

Fortgeschrittenes Physik Lab SS19

# **Experiment: Hanle Effekt**

(Durchgeführt am: )

Erik Bode, Damian Lanzenstiel  
(Group 103)

September 24, 2019

**Abstract**

# Contents

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
1.1	Semiklassische Herleitung . . . . .	2
1.2	Quantenmechanische Erklärung . . . . .	3
1.2.1	Breit-Formel . . . . .	3
1.3	Coherence Narrowing und Dampfdruck . . . . .	4
1.4	Versuchsaufbau . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Versuchsdurchführung</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
3.1	Umrechnung in Magnetfelder . . . . .	6
3.2	Berechnung der Lebenszeit bei $0^\circ$ und $90^\circ$ . . . . .	6
3.3	Extrapolation zur Ausschließung des Coherence Narrowing Effektes . . . . .	6
3.3.1	Lebensdauern der Abkühlungsmessung 1 . . . . .	7
3.4	Lebensdauern der Aufwärmmessung 1 . . . . .	7
3.5	Lebensdauern der Abkühlmessung 2 . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Tabellen</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Bilder</b>	<b>8</b>
<b>6</b>	<b>Bibliograpy</b>	<b>8</b>
	<b>Literatur</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>Anhang</b>	<b>8</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Semiklassische Herleitung

Ein Hg-Atom welches ein Photon absorbiert kann als ein gedämpfter oszillierender Dipol beschrieben werden. Die Dipolachse ist dabei parallel zur Polarisation des absorbierten Photons. Zur Bestimmung der gesamt Intensität eines einzelnen angeregten Atoms muss über alle Zeiten integriert werden wodurch sich folgende Gleichung ergibt.

$$I = C \cdot \int_0^\infty \sin(\phi)^2 e^{-\frac{t}{\tau}} dt \quad (1)$$

Hierbei ist zu erkennen das die Strahlungscharakteristik proportional zu  $\sin(\phi)^2$  ist, wobei  $\phi$  der Winkel zwischen Dipolachse und Beobachtungsrichtung ist. Der Faktor  $e^{-\frac{t}{\tau}}$  beschreibt die Dämpfung.

Wenn nun ein Magnetfeld angelegt wird und dieses senkrecht auf der Oszillation-Achse liegt so wird ein Drehmoment auf den Dipol ausgeübt. Dieses führt zur Präzession des Dipols und des magnetischen Moments welches hier als starr zusammenhängend betrachtet wird. Für das magnetische Moment  $\mu$  eines Niveaus mit Drehimpulsquantenzahl  $J$  gilt im schwachen Feld folgende Bewegungsgleichung:

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \frac{\omega_L}{B} \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (2)$$

hierbei ist  $\omega_L$  die Larmorfrequenz mit:

$$\omega_L = g_J \frac{\mu_B}{\hbar} B \quad (3)$$

Grafisch wird die Bewegung in Abbildung 1 dargestellt.

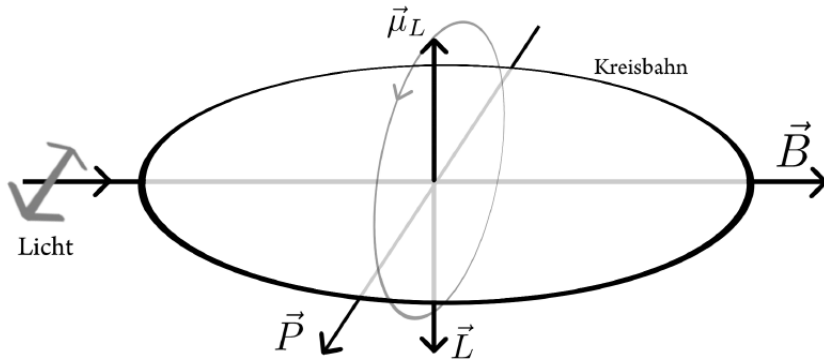


Figure 1: Darstellung der Präzessionsbewegung eines Elektrons mit Dipolmoment  $\vec{P}$ , Drehimpuls  $\vec{L}$  und magnetischem Moment  $\mu_L$  bei angelegtem Magnetfeld der Flussdichte  $B$ . [1]

Sind Polarisation (und somit auch Dipolachse) zum Zeitpunkt der Absorption parallel zur Beobachtungsebene gilt  $\theta(t) = \omega_L t$  mit  $\theta(t=0) = 0$ . Das bedeutet für die Intensität:

$$I = C \cdot \int_0^\infty \sin(\omega_L t)^2 e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{C\tau}{2} \left( \frac{(2\omega_L\tau)^2}{1 + (2\omega_L\tau)^2} \right) \quad (4)$$

Ist die Beobachtungsrichtung zum Zeitpunkt der Absorption senkrecht zur Polarisationsrichtung gilt:  $\theta(t) = \omega_L t + \frac{\pi}{2}$  mit  $\theta(t=0) = \frac{\pi}{2}$ . Die Intensität lässt sich ähnlich wie in Gleichung 4 beschreiben:

$$I = C \cdot \int_0^\infty \cos(\omega_L t)^2 e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{C\tau}{2} \left( 2 - \frac{(2\omega_L\tau)^2}{1 + (2\omega_L\tau)^2} \right) \quad (5)$$

Die Gleichung 4 entspricht einer inversen Lorenz-kurve und Gleichung 5 einer normalen. Die Lebensdauer  $\tau$  dieser Kurven kann über die Breite der Funktion auf halber Höhe (eng: *Full width at half maximum (FWHM)*) bestimmt werden (siehe Abb.2). Hierfür gilt:

$$\tau = \frac{\hbar}{g_J \mu_B B_{FW}} \quad (6)$$

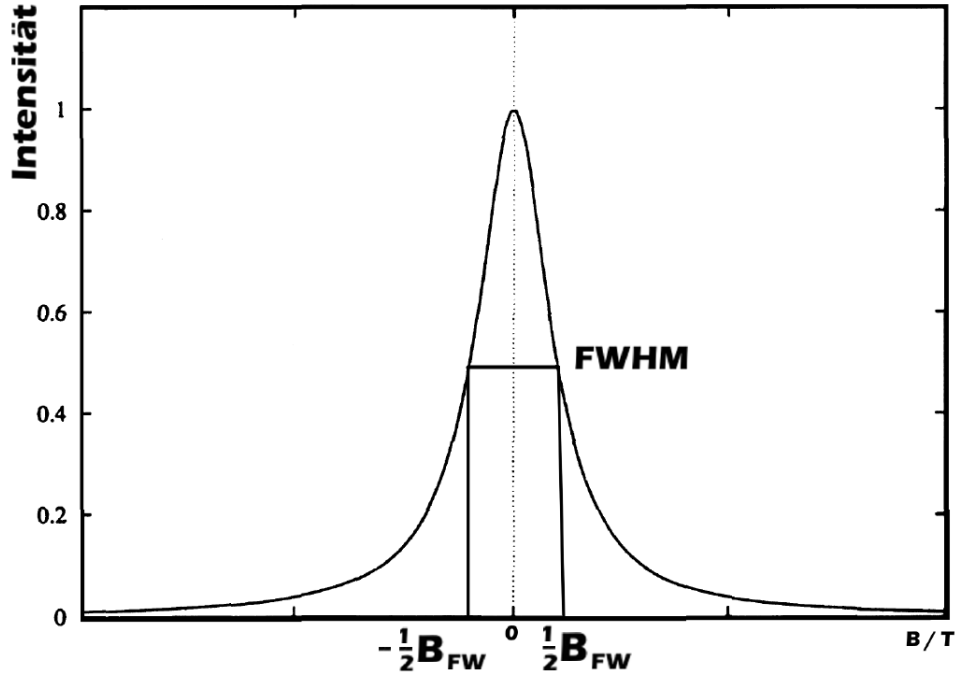


Figure 2: Lorentzkurve mit sichtbare Intensität in Beobachtungsrichtung  $0^\circ$  mit FWHM eingezeichnet.[1]

Durch das Einfügen einer Phase in Gleichung 5 kann man die Gleichung 7 erhalten die von dem Winkel unabhängig ist. Durch einen Fit kann man hier direkt  $\tau$  ablesen.

$$I = C \cdot \int_0^\infty \cos(\omega_L t + \phi)^2 e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{C\tau}{2} \left( \frac{1 + (2\tau\omega_L)^2 + \cos(2\phi) - 2\omega_L\tau \sin(2\phi)}{1 + (2\tau\omega_L)^2} \right) \quad (7)$$

## 1.2 Quantenmechanische Erklärung

In der Quantenmechanik wird das Phänomen der Resonanzfluoreszenz durch Interferenz sich überlagernder Zustände beschrieben. Zustände unterschiedlicher magnetischer Quantenzahl  $m_j$  sind im Allgemeinen erst einmal energetisch gleich, "entartet". Die Entartung kann aber durch Anlegen eines Magnetfeldes aufgehoben werden (Zeeman-Effekt). In Spezialfällen verursacht die Kreuzung zweier Niveaus von Zuständen verschiedener Gesamtdrehimpulse, bei bestimmten Magnetfeldstärken, eine weitere Entartung. Liegt keine Energieaufspaltung vor werden die Niveaus kohärent angeregt und bei Abregung kommt es zur Interferenz mehrerer Zustände des selben Atoms. Damit gilt:

$$I \propto (A_1 + A_2)^2 \quad (8)$$

Bei einer Aufspaltung der Niveaus können die Niveaus getrennt angeregt und abgeregt werden. Für die gesamte Intensität gilt dann:

$$I \propto A_1^2 + A_2^2 \quad (9)$$

### 1.2.1 Breit-Formel

Zur quantenmechanischen Auswertung wird eine allgemeine Formel zur Resonanzfluoreszenz von G.Breit und P.Franken. Die Formel beschreibt die Rate mit der Photonen einer linearen Polarisationsrichtung  $\vec{g}$  emittiert wenn die Probe mit in  $\vec{f}$  polarisiertes Licht gestrahlt wird. Die Gleichung, hier ohne Herleitung lautet:

$$R(\vec{f}, \vec{g}) = N \int_0^\infty R(\vec{f}, \vec{g}, t) dt = N \sum_{m, m'}^{\mu, \mu'} \frac{f_{m\mu} f_{\mu' m} g_{\mu m'} g_{m', \mu'}}{L_{\mu, \mu'} - i(\omega_\mu - \omega_{\mu'})} \quad (10)$$

Eine genauere Herleitung findet sich in der Versuchsanleitung[1] oder in der 'Interference Effects in the Resonance Fluorescence of "Crossed" Excited Atomic States' by P.A.Franken.[2]

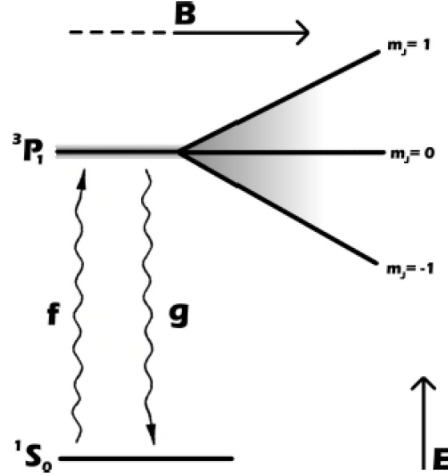


Figure 3: Aufspaltung der Energieniveaus durch  $m_j$  in einem Magnetfeld.[1]

Diese Formel für das hier durchgeführte Experiment auf den Übergang von  $^3P_1$  auf den  $^1S_0$  Zustand angewendet. Daraus ergibt sich wie in der Versuchsanleitung [1] beschrieben die Form:

$$R = C \frac{1}{1 + (2\omega_L \tau)^2} \quad (11)$$

Diese entspricht dem Semiklassischen Ergebnis in Gleichung 4.

### 1.3 Coherence Narrowing und Dampfdruck

Coherence Narrowing bezieht sich auf den Effekt, dass ein von einem Atom emittiertes Photon ein weiteres Atom anregt. Dieses Atom würde nun die gleiche Präzessionsbewegung machen und wieder ein identisches Photon aussenden. Dies führt dazu, dass bei genügend großen Streuquerschnitt sich dieser Prozess mehrfach wiederholen kann. Durch die Ununterscheidbarkeit der Photonen wird die Lebenszeit künstlich erhöht. Um diesen Effekt zu eliminieren werden die Messungen bei variierendem Druck durchgeführt und die tatsächliche Lebensdauer aus der Extrapolation für den Druck  $p = 0$  bestimmt. Da der Druck im System nicht messbar ist, muss er mit folgender empirisch bestimmten Formel aus der Temperatur berechnet werden:

$$\ln\left(\frac{p}{p_c}\right) = \left(\frac{T_c}{T}\right)(a_1 T_r + a_2 T_r^{1.89} + a_3 T_r^2 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8.5} + a_6 T_r^9) \quad (12)$$

Die Konstanten für kritischen Druck und kritische Temperatur sind:

$$p_c = 167000 \text{ Pa}$$

$$T_c = 1764 \text{ K}$$

Die Parameter  $a_i$  sind:

$$a_1 = -4,57618368, \quad a_2 = -1.40726277, \quad a_3 = 2.36263541$$

$$a_4 = -31,0889985, \quad a_5 = 58,0183959, \quad a_6 = -27,6304546$$

### 1.4 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau sieht wie in Abbildung:4 gezeigt aus. Zu Beginn wird Licht aus einer Quecksilberdampflampe genommen und durch eine Linse fokussiert mit der Hilfe eines Interferenzfilters wird dann die gesuchte Wellenlänge von herausgefiltert. Daraufhin wird ein Polarisationsfilter genutzt um die Polarisation des Lichtes einzustellen. Hiernach wird das Licht auf die Quecksilber Probe fokussiert mit einer weiteren Linse. Senkrecht zum Strahlengang befindet sich der Photomultiplier welcher als Detektor der emittierten Photonen genutzt wird. Die Quecksilber probe wird über Wärmeleitungen (HP)

mit Peltierelementen verbunden welche die Probe kühlen. Um das Magnetfeld zu kontrollieren wird eine Anordnung von Helmholtz-Spulen verwendet. Hierbei werden einmal die Felder in  $y, z$  Richtung eliminiert. Die Spule die das Feld in  $x$  Richtung verändert wird zum Durchfahren des Feldes genutzt um die Zeeman Aufspaltung zu erreichen welche letztendlich das Hanle-Signal generiert. Hierzu wird ein Rampengenerator verwendet der die Spannung die an der Helmholtz-Spule anliegt langsam verändert wodurch sich die Lorentzkurve bei Richtiger Polarisations-einstellung ausbildet.

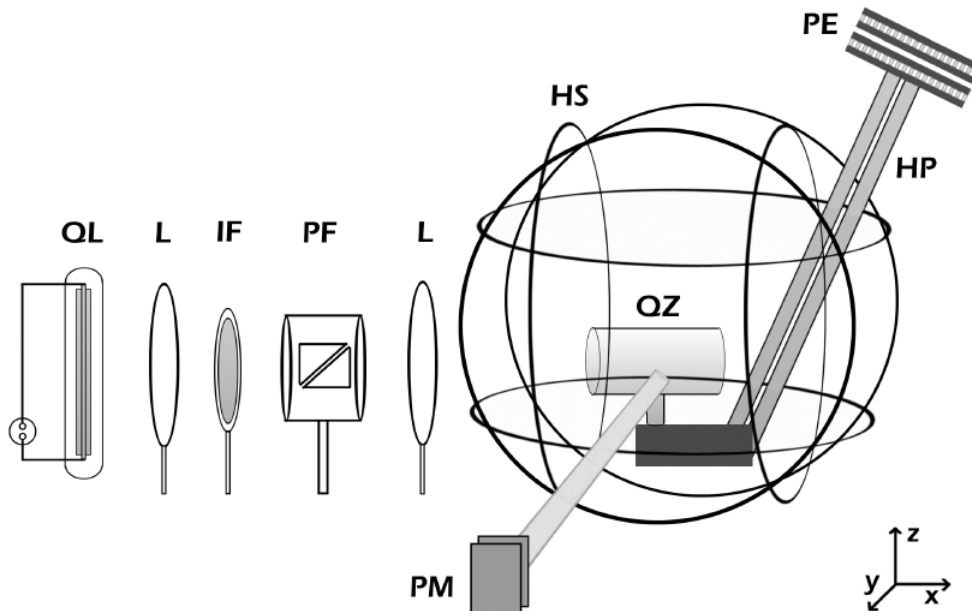


Figure 4: Versuchsaufbau des Experiments. Quecksilberdampfampe (QL), Linse (L), Interferenzfilter (IF), Polarisationsfilter (PF), Quecksilberdampf-Resonanzzelle (QZ), Heatpipes (HP), Peltierelemente (PE), Helmholtz-spulen (HS), Photomultiplier (PM). [1]

## 2 Versuchsdurchführung

Zu Beginn des Experiments musste als erstes die Magnetfelder in  $y$  und  $z$  Richtung kalibriert werden. Dafür musste am Polarisationsfilter die  $0^\circ$  Einstellung gefunden werden. Durch das Durchfahren des Feldes in  $x$  Richtung erkennt man bei  $0^\circ$  eine Lorentzkurve. Diese muss durch Veränderung der Spannung in  $y$  und  $z$  verbessert werden. So war zu Beginn die Kurve nicht sehr symmetrisch. Dies wurde dann nochmal für  $90^\circ$  gemacht. Dies stellte sich an vielen Stellen als sehr schwierig und Zeitaufwendig heraus. Besonders bei  $45^\circ$  wurde keine besonders schöne Symmetrie erreicht.

$$I_y = (-0.0217 \pm 0.0001) \text{ A} \quad (13)$$

$$I_z = (-0.2957 \pm 0.0001) \text{ A} \quad (14)$$

Nachdem eine geeignete Einstellung gefunden wurde, wurden bei  $0^\circ$  15 Messungen der Lorentzkurve gemacht. Danach wurde das System mit Hilfe der Peltierelemente stückweise abgekühlt um an diesen Stellen die Kurven für die unterschiedlichen Polarisationsrichtungen gemessen. Aus Zeitgründen wurde diese erste Messung kurzgehalten und eine Messung bei steigender Temperatur gemacht. Am nächsten Tag wurde nochmal eine Kühlmessung gemacht mit mehr Messpunkten.

## 3 Auswertung

### 3.1 Umrechnung in Magnetfelder

Zu Beginn der Auswertung musste die Zeit Achse des Oszilloskops in Tesla umgerechnet werden um die  $B_{FW}$  zu bestimmen welches in Gleichung 6 zu nutzen. Hierfür wurde eine gerade durch die Rampenspannung angepasst. Hierfür wurde aus dem Python Paket `scipy.optimize` das Modul `curve_fit` verwendet. Für den Fit wurde die Form  $f(x) = mx + b$  genommen. Mit dieser Kurve kann nun die Messwerte der x-Achse in Tesla umgerechnet werden. Dies wurde für jede CAV Datei einzeln gemacht. In Abbildung 5 ist ein Fit beispielhaft eingezeichnet.

Figure 5: text

### 3.2 Berechnung der Lebenszeit bei $0^\circ$ und $90^\circ$

Zur Bestimmung der Lebenszeit wurden Lorentzkurven an die Messpunkte mit der neuen x-Achse angepasst. Hierfür wurde wie zuvor `curve_fit` verwendet. Die Fehler der Umrechnung des Magnetfeldes wurden nicht mitgenommen da `curve_fit` keine Fehler in x-Achse zulässt. Der Fit ist diesmal in der Form:

$$f(x) = ?? \quad (15)$$

Der Parameter  $\gamma$  ist hierbei  $\frac{B_{FW}}{2}$  also die halbe Halbwertsbreite. Damit ergibt sich aus Gleichung 6:

$$\tau = \frac{\hbar}{gJ\mu_B 2\gamma} \quad (16)$$

Der Fehler  $\sigma_\tau$  ergibt sich durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung mit Gleichung 17

$$\sigma_\tau = \frac{\hbar}{gJ\mu_B 2\gamma^2} \sigma_\gamma \quad (17)$$

Für die zwei Winkel sind Abbildung ?? und ?? Beispielhaft dargestellt.

Zur Bestimmung des Fehlers wurde die Messung bei  $0^\circ$  15 mal bei gleicher Temperatur von  $??^\circ$  wiederholt um eine bessere Einschätzung des Fehlers auf die Lebenszeit zu bekommen. Hierzu wurden die einzelnen Lebensdauern bestimmt und mit ihnen die Streuung der Messwerte bestimmt. Hierfür wurde die folgende Gleichung verwendet:

$$\sigma_{\tau \text{Streuung}} = \sqrt{\left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)} \quad (18)$$

Der hierdurch erhaltene Fehler von  $\sigma_{\tau \text{Streuung}}$  wird von nun zu den Fehler der Lebensdauern quadratisch addiert.

### 3.3 Extrapolation zur Ausschließung des Coherence Narrowing Effektes

Die für verschiedene Temperaturen kann nun mit der Gleichung 12 der Druck bestimmt werden. Der Fehler des Drucks  $\sigma_p$  wird mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$\sigma_p = \frac{\partial p}{\partial T} \sigma_T \quad (19)$$

Der Fehler für die Temperatur wurde auf 0.5 K geschätzt.

Um Coherence Narrowing auszuschließen werden nun der aus der Temperatur bestimmte Druck gegen die Lebensdauer gezeichnet. Hierbei wurde wieder ein linearer Fit der Form  $f(x) = mx + b$  gewählt und mit `Curve_fit` erstellt. Hierbei wurde der Fehler der Lebensdauer mit berücksichtigt. Die Extrapolation kann man die Lebensdauer am Punkt  $p = 0 \text{ Pa}$  bestimmen. Diese ist dann die echte Lebenszeit ohne Coherence Narrowing.

#### 3.3.1 Lebensdauern der Abkühlungsmessung 1

#### 3.3.2 Lebensdauern der Aufwärmmessung 1

#### 3.3.3 Lebensdauern der Abkühlmessung 2

## 4 Tabellen

### List of Tables

## 5 Bilder

### List of Figures

1	Semiklassische Darstellung des Hanle Effekts . . . . .	2
2	Lorentzkurve . . . . .	3
3	Zeeman-Effekt . . . . .	4
4	Versuchsaufbau . . . . .	5
5	text . . . . .	6
6	Labor Aufschrieb . . . . .	9
7	Labor Aufschrieb . . . . .	10
8	Labor Aufschrieb . . . . .	11
9	Labor Aufschrieb . . . . .	12

## 6 Bibliograpy

### References

- [1] *Versuchsanleitung: Fortgeschrittenen Praktikum Teil 1 Der Hanle-Effekt.*
- [2] P.A.Franken. Interference effects in the resoanance fluorescence of "crossed" excited atomic states. *The Harrison M.Randall Laboratory of Physics, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1960.*

## 7 Anhang



Hanle-Effekt	
Date Time	Description
10:36	Start testing the machines (Rampenspannung)
10:55	Photomultiplier einstellen
11:15	Testing the suppression by different $\theta \rightarrow -90^\circ$ kalibriert
13:14	$Y \ 0,1351 \quad Z \ 0,1049$ $A \ 0,0348 \quad 0,0054$ Winkel $87^\circ$ nice $Y - 0,092 \ V$ $-0,0978 \ A$ <span style="float: right;">1V scale</span> $Z - 3,560$ $-0,3959$ Für Angle $132^\circ$ unsymmetrisch $177^\circ$ nice
	flucts $Y - 0,1 A$ $Z = 0,3 A$
Lampe gewechselt	- Fokuspunkt bei $-180$
(190°)	$Y - 1,220$ $Y - 1,0217$ $Z \ 1,145$ $3,7,5$ $Z - 3,655$ $3,6(CSV)$ $-2,5(-x.csv)$ $2,5(CSV)$ $-1,20457$ $X \ 1,153$
20°	
15:27	Speichern von Kurven mit emst. von $87,5 \ CSV$ oben: $236,50$ Skalenwahl: $CA/2: 1V$ $A: 5s$ $10 \cdot 10^{-9} A / 10^{-6} Supp.$ $20V$ 30s $2,2 V$ $UP$ $LOW$ (J.V) (Start from)

Figure 6: Labor Aufschrieb



Messung herabgekühlt  
 16:25 start 20°C  
 7,52 A für 2 min  
 1 A 16:40 8°C  
 3,4 A 17:10 10°C  
 17:17 10°C  
 17:22 10°C

Lampe aufgew.

Messungen:

87,5° 90-2.CSV Range:  $10^{-6}$  A 0,03  
 36,5° 45-2.CSV rest siehe oben 1V/IV  
 -2,5° 0-2.CSV  $10 \times 10^{-9}$  1V/IV  
 12°C am Ende der Messung  $10 \times 10^{-9}$  A 2V/IV  
 $10 \times 10^{-9}$  A 10V/IV

17:57 8°C	-2,5° 0-3.CSV $10 \times 10^{-9}$ A 1V/IV
2,5 A kühlen	36,5° 45-3.CSV "
18:03 6°C	87,5° 90-3.CSV 0,03 $\times 10^{-6}$
18:10 6°C	Temp am Ende der Messung: 6°C

5 A kühlen 87,5° 90-4.CSV  $10 \times 10^{-9}$  A  
 18:46 -1°C 36,5° 45-4.CSV  $0,03 \times 10^{-6}$  A 0,5 V/IV  
 18:52 -1°C -2,5° 0-4.CSV  $10 \times 10^{-9}$  A  
 Temp ende -2°C

7,5 A kühlen -2,5° 0-5.CSV  $10 \times 10^{-9}$  A  
 19:05 -2°C 36,5° 45-5.CSV  $0,03 \times 10^{-6}$  A  
 19:43 -1°C -2,5° 0-5.CSV  $0,03 \times 10^{-6}$  A  
 ende: -17°C 20:17

Figure 7: Labor Aufschrieb



Abkühlungsmessers

Start:  $-17^{\circ}\text{C}$      $20:17$

20! 21 -15°C 487,50 g Q.W. 1. or 0,03 x 10<sup>-6</sup> A  
 -14°C 36,50 g Q.W. 1. csv 0,03 x 10<sup>-6</sup> A  
~~-13°C 4,50 g Q.W. 1. csv 0,03 x 10<sup>-6</sup> A~~  
 -12°C 10 x 10<sup>-6</sup> A  
 = ~~13°C~~ W. - d. d. W. sehr schnell  
 → nur noch -25° Messungen

20:36  $-10^{\circ}\text{C}$  O-W-2, CSV  $10 \times 10^{-9} \text{ A}$

20:42  $\frac{-80^{\circ}\text{C}}{-70^{\circ}\text{C}}$  QW-3.CSV

20:48  $-6^{\circ}\text{C}$  O-W-4-CSV

~~20:54 - 6:30 O.W. 5.CSV~~  
~~CDPDL~~

21:02 - 10°C 0-W-5.03V

21.11 + 10°C O-W-F. (SV)

21:23 20C 0-WL8.CSV

21:35 4°C QW-CSV

21:44 6°C  $\theta_{W-10-CSV}$

Ende der Messung



## 2. Tag

- Überprüfung ob Einstellungen für Kalibration noch stimmen
- 2. Abkühlungsmessung
- 1. Schritte, ~~den~~ anschließend auf abkühlung weiter
- Starttemperatur

		8750	Strom	Temp
9:20	0-1.csv $10 \times 10^{-9} A$	90-1.csv $10 \times 10^{-9} A$	0,04	18°C
9:26				17°C
10:00				11°C
10:10				10°C
10:24	0-2.csv $10 \times 10^{-9} A$	90-2.csv $0,03 \times 10^{-6} A$	2,5V 1,0A	10°C
10:35				7°C
10:50				4°C
10:59				5°C
11:04	0-3.csv $10 \times 10^{-9} A$	90-3.csv $0,03 \times 10^{-6} A$	2A	5°C
11:16				-1°C
11:20				-2°C
11:40	0-4.csv $10 \times 10^{-9} A$	90-4.csv $0,03 \times 10^{-6} A$	22V 3A	1°C
11:47				10°C
12:02				-9°C
12:20				-7°C
12:25	0-6.csv $10 \times 10^{-9} A$	90-6.csv $0,03 \times 10^{-6} A$	4A/8,9V	-7°C
12:34				-8°C
13:02	0-7.csv	90-7.csv 16.8.13	7,5A 15,9V	-17°C

Figure 9: Labor Aufschrieb