

技術資料：スピンドル冷却空気の送出系に関する計算

青木翔平

平成 27 年 7 月 23 日

1 スピンドル冷却系

スピンドルの冷却に用いるシステムの構成を図 1 に示した。

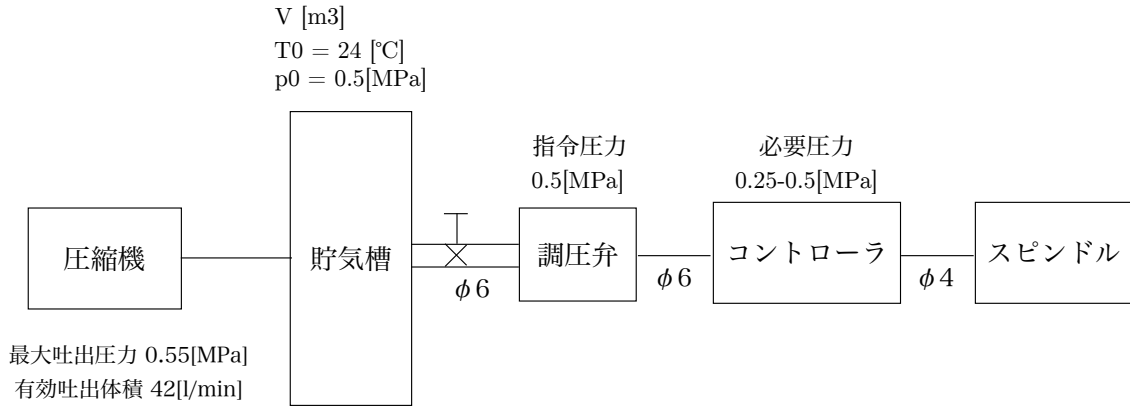


図 1 冷却システム構成図

いま、単位時間あたりに圧縮機からタンクに流入する空気質量を \dot{m}_c 、タンクからスピンドルコントローラに対して流出する空気質量を \dot{m}_d とおけば、気体の状態方程式及び等エントロピー関係式から以下が成り立つ。

$$\dot{m}_c = \frac{PV_{s1}}{RT} \quad (1)$$

$$\dot{m}_d = \frac{p_0 A_e}{\sqrt{RT}} \sigma^* \quad (2)$$

タンク内部の圧力を $p_0(t)$ とおくと、流量に関する連続の式を考慮して以下が成り立つ。

$$\begin{aligned} p_0(t) &= \frac{RT_0}{V} (m_i + \dot{m}_c dt - \dot{m}_d dt) \\ &= \frac{RT_0}{V} \left(\frac{p_a V}{RT_0} + \frac{p_a V_{s1}}{RT_0} dt - \frac{p_0(t) A_e}{\sqrt{RT_0}} \sigma^* dt \right) \\ &= k_3 + k_2 dt - k_1 p_0(t) dt \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、

$$k_1 = \frac{\sqrt{RT_0} A_e \sigma^*}{V}, k_2 = p_a \frac{V_{s1}}{V}, k_3 = p_{0i} \quad (4)$$

$p_0(t)$ を 2 次の項までテーラー展開して数値計算する。式 (3) を微分して,

$$p_0'(t) = k_2 - k_1 p_0(t) \quad (5)$$

$$p_0''(t) = -k_1 p_0'(t) \quad (6)$$

が求まるから、以下の漸化式から計算すれば良い。

$$p_0(t+1) = p_0(t) + p_0'(t) \cdot dt + \frac{1}{2} \cdot p_0''(t) \cdot (dt)^2 \quad (7)$$

