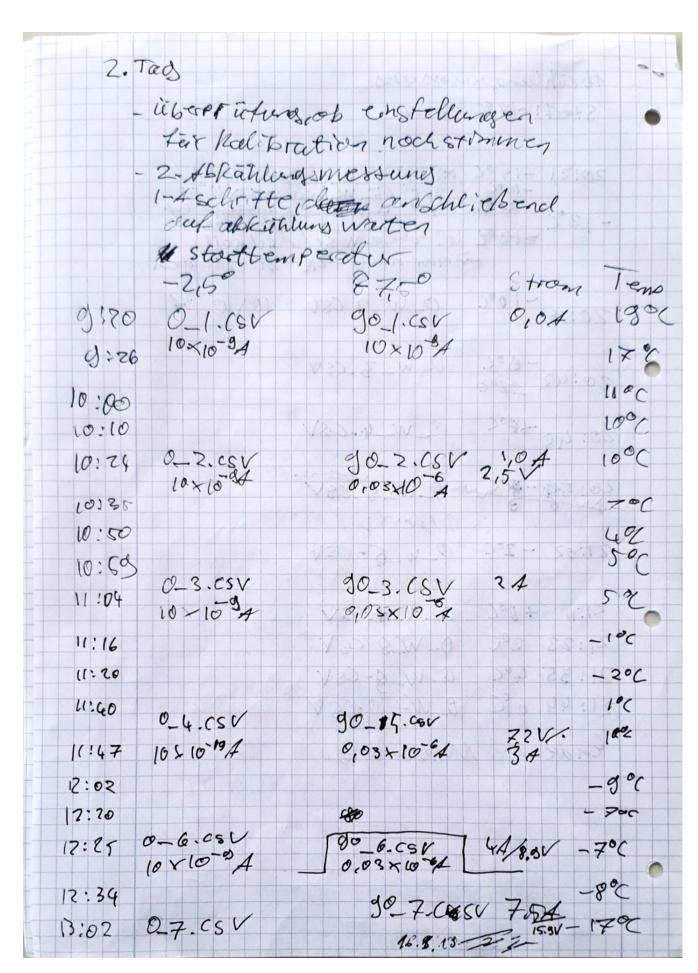


Figure 15: Labor Aufschrieb