

Fortgeschrittenes Physik Lab SS19

Experiment: Faraday- und Pockelseffekt

(Durchgeführt am: (01-02).09.19 bei Leena Diehl)

Erik Bode, Damian Lanzenstiel
(Group 103)

9. Oktober 2019

Zusammenfassung

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Theoretische Grundlagen | 2 |
| 1.1 | Doppelbrechung | 2 |
| 1.2 | Pockels Effekt | 2 |
| 1.3 | Aufbau der Pockels Zelle | 2 |
| 1.4 | Faraday Effekt | 3 |
| 1.5 | Magnetfeld einer realen Spule | 3 |
| 2 | Durchführung des Versuches | 5 |
| 2.1 | Pockels Effekt | 5 |
| 2.1.1 | Bestimmung von $U_{\lambda/2}$ | 5 |
| 3 | Auswertung | 6 |
| 3.1 | Pockelseffekt | 6 |
| 3.2 | Faraday Effekt | 7 |
| 4 | Tabellen | 9 |
| 5 | Bilder | 9 |
| 6 | Bibliograby | 9 |
| | Literatur | 9 |
| 7 | Anhang | 9 |

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Doppelbrechung

Doppelbrechung ist eine Eigenschaft von optisch anisotropen Stoffen. In diesen ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit abhängig von Richtung und Polarisation der durchdringenden Welle. Das führt dazu, dass die Welle in zwei Teilstrahlen aufgespalten wird.

1.2 Pockels Effekt

Der Pockels Effekt tritt nur in Kristallen ohne Symmetriezentren auf: Doppelbrechung wird durch Anlegen einer externen Spannung erreicht. Die Begründung dafür ist, dass die Permittitivität ϵ nicht konstant ist, sondern vom angelegten elektrischen Feld abhängig ist. Die Permittitivität ist definiert über $\epsilon = \frac{D}{E}$ wobei D definiert ist wie folgt:

$$D = aE + bE^2 + cE^3 + \dots \quad \text{mit } a, b, c = \text{const} \quad (1)$$

Daraus folgt

$$\epsilon = a + 2bE + 3cE^2 + \dots \quad (2)$$

Der Brechungsindex n ist abhängig von ϵ , sodass eine Änderung des Magnetfeldes eine Änderung im Indexellipsoid hervorruft. Dies ist der elektrooptische Pockels Effekt. Hier ist vor allem der lineare Term von 2 ausschlaggebend.

1.3 Aufbau der Pockels Zelle

Die im Versuch verwendete Pockels Zelle besteht aus 4 Ammoniumdihydrogenphosphat (ADP, $NH_4H_2PO_4$) Kristallen, welche im 45° -Y-Cut vorliegen.

Der Indexellipsoid des Kristalls bis zu ersten Ordnung ist wie folgt:

$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + 2r_{41}x_2E_1x_3 + \frac{x_2^2}{n_1^2} + 2r_{41}x_1E_2x_3 + \frac{x_3^2}{n_3^2} + 2r_{63}x_1x_2E_3 = 1 \quad (3)$$

Hierbei ist optische Achse im feldfreien Fall die x_3 Achse. Wenn ein Elektrisches Feld entlang der x_1 Achse angelegt ist, gilt das Folgende:

$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + 2R_{41}x_2E_1x_3 + \frac{x_2^2}{n_1^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} = 1 \quad (4)$$

Y-Cut: Koordinatenwechsel durch Drehung con 45° um x_1 Achse:

$$x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(x'_2x'_3) \quad x_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(x'_2x'_3) \quad (5)$$

Nach der Herleitung in der Versuchsanleitung [1] folgt nun für dem Brechungsindex der jeweiligen Polarisationskomponenten bei Lichteinfall der x'_2 (x'_3) Richtung

$$n_{x'_2} = \frac{n_x}{\sqrt{1 + r_{41}E_1n_x^2}} \approx n_x + \frac{1}{2}r_{41}E_1n_x^3 \quad (6)$$

In einem Kristall der Länge l lautet die Phasenverschiebung nun

$$\omega t = \frac{2\pi}{\lambda} (n_1 - n_{x'_2}) \quad (7)$$

Weil die optische Achse und der k-Vektor in einem Winkel von 45° zueinander stehen, trennt sich der eingehende Lichtstrahl in einen ordentlichen und außerordentlichen Strahl, welche durch einen zweiten ADP Kristall, der um 180° zum ersten verdreht ist. So werden die strahlen wieder vereinigt. Ihre Phasenverschiebung aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten ist nun

$$\omega t = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2 \cdot (n_1 - n_{x'_2}) \quad (8)$$

Es ist zusätzlich noch die Natürliche Doppelbrechung vorhanden, welche um ein weiteres Kristallpaar mit Winkel 90° verbaut ist. Dass der Pockels Effekt nicht gleichzeitig kompensiert wird, wurde das Elektrische Feld an diesen umgekehrt. Dieser Aufbau mit Strahlengang ist in Abbildung 1 erkennbar. Die resultierende Phasenverschiebung ist somit

$$\omega t = \frac{4\pi}{\lambda} r_{41} E_1 n_x^3 l \quad (9)$$

Bei einer Phasenverschiebung um π und einem Elektrischen Feld von $E = \frac{U}{d}$ gilt somit:

$$r_{41} = \frac{\lambda d}{4lU_{\lambda/2}} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_3^2} \right)}^3 \quad (10)$$

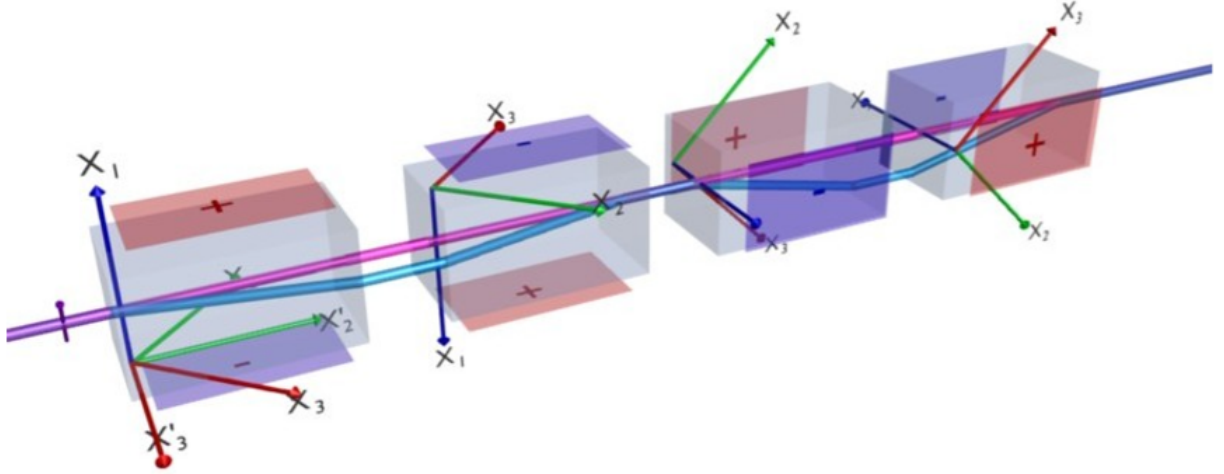


Abbildung 1: Das Bild zeigt den Aufbau der verwendeten Pockels Zelle. Die Elektroden für den Aufbau der elektrischen Felder sowie die Strahlenverläufe sind auch eingezeichnet.

1.4 Faraday Effekt

Der Faraday Effekt ist eine Magnetfeldinduzierte Doppelbrechung, auch Magneto-optischer Effekt genannt. Er erfolgt in isotropen Medien bei Anlegung eines Magnetfeldes parallel zur Ausbreitungsrichtung des Lichts. Das linear polarisierte eingehende Licht kann in zwei entgegengesetzt drehende zirkularpolarisierte Wellen aufgespalten werden. Die Links- und Rechtsdrehenden zirkularpolarisierten Teilwellen können das Medium bei angelegtem Magnetfeld nicht gleich schnell durchqueren. Dies führt bei verlassen des Mediums zu einer Phasenverschiebung der linear polarisierten Kombination der beiden zirkularpolarisierten Wellen. Dieser Drehwinkel α kann über die nachfolgende Formel aus der Magnetischen Feldstärke H , der Länge des Mediums l und der Verdetkonstante V , welche materialabhängig ist, bestimmt werden.

$$\alpha = V \cdot l \cdot H \quad (11)$$

1.5 Magnetfeld einer realen Spule

Für die Berechnung des Magnetfeldes einer realen Spule wird das Biot-Savart'sche Gesetz verwendet. Es ist definiert als

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} Id\vec{l} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (12)$$

Nach der Herleitung im Staatsexamen von B.Herrmann [3], erhält man für das Magnetfeld der realen Spule nach Integration über Länge und Dicke den nachfolgenden Ausdruck:

$$H(z) = \frac{NI}{2L(x_2 - x_1)} \left[(L - z) \ln \left(\frac{x_2 + \sqrt{(L - z)^2 + x_2^2}}{x_1 + \sqrt{(L - z)^2 + x_1^2}} \right) + z \ln \left(\frac{x_2 + \sqrt{z^2 + x_2^2}}{x_1 + \sqrt{z^2 + x_1^2}} \right) \right] \quad (13)$$

Hierbei sind x_1 der innerer Spulenradius, x_2 der äußere und L die Länge der Spule. Bei einsetzen der Parameter folgt nach [3] für die Gleichung 11:

$$\alpha = V \cdot 2556 \cdot I \tag{14}$$

2 Durchführung des Versuches

2.1 Pockels Effekt

2.1.1 Bestimmung von $U_{\lambda/2}$

Es gibt zwei Arten, $U_{\lambda/2}$ zu bestimmen. Für die erste wird eine an der Pockels Zelle angelegte Sinusspannung mit einer Gleichspannung verschoben, bis das Intensitätssignal des Laserstrahls sich verändert: Die Frequenz verdoppelt sich und die Amplitude verringert sich deutlich. Sobald eine Veränderung des Intensitätssignals eintritt, wurde entweder der untere oder obere Grenzwert von $U_{\lambda/2}$ bestimmt. Nachdem der zweite Grenzwert bestimmt wurde, kann $U_{\lambda/2}$ bestimmt werden:

$$U_{\lambda/2} = U_{\text{Max}} - U_{\text{Min}} \quad (15)$$

$U_{\lambda/2}$ wurde außerdem mithilfe von einer Sägezahnspannung bestimmt: An Stelle der obigen Sinusspannung wurde eine Sägezahnspannung an die Pockels Zelle angelegt. Dies führt zu einem annähernd sinusförmigen Intensitätsverlauf. Zum Zeitpunkt des Maximums und Minimums der Intensität wird nun die Spannung der Sägezahnspannung gemessen. Die Differenz der beiden Punkte wird analog zu 15 verwendet um $U_{\lambda/2}$ zu bestimmen.

3 Auswertung

3.1 Pockelseffekt

Zur Auswertung des Pockelseffekt werden die Elektrooptischen Konstanten auf zwei Arten bestimmt.

Für die Auswertung der Methode bei der eine Sägezahnspannung an den Pockelszellen angelegt wurde werden als erstes die 15 Datensätze geplottet und mit dem Python Packet `scipy.optimize` über `curve_fit` angepasst. Hierbei wurde für den anstieg der Sägezahnspannung die Form einer Geraden gewählt. Für die Spannung der Photodiode wurde als erstes die Form eines Sinus verwendet. Hier ließ sich jedoch die Kurve mit diesem nicht gut anpassen (siehe Abbildung 4). Aus diesem Grund wurde ein Polynom neunten Grades (siehe Gleichung 16) an die Kurve gefittet. Dieser ist zusammen mit dem Linearen Fit in Abbildung 2 zu finden.

$$f(x) = ax^9 + bx^8 + cx^7 + dx^6 + ex^5 + fx^4 + gx^3 + hx^2 + ix + g \quad (16)$$

Von diesem wurde dann das Maximum und Minimum bestimmt. Mit den x-Werten dieser konnten nun

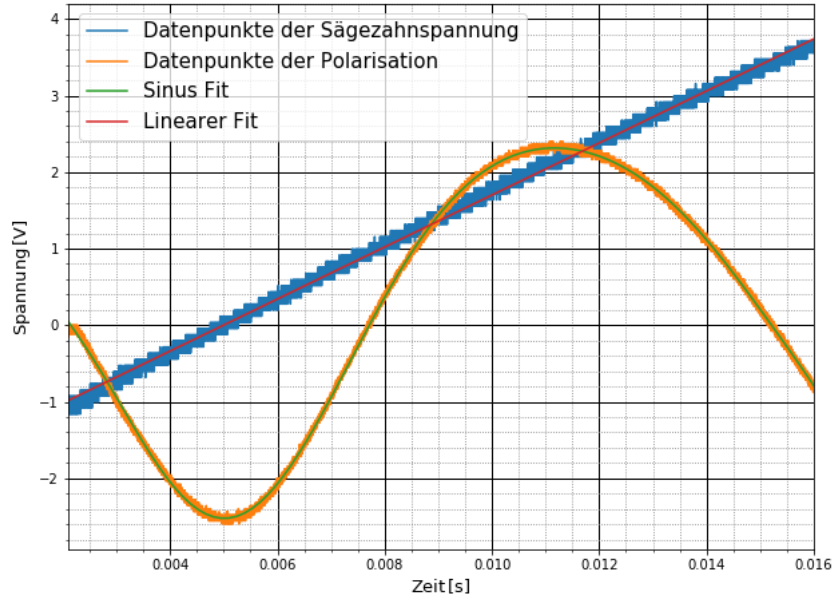


Abbildung 2: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Sägezahnspannung. In rot der Fit an die Steigung der Sägezahnkurve und in grün die Polynom Anpassung an die Datenpunkte der Photodiode.

die Spannungen der Sägezahnkurve bestimmt werden, indem sie in den Linearen Fit eingesetzt wurde:

$$U_{\text{Sägezahn}} = mx_{\text{max/min}} + c \quad (17)$$

Der Fehler auf die Spannung ergibt sich über Gaußsche Fehlerfortpflanzung durch Gleichung 18

$$\sigma_{U_{\text{Sägezahn}}} = \sqrt{(mx_{\text{max/min}}\sigma_c)^2 + ((c + x_{\text{max/min}})\sigma_m)^2} \quad (18)$$

Nun können die beiden Werte der Spannung voneinander abgezogen werden und man erhält die Spannungsdifferenz $U_{\lambda/2}$. Der Fehler bekommt man durch:

$$\sigma_{U_{\lambda/2}} = \sqrt{(U_{\text{max}}\sigma_{U_{\text{min}}})^2 + (U_{\text{min}}\sigma_{U_{\text{max}}})^2} \quad (19)$$

Da 15 Messreihen erstellt wurde wird nun der Gewichtete Mittelwert dieser Werte genommen. Für dies wird Gleichung 20 verwendet, der Fehler gibt sich wie in Gleichung 21.

$$\bar{x}_g = \frac{\sum_i g_i x_i}{\sum_i g_i} \quad \text{with} \quad g_i = \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (20)$$

$$\sigma_{\bar{x}_g} = \frac{1}{\sqrt{\sum_i 1/\sigma_i^2}} \quad (21)$$

Als Wert ergibt sich für die Spannung dadurch

$$U_{\frac{\lambda}{2}} = 2.1278 \pm 0.0024 \text{ V}$$

. Um nun die Elektrooptische Konstante r_{41} zu bestimmen wird Gleichung 14 verwendet. Die Spannung muss davor jedoch noch um den Faktor 100 vergrößert werden, da sie im Versuch um diesen Faktor gedämpft wurde. Die Werte für die Rechnung sind in der Versuchsanleitung [1] zu finden und wurden als fehlerfrei betrachtet. Damit ergab sich über die 1.Methode ein Wert von

$$r_{41} = (26.489 \pm 0.030) \frac{\text{pm}}{\text{V}}$$

Die zweite Methode die Konstante zu bestimmen ist über Gleichspannung. Hierbei ist die Spannung die Differenz zwischen den beiden gemessenen Gleichspannungssignalen. Da sich diese sehr schlecht haben einstellen lassen wurden für positive so wie negative Spannung das Signal sechs mal gemessen. Aus diesen wir nun als erstes der Arithmetische Mittelwert bestimmt so wie dessen Fehler. Hierbei werden die Gleichungen 22 und 23 verwendet um den Fehler zu bestimmen.

$$\sigma_x = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (22)$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (23)$$

Mit dem Mittelwert der beiden Spannungen wird nun der die Differenz der beiden Bestimmt. Der Fehler berechnet sich hier wie bei der Gleichung 19. Damit ergibt sich als Wert für die Spannung

$$U_{\frac{\lambda}{2}} = (255.60 \pm 0.30) \text{ V}$$

Dies kann wie bei der ersten Methode in die Gleichung 14 eingesetzt werden wodurch sich der Wert für die Elektrooptische Konstante von

$$r_{41} = (22.051 \pm 0.026) \times \frac{\text{pm}}{\text{V}}$$

ergibt.

3.2 Faraday Effekt

Für die Auswertung des Faraday Effekts soll der Material abhängige Verdetkonstante bestimmt werden. Hierfür wird als erstes die Eingestellte Stromstärke gegen den gemessenen Drehwinkel aufgetragen. Die mit `curve_fit` angepasste Gerade ist in Abbildung 3 zu finden. Die Geradengleichung lautet:

$$\alpha = (2.642 \pm 0.021) \frac{\circ}{\text{A}} \cdot I + (0.70 \pm 0.06)^\circ$$

Nun wird einmal für eine reale und eine ideale Spule die Verdetkonstante bestimmt.

Für eine reale Spule kann man Gleichung 24 nehmen. Hierbei ist $\frac{\alpha}{I}$ gerade die Steigung der Geraden und der Faktor 2556 ein Wert der im Staatsexamen[2] mit der Gleichung 13 für eine reale Spule berechnet wurde.

$$V_{real} = \frac{\alpha}{\text{A} \cdot 2556} \quad (24)$$

Damit ergibt sich ein Wert für die Konstante von

$$V_{real} = (0.001034 \pm 0.000008) \frac{\circ}{\text{A}}$$

Für eine ideale Spule wird die Gleichung 25 verwendet.

$$V_{ideal} = \frac{\alpha}{\text{A}} \frac{L}{Nl} \approx \frac{\alpha}{\text{A} \cdot 3086} \quad (25)$$

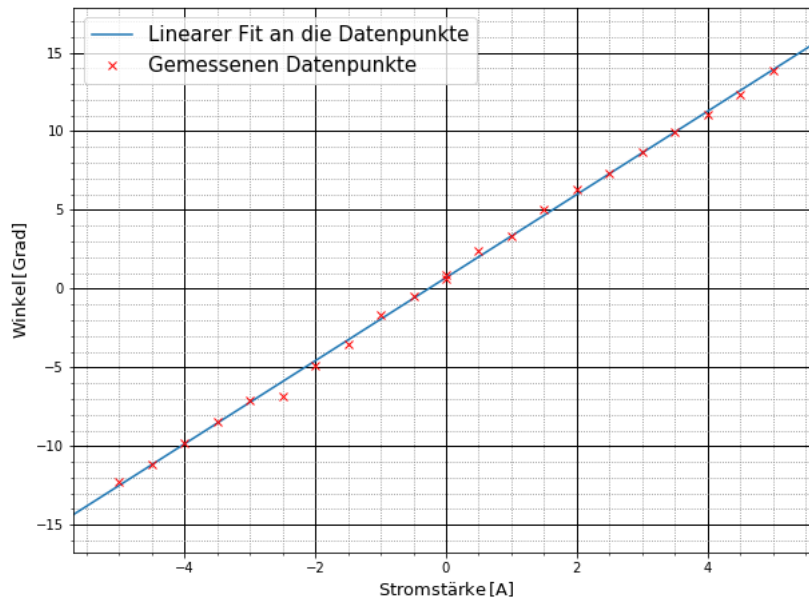


Abbildung 3: In rot die gemessenen Datenpunkte und in blau der lineare Fit an diese. Es wurden keine Fehler mit eingezeichnet da diese zu klein waren um sie sinnvoll darzustellen.

Hierbei ist L die Länge der Spule l die Länge des Materials in der Spule und N die Anzahl der Windungen. Werte sind in der Versuchsanleitung zu finden[1]. Hier ergibt sich für die Verdetkonstante ein Wert von:

$$V_{ideal} = (0.000856 \pm 0.000007) \frac{\circ}{A}$$

Um diese mit der Angabe des Herstellers von $V_{HS} = 0.05 \frac{\text{min}}{\text{Oe cm}}$ zu vergleichen müssen die Werte umgerechnet werden dabei gilt:

$$1 A = \frac{100}{79.59} \text{ Oe cm} \quad 1 \text{ Grad} = 60 \text{ min}$$

Damit ergeben sich die Werte von:

$$V_{real} = (0.0494 \pm 0.0004) \frac{\text{min}}{\text{Oe cm}}$$

$$V_{ideal} = (0.04088 \pm 0.00032) \frac{\text{min}}{\text{Oe cm}}$$

4 Tabellen

Tabellenverzeichnis

5 Bilder

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|----|--|----|
| 1 | Aufbau der Pockels Zelle | 3 |
| 2 | Plot zu Versuchsteil 1 | 6 |
| 3 | Datenpunkte und Fit der Faraday Messung | 8 |
| 4 | Sinus Fit an die Messpunkte Versuchsteil 1 | 10 |
| 5 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.2 | 11 |
| 6 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.3 | 11 |
| 7 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.4 | 12 |
| 8 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.5 | 12 |
| 9 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.6 | 13 |
| 10 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.7 | 13 |
| 11 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.8 | 14 |
| 12 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.9 | 14 |
| 13 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.10 | 15 |
| 14 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.11 | 15 |
| 15 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.12 | 16 |
| 16 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.13 | 16 |
| 17 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.14 | 17 |
| 18 | Plot zu Versuchsteil 1 Nr.15 | 17 |

6 Bibliograpy

Literatur

- [1] *Versuchsanleitung: Fortgeschrittenen Praktikum Teil 1 Faraday- und Pockelseffekt.*
- [2] Simon Amrein. Halbleiter und halbleiterdetektoren, 1.4.2008.
- [3] Bernd Herrmann. Elektrooptischer effekt und faraday-effekt, 1977.

7 Anhang

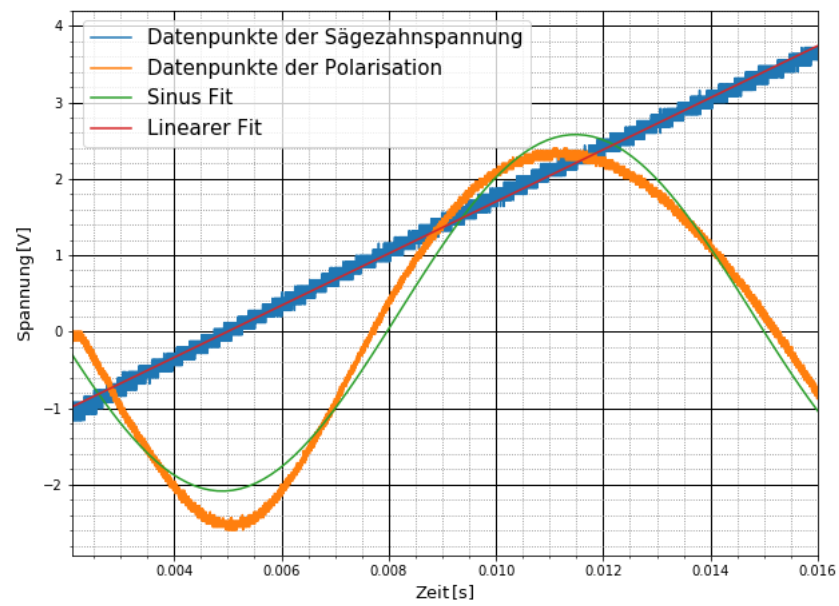


Abbildung 4: Sinus Fit für Versuchsteil 1. Es ist klar erkennbar, dass die Maxima, an denen man interessiert ist, nicht in der Nähe der Messpunkte liegen.

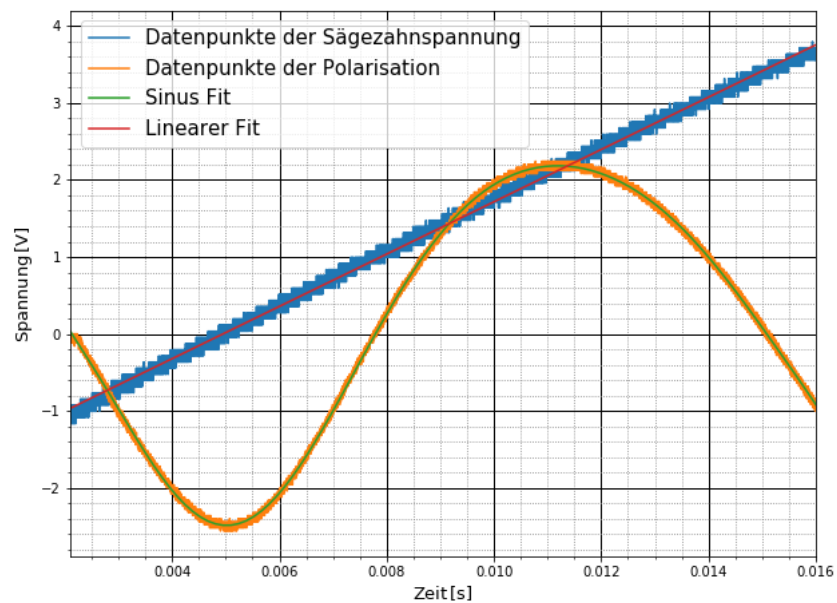


Abbildung 5: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

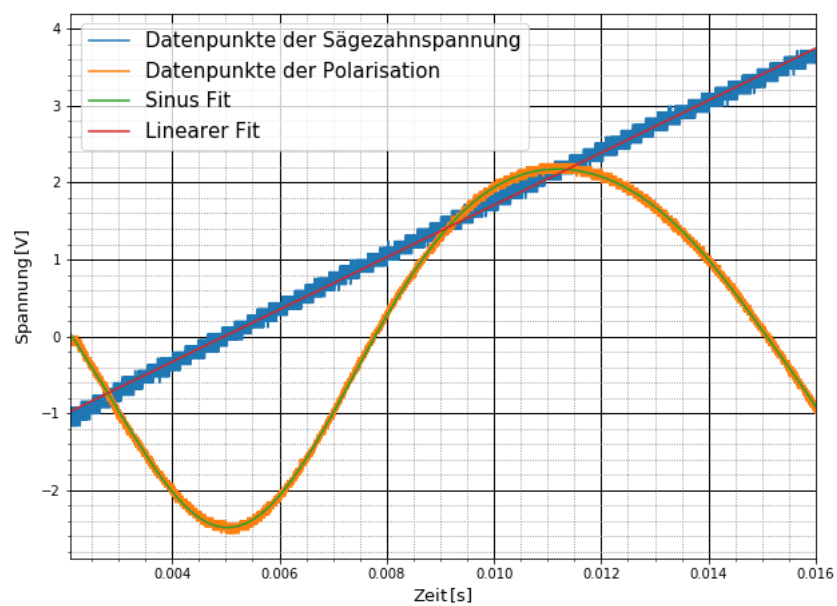


Abbildung 6: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

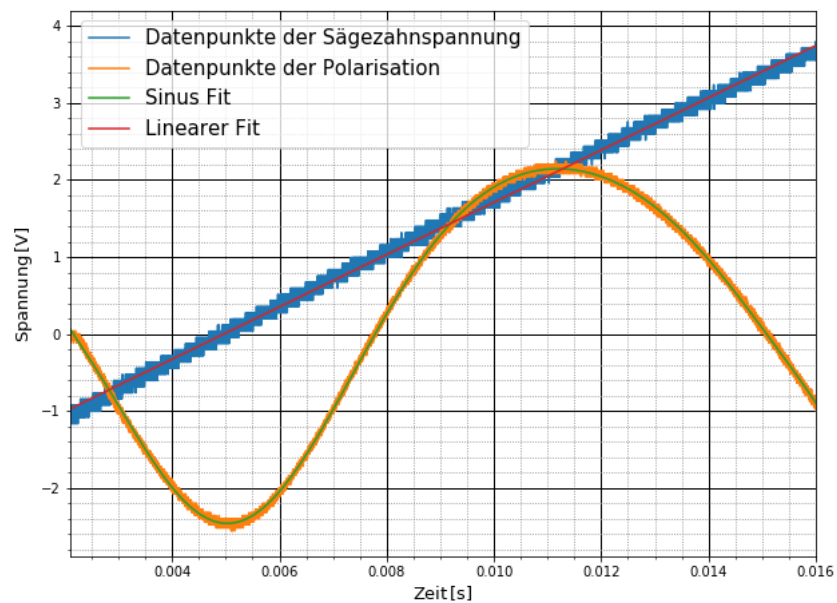


Abbildung 7: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

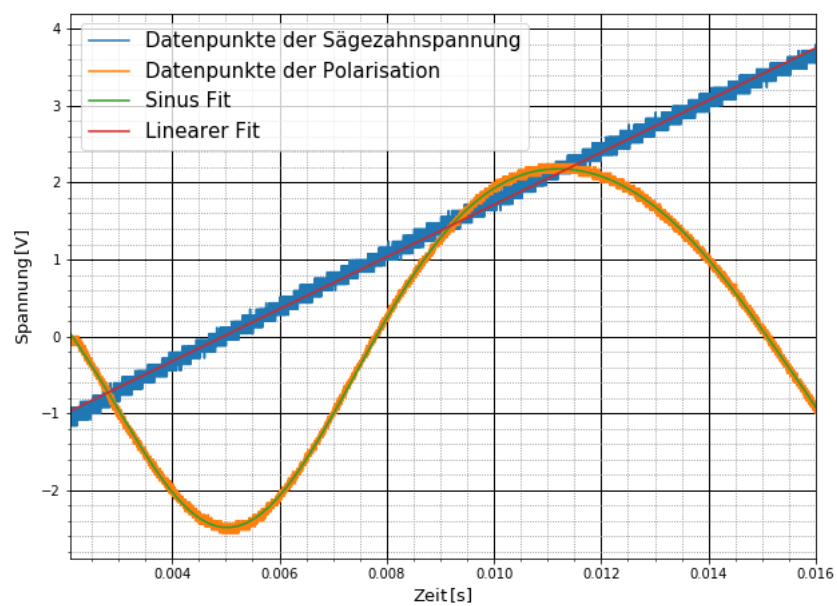


Abbildung 8: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

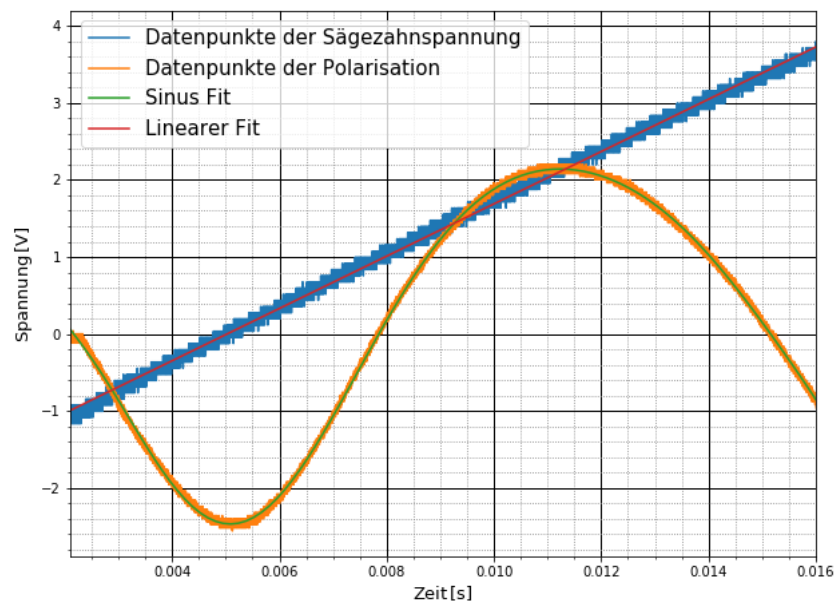


Abbildung 9: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

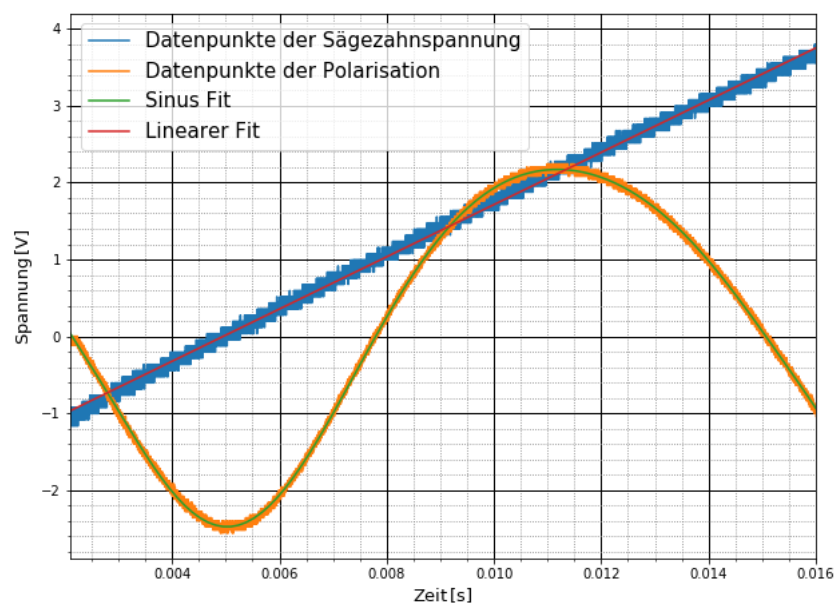


Abbildung 10: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

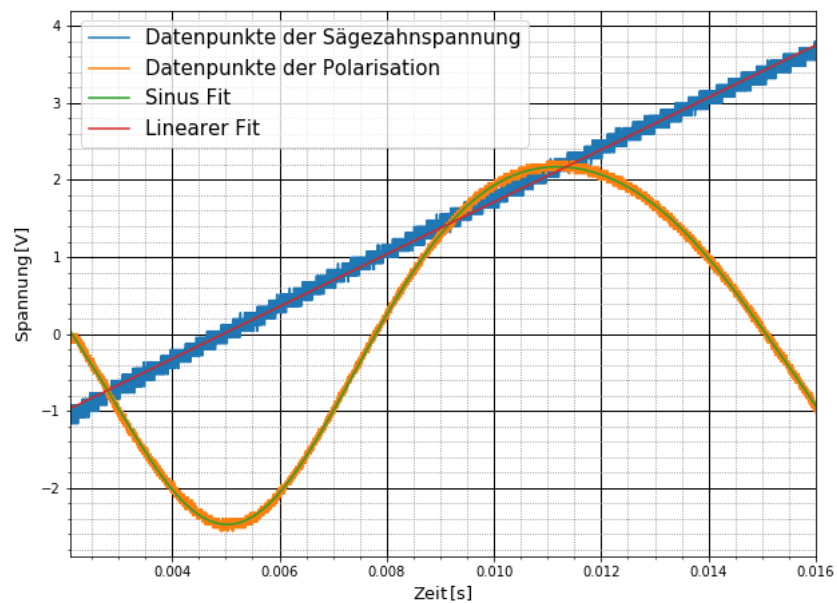


Abbildung 11: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

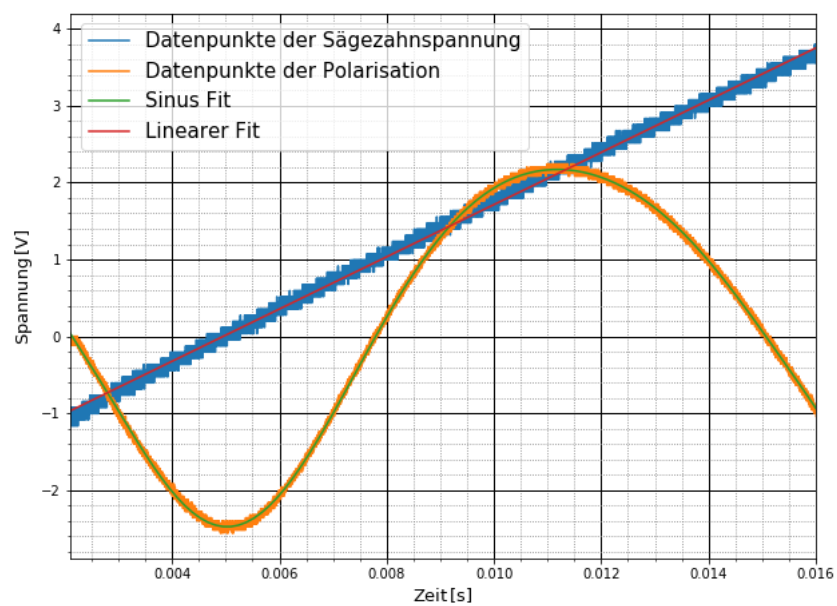


Abbildung 12: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

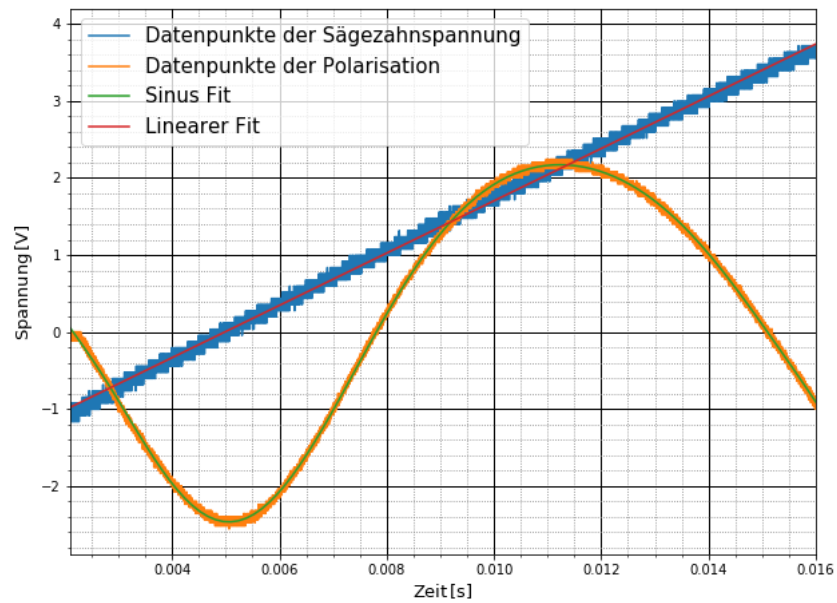


Abbildung 13: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

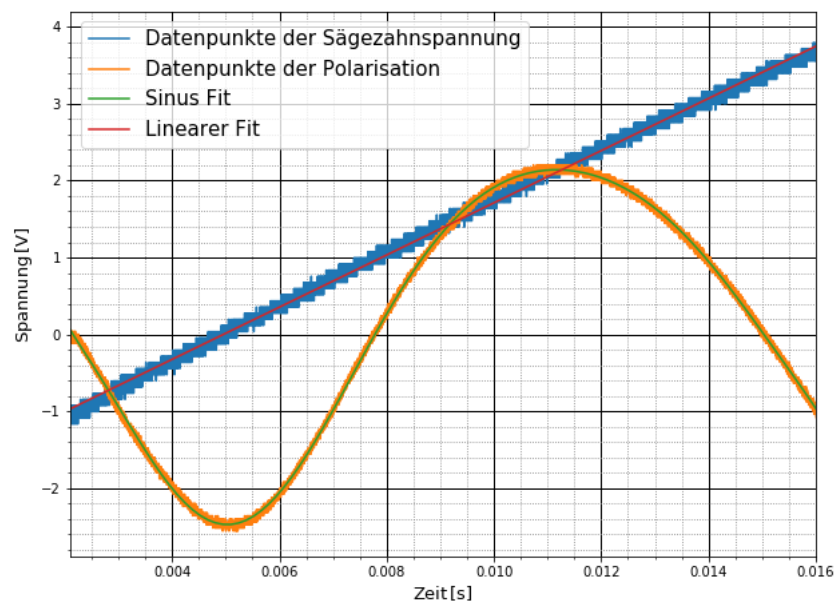


Abbildung 14: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

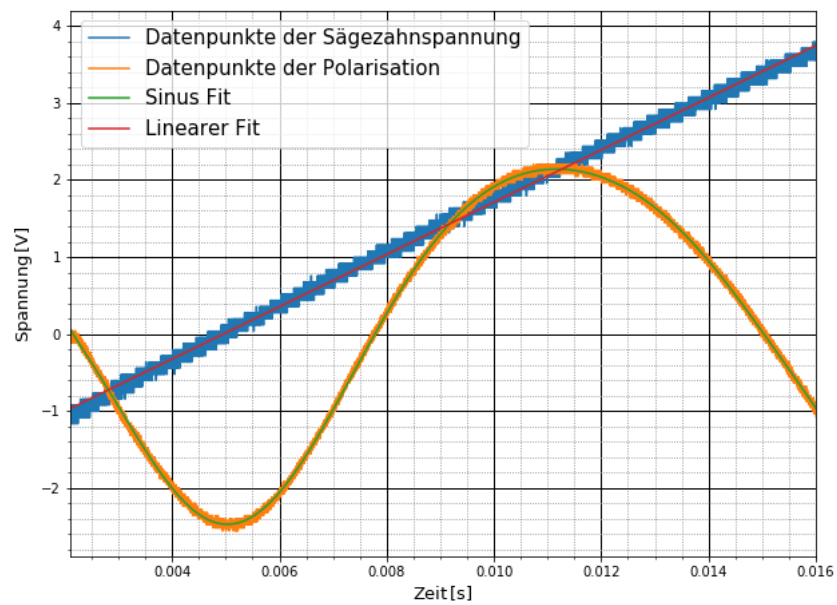


Abbildung 15: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

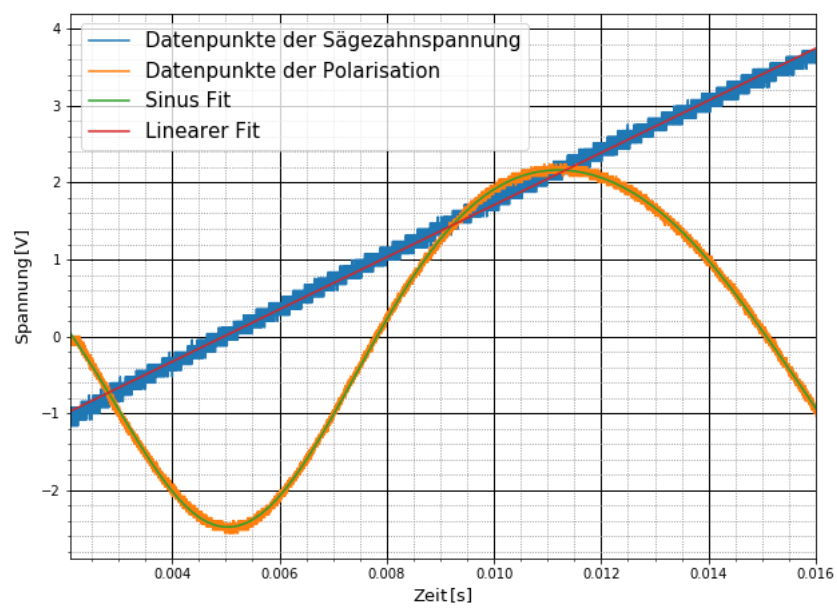


Abbildung 16: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

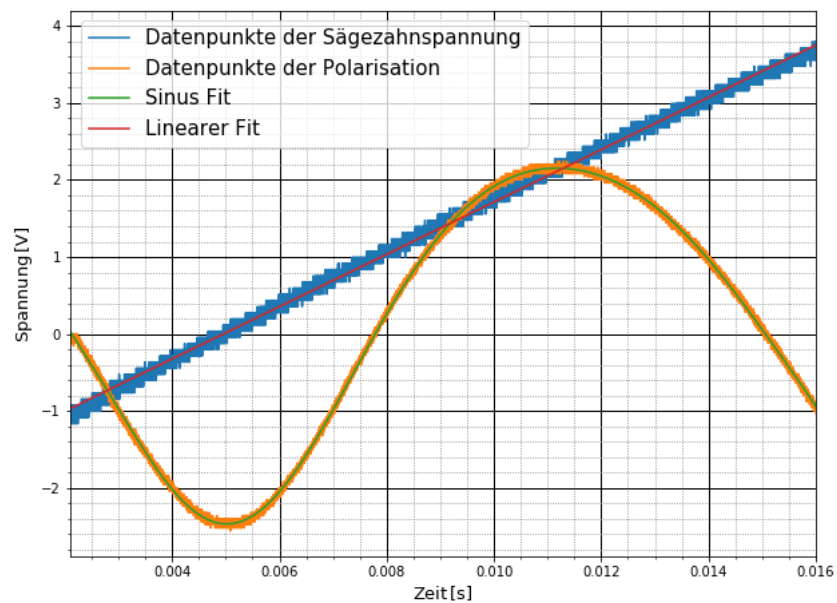


Abbildung 17: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.

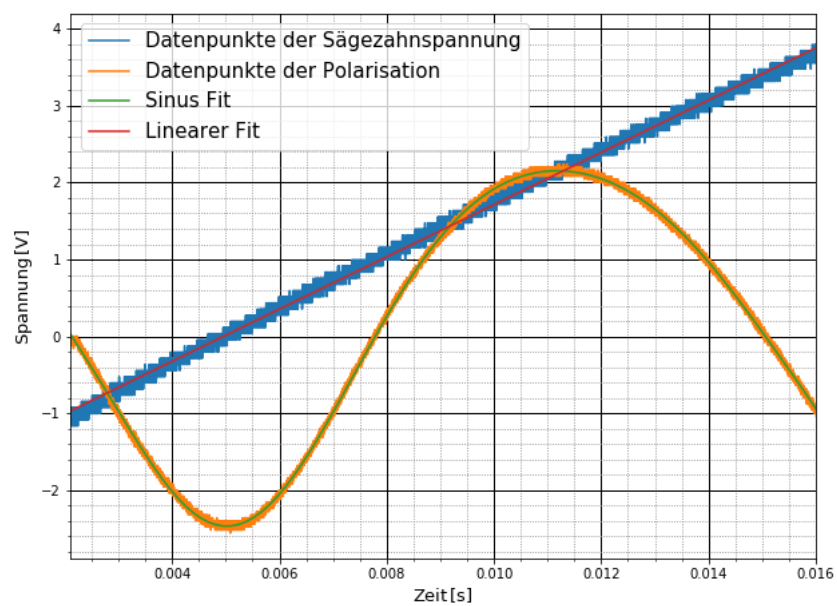


Abbildung 18: Datenpunkte der ersten Messmethode mit Hilfe der Sägezahnspannung.