プログラム 1 タンク内全圧の計算 (main.py)

```

1 from pylab import *
2 import numpy as np
3
4 ##### BEGIN PARAMETER AREA #####
5 gamma = 1.4
6 pa = 0.1013*(10**6) #[Pa]
7 p0i = 5*pa #[Pa]
8 #CHARGE
9 M = 32 * 0.8 + 14 * 0.2 # O2: 80%, N2: 20%
10 R0 = 8.314 #(J/mol dot K)
11 T0 = 24 + 273.15 #[K]
12 R = R0/M
13 DISCHARGE_AIR = 42 #[l/min], ref:http://www.airbrush.co.jp/shop/products/detail.php?product_id=1296
14 Vs1 = DISCHARGE_AIR*0.001/60.0 #[m3/s]
15 #DISCHARGE
16 # de = 2 #[mm]
17 de = 1.7 #[mm]
18 # de = 6 #[mm]
19 Ae = pi*(de*0.001/2)*(de*0.001/2)#[m2]
20 R_kg = 289 # J/(kg dot K)
21 # V = 1/1000.0 #1L as [m3]
22 sigma = sqrt(gamma*((2/(gamma+1))*((gamma+1)/(gamma-1)))) # critical flow efficient
23 ##### PARAMETER AREA END #####
24
25 dt = 0.01 #[sec]
26 tTotal = 300 #[sec]
27 # V = 1/1000.0 #[m3]: 1L
28 V_array = [1/1000.0,10/1000.0,20/1000.0,30/1000.0,40/1000.0,50/1000.0]
29 # V_array = [1/1000.0,20/1000.0,50/1000.0]
30 # V_array = [1/1000.0,50/1000.0]
31
32 # V = 1/1000.0
33 for V in V_array:
34     pt = np.array([])
35     pt = np.append(pt,p0i)
36     ts = np.array([0])
37     k1 = ((R*T0)/V) * ((Ae*sigma)/(sqrt(R_kg*T0))) *1000 # x1000 is because of mass unit: kgram or gram
38     # k1 = ((R*T0)/V) * ((Ae*sigma)/(sqrt(R_kg*T0))) #working bad, this is default
39     k2 = pa * Vs1 / V
40     for i in xrange(int(tTotal/dt)):
41         p_n = pt[-1]
42         if p_n >= p0i:
43             p_n_dot = (-1.0)*k1*p_n
44             p_n_dot_dot = (-1.0)*k1*p_n_dot
45             print 'compressor halted: ',i
46         else:
47             p_n_dot = (-1.0)*k1*p_n + k2
48             p_n_dot_dot = (-1.0)*k1*p_n_dot
49             p_n_1 = p_n + p_n_dot * dt + p_n_dot_dot*dt*dt
50             pt = np.append(pt,p_n_1)
51             ts = np.append(ts,dt*i)
52
53     plot(ts,pt*(10**-6))
54
55 ##### VISUALIZATION AREA #####
56 title('TANK PRESSURE TRANSITION BY AIR DISCHARGE')
57 legend(('1L','10L','20L','30L','40L','50L'),'upper right')
58 xlabel('t [sec]')
59 ylabel('p0 [MPa]')
60 ylim([0,0.6])
61 savefig('./image/final_pressure_depends_on_discharge_hole_size.png')
62 show()

```

上のプログラムは以下の様に実行する.

```
$ python main.py
```

結果を図 2 に示す.

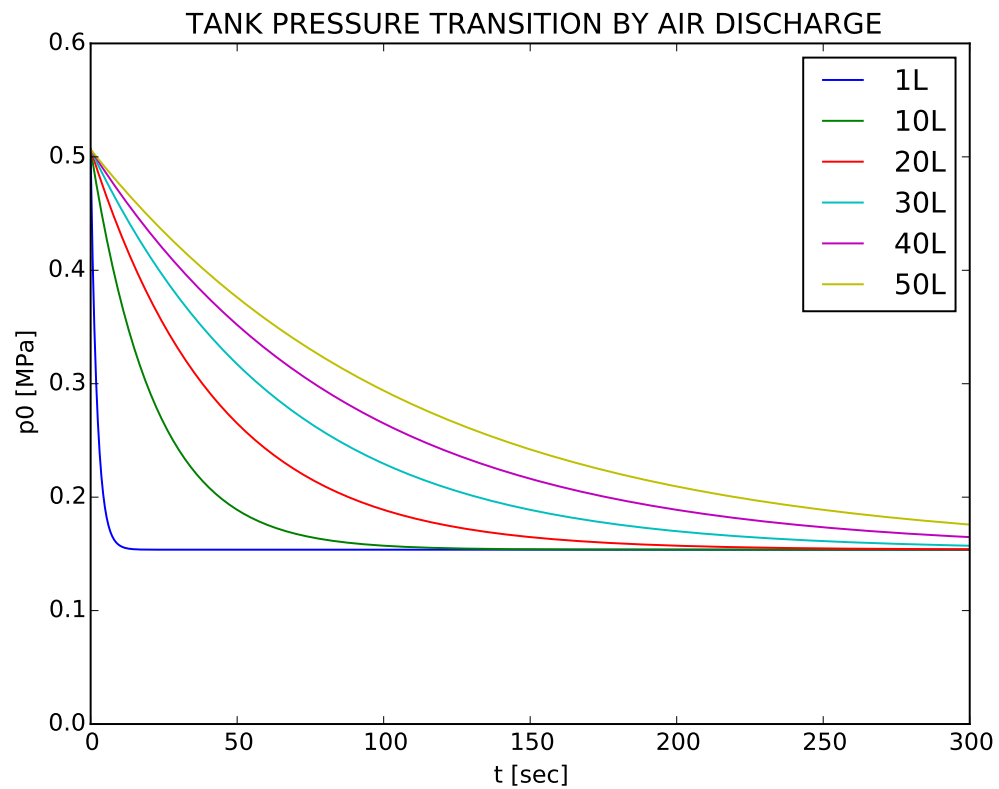


図 2 タンク体積に対するタンク内圧力の時間変化

2 参考資料

[1] 松尾 一泰, 「圧縮性流体力学—内部流れの理論と解析」, オーム社, 2